

Volatilitätsprognosen auf Basis der DAX-Volatilitätsindizes

Von Christian Tallau, Göttingen*

I. Einleitung

Aus Marktpreisen gehandelter Optionen abgeleitete implizite Volatilität kann als von den Marktteilnehmern erwartete zukünftige Volatilität des der Option zugrunde liegenden Basiswerts interpretiert werden. Mittlerweile wird die implizite Volatilität für diverse Aktienindizes mittels Volatilitätsindizes standardisiert berechnet und publiziert. Auch die Deutsche Börse ermittelt für den Deutschen Aktienindex DAX seit 1994 den Volatilitätsindex VDAX sowie seit 2005 einen weiterentwickelten Index mit dem Namen VDAX-NEW. Während der ursprüngliche VDAX die mit dem Modell von *Black/Scholes* (1973) implizierte Volatilität einer hypothetischen „At-the-money“-DAX-Option mit konstanter Restlaufzeit von 45 Tagen angibt, ist der VDAX-NEW unabhängig von einem spezifischen Modell und entspricht annähernd dem risikoneutralen Erwartungswert zukünftiger Volatilität der nächsten 30 Tage.

Dem Informationsgehalt impliziter Volatilität im Allgemeinen bzw. von Volatilitätsindizes im Speziellen – bezüglich zukünftig tatsächlich realisierter Volatilität – wird in Wissenschaft und Praxis große Beachtung geschenkt. Die Fähigkeit, Volatilität möglichst präzise vorherzusagen, ist dabei von großer Bedeutung, da dies eine wesentliche Voraussetzung für die Risikomessung sowie Implementierung adäquater Hedging-Strategien darstellt. Impliziter Volatilität wird in diesem Kontext aufgrund ihrer Zukunftsorientierung oftmals eine bessere Prognosefähigkeit zugeschrieben als Schätzern auf Basis historischer Renditen.

Während frühere Studien zu dem Ergebnis kamen, dass implizite Volatilität kaum zusätzliche Informationen gegenüber Schätzern auf historischer Basis beinhaltet, weisen neuere Untersuchungen auf einen signifi-

* Der Autor dankt Rainer Baule sowie einem anonymen Gutachter für wertvolle Hinweise.

kanten Informationsgehalt impliziter Volatilität hin.¹ So kamen *Canina/Figlewski* (1993) in ihrer Untersuchung für den S&P 100 Index im Zeitraum 1983–1987 zu der Schlussfolgerung, dass implizite Volatilität keine Korrelation mit zukünftiger aufweist und historische Volatilität ein besserer Schätzer zukünftig realisierter Volatilität ist. Dagegen belegen Studien für den S&P 100 Index von *Day/Lewis* (1992); *Fleming et al.* (1995) sowie *Fleming* (1998) bzw. für verschiedene Wechselkurse von *Jorion* (1995) und *Xu/Taylor* (1995), dass implizite Volatilität bessere, wenn auch verzerrte Schätzer für zukünftige Volatilität liefert.

Diese Ergebnisse werden durch neuere Studien mit verbesserter Methodik (insbesondere längere Untersuchungszeiträume, nicht überlappende Samples sowie Verwendung von Intraday-Renditen) bestätigt. Als Beispiele dieser Studien seien etwa für Aktienindizes auf dem amerikanischen Markt *Christensen/Prabhala* (1998); *Blair et al.* (2001); *Ederington/Guan* (2002); *Jiang/Tian* (2005) sowie für den australischen Markt *Frijns et al.* (2009) genannt. Die genannten Studien verwenden entweder von der CBOE berechnete Volatilitätsindizes (VIX für den S&P 100 bzw. VXN für den NASDAQ 100) oder berechnen die implizite Volatilität im Rahmen der jeweiligen Studie aus entsprechenden Marktpreisen. Insbesondere *Christensen/Prabhala* (1998) argumentieren dabei, dass die schlechten Ergebnisse impliziter Volatilität im Rahmen der genannten Studie von *Canina/Figlewski* (1993) im Wesentlichen methodisch bedingt sind.

Als Ergebnis der Literaturauswertung lässt sich festhalten, dass implizite Volatilität zwar einen verzerrten Schätzer zukünftiger Volatilität darstellt, jedoch gegenüber historischen Renditen einen höheren Informationsgehalt besitzt und Prognosen auf deren Basis dominiert.

Fast alle oben genannten Studien stellen auf das Modell von *Black/Scholes* (1973) ab und vergleichen die implizite *Black-Scholes*-Volatilität mit alternativen Schätzern zukünftiger Volatilität auf Basis historischer Renditen. Neben der Ermittlung impliziter Volatilität auf Basis des *Black-Scholes*-Modells wird in jüngerer Zeit das Konzept des „fair value of future variance“ in der Literatur diskutiert. Nach diesem auf die Arbeit von *Breeden/Litzenberger* (1978) zurückgehenden Konzept zeigen *Demeterfi et al.* (1999), wie der faire Swap-Satz eines Varianz-Swaps – welcher der risikoneutralen Erwartung zukünftiger Volatilität entspricht – mittels eines Portfolios aus Optionen repliziert werden kann.

¹ Einen exzellenten Überblick relevanter Studien bieten *Poon/Granger* (2003).

Eine ähnliche Argumentation – mit identischem Ergebnis – verfolgen *Britten-Jones/Neuberger* (2000) mit ihrem Konzept der „model free implied volatility“. Die Vorgehensweise von *Demeterfi* et al. bzw. *Britten-Jones/Neuberger* erlaubt damit die Prognose zukünftiger Volatilität ohne die restriktiven Annahmen des *Black-Scholes*-Modells.

Empirisch greifen die Arbeiten von *Jiang/Tian* (2005) sowie *Carr/Wu* (2006) dieses neue Berechnungskonzept zukünftig erwarteter Volatilität auf und untersuchen dessen Prognosefähigkeit. Herauszuhaben ist die umfassende Untersuchung von *Jiang/Tian* (2005) für den S&P 500 Index im Zeitraum 1988–1994 mit dem Ergebnis, dass die „model free implied volatility“ alle relevanten Informationen der *Black-Scholes*-impliziten sowie der historischen Volatilität umfasst und einen effizienteren Schätzer zukünftig realisierter Volatilität darstellt.²

Angesichts der großen Anzahl an Studien zum Informationsgehalt impliziter Volatilität – insbesondere für den US-amerikanischen Markt – erstaunt es, dass sich diesbezüglich kaum nennenswerte Untersuchungen für den deutschen Aktienmarkt finden lassen. Die Arbeit von *Bluhm/Yu* (2001) untersucht den Prognosefehler des VDAX im Vergleich zu anderen Schätzern auf Basis historischer Volatilität, wie etwa verschiedener GARCH-Modelle. Abhängig vom Prognosezeitraum liefert der VDAX dabei den geringsten bzw. zweitgeringsten absoluten Fehler. *Claessen/Mittnik* (2002) vergleichen den VDAX ebenfalls mit verschiedenen historischen Schätzern und kommen zum Ergebnis, dass historische Renditen gegenüber dem VDAX keine zusätzlichen Informationen bezüglich zukünftiger Volatilität enthalten.

Dieser Beitrag untersucht erstmals umfassend den Informationsgehalt der von der Deutschen Börse publizierten Volatilitätsindizes VDAX und VDAX-NEW hinsichtlich der Prognose zukünftig realisierter Volatilität der DAX-Renditen. Insbesondere wird der Frage nachgegangen, ob sich die ersten Erkenntnisse zur Überlegenheit des Konzepts der „model free implied volatility“ – für den DAX umgesetzt durch den VDAX-NEW – auch für den deutschen Markt bestätigen lassen. Die beiden Volatilitätsindizes werden dazu mittels linearer Regressionsanalysen sowohl untereinander wie auch mit unterschiedlichen historischen Volatilitätsmaßen

² *Taylor/Yadav/Zhang* (2007) wenden das Konzept auf einzelne Firmen an, wobei die „model free implied volatility“ lediglich in einer Minderzahl der Fälle einen besseren Schätzer als *Black/Scholes* bzw. historische Volatilität darstellt, was die Autoren mit der mangelhaften Liquidität der entsprechenden Optionen begründen.

verglichen. Neben der historisch realisierten Volatilität werden Volatilitätsschätzer auf Basis des RiskMetrics-Ansatzes sowie eines GARCH-Modells betrachtet. Der Untersuchung liegt der Zeitraum seit Berechnung (bzw. Rückrechnung) der Indizes von 1992 bis zum Jahr 2008 zugrunde.

Die Ergebnisse legen den Schluss nahe, dass der VDAX-NEW alle relevanten Informationen des VDAX wie auch historischer Renditen enthält und somit tatsächlich einen effizienteren Schätzer zukünftiger Volatilität darstellt.

Der Beitrag ist wie folgt aufgebaut: Zunächst erfolgt in Abschnitt II die Analyse der den Volatilitätsindizes zugrunde liegenden theoretischen Konzepte sowie deren praktischer Implementierung durch die Deutsche Börse. Abschnitt III stellt deskriptive Statistiken für die Indizes und die tatsächlich realisierte Volatilität dar. In Abschnitt IV erfolgt die Diskussion der Untersuchungsmethodik sowie der Ergebnisse der Regressionen. Abschnitt V betrachtet diverse Tests der Robustheit der in Abschnitt IV entwickelten Schlussfolgerungen. Die wesentlichen Ergebnisse der Untersuchung sind in Abschnitt VI zusammengefasst.

II. Theoretische Basis und Implementierung der DAX-Volatilitätsindizes

1. Ursprünglicher VDAX

Der VDAX wird als die mit dem Modell von *Black/Scholes* (1973) implizierte Volatilität einer hypothetischen „At-the-money“-Option mit 45 Tagen Restlaufzeit bestimmt. Die Berechnung erfolgt durch Gewichtung der impliziten Volatilität von an der EUREX gehandelten DAX-Optionen.

Zentrale Annahme des Modells von *Black/Scholes* ist eine geometrische Brown'sche Bewegung für die risikoneutrale Dynamik des Underlyings S_t :

$$(1) \quad \frac{dS_t}{S_t} = r dt + \sigma dW_t,$$

wobei r den risikofreien Zinssatz, σ die konstante Volatilität und W_t einen Standard-Wiener-Prozess bezeichnet. Diese Prozess-Annahme impliziert, dass zukünftige Preise des Underlyings logarithmisch normalverteilt sind.

Die Deutsche Börse verwendet zur Berechnung die von *Black* (1976) entwickelte Modifikation des Modells von *Black/Scholes*, womit – statt auf den aktuellen Preis – auf den Forward-Preis des Underlyings abgestellt wird.³

In einem ersten Schritt werden acht Volatilitäts-Subindizes für die Optionspreisserien der kommenden zwei Jahre bestimmt. Dazu werden für jede Restlaufzeit jeweils eine Call- und eine Put-Option mit Basispreis gerade unterhalb sowie gerade oberhalb des aktuellen Forward-Preises des DAX gewählt. Die entsprechenden aus Call- und Put-Optionen gemittelten impliziten Volatilitäten werden gemäß des Abstands der Basispreise zum Forward-Preis gewichtet, um die „At-the-money“-Volatilität σ_i der Laufzeit T_i zu erhalten:⁴

$$(2) \quad \sigma_i = \frac{(K_U - F_i) \frac{(\sigma_L^{Put} + \sigma_L^{Call})}{2} + (F_i - K_L) \frac{(\sigma_U^{Put} + \sigma_U^{Call})}{2}}{(K_U - K_L)}.$$

Dabei bezeichnen K_L (K_U) den Basispreis gerade unterhalb (oberhalb) des DAX Forward-Preises F_i der Laufzeit T_i und σ_L^{Call} , σ_U^{Call} bzw. σ_L^{Put} , σ_U^{Put} die impliziten Volatilitäten der entsprechenden Call- bzw. Put-Optionen.

Der Hauptindex VDAX als 45-Tage-Volatilität ergibt sich in einem zweiten Schritt durch Interpolation, indem die impliziten Varianzen σ_i^2 und σ_{i+1}^2 der beiden die 45 Tage umschließenden Laufzeiten T_i und T_{i+1} entsprechend gewichtet werden:

$$(3) \quad VDAX = 100 \times \sqrt{\sigma_i^2 \left(\frac{N_{i+1} - 45}{N_{i+1} - N_i} \right) + \sigma_{i+1}^2 \left(\frac{45 - N_i}{N_{i+1} - N_i} \right)},$$

wobei N_i die Zeit in Tagen bis zum Verfall der DAX-Optionsserie mit Laufzeit T_i bezeichnet.

Der VDAX stellt damit einen Schätzer der mit dem *Black-Scholes*-Modell implizierten „At-the-money“-Volatilität der nächsten 45 Tage dar. Sowohl in der Wissenschaft wie in der Praxis wird diese Größe als plausibler Schätzer der vom Markt erwarteten zukünftigen Volatilität angesehen. Da das *Black-Scholes*-Modell gemäß (1) jedoch von einer konstanten

³ Für eine detaillierte Darstellung der Vorgehensweise vgl. *Deutsche Börse AG* (2007).

⁴ Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird in Formel (2) für die Basispreise sowie die impliziten Volatilitäten der Calls und Puts auf den Subindex i verzichtet; die Berechnung durch die Deutsche Börse basiert zudem auf normierten Größen.

Volatilität ausgeht, gibt es zunächst keine direkte ökonomische Fundierung, diese implizite Volatilität außerhalb des Modell-Kontexts als tatsächlichen Schätzer zukünftig realisierter Volatilität anzunehmen. Die implizite Volatilität stellt jene Volatilität dar, für die der mit dem *Black-Scholes*-Modell unterstellte Prozess des Underlyings gerade auf den beobachteten Optionspreis führt. Je näher dieser *Black-Scholes*-Prozess dem wahren Prozess kommt, desto angemessener ist die ermittelte implizite Volatilität als tatsächlicher Volatilitätsschätzer. So hat eine bedeutende Anzahl von Studien die implizite *Black-Scholes*-Volatilität tatsächlich als effizienten, wenn auch verzerrten Schätzer zukünftiger Volatilität identifiziert (siehe Überblick in Abschnitt I).

2. Erweiterung zum VDAX-NEW

Der Volatitätsindex VDAX-NEW wurde im Jahr 2005 von der Deutschen Börse eingeführt und orientiert sich in der Berechnung an dem seit 2003 existierenden neuen Volatitätsindex VIX der CBOE.⁵ Der VDAX-NEW soll die vom Markt erwartete Volatilität der DAX-Renditen der nächsten 30 Tage abbilden. Die Bestimmung erfolgt durch Gewichtung tatsächlich (an der EUREX) gehandelter „At-the-money“- wie „Out-of-the-money“-DAX-Optionen.

Die ökonomische Fundierung des neuen Index geht auf das von Demeterfi et al. (1999) entwickelte Konzept des fairen Werts zukünftiger Varianz („fair value of future variance“) zurück. Danach ergibt sich die unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß erwartete zukünftige Varianz σ_{ddkz}^2 eines gehandelten Vermögenswerts als⁶

$$(4) \quad \begin{aligned} \sigma_{ddkz}^2 &\equiv \frac{2}{T} \left(rT - \left[\frac{S_0}{S_*} \exp(rT) - 1 \right] - \ln(S_*/S_0) \right. \\ &\quad \left. + \exp(rT) \int_0^{S_*} \frac{P(T, K)}{K^2} dK + \exp(rT) \int_{S_*}^{\infty} \frac{C(T, K)}{K^2} dK \right), \end{aligned}$$

wobei S_0 den aktuellen Preis des Vermögenswerts, $C(T, K)$ und $P(T, K)$ Call- und Put-Preise mit Laufzeit T und Basispreis K sowie r den risiko-

⁵ Vgl. Deutsche Börse AG (2007) sowie CBOE (2003).

⁶ Siehe Gleichung (26) in Demeterfi et al. (1999). Der Subindex „ddkz“ bezieht sich auf die Autoren Demeterfi et al. Wie Jiang/Tian (2007) zeigen, ist das Konzept von Demeterfi et al. (1999) identisch mit dem Ergebnis der „model free implied volatility“ von Britten-Jones/Neuberger (2000).

freien Zinssatz angeben. Der grundsätzlich beliebig zu wählende Preis S_* legt die Grenze zwischen betrachteten Call- und Put-Optionen fest. Im Rahmen der praktischen Implementierung wird dieser typischerweise nahe am Forward-Preis gewählt, womit im Wesentlichen (liquidere) „Out-of-the-money“-Optionen einbezogen werden.

Hinter Gleichung (4) steht die Idee der Konstruktion eines Portfolios von Optionen zur Replikation der Varianz. Um dabei ein Portfolio zu erhalten, das unabhängig vom Kurs des Underlyings auf die Varianz reagiert, ist eine bestimmte Kombination von Optionen erforderlich. Neben einer Short-Position in $1/S_*$ Forward-Kontrakten mit Basispreis S_* wird dazu mit Gleichung (4) ein Kontinuum von Long-Positionen in $1/K^2$ Put-Optionen für alle Basispreise von 0 bis S_* sowie $1/K^2$ Call-Optionen mit Basispreisen von S_* bis ∞ verwendet. Die zum quadrierten Basispreis K^2 invers proportionale Gewichtung lässt sich intuitiv nachvollziehen, wenn man berücksichtigt, dass die Sensitivität bzgl. der Volatilität – in der *Black/Scholes*-Welt als Vega bezeichnet – am „At-the-money“-Level mit zunehmendem Basispreis K steigt. Zudem überlappen sich die Beiträge jeder Option zur Varianz über den Definitionsbereich des Underlyings. Durch die invers proportionale Gewichtung ergibt sich in Summe ein Portfolio, das vom Preis des Underlyings unabhängig auf Veränderungen der Varianz reagiert.

Die Varianz σ_{ddkz}^2 entspricht der unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß Q erwarteten realisierten Varianz RV_T für den Zeitraum $[0; T]$:

$$(5) \quad \sigma_{ddkz}^2 = E^Q[RV_T].$$

Damit stellt σ_{ddkz}^2 den zum Zeitpunkt $t = 0$ fairen Swap-Satz eines Varianz-Swaps dar, bei dem am Ende der Laufzeit T die realisierte Varianz gegen den vereinbarten Swap-Satz getauscht wird bzw. die Differenz der beiden Größen mit einem festgelegten Nominalwert multipliziert wird, um eine monetäre Größe zu erhalten.⁷

Aufgrund der nur diskret sowie endlich vorhandenen Basispreise K implementiert die Deutsche Börse analog zum Vorgehen der CBOE eine Approximation von (4) gegeben durch:⁸

⁷ Zum Zeitpunkt des Abschlusses hat der Swap einen Wert von null, womit der faire Swap-Satz bei Arbitragefreiheit dem risikoneutralen Erwartungswert zukünftiger Varianz entspricht.

⁸ Siehe Gleichung (32) in *Deutsche Börse AG* (2007).

$$(6) \quad \sigma^2 = \frac{2}{T} \sum_j \frac{\Delta K_j}{K_j^2} \exp(rT) M(K_j) - \frac{1}{T} \left(\frac{F}{K_0} - 1 \right)^2.$$

Dabei bezeichnet F den Forward-Preis des DAX, K_j den Basispreis der j -ten „Out-of-the-money“-Option (Call für $K_j > F$ bzw. Put für $K_j < F$) und ΔK_j das Intervall:

$$(7) \quad \Delta K_j = \frac{K_{j+1} - K_{j-1}}{2}.$$

Ferner gibt $M(K_j)$ den Preis der Option mit Basispreis K_j an, wobei $M(K_0)$ der Durchschnitt aus Call und Put am Basispreis K_0 (dem größten Basispreis unterhalb des Forward-Preises F) ist.

Der Forward-Preis F des DAX wird unter Ausnutzung der Put-Call-Parität bestimmt als

$$(8) \quad F = \exp(rT)(C(T, \ddot{K}) - P(T, \ddot{K})) + \ddot{K},$$

wobei jener Basispreis \ddot{K} gewählt wird, für den die absolute Differenz zwischen Call- und Put-Preis am geringsten ist.

Vergleicht man die Approximation (6) mit Gleichung (4) nach *Demetri* et al., so stellt der erste Term in (6) die numerische Integration zur Berechnung der Integrale dar. Der zweite Term ergibt sich gemäß den Integralen in (4) vorausgehenden Termen mit Approximation der Logarithmus-Funktion durch eine Taylor-Entwicklung.⁹

Auch im Rahmen der neuen Berechnungsweise werden zunächst acht Subindizes der Optionspreisserien mit Fälligkeit in den kommenden zwei Jahren ermittelt. Die Bestimmung des VDAX-NEW ($VDAX^N$) als laufzeitunabhängiger Hauptindex mit einer konstanten Restlaufzeit von 30 Tagen erfolgt darauf durch Interpolation der die 30 Tage umschließenden Subindizes σ_i^2 und σ_{i+1}^2 mit der Restlaufzeit T_i bzw. T_{i+1} :

$$(9) \quad VDAX^N = 100 \times \sqrt{\left[\bar{t}_i \sigma_i^2 \left(\frac{N_{i+1} - 30}{N_{i+1} - N_i} \right) + \bar{t}_{i+1} \sigma_{i+1}^2 \left(\frac{30 - N_i}{N_{i+1} - N_i} \right) \right] \frac{365}{30}},$$

⁹ *Jiang/Tian* (2007) weisen auf signifikante Approximationsfehler der vorgenommenen Implementierung hin – im Wesentlichen resultierend aus der vorgenommenen Diskretisierung sowie der Limitation an Basispreisen – und schlagen eine einfache Methode der Anpassung vor, um genauere Resultate zu erzielen.

wobei N_i wiederum die Zeit in Tagen bis zum Verfall der i -ten DAX-Optionsserie und \bar{t}_i die normierte Restlaufzeit $\bar{t}_i = N_i/365$ angibt.¹⁰

Der VDAX-NEW approximiert die unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß erwartete zukünftige Volatilität. Mit der vorgenommenen Bestimmung ist der VDAX-NEW direkt ökonomisch interpretierbar als ein Portfolio von Optionen, welches entsprechend nachgebildet und somit gehedgt werden kann. Der ursprüngliche VDAX stellt dagegen nur eine monotone, jedoch nicht-lineare Transformation von Optionspreisen dar. Während das der Berechnung des alten VDAX zugrunde liegende *Black-Scholes*-Modell eine geometrische Brown'sche Bewegung für den Aktienkurs und somit logarithmisch normalverteilte zukünftige Aktienkurse unterstellt, ist für die Berechnung des VDAX-NEW zudem lediglich die Annahme notwendig, dass der Aktienkurs einem (beliebigen) Diffusionsprozess folgt.¹¹

Aufgrund dieser theoretischen Verbesserungen ist zu erwarten, dass der VDAX-NEW im Vergleich zum VDAX einen besseren Schätzer zukünftig realisierter Volatilität darstellt.

III. Daten und deskriptive Statistiken

Die Deutsche Börse hat beide Volatilitätsindizes ungeachtet ihrer Einführung in 1994 (VDAX) bzw. 2005 (VDAX-NEW) bis in das Jahr 1992 zurückgerechnet. Für die empirische Untersuchung wurden daher für die Jahre 1992–2008 die Zeitreihen der Schlusskurse des VDAX sowie des VDAX-NEW von *Datastream* bezogen. Während der Schlusskurs des VDAX-NEW jeweils um 17:30 Uhr festgestellt wird, erfolgt die Berechnung des VDAX einmal täglich um 17:45 Uhr. Darüber hinaus wurde (ebenfalls von *Datastream*) die Zeitreihe der DAX-Schlusskurse für 1990–2008 bezogen.

Abbildung 1 stellt die Entwicklung des VDAX und des VDAX-NEW im Zeitraum vom 01.01.1992 bis zum 31.12.2008 dar. Beide Volatilitätsindizes weisen bei grafischer Inspektion einen hohen Zusammenhang auf, wobei die implizite Volatilität offenbar keinem klaren Trend über die Zeit folgt.

¹⁰ Die Bestimmung der Restlaufzeit erfolgt jeweils sekundengenau.

¹¹ Wie Carr/Wu (2006) zeigen, stellt (4) selbst bei Existenz von Sprüngen im Underlying eine adäquate Approximation der risikoneutral erwarteten Varianz dar.

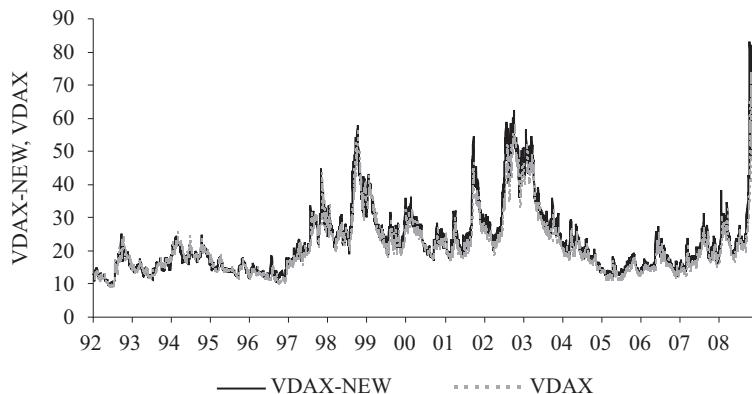


Abbildung 1: VDAX-NEW und VDAX von 1992–2008

In Abbildung 2 sind neben dem VDAX-NEW auch die absoluten stetigen DAX-Renditen dargestellt. Die signifikanten Ausschläge des VDAX-NEW gehen mit außergewöhnlich hohen absoluten DAX-Renditen einher und lassen sich konkreten Ereignissen mit globalen ökonomischen Auswirkungen zuordnen: So etwa die Südostasienkrise 1997, die Russlandkrise 1998, das Platzen der Dotcom-Blase Anfang 2000, der Anschlag auf das World Trade Center im September 2001, die Bilanzierungsskandale um Worldcom und Enron in 2002, der Irak-Krieg in 2003 sowie die Finanzkrise in 2008 mit den höchsten bisher gemessenen Indexwerten von 74,0 für den VDAX bzw. 83,2 für den VDAX-NEW am 16.10.2008.

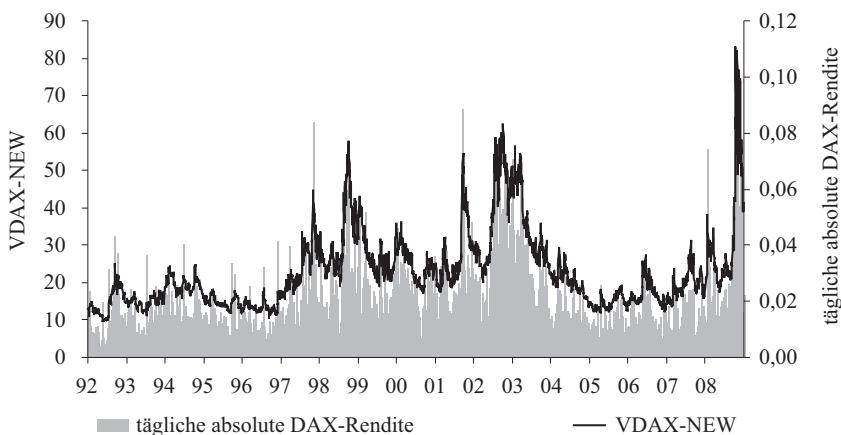


Abbildung 2: VDAX-NEW und absolute tägliche DAX-Renditen von 1992–2008

Tabelle 1
**Deskriptive Statistiken für VDAX, VDAX-NEW
und realisierte Volatilität**

	Mittelwert	Std.-abw.	Schiefe	Exzess Kurtosis	Min.	Max.	Jarque-Bera
Panel A: Nominale Volatilität							
VDAX	21,567	9,148	1,592	2,858	9,090	74,000	3.382,7
VDAX ^N	22,922	10,312	1,751	3,635	9,350	83,230	4.709,9
RV ₂₁ ($\times 100$)	20,243	11,446	1,957	4,429	4,919	79,859	6.456,2
Panel B: Logarithmierte Volatilität							
ln(VDAX)	2,997	0,374	0,552	0,007	2,207	4,304	225,2
ln(VDAX ^N)	3,051	0,387	0,652	0,104	2,235	4,422	316,3
ln(RV ₂₁ $\times 100$)	2,885	0,476	0,546	0,174	1,593	4,380	226,0

Die Tabelle gibt deskriptive Statistiken für VDAX, VDAX-NEW sowie realisierte Volatilität an, wobei einfache (nominale) sowie logarithmierte Volatilität betrachtet wird. Die Berechnung der realisierten Volatilität erfolgt auf Basis täglicher logarithmierter Renditen der vergangenen 21 Handelstage. Zwecks Vergleichbarkeit mit den Volatilitätsindizes wird die realisierte (annualisierte) Volatilität mit 100 multipliziert.

Deskriptive Statistiken des VDAX, des VDAX-NEW und der realisierten Volatilität sind in Tabelle 1 zusammengefasst. Die Berechnung der realisierten Volatilität erfolgt auf Basis täglicher logarithmierter Renditen:

$$(10) \quad RV_{t,k} = \sqrt{\frac{250}{k} \sum_{n=1}^k \left(\ln \frac{S_{t+n}}{S_{t+n-1}} \right)^2}.$$

Der Schätzung wird im Folgenden ein Zeitraum von einem Monat zugrunde gelegt. Dabei wird der Konvention gefolgt, 250 Handelstage im Jahr und durchschnittlich $k = 21$ Handelstage pro Monat anzunehmen.

Auffällig ist zunächst, dass der VDAX-NEW mit einem Mittelwert von 22,922 im Durchschnitt größere Werte als der VDAX (Mittelwert 21,567) annimmt. Diese Rangordnung ist insofern plausibel, als die implizite *Black-Scholes*-Varianz nach *Jensens* Ungleichung ein nach unten verzerrter Schätzer risikoneutraler Varianz bei stochastischer Volatilität ist.¹²

¹² Der *Black-Scholes*-Optionswert ist für „At-the-money“-Optionen eine konvexe Funktion der Varianz, womit sich bei stochastischer Volatilität aufgrund *Jensens* Ungleichung ein nach unten verzerrter Wert ergibt, vgl. *Amin/Bg* (1993).

Tabelle 2
**Korrelationsmatrix für VDAX, VDAX-NEW
und realisierte Volatilität**

Nominale Volatilität	VDAX	$VDAX^N$	RV_{21}
VDAX	1		
$VDAX^N$	0,99	1	
RV_{21}	0,79	0,80	1
Logarithmierte Volatilität	$\ln(VDAX)$	$\ln(VDAX^N)$	$\ln(RV_{21})$
$\ln(VDAX)$	1		
$\ln(VDAX^N)$	0,99	1	
$\ln(RV_{21})$	0,80	0,81	1

Verglichen mit der realisierten Volatilität sind beide Volatilitätsindizes im Mittel signifikant größer: der VDAX-NEW um 2,7 Prozentpunkte und der VDAX um 1,3 Prozentpunkte. Diese Feststellung liefert einen ersten Hinweis darauf, dass beide Indizes verzerrte Schätzer zukünftig realisierter Volatilität darstellen.

Die Volatilitätsindizes und die realisierte Volatilität weisen eine leichte Rechtsschiefe sowie Exzess Kurtosis auf, wobei beide Phänomene bei Betrachtung der logarithmierten Volatilität kaum noch vorhanden sind. Wie die Jarque-Bera-Statistiken zeigen, muss die Hypothese der Normalverteilung für die einfache wie logarithmierte Volatilität mit hoher Signifikanz (1%-Niveau) verworfen werden. Dennoch wird die höhere Konformität der logarithmierten Volatilität mit der Normalverteilung dazu führen, dass Regressionen auf deren Basis adäquater sind.

Tabelle 2 gibt die Korrelationen zwischen den Indizes VDAX, VDAX-NEW und der realisierten Volatilität an. Sowohl bei Betrachtung einfacher wie logarithmierter Volatilität sind beide Volatilitätsindizes hoch korreliert (Korrelationskoeffizient 0,99).¹³ Ebenso für den Zusammenhang zwischen den Indizes und zukünftig realisierter Volatilität besteht ein hohes Maß an linearer Abhängigkeit, wobei diese Beziehung für den VDAX-NEW (Korrelationskoeffizient 0,80 bzw. 0,81) nur leicht stärker als für den VDAX (0,79 bzw. 0,80) ist.

¹³ Auch die täglichen Veränderungen der Volatilitätsindizes sind hoch korreliert (Korrelationskoeffizient von 0,78).

Abgesehen von einem Unterschied im Niveau haben die beiden Volatilitätsindizes somit ähnliche Eigenschaften und weisen zudem einen hohen Zusammenhang auf.

IV. Vergleich der Prognosefähigkeit der Indizes

1. Methodik

Der Informationsgehalt der Volatilitätsindizes soll im Folgenden durch Vergleich mit Schätzern auf Basis historischer Renditen beurteilt werden. Dazu wird der Zusammenhang zwischen den Schätzern zukünftiger Volatilität und tatsächlich realisierter Volatilität der nächsten 30 Kalenderstage untersucht.

Die auf dem VDAX basierende Prognose σ_t^V zukünftiger Volatilität ergibt sich dabei durch einfache Reskalierung mit

$$(11) \quad \sigma_t^V = \frac{1}{100} \text{VDAX}_t.$$

Analog erhält man die Prognose σ_t^N auf Basis des VDAX-NEW mit

$$(12) \quad \sigma_t^N = \frac{1}{100} \text{VDAX}_t^N.$$

Der Vergleich mit einem Schätzer auf historischer Basis erfolgt zunächst durch die historisch realisierte Volatilität $\sigma_{t,m}^{HRV}$, berechnet anhand der dem Zeitpunkt t der Prognose vorausgehenden m realisierten logarithmierten Renditen:

$$(13) \quad \sigma_{t,m}^{HRV} = \sqrt{\frac{250}{m} \sum_{n=1}^m \left(\ln \frac{S_{t-n+1}}{S_{t-n}} \right)^2}.$$

Die Schätzung erfolgt dabei hier mit $m = 21$ auf Basis der letzten 21 Handelstage. Dieser Zeitraum entspricht dem betrachteten Prognosezeitraum von einem Monat, wobei für die Berechnung der tatsächlich realisierten Volatilität $RV_{t,k}$ auf Gleichung (10) zurückgegriffen wird.

Analog zu früheren Untersuchungen für den amerikanischen Markt (siehe etwa *Canina/Figlewski* (1993); *Blair et al.* (2001); *Jiang/Tian* (2005)) erfolgt die Untersuchung durch univariate wie auch multivariate (sogenannte encompassing) Regressionen, die verschiedene Schätzer un-

tereinander vergleichen. Das verwendete Regressionsmodell – das durch entsprechende Restriktionen die jeweilige Spezifikation erlaubt – hat die allgemeine Form:

$$(14) \quad RV_t = \alpha + \beta^N \sigma_t^N + \beta^V \sigma_t^V + \beta^{HRV} \sigma_t^{HRV} + \epsilon_t.$$

Neben Regression (14) mit Verwendung der einfachen Volatilität wird zudem auf die logarithmierte Volatilität abgestellt, womit sich als zweite Regression ergibt:

$$(15) \quad \ln(RV_t) = \alpha + \beta^N \ln(\sigma_t^N) + \beta^V \ln(\sigma_t^V) + \beta^{HRV} \ln(\sigma_t^{HRV}) + \epsilon_t.$$

Auf Basis beider Regressionsmodelle wird zunächst mittels univariater Regressionen untersucht, ob der jeweilige Volatilitätschätzer überhaupt Informationen bezüglich zukünftiger Volatilität enthält. Ist dies nicht der Fall, sollte der entsprechende Koeffizient β den Wert null annehmen, was der Nullhypothese $H_0: \beta = 0$ entspricht. Ist die betrachtete Variable dagegen ein unverzerrter Schätzer zukünftiger Volatilität, so sollte der Koeffizient β den Wert eins sowie die Konstante α den Wert null annehmen. Die korrespondierende Nullhypothese lautet demnach $H_0: \alpha = 0$ und $\beta = 1$. Die Überprüfung dieser verbundenen Hypothese erfolgt mittels F-Tests.

Im Rahmen der multivariaten Regressionen wird der VDAX bzw. VDAX-NEW mit dem Schätzer σ^{HRV} auf Basis historischer Renditen verglichen, um die Informationseffizienz der Indizes zu untersuchen. Ist der Schätzer σ^{HRV} redundant, d.h., enthält der jeweilige Volatilitätsindex sämtliche Informationen historischer Volatilität, so sollte der Koeffizient β^{HRV} den Wert null annehmen. Dies entspricht der Nullhypothese $H_0: \beta^{HRV} = 0$. Daneben lässt sich als weitere Hypothese zur Effizienz des Schätzers testen, inwieweit gleichzeitig auch der Koeffizient des jeweiligen Index den Wert eins annimmt, was der Nullhypothese $H_0: \beta^V = 1$ und $\beta^{HRV} = 0$ für den VDAX bzw. $H_0: \beta^N = 1$ und $\beta^{HRV} = 0$ für den VDAX-NEW entspricht. Ist der Schätzer auf Basis der Volatilitätsindizes darüber hinaus zudem unverzerrt, so gilt die Nullhypothese $H_0: \beta^V = 1$ und $\alpha = \beta^{HRV} = 0$ für den VDAX bzw. $H_0: \beta^N = 1$ und $\alpha = \beta^{HRV} = 0$ für den VDAX-NEW.

Schließlich werden beide Volatilitätsindizes untereinander verglichen, was sowohl ohne wie mit Einbezug des Schätzers auf historischer Basis erfolgt. Stellt der VDAX-NEW tatsächlich einen effizienteren Schätzer zukünftiger Volatilität als der VDAX dar, d.h., enthält dieser auch alle

relevanten Informationen des VDAX, so sollte dessen Koeffizient signifikant von null verschieden bzw. gleich eins sein; zudem sollten jene für VDAX und historische Volatilität null betragen. Dies entspricht der Nullhypothese $H_0: \beta^N = 1$ und $\beta^V = \beta^{HRV} = 0$.

Für die weitere Untersuchung wird der Vorgehensweise von *Christensen/Prabhala* (1998) gefolgt, überschneidungsfreie Perioden zu verwenden. Die Verwendung sich überschneidender Perioden kann zu Autokorrelation der Residuen und folglich zu inkonsistenten Regressionsergebnissen führen. Daher werden hier dem Prognosezeitraum von 30 Tagen entsprechend Perioden von einem Monat betrachtet.¹⁴

2. Ergebnisse

Die Ergebnisse der univariaten sowie multivariaten Regressionen sind in Tabelle 3 zusammengefasst. Angaben in Klammern unter den Schätzern der Regressionskoeffizienten sind deren Standardfehler, berechnet unter Berücksichtigung der Anpassung für Heteroskedasitität gemäß *White* (1980). Die Durbin-Watson-Statistik (DW) liegt in den meisten Fällen im Annahmebereich des Durbin-Watson-Tests, was auf nicht autokorrelierte Residuen hindeutet. F-Test(a) gibt die Statistik für den F-Test der verbundenen Hypothese auf Unverzerrtheit des Schätzers bei univariaten sowie auf Unverzerrtheit und Effizienz bei den multivariaten Regressionen an (der Test bezieht sich bei Vergleich der beiden Indizes auf den VDAX-NEW, d.h., auf die Nullhypothese $H_0: \beta^N = 1$ und $\alpha = \beta^V = \beta^{HRV} = 0$); F-Test(b) gibt die Test-Statistik auf Effizienz für die multivariaten Regressionen an (bei Vergleich der beiden Indizes bezieht sich der Test auf Nullhypothese $H_0: \beta^N = 1$ und $\beta^V = \beta^{HRV} = 0$). Zahlen in Klammern unter den F-Test-Statistiken geben die entsprechenden *p*-Werte an.

Betrachtet man zunächst die univariaten Regressionen für die einfache Volatilität, so zeigt sich, dass jeder Koeffizient β hoch signifikant von null abweicht, womit alle drei betrachteten Schätzer relevante Informationen bezüglich zukünftiger Volatilität beinhalten. Die Hypothese $H_0: \alpha = 0$ und $\beta = 1$, dass diese eine unverzerrte Prognose zukünftiger Volatilität darstellen, muss jedoch auf dem 1 %-Signifikanzniveau verworfen werden. Diese Feststellung bestätigt die Ergebnisse aus Tabelle 1, dass

¹⁴ Durbin-Watson-Statistiken (Werte geringer 0,1) für entsprechende Regressionen mit täglichen Daten deuten auf hohe Autokorrelation der Residuen hin.

Tabelle 3
Regressionen für 30 Tage Prognosezeitraum

α	β^N	β^V	β^{HRV}	R^2	DW	F-Test(a)	F-Test(b)
Panel A: Nominale Volatilität							
0,00 (0,011)	0,88 ⁺⁺ (0,056)			0,69	1,96	39,96 (0,000)	
-0,01 (0,012)		0,98 (0,063)		0,66	1,86	16,36 (0,000)	
0,05 (0,012)			0,75 ⁺⁺⁺ (0,070)	0,53	2,09	28,96 (0,000)	
-0,00 (0,012)	1,08 (0,125)		-0,20 ^{**} (0,100)	0,70	1,82	28,47 (0,000)	6,16 (0,003)
-0,01 (0,012)		1,05 (0,147)	-0,06 (0,122)	0,66	1,81	11,00 (0,000)	0,29 (0,750)
0,01 (0,012)	1,30 (0,210)	-0,48 ^{**} (0,232)		0,69	1,98	27,67 (0,000)	5,26 (0,006)
0,00 (0,012)	1,42 ⁺ (0,231)	-0,41 [*] (0,234)	-0,19 [*] (0,101)	0,70	1,85	21,91 (0,000)	4,74 (0,003)
Panel B: Logarithmierte Volatilität							
-0,19 (0,072)	0,98 (0,045)			0,68	1,73	35,86 (0,000)	
-0,01 (0,084)		1,01 (0,051)		0,65	1,66	14,59 (0,000)	
-0,41 (0,087)			0,76 ⁺⁺⁺ (0,048)	0,56	1,92	13,32 (0,000)	
-0,18 (0,072)	0,95 (0,107)		0,03 (0,090)	0,68	1,76	23,84 (0,000)	0,11 (0,892)
-0,10 (0,086)		0,88 (0,117)	0,11 (0,094)	0,65	1,76	10,18 (0,000)	0,66 (0,517)
-0,22 (0,084)	1,22 (0,247)	-0,25 (0,266)		0,68	1,73	24,08 (0,000)	0,38 (0,687)
-0,22 (0,085)	1,20 (0,248)	-0,28 (0,269)	0,05 (0,092)	0,68	1,78	18,05 (0,000)	0,33 (0,803)

Die Tabelle gibt die Ergebnisse der Regressionen für den Prognosezeitraum von 30 Tagen wieder ($N = 204$ Beobachtungen). Angaben in Klammern unter den Regressionskoeffizienten sind deren Standardfehler, berechnet unter Anpassung für Heteroskedasitität gemäß White (1980). F-Test(a) gibt die Statistik für den F-Test auf Unverzerrtheit des Schätzers bei den univariaten bzw. auf Unverzerrtheit und Effizienz bei den multivariaten Regressionen an; F-Test(b) gibt die Test-Statistik auf Effizienz an. Zahlen in Klammern unter den F-Test-Statistiken sind die entsprechenden p -Werte. Ein signifikant von eins verschiedener führender Regressionskoeffizient β^N bzw. β^V des jeweiligen Volatilitätsindex ist durch +, ++, +++ für das 10%-., 5%-., 1%-Signifikanzniveau gekennzeichnet; signifikant von null verschiedene darauf folgende Koeffizienten β^{HRV} bzw. β^V sind entsprechend durch *, **, *** markiert.

beide Indizes im Mittel größer sind als die tatsächlich realisierte Volatilität. Dies deckt sich mit der empirischen Beobachtung, dass stochastische Volatilität mit einem negativen Marktpreis des Risikos bewertet ist (d.h. einer positiven Risikoprämie).¹⁵ Damit ist die aus Optionspreisen abgeleitete risikoneutrale Volatilität höher als die korrespondierende unter dem empirischen Wahrscheinlichkeitsmaß.

Bezüglich der R^2 der univariaten Regressionen ist der höchste Wert für den VDAX-NEW (0,69), gefolgt vom VDAX (0,66) zu beobachten; die historische Volatilität weist dagegen mit 0,53 ein deutlich geringeres Bestimmtheitsmaß auf. Beide Volatilitätsindizes besitzen somit einen deutlich höheren Erklärungsgehalt als der Schätzer auf Basis historischer Renditen, wobei sich der VDAX-NEW als geringfügig besser gegenüber dem VDAX darstellt.¹⁶

Vergleicht man die Volatilitätsindizes in multivariaten Regressionen mit dem historischen Schätzer, so fällt zunächst auf, dass das entsprechende R^2 gegenüber der univariaten Betrachtung des jeweiligen Index kaum gestiegen ist. Realisierte Volatilität trägt somit kaum zum weiteren Erklärungsgehalt der Regression bei. Bezüglich des Koeffizienten β^{HRV} ist festzustellen, dass dieser für den VDAX nicht signifikant von null verschieden ist; für die Regression mit dem VDAX-NEW ist dieser zwar signifikant (5%-Niveau), nimmt allerdings einen negativen Wert an. Die Hypothese, dass die Volatilitätsindizes unverzerrte und effiziente Schätzer zukünftiger Volatilität darstellen (F-Test(a)), muss jeweils mit hoher Signifikanz (1%-Niveau) abgelehnt werden. Dagegen kann die Hypothese der Effizienz, d.h., $H_0: \beta^N = 1$ bzw. $\beta^V = 1$ und $\beta^{HRV} = 0$ (F-Test(b)) zumindest für den VDAX nicht verworfen werden.

Während diese Ergebnisse nicht unmittelbar auf eine Überlegenheit des VDAX-NEW hindeuten, zeigt sich beim direkten Vergleich der beiden Indizes in einer Regression, dass der VDAX-NEW einen signifikant (1%-Niveau) von null unterschiedlichen Koeffizienten aufweist, während die Koeffizienten β^V bzw. β^{HRV} zwar signifikant sind, jedoch jeweils negative Werte annehmen. Die Hypothese, dass der VDAX-NEW alle relevanten Informationen des VDAX enthält (F-Test(b)), muss allerdings hochsignifikant (1%-Niveau) verworfen werden.

¹⁵ Vgl. unter anderen die Studien von *Bakshi/Kapadia* (2003); *Jones* (2003); *Ang et al.* (2006); *Carr/Wu* (2009).

¹⁶ Die festgestellten Werte für das Bestimmtheitsmaß sind in ähnlicher Größenordnung wie die der Untersuchung von *Jiang/Tian* (2005) für den amerikanischen Markt.

Die Ergebnisse für die logarithmierte Volatilität sind qualitativ ähnlich. Der Koeffizient $\beta^{HRV} = 0$ der historischen Volatilität ist allerdings in keinem Fall mehr signifikant. Zwar muss die Hypothese des VDAX-NEW als unverzerrter und effizienter Schätzer immer noch hoch signifikant abgelehnt werden. Dass sowohl VDAX sowie VDAX-NEW effiziente Schätzer zukünftiger Volatilität darstellen, kann jedoch nicht mehr verworfen werden. Vergleicht man VDAX-NEW und VDAX in einer Regression, so ist der Koeffizient des VDAX insignifikant, während sich der des VDAX-NEW mit hoher Signifikanz (1%-Niveau) von null unterscheidet. Die Hypothese, dass der VDAX-NEW auch sämtliche Informationen des VDAX umfasst (F-Test(b)) kann ebenfalls nicht mehr verworfen werden. Gleiches gilt bei Einbezug der historisch realisierten Volatilität.

Als Fazit lässt sich somit zunächst konstatieren, dass beide Volatilitätsindizes verzerrte Schätzer zukünftiger Volatilität liefern. Die Ergebnisse legen darüber hinaus den Schluss nahe, dass der VDAX-NEW sämtliche Informationen des VDAX sowie realisierter Volatilität enthält und einen effizienteren Schätzer zukünftiger Volatilität darstellt. Gleichwohl deuten die Ergebnisse darauf hin, dass auch der VDAX alle relevanten Informationen historischer Volatilität enthält.¹⁷

Die Ergebnisse sind damit in Einklang mit denen anderer jüngerer Untersuchungen für den amerikanischen Markt, etwa von *Blair et al. (2001)*; *Giot (2002)* und *Jiang/Tian (2005)*, die ebenfalls einen höheren Informationsgehalt impliziter Volatilität gegenüber historisch realisierter Volatilität feststellen. Auch die Überlegenheit des VDAX-NEW gegenüber dem VDAX deckt sich mit den Resultaten von *Jiang/Tian (2005)*.

V. Tests auf Robustheit der Ergebnisse

1. Alternative Schätzer auf historischer Basis

Um die Validität der bisher erhaltenen Ergebnisse zu prüfen, werden im Folgenden neben der historisch realisierten Volatilität σ_t^{HRV} zwei weitere Schätzer zukünftig realisierter Volatilität auf historischer Basis betrachtet.

¹⁷ Bei Interpretation der Teststatistiken der Regression ist die hohe Multikollinearität der erklärenden Variablen zu berücksichtigen (vgl. Tabelle 2). Da Multikollinearität tendenziell höhere Standardfehler der Koeffizienten zur Folge hat, wird die Beurteilung der festgestellten Signifikanz von β^N nicht eingeschränkt. Zudem wurden Regressionen auf Basis orthogonalisierter Koeffizienten durchgeführt, die zu qualitativ ähnlichen Ergebnissen führen.

Dazu wird zum einen auf den RiskMetrics-Ansatz abgestellt. Sei RM_t die Varianz gemäß des RiskMetrics-Ansatzes, so bestimmt sich diese mit

$$(16) \quad RM_t = (1 - \lambda)r_{t-1}^2 + \lambda RM_{t-1},$$

wobei r_t die tägliche Rendite des DAX ist sowie λ die Beständigkeit der Varianz abbildet und standardmäßig mit 0,94 angenommen wird. Die annualisierte Volatilität σ_t^{RM} nach dem RiskMetrics-Ansatz ergibt sich durch entsprechende Reskalierung:

$$(17) \quad \sigma_t^{RM} = \sqrt{250 RM_t}.$$

Zur Implementierung wird der iterative Prozess (16) zum 1.1.1990, d.h. zwei Jahre vor Beginn des Untersuchungszeitraums, initialisiert.

Zum anderen werden Prognosen auf Basis eines GARCH-Modells betrachtet.¹⁸ Da in zahlreichen empirischen Untersuchungen auch für Aktienindizes ein asymmetrischer Zusammenhang zwischen Renditen und bedingter Varianz – die Auswirkung einer negativen Rendite auf die bedingte Varianz ist größer als die einer positiven – festgestellt wurde,¹⁹ wird hier der Vorgehensweise von *Blair et al. (2001)* gefolgt und auf das asymmetrische GARCH(1,1)-Modell (GJR-GARCH) nach *Glosten et al. (1993)* mit Spezifizierung wie folgt abgestellt:

$$(18) \quad \begin{aligned} r_t &= \mu + \epsilon_t, \\ \epsilon_t &\sim N(0, h_t), \\ h_t &= \omega + ah_{t-1} + \beta\epsilon_{t-1}^2 + \gamma I_{t-1}\epsilon_{t-1}^2. \end{aligned}$$

Dabei gibt r_t die tägliche Rendite des DAX an, μ ist deren Mittelwert und ϵ_t die Innovation der Rendite, die als normalverteilt mit Mittelwert null und bedingter Varianz h_t angenommen wird. Der asymmetrischen Wirkung von Schocks wird durch die Indikatorvariable I_t Rechnung getragen, die den Wert eins annimmt, wenn ϵ_t negativ ist.

Die Prognose der Varianz h_{t+1} für den nächsten Handelstag $t+1$ erhält man unmittelbar aus (18) mit

$$(19) \quad h_{t+1} = \omega + ah_t + \beta\epsilon_t^2 + \gamma I_t\epsilon_t^2.$$

¹⁸ Für empirische Untersuchungen zur Prognosegüte von GARCH-Modellen am deutschen Aktienmarkt vgl. *Schmitt (1994); Kaiser (1997)*.

¹⁹ Vgl. *Schwert (1989, 1990)*.

Für längere Zeithorizonte lässt sich die jeweils tägliche Vorhersage h_{t+n} für den Handelstag $t+n$ iterativ ermitteln als

$$(20) \quad h_{t+n} = \omega + (\alpha + \beta + 0,5\gamma) h_{t+n-1},$$

womit sich die annualisierte Volatilität $\sigma_{t,m}^{\text{GJR}}$ nach dem GJR-GARCH-Modell für den gesamten Prognosezeitraum von m Handelstagen ergibt mit

$$(21) \quad \sigma_{t,m}^{\text{GJR}} = \sqrt{\frac{250}{m} \sum_{n=1}^m h_{t+n}}.$$

Die Schätzung des GARCH-Modells erfolgt mittels der Quasi-Maximum-Likelihood-Methode, wobei die DAX-Renditen vom 1.1.1990 bis zum Tag vor der jeweiligen Vorhersage zur Parametrisierung verwendet werden.

Das betrachtete Regressionsmodell hat analog zu (15) die allgemeine Form:

$$(22) \quad \ln(RV_t) = \alpha + \beta^N \ln(\sigma_t^N) + \beta^V \ln(\sigma_t^V) + \beta^i \ln(\sigma_t^i) + \epsilon_t, \quad i = \text{RM, GJR},$$

wobei σ_t^i den Volatilitätsschätzer auf Basis des RiskMetrics-Ansatzes (RM) bzw. des GJR-GARCH-Modells (GJR) angibt. Aufgrund deren höherer Konformität zur Normalverteilung wird im Folgenden ausschließlich auf die logarithmierte Volatilität abgestellt.

Die Ergebnisse der univariaten sowie multivariaten Regressionen für das RiskMetrics- und das GJR-GARCH-Modell, die in Tabelle 4 zusammengefasst sind, bestätigen die aus den Regressionen mit der historisch realisierten Volatilität gezogenen Schlussfolgerungen. Grundsätzlich ist auch keiner der alternativen Schätzer auf historischer Basis bei Einbezug in eine multivariate Regression signifikant von null verschieden. Gleichzeitig kann die Hypothese, dass die Volatilitätsindizes effiziente Schätzer zukünftiger Volatilität darstellen, nicht verworfen werden. Vergleicht man VDAX-NEW und VDAX, so erweist sich der Koeffizient des VDAX-NEW (im Gegensatz zu dem des VDAX) weiterhin als signifikant von null verschieden (1 %-Niveau). Die Hypothese, dass der VDAX-NEW sämtliche Informationen des VDAX sowie des Schätzers auf historischer Basis enthält, kann ebenfalls, bis auf den Fall des Einbezugs des GJR-Schätzers, nicht verworfen werden.

Tabelle 4
**Regressions für 30 Tage Prognosezeitraum
(RiskMetrics und GJR-GARCH)**

α	β^N	β^V	β^{RM}	β^{GJR}	R^2	DW	F-Test(a)	F-Test(b)
-0,36 (0,085)			0,80+++ (0,048)		0,56	1,81	8,32 (0,000)	
0,30 (0,120)				1,23 (0,072)	0,51	1,51	9,78 (0,000)	
-0,19 (0,070)	1,05 (0,118)		-0,06 (0,102)		0,68	1,70	23,92 (0,000)	0,20 (0,819)
-0,08 (0,099)	0,90 (0,096)			0,14 (0,125)	0,68	1,76	24,32 (0,000)	0,64 (0,528)
-0,010 (0,086)		0,99 (0,136)	0,01 (0,111)		0,65	1,66	9,68 (0,000)	0,01 (0,986)
0,06 (0,105)		0,86 (0,105)		0,243 (0,131)	0,66	1,76	11,02 (0,000)	1,76 (0,174)
-0,22 (0,085)	1,23 (0,248)	-0,22 (0,285)	-0,04 (0,108)		0,68	1,72	18,01 (0,000)	0,28 (0,837)
-0,12 (0,104)	1,15 (0,247)	-0,27 (0,263)		0,14 (0,126)	0,68	1,79	18,40 (0,000)	6,05 (0,001)

Die Tabelle gibt die Ergebnisse der Regressions für den Prognosezeitraum von 30 Tagen bei Verwendung des RiskMetrics- sowie des GJR-GARCH-Modells zur Volatilitätsprognose auf historischer Basis wieder ($N = 204$ Beobachtungen), wobei ausschließlich logarithmierte Volatilität betrachtet wird. Angaben in Klammern unter den Regressionskoeffizienten sind deren Standardfehler, berechnet unter Anpassung für Heteroskedasitität gemäß White (1980). F-Test(a) gibt die Statistik für den F-Test auf Unverzerrtheit des Schätzers bei den univariaten bzw. auf Unverzerrtheit und Effizienz bei den multivariaten Regressionen an; F-Test(b) gibt die Teststatistik auf Effizienz an. Zahlen in Klammern unter den F-Test-Statistiken sind die entsprechenden p -Werte. Ein signifikant von eins verschiedener führender Regressionskoeffizient β^N bzw. β^V des jeweiligen Volatilitätsindex ist durch +, ++, +++ für das 10%--, 5%- und 1%-Signifikanzniveau gekennzeichnet; signifikant von null verschiedene darauf folgende Koeffizienten β^{RM} bzw. β^V sind entsprechend durch *, **, *** markiert.

2. Alternative Prognosezeiträume

Neben dem bisher betrachteten Zeitraum für die Volatilitätsprognose von 30 Tagen sollen zwei weitere Periodenlängen untersucht werden. Zahlreiche Studien haben in diesem Zusammenhang festgestellt, dass die Prognosegüte impliziter Volatilität deutlich vom verwendeten Prognosezeitraum abhängig ist. So zeigt etwa Giot (2002), dass das Bestimmtheitsmaß der Regressionen mit zunehmender Länge des Zeitraums zunächst steigt. Ähnliches berichten auch Frijns et al. (2009), wobei das R^2 ab einer bestimmten Länge des Prognosezeitraums wieder abnimmt. Auch die Testergebnisse der Regressionen unterscheiden sich mit der Periodenlänge.

Neben Betrachtung der realisierten Volatilität der nächsten sieben Kalendertage wird hier zudem der Zeitraum von 45 Kalendertagen analysiert; dieser entspricht dem Zeithorizont des VDAX. Dazu wird wiederum ausschließlich auf die logarithmierte Volatilität abgestellt und univariate sowie multivariate Regressionen gemäß (15) durchgeführt. Um die Ergebnisse vergleichbar zu halten, werden in allen Fällen dieselben Daten wie für den oben betrachteten Zeitraum von 30 Tagen verwendet. Dies führt dazu, dass sich für den Prognosezeitraum von 45 Tagen überlappende Perioden ergeben.

Tabelle 5 gibt die Ergebnisse für beide Zeiträume wieder. Die Durbin-Watson-Statistik für den Zeitraum von 45 Tagen deutet – wie erwartet – auf autokorrelierte Residuen hin. Die in Klammern unter den Koeffizienten angegebenen Standardfehler sind daher mit der für Autokorrelation und Heteroskedasztität robusten Methode nach Newey/West (1987) geschätzt.

Bezüglich der Ergebnisse für den Prognosezeitraum von sieben Tagen ist zunächst festzustellen, dass die entsprechenden Bestimmtheitsmaße geringer ausfallen als im Fall von 30 Tagen. Die Ergebnisse und die Schlussfolgerungen unterscheiden sich qualitativ jedoch nicht von denen des Zeitraums von einem Monat. Auch für den Prognosezeitraum von 45 Tagen ergeben sich keine grundsätzlich abweichenden Aussagen. Sowohl die R^2 wie die Ergebnisse der Teststatistiken weisen für diesen Zeitraum eine hohe Ähnlichkeit mit den Regressionsergebnissen für den Zeitraum von 30 Tagen auf. Darüber hinaus sind die Koeffizienten für den VDAX-NEW bei vergleichbarem Standardfehler näher bei eins, während die Werte der Koeffizienten des VDAX sowie der historischen Volatilität im Rahmen der multivariaten Regressionen näher bei null liegen.

3. Instrumentvariable-Regressionen

Christensen/Prabhala (1998) argumentieren, dass die Ergebnisse der gewöhnlichen Regressionen durch (Spezifikations-)Fehler in den verwendeten Variablen verzerrt sein können („error in variable problem“). Solche Verzerrungen können etwa durch nicht synchrone Optionspreise und Indexwerte bei Bestimmung der impliziten Volatilität, abweichendem empirischen stochastischen Prozess oder Geld-Brief-Spannen bedingt sein.

Für die vorliegende Untersuchung ist davon auszugehen, dass diese Fehler – soweit vorhanden – für den auf dem Black-Scholes-Modell ba-

Tabelle 5
Regressionen für 7 und 45 Tage Prognosezeitraum

α	β^N	β^V	β^{HRV}	R^2	DW	F-Test(a)	F-Test(b)
Panel A: 7 Tage Prognosezeitraum							
-0,15 (0,095)	1,06 (0,060)			0,60	1,97	56,06 (0,000)	
-0,06 (0,107)		1,08 (0,066)		0,57	1,91	33,19 (0,000)	
-0,42 (0,101)			0,80+++ (0,057)	0,48	1,96	13,49 (0,000)	
-0,15 (0,094)	1,09 (0,136)		-0,03 (0,112)	0,60	1,96	37,22 (0,000)	0,54 (0,586)
-0,06 (0,108)		1,00 (0,150)	0,07 (0,118)	0,57	1,94	22,17 (0,000)	0,94 (0,392)
-0,21 (0,113)	1,46 (0,326)	-0,42		0,60	1,99	37,78 (0,000)	1,08 (0,342)
-0,21 (0,114)	1,46 (0,328)	-0,42 (0,364)	-0,01 (0,115)	0,60	1,99	28,19 (0,000)	0,72 (0,534)
Panel B: 45 Tage Prognosezeitraum							
-0,24 (0,075)	0,93 (0,046)			0,67	1,28	47,64 (0,000)	
-0,15 (0,087)		0,96 (0,053)		0,65	1,21	25,37 (0,000)	
-0,48 (0,085)			0,70+++ (0,046)	0,53	1,42	35,96 (0,000)	
-0,25 (0,073)	0,97 (0,116)		-0,04 (0,090)	0,67	1,26	31,69 (0,000)	1,14 (0,323)
-0,15 (0,089)		0,94 (0,125)	0,02 (0,092)	0,65	1,22	16,84 (0,000)	0,37 (0,696)
-0,25 (0,085)	0,99 (0,230)	-0,06 (0,245)		0,67	1,28	31,62 (0,000)	1,07 (0,344)
-0,25 (0,085)	1,01 (0,237)	-0,04 (0,256)	-0,04 (0,092)	0,67	1,26	23,65 (0,000)	0,76 (0,517)

Die Tabelle gibt die Ergebnisse der Regressionen für die Prognosezeiträume von 7 Tagen und 45 Tagen wieder ($N = 204$ Beobachtungen), wobei ausschließlich logarithmierte Volatilität betrachtet wird. Angaben in Klammern unter den Regressionskoeffizienten sind deren Standardfehler, berechnet mit der Methode nach Newey/West (1987). F-Test(a) gibt die Statistik für den F-Test auf Unverzerrtheit des Schätzers bei den univariaten bzw. auf Unverzerrtheit und Effizienz bei den multivariaten Regressionen an; F-Test(b) gibt die Teststatistik auf Effizienz an. Zahlen in Klammern unter den F-Test-Statistiken sind die entsprechenden p -Werte. Ein signifikant von eins verschiedener führender Koeffizient β^N bzw. β^V des jeweiligen Volatilitätsindex ist durch +, ++, +++ für das 10%-~, 5%-~, 1%-Signifikanzniveau gekennzeichnet; signifikant von null verschiedene darauf folgende Koeffizienten β^{HRV} bzw. β^V sind entsprechend durch *, **, *** markiert.

sierenden VDAX höher ausfallen als für den VDAX-NEW, der auf kein Optionspreismodell mit entsprechenden restriktiven Annahmen abstellt. Zur Begegnung dieses potenziellen Problems wird der von *Christensen/Prabhala* (1998) vorgeschlagenen Vorgehensweise gefolgt, die Regressionen mit entsprechenden Instrumentvariablen der impliziten Volatilität durchzuführen:

$$(23) \quad \ln(RV_t) = \alpha + \beta^N \ln(INS_t^N) + \beta^V \ln(INS_t^V) + \beta^{HRV} \ln(\sigma_t^{HRV}) + \epsilon_t,$$

wobei INS_t^N die Instrumentvariable für den VDAX-NEW und INS_t^V die Instrumentvariable für den VDAX bezeichnen. Die Instrumentvariablen werden mittels vorgelagerter Regressionen bestimmt. Dazu erfolgt im Fall der univariaten Regressionen zunächst die Regression des jeweiligen Index auf den Indexwert des vorigen Handelstags als Instrument. Für die multivariaten Regressionen wird zusätzlich die historisch realisierte Volatilität als Instrument verwendet. Die mit der geschätzten Regressionsgleichung ermittelten Werte werden anschließend in einem zweiten Schritt in (23) für INS_t^N bzw. INS_t^V verwendet.

Die Ergebnisse der Instrumentvariable-Regressionen für die logarithmierten Volatilitäten sind in Tabelle 6 angegeben. Grundsätzlich ergeben sich keine beachtenswerten Differenzen zu den gewöhnlichen Regressionen (vgl. Tabelle 3). Die Koeffizienten der Volatitätsindizes sind weiterhin nahe eins; die Hypothese der Unterschiedlichkeit von eins kann wiederum nicht verworfen werden. In den multivariaten Regressionen ist der Koeffizient der historischen Volatilität in keinem Fall signifikant. Vergleicht man VDAX und VDAX-NEW, so ist der Koeffizient des VDAX-NEW wiederum signifikant von null verschieden, während der des VDAX insignifikant bleibt. Ebenso die Hypothese, dass der VDAX-NEW alle Informationen des VDAX enthält (F-Test(b)), kann weiterhin nicht verworfen werden. Somit bestätigen auch die Instrumentvariable-Regressionen die Ergebnisse der gewöhnlichen Regressionen.

VI. Zusammenfassung

Die von der Deutschen Börse publizierten Volatitätsindizes weisen fundamentale Unterschiede in der ihnen zugrunde liegenden Berechnungsweise auf. Während der VDAX die implizite *Black-Scholes*-Volatilität einer hypothetischen „At-the-money“-Option auf den DAX angibt, approximiert der VDAX-NEW die risikoneutral erwartete Volatilität als

Tabelle 6
**Ergebnisse der Instrumentvariable-Regressionen
für 30 Tage Prognosezeitraum**

α	β^N	β^V	β^{HRV}	R^2	DW	F-Test(a)	F-Test(b)
Panel A: Instrumentvariable für VDAX							
-0,12 (0,084)		0,99 (0,051)		0,62	1,66	13,35 (0,000)	
-0,14 (0,092)		0,78 (0,124)	0,18 (0,097)	0,62	1,79	10,37 (0,000)	1,57 (0,209)
Panel B: Instrumentvariable für VDAX-NEW und VDAX							
-0,22 (0,072)	0,96 (0,045)			0,63	1,73	31,83 (0,000)	
-0,21 (0,080)	0,83 (0,125)		0,12 (0,103)	0,64	1,77	22,18 (0,000)	0,89 (0,413)
-0,23 (0,090)	1,10 (0,323)	-0,14 (0,338)		0,63	1,73	21,64 (0,000)	0,28 (0,754)
-0,23 (0,092)	1,00 (0,375)	-0,18 (0,342)	0,13 (0,103)	0,64	1,78	16,62 (0,000)	0,66 (0,575)

Die Tabelle gibt die Ergebnisse der Instrumentvariable-Regressionen für den Prognosezeitraum von 30 Tagen wieder ($N = 204$ Beobachtungen), wobei ausschließlich logarithmierte Volatilität betrachtet wird. Als Instrument wird im Fall der univariaten Regressionen der Indexwert des vorigen Handelstags verwendet; für die multivariaten Regressionen wird zusätzlich die historisch realisierte Volatilität einbezogen. Angaben in Klammern unter den Regressionskoeffizienten sind deren Standardfehler, berechnet unter Anpassung für Heteroskedasitität gemäß White (1980). F-Test(a) gibt die Statistik für den F-Test auf Unverzerrtheit des Schätzers bei den univariaten bzw. auf Unverzerrtheit und Effizienz bei den multivariaten Regressionen an; F-Test(b) gibt die Test-Statistik auf Effizienz an. Zahlen in Klammern unter den F-Test-Statistiken sind die entsprechenden p -Werte. Ein signifikant von eins verschiedener führender Regressionskoeffizient β^N bzw. β^V des jeweiligen Volatilitätsindex ist durch +, ++, +++ für das 10 %-, 5 %-, 1 %-Signifikanzniveau gekennzeichnet; signifikant von null verschiedene darauf folgende Koeffizienten β^{HRV} bzw. β^V sind entsprechend durch *, **, *** markiert.

Portfolio tatsächlich gehandelter DAX-Optionen. Der VDAX-NEW ist damit unmittelbar ökonomisch interpretierbar und durch seine Konstruktion als Portfolio gehandelter Optionen zudem replizierbar.

Trotz der Unterschiede in der Berechnung weisen beide Volatilitätsindizes ein hohes Maß an Gemeinsamkeit auf. Volatilitätsprognosen auf Basis der Indizes liefern zunächst zwar nach oben verzerrte Schätzer zukünftig tatsächlich realisierter Volatilität. Die Ergebnisse deuten jedoch darauf hin, dass beide Indizes effiziente Schätzer darstellen, d.h., dass diese alle relevanten Informationen historischer Renditen umfassen. Der Vergleich von VDAX-NEW und VDAX legt zudem den Schluss nahe, dass der VDAX-NEW auch alle Informationen des VDAX enthält und

gegenüber diesem einen effizienteren Schätzer zukünftiger Volatilität darstellt.

Die Ergebnisse bestätigen damit die Resultate früherer Untersuchungen für den amerikanischen Markt. Damit wird die hohe Relevanz der DAX-Volatilitätsindizes, insbesondere des VDAX-NEW, für Volatitätsprognosen unterstrichen, welche aufgrund der öffentlichen Verfügbarkeit der Indizes zudem einfach umzusetzen sind.

Literatur

- Amin, K. I./Ng, V. K.* (1993): Options valuation with systematic stochastic volatility, in: *The Journal of Finance*, Vol. 48, No. 3, S. 881–910. – *Ang, A./Hodrick, R. J./Zhang, X.* (2006): The cross-section of volatility and expected returns, in: *The Journal of Finance*, Vol. 61, No. 1, S. 259–299. – *Bakshi, G. S./Kapadia, N.* (2003): Delta-hedged gains and the negative market volatility risk premium, in: *The Review of Financial Studies*, Vol. 16, No. 2, S. 527–566. – *Black, F.* (1976): The pricing of commodity contracts, in: *The Journal of Financial Economics*, Vol. 3, No. 1/2, S. 167–179. – *Black, F./Scholes, M.* (1973): The pricing of options and corporate liabilities, in: *The Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3, S. 637–654. – *Blair, B. J./Poon, S.-H./Taylor, S.* (2001): Forecasting S&P 100 volatility: The incremental information content of implied volatilities and high-frequency index returns, in: *The Journal of Econometrics*, Vol. 105, No. 1, S. 5–26. – *Bluhm, H. W./Yu, J.* (2001): Forecasting volatility: Evidence from the german stock market, in: *Franses, P. H./McAleen, M.* (Hrsg.), *Modelling and Forecasting Financial Volatility*, S. 173–193. – *Breeden, D. T./Litzenberger, R. H.* (1978): Prices of state-contingent claims implicit in option prices, in: *The Journal of Business*, Vol. 51, No. 4, S. 621–651. – *Britten-Jones, M./Neuberger, A.* (2000): Option prices, implied price processes, and stochastic volatility, in: *The Journal of Finance*, Vol. 55, No. 2, S. 839–866. – *Cannina, L./Figlewski, S.* (1993): The informational content of implied volatility, in: *The Review of Financial Studies*, Vol. 6, No. 3, S. 659–681. – *Carr, P./Wu, L.* (2006): A tale of two indices, in: *The Journal of Derivatives*, Vol. 13, No. 3, S. 13–29. – *Carr, P./Wu, L.* (2009): Variance risk premiums, in: *The Review of Financial Studies*, Vol. 22, No. 3, S. 1311–1341. – *CBOE* (2003): The VIX white paper, Chicago Board Options Exchange. – *Christensen, B. J./Prabhala, N. R.* (1998): The relation between implied volatility and realized volatility, in: *Journal of Financial Economics*, Vol. 50, No. 2, S. 125–150. – *Claessen, H./Mitnik, S.* (2002): Forecasting stock market volatility and the informational efficiency of the DAX-index options market, in: *The European Journal of Finance*, Vol. 8, No. 3, S. 302–321. – *Day, T. E./Lewis, C. M.* (1992): Stock market volatility and the Information Content of Stock Index Options, in: *Journal of Econometrics*, Vol. 52, No. 2, S. 125–150. – *Demeterfi, K./Derman, E./Kamal, M./Zou, J.* (1999): More than you ever wanted to know about volatility swaps, *Quantitative Strategies Research Notes*, Goldman Sachs. – *Deutsche Börse AG* (2007): Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse, Frankfurt a.M. – *Ederington, L. H./Guan, W.* (2002): Is implied volatility an informationally efficient and effective predictor of future volatility?, in: *Journal of*

Risk, Vol. 4, No. 3, S. 29–46. – *Fleming, J.* (1998): The quality of market volatility forecast implied by S&P 100 option prices, in: Journal of Empirical Finance, Vol. 5, No. 4, S. 317–345. – *Fleming, J./Ostdiek, B./Whaley, R. E.* (1995): Predicting stock market volatility: A new measure, in: The Journal of Futures Markets, Vol. 15, No. 3, S. 265–302. – *Frijns, B./Tallau, C./Tourani-Rad, A.* (2009): The information content of implied volatility: Evidence from Australia, in: The Journal of Futures Markets, Vol. 30, No. 2, S. 134–155. – *Giot, P.* (2002): The information content of implied volatility indexes for forecasting volatility and market risk, Working Paper, University of Namur. – *Glosten, L. R./Jagannathan, R./Runkle, D. E.* (1993): On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks, in: The Journal of Finance, Vol. 48, No. 5, S. 1779–1801. – *Jiang, G. J./Tian, Y. S.* (2005): The model-free implied volatility and its information content, in: The Review of Financial Studies, Vol. 18, No. 4, S. 1305–1342. – *Jiang, G. J./Tian, Y. S.* (2007): Extracting model-free volatility from option prices: An examination of the VIX index, in: The Journal of Derivatives, Vol. 14, No. 3, S. 35–60. – *Jones, C. S.* (2003): The dynamics of stochastic volatility: evidence from underlying and options markets, in: Journal of Econometrics, Vol. 116, No. 1/2, S. 181–224. – *Jorion, P.* (1995): Predicting volatility in the foreign exchange market, in: The Journal of Finance, Vol. 50, No. 2, S. 507–528. – *Kaiser, T.* (1997): Volatilitätsprognose mit Faktor-GARCH-Modellen: eine empirische Studie für den deutschen Aktienmarkt, Wiesbaden. – *Newey, W. K./West, K. D.* (1987): A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix, in: Econometrica, Vol. 55, No. 3, S. 703–708. – *Poon, S.-H./Granger, C. W. J.* (2003): Forecasting volatility in financial markets: A review, in: Journal of Economic Literature, Vol. 41, No. 2, S. 478–539. – *Schmitt, C.* (1994): Volatilitätsprognosen für deutsche Aktienkurse mit ARCH- und Markov-Mischungsmodellen, ZEW Discussion Paper, Mannheim. – *Schwert, G. W.* (1989): Why does stock market volatility change over time?, in: The Journal of Finance, Vol. 44, No. 5, S. 1115–1154. – *Schwert, G. W.* (1990): Stock market volatility and the crash of '87, in: The Review of Financial Studies, Vol. 3, No. 1, S. 727–752. – *Taylor, S. J./Yadav, P. K./Zhang, Y.* (2007): The information content of implied volatility and model-free volatility expectations: Evidence from options written on individual stocks, Working Paper, Lancaster University. – *White, H.* (1980): A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direkt test for heteroskedasticity, in: Econometrica, Vol. 48, No. 4, S. 817–838. – *Xu, X./Taylor, S. J.* (1995): Conditional volatility and the informational efficiency of the PHLX currency options markets, in: Journal of Banking & Finance, Vol. 19, No. 5, S. 803–821.

Zusammenfassung

Volatilitätsprognosen auf Basis der DAX-Volatilitätsindizes

Dieser Beitrag untersucht den Informationsgehalt der von der Deutschen Börse publizierten Volatilitätsindizes VDAX und VDAX-NEW hinsichtlich der Prognose zukünftig realisierter Volatilität der DAX-Renditen. Über einen Zeitraum von 17 Jahren von 1992 bis 2008 werden die Volatilitätsindizes untereinander sowie mit Volatilitätsmaßen auf Basis historischer Renditen verglichen. Neben historisch

realisierter Volatilität wird dazu auf den RiskMetrics-Ansatz sowie ein GARCH-Modell abgestellt. Die Ergebnisse legen den Schluss nahe, dass der VDAX-NEW alle relevanten Informationen historischer Renditen sowie des VDAX enthält und gegenüber diesem einen effizienteren Schätzer zukünftiger Volatilität darstellt. (JEL C22, G10)

Summary

Volatility Forecasts Based on the DAX Volatility Indices

This article analyses the information content of the volatility indices VDAX and VDAX-NEW published by the German Stock Exchange with respect to forecasts of the volatility of DAX returns realized in future. In a period of 17 years (1992–2008), the volatility indices are compared with one another as well as with volatility estimates based on historical measures. To this end, the analysis is based on the riskmetrics methodology as well as on a GARCH model besides the historically realized volatility. The results suggest that the VDAX-NEW contains all relevant information on historical returns as well as the VDAX and represents a more efficient estimator of future volatility compared with the VDAX.