

## **Vorschlag eines Bewertungskonzepts von Zertifikaten**

Von Armin Varmaz und Christian Fieberg, Bremen

### **I. Einleitung**

Das Ziel dieses Beitrags ist die Entwicklung und kritische Würdigung eines verallgemeinerten Konzepts zur analytischen Bewertung von Zertifikaten. Während in der Literatur hierfür vor allem Einzellösungen entwickelt und vorgestellt wurden, wird im Rahmen dieses Beitrags eine verallgemeinerte Bewertungskonzeption vorgestellt, mit der es möglich ist, nahezu jedes Zertifikat analytisch zu bewerten.

Eine Systematisierung von Zertifikaten in Klassen einheitlicher Konstruktion ermöglicht die Identifikation ihrer Komponenten. Die Kenntnis der Komponenten reduziert das Problem der Bewertung eines Zertifikats auf die Bewertung seiner Komponenten. Wie gezeigt wird, kann ein Großteil der Auszahlungsprofile von Zertifikaten durch die Auszahlungsprofile von Plain-Vanilla-Optionen und Barrier-Optionen dupliziert werden. Zur Bewertung von Barrier-Optionen hat *Haug* (2007) ein Set analytischer Lösungen zusammengetragen. Basierend auf diesem Set wird in dem vorliegenden Beitrag ein allgemeines Konzept zur Bewertung von Zertifikaten vorgestellt. Mit dessen Hilfe ist es möglich, nahezu jedes Zertifikat analytisch zu bewerten. Bisher wurden in der Literatur dagegen überwiegend Einzellösungen entwickelt.

Die Basis des hier vorgestellten Konzepts zur Bewertung von Zertifikaten bildet das Black/Scholes-Modell. Die Verwendung des Black/Scholes-Modells zur Bewertung von Zertifikaten kann kritisch betrachtet werden. Zum einen lassen empirische Phänomene wie die Volatility Surface Zweifel an der generellen Anwendbarkeit des Black/Scholes-Modells aufkommen. Zum anderen zeichnet sich insbesondere der Markt für Zertifikate durch Marktunvollkommenheiten aufgrund von Marktzugangsbeschränkungen und Transaktionskosten aus. Im Black/Scholes-Modell wird dagegen von einem vollkommenen Markt ausgegangen. In diesem Beitrag wird die Adäquanz des Black/Scholes-Modells zur Be-

wertung von Zertifikaten im Rahmen einer Simulationsstudie sowie auf Basis realer Zertifikatpreise kritisch gewürdigt.

Im Kapitel II werden die vorhandenen Literaturbeiträge zur Bewertung von Zertifikaten diskutiert. Im Kapitel III wird die Konstruktion von Zertifikaten dargestellt. Darauf aufbauend wird im Kapitel IV das verallgemeinerte Bewertungskonzept von Zertifikaten vorgestellt. Das Konzept wird in Kapitel V und VI kritisch gewürdigt. Kapitel V beinhaltet eine Gegenüberstellung des Black/Scholes-Modells und des Heston-Modells an einem fiktiven Zertifikat.<sup>1</sup> Kapitel VI beinhaltet eine, auf realen Zertifikatpreisen basierende, Untersuchung der Auswirkungen nicht berücksichtiger Marktunvollkommenheiten bei der Bewertung von Zertifikaten.

## II. Literaturüberblick

In der Literatur wurde eine Reihe von analytischen Einzellösungen zur Bewertung von Zertifikaten vorgestellt. *Burth et al. (2000)* zeigen analytische Lösungen für klassische Produkte mit und ohne Kuponzahlungen. *Wilkens et al. (2001)* präsentieren diese für Outperformance-Zertifikate, *Baule et al. (2004)* und *Wilkens et al. (2003)* für Aktienanleihen und Discount-Zertifikate. *Stoimenov/Wilkens (2004)* und *Stoimenov/Wilkens (2005)* stellen die Bewertungsformeln für klassische Produkte, Garantie-Produkte, Korridor-Produkte, Barrier-Produkte und Rainbow-Produkte und *Scholz et al. (2005)* die für Long- und Short-Turbozertifikate vor. *Ostrowski/Reichling (2009)* präsentieren die Bewertungslösungen für die klassischen Formen von Garantie-Zertifikaten, Discount-Zertifikaten, Outperformance-Zertifikaten, Airbag-Zertifikaten und Win-Win-Zertifikaten.

In einer Reihe von empirischen Untersuchungen wurden die finanzmathematischen Lösungen zur Ermittlung des theoretisch fairen Werts eines strukturierten Produkts angewendet und den tatsächlichen Preisen gegenübergestellt. Nachfolgend werden die Ergebnisse einiger Studien für den deutschen und schweizerischen Aktienmarkt vorgestellt. Die verwendete Methodik ist in allen Studien relativ ähnlich. In den meisten Fällen werden aus EUREX-Optionen implizite Volatilitäten ermittelt und diese mit den impliziten Volatilitäten des Zertifikats verglichen. Alternativ werden basierend auf den impliziten Volatilitäten der EUREX-Optionen

---

<sup>1</sup> Das Heston-Modell stellt eine Erweiterung des Black/Scholes-Modells um stochastische Volatilität dar.

Modellpreise für die Zertifikate errechnet, welche den tatsächlichen Zertifikatpreisen gegenübergestellt werden. *Burth et al.* (2000) untersuchen am Primärmarkt 275 konkave strukturierte Produkte mit und ohne Kuponzahlungen auf 19 verschiedene Schweizer Basiswerte von 15 Emittenten, ausstehend am 01.08.1999. Sie kommen zu dem Ergebnis, dass im Durchschnitt eine Überbewertung der strukturierten Produkte von 2 % vorliegt, die abhängig von der Produktkomplexität und vom Emittent ist. *Wilkens et al.* (2003) untersuchen am Sekundärmarkt 910 Discount-Zertifikate und Reverse Convertibles auf DAX- und NEMAX-Basiswerte im November 2001. Sie stellen durchschnittlich eine Überbewertung der strukturierten Produkte von 4 %-10 %, insbesondere in Abhängigkeit von der Restlaufzeit, fest. *Baule et al.* (2004) untersuchen am Sekundärmarkt 272 Discount-Zertifikatvarianten auf den DAX, ausstehend am 28.01.2003. Im Durchschnitt ermitteln sie eine vergleichsweise geringe Überbewertung der Zertifikate von 0,9 %, abhängig von der Restlaufzeit und vom Emittent. *Scholz et al.* (2005) untersuchen am Primärmarkt 23 Long- und Short-Turbozertifikate, emittiert von ABN-AMRO auf die Performanceindizes von DAX und TECDAX, ausstehend am 15.05.2003 und 26.09.2003 nach einer vom Emittenten kommunizierten Preisfunktion. Sie stellen fest, dass die beobachtbaren Zertifikatpreise restlaufzeitabhängig um 2 %-3 % über ihren finanzmathematischen Werten liegen. *Stoimenov/Wilkens* (2004) und *Stoimenov/Wilkens* (2005) untersuchen sämtliche am Primär- und Sekundärmarkt gehandelten strukturierten Produkte (ca. 2.725) auf den DAX sowie DAX-Titel für den Zeitraum 31.08.2001–10.10.2002. Sie kommen zu dem Ergebnis, dass im Durchschnitt eine restlaufzeitabhängige und produktkomplexitätsabhängige Überbewertung der strukturierten Produkte von 3 % vorliegt.<sup>2</sup>

Die in der Literatur vorgestellten und in den empirischen Untersuchungen verwendeten analytischen Lösungen basieren wie das in diesem Beitrag vorgestellte Bewertungskonzept auf dem Modell nach *Black/Scholes* (1973) und *Merton* (1973).<sup>3</sup> Empirisch zeigt jedoch das Vorliegen der Volatility Surface, dass die Annahmen des Black/Scholes-Modells von der Realität abweichen. Als Volatility Surface wird die sich ändernde implizite Volatilität in Abhängigkeit von Basispreis (Volatility Skew) und Laufzeit (Term Structure Effect) bezeichnet.<sup>4</sup> Bei Gültigkeit

<sup>2</sup> Eine Übersicht zu weiteren Studien kann u. a. *Stoimenov/Wilkens* (2004) entnommen werden.

<sup>3</sup> Hier kurz als Black/Scholes-Modell bezeichnet.

<sup>4</sup> Vgl. *Dumas et al.* (1998), *Das/Sundaram* (1999).

des Black/Scholes-Modells dürfte sich die implizite Volatilität nicht ändern.<sup>5</sup> Um diesem Effekt Rechnung zu tragen, wurden zahlreiche Erweiterungen des ursprünglichen Black/Scholes-Modells vorgenommen. Hierzu gehören die Modelle mit lokaler Volatilität, Sprung-Diffusionsprozesse sowie Modelle mit stochastischer Volatilität.<sup>6</sup> *Bakshi et al.* (1997) und *Jiang* (2002) zeigen, dass sich unter Verwendung von Modellen mit stochastischer Volatilität geringere Abweichungen des Modellpreises vom realen Preis ergeben können als unter Verwendung des ursprünglichen Black/Scholes-Modells. Ein weiteres Problem bei der Verwendung des Black/Scholes-Modells im Rahmen der empirischen Untersuchungen zur Preisstellung von Zertifikaten bildet die Annahme der Marktvollkommenheit.<sup>7</sup> Die Existenz von Zertifikaten ist darauf zurückzuführen, dass Investoren aufgrund von Marktunvollkommenheiten wie Marktzugangsbeschränkungen und Transaktionskosten in der Regel die Möglichkeit zur eigenen Kreation derartiger Auszahlungsprofile fehlt.<sup>8</sup> Aufgrund dieser Marktunvollkommenheiten kann es dazu kommen, dass Emittenten Preise stellen, die über den bei angenommener Marktvollkommenheit theoretisch fairen Preisen liegen. Neben Zeichnungsfristen (Primärmarkt) können Zertifikate auch über den sich anschließenden börslichen und außerbörslichen Handel (Sekundärmarkt) erworben werden. Der börsliche Handel suggeriert einen sich aus Angebot und Nachfrage ergebenden Gleichgewichtspreis. In der Regel treten jedoch die Emittenten als Market Maker auf, die damit faktisch sowohl auf dem Primär- als auch auf dem Sekundärmarkt die Preisstellung innehaben. Kosten aufgrund von Marktunvollkommenheiten wie die Kosten für die Produktstrukturierung oder für den Vertrieb können von Emittenten am Primärmarkt direkt im absoluten Preisniveau des Zertifikats oder in den Transaktionskosten berücksichtigt werden. Am Sekundärmarkt können sie von Emittenten im absoluten Preisniveau des Zertifikats oder im Bid-Ask-Spread erfasst werden. In der Regel werden derartige Kosten in empirischen Untersuchungen nicht berücksichtigt, sodass es zu einer Verzerrung der Ergebnisse kommt. Aufgrund der fehlenden Berücksichti-

---

<sup>5</sup> Vgl. *Cont et al.* (2002), S. 362.

<sup>6</sup> Vgl. *Copeland et al.* (2008), S. 364. Insbesondere zur stochastischen Volatilität wurde in der Literatur eine Vielzahl von Modellen entwickelt. Stellvertretend seien hier *Hull/White* (1987), *Johnson/Shanno* (1987), *Melino/Turnbull* (1990) und *Heston* (1993) genannt. Für einen Überblick sei auf *Ghysels et al.* (1996) und *Lewis* (2000) verwiesen.

<sup>7</sup> Vgl. hierzu u.a. *Burth et al.* (2000), S. 357, *Baule et al.* (2004), S. 825, und *Stoimenov/Wilkens* (2005), S. 2979.

<sup>8</sup> Vgl. *Baule et al.* (2004), S. 825.

gung in der empirischen Literatur werden Bewertungsfehler durch die Nichtbeachtung der Volatility Surface oder von Marktunvollkommenheiten in diesem Beitrag gesondert betrachtet.

### III. Definition und Systematisierung von Zertifikaten

Zertifikate sind feste, nicht abtrennbare Verknüpfungen aus Kassa- und derivativen Finanzinstrumenten und gehören damit zu den strukturierten Finanzinstrumenten.<sup>9</sup> Die Bewertung von Zertifikaten ist unzertrennlich mit ihrer Konstruktion verbunden. Zum Zwecke einer einfacheren und umfassenderen Bewertung von Zertifikaten werden in diesem Kapitel Klassen von Zertifikaten gebildet, die eine einheitliche Konstruktion aufweisen.

Analog zur Unterscheidung in Long- und Short-Optionen können auch Zertifikate in Long- und Short-Produkte unterschieden werden. Man spricht in diesem Zusammenhang von Grundformen von Zertifikaten.<sup>10</sup> Long-Zertifikate profitieren von Kursgewinnen, Short-Zertifikate von Kursverlusten des Basiswerts.<sup>11</sup> Die Duplikation der Long-Grundform bei Zertifikaten erfolgt in der Regel über den Kauf des Basiswerts oder den Kauf einer Null-Basispreis-Long-Call-Option. Die Short-Grundform wird in der Regel über den Leerverkauf des Basiswerts oder den Kauf einer Long-Put-Option mit einem Basispreis in Höhe von 200 % des Basiswertkurses bei Emission konstruiert. Die Möglichkeit, den Kauf des Basiswerts bzw. den Leerverkauf des Basiswerts durch Plain-Vanilla-Optionen zu duplizieren, verdeutlicht die Relevanz von Plain-Vanilla-Optionen für die Duplikation der Auszahlungsprofile von Zertifikaten und damit für ihre Bewertung.<sup>12</sup>

Neben der Differenzierung von Zertifikaten nach ihrer Grundform können sie weiter nach ihrem Gewinnpotenzial differenziert werden. Bei Produkten mit begrenztem Gewinnpotenzial werden ihre Gewinne ab einem vordefinierten Kurs des Basiswerts neutralisiert, während bei Produkten mit unbegrenztem Gewinnpotenzial diese Neutralisierung nicht stattfin-

<sup>9</sup> Vgl. *Das* (2001), S. 1, *Wohlwend* (2004), S. 5. Für einen breiten Literaturüberblick und die kritische Würdigung existierender Definitionen von strukturierten Produkten vgl. *Walter* (2007), S. 35–53.

<sup>10</sup> Vgl. *Scholz* et al. (2005), S. 87.

<sup>11</sup> Short-Zertifikate werden in der Praxis häufig durch ein „Reverse“ am Anfang des Namens gekennzeichnet.

<sup>12</sup> Zur Darstellung der Plain-Vanilla-Optionen vgl. *Rudolph/Schäfer* (2005), S. 19, *Copeland* et al. (2008), S. 268, *Bloß* et al. (2008), S. 25.

*Tabelle 1*  
**Systematisierung von Zertifikaten:  
Klassen und Konstruktion**

Klasse	Beschreibung	Konstruktion
1	Pfadunabhängige Zertifikate mit begrenztem Gewinnpotenzial	Plain-Vanilla-Option (Grundform) + Plain-Vanilla-Option (Neutralisierung Grundform)
2	Pfadabhängige Zertifikate mit begrenztem Gewinnpotenzial	Plain-Vanilla-Option (Grundform) + Plain-Vanilla-Option (Neutralisierung Grundform) + Barrier-Option (Pfadabhängigkeit)
3	Pfadunabhängige Zertifikate mit unbegrenztem Gewinnpotenzial	Plain-Vanilla-Option (Grundform)
4	Pfadabhängige Zertifikate mit unbegrenztem Gewinnpotenzial	Plain-Vanilla-Option (Grundform) + Barrier-Option (Pfadabhängigkeit)

det. Die Neutralisierung der Gewinne wird durch Short-Calls (im Falle einer Long-Grundform) bzw. durch Short-Puts (im Falle einer Short-Grundform) erreicht, also wiederum durch Plain-Vanilla-Optionen.

Weiter können Zertifikate danach differenziert werden, ob sie Pfadabhängigkeiten aufweisen. Die Auszahlung am Fälligkeitstag hängt bei pfadabhängigen Produkten auch von Ereignissen während der Laufzeit ab. Bei einem pfadunabhängigen Produkt spielt lediglich der Kurs des Basiswerts bei Fälligkeit eine Rolle. Man kann diese Pfadabhängigkeiten durch den Einsatz von Barrier-Optionen kreieren.<sup>13</sup>

Zertifikate lassen sich somit nach ihrer Grundform, dem Gewinnpotenzial und der Pfadabhängigkeit systematisieren.<sup>14</sup> Eine erste, vereinfachte Systematisierung anhand dieser Merkmale beinhaltet Tabelle 1. Diese Systematisierung hat den immanenten Vorteil, dass aus ihr unmittelbar die Komponenten ersichtlich werden, die man zur Replikation der Zahlungsströme eines Zertifikats benötigt. Daher bezeichnen wir die so ge-

<sup>13</sup> Vgl. *Taleb* (1997), S. 313. Zur Darstellung der Barrier-Optionen vgl. *Rudolph/Schäfer* (2005), S. 333–334, *Sandmann* (2001), S. 55–56, *Nelken* (1996), S. 3–7.

<sup>14</sup> Für alternative Systematisierungen vgl. *Wohlwend* (2004), S. 10–11, *Stoimenov/Wilkens* (2004), S. 207, *Wilkens/Stoimenov* (2005), S. 512–517.

bildeten Gruppen als Klassen einheitlicher Konstruktion. Die hinsichtlich ihrer Auszahlungsprofile vielfältige Welt der Zertifikate kann somit auf wenige Merkmale, die zudem die zur Bewertung notwendigen Komponenten anzeigen, reduziert werden. Der durch Plain-Vanilla-Optionen und Barrier-Optionen duplizierbare Anteil entspricht ca. 95%<sup>15</sup> der derzeit emittierten Zertifikate. Eine Integration der übrigen Zertifikatskonstruktionen in ein verallgemeinertes Bewertungskonzept wird in einem nächsten Schritt angestrebt.

In der Tabelle im Anhang befinden sich Informationen darüber, welche Plain-Vanilla-Option bzw. Barrier-Option bei den existierenden Zertifikaten konkret für die Grundform, die Neutralisierung der Grundform und die Pfadabhängigkeit verantwortlich ist. Diese Information wird für den nachfolgend vorgestellten analytischen Bewertungsrahmen benötigt.

#### **IV. Ein verallgemeinertes Zertifikatbewertungskonzept**

Das von *Haug* (2007) zusammengetragene Set analytischer Lösungen ermöglicht die Bewertung von Barrier-Optionen im Rahmen der Theorie risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten.<sup>16</sup> Mit diesem Set ist die Bewertung von Plain-Vanilla-Optionen ebenfalls möglich, sodass ein einheitlicher Bewertungsrahmen für alle Optionen vorliegt, die zur Konstruktion von Zertifikaten benötigt werden. Das Set nach *Haug* (2007) besteht aus den Gleichungen 1–6.

1.  $A = \varphi S_0 e^{-DT} \Phi(\varphi x_1) - \varphi K e^{-RT} \Phi(\varphi x_1 - \varphi \sigma \sqrt{T})$
2.  $B = \varphi S_0 e^{-DT} \Phi(\varphi x_2) - \varphi K e^{-RT} \Phi(\varphi x_2 - \varphi \sigma \sqrt{T})$
3.  $C = \varphi S_0 e^{-DT} (B/S_0)^{2(\mu+1)} \Phi(\eta y_1) - \varphi K e^{-RT} (B/S_0)^{2\mu} \Phi(\eta y_1 - \eta \sigma \sqrt{T})$
4.  $D = \varphi S_0 e^{-DT} (B/S_0)^{2(\mu+1)} \Phi(\eta y_2) - \varphi K e^{-RT} (B/S_0)^{2\mu} \Phi(\eta y_2 - \eta \sigma \sqrt{T})$
5.  $E = R b e^{-RT} \left[ \Phi(\eta x_2 - \eta \sigma \sqrt{T}) - (B/S_0)^{2\mu} \Phi(\eta y_2 - \eta \sigma \sqrt{T}) \right]$
6.  $F = R b \left[ (B/S_0)^{\mu+\lambda} \Phi(\eta z) + (B/S_0)^{\mu-\lambda} \Phi(\eta z - 2\eta \lambda \sigma \sqrt{T}) \right]$

---

<sup>15</sup> Ermittelt auf Basis der Statistiken des Deutschen Derivateverbandes.

<sup>16</sup> Die Theorie risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten bildet die Basis der bekannten Optionspreisformel nach *Black/Scholes* (1972), vgl. auch *Merton* (1973) und *Rubinstein/Reiner* (1991).

mit:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{\ln(S_0/K)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T} & x_2 &= \frac{\ln(S_0/B)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T} \\
 y_1 &= \frac{\ln(B^2/S_0 K)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T} & y_2 &= \frac{\ln(B/S_0)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T} \\
 z &= \frac{\ln(B/S_0)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T} & \lambda &= \sqrt{\mu^2 + \frac{2R}{\sigma^2}} \\
 \mu &= \frac{(R - D) - \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma^2}
 \end{aligned}$$

wobei:

- $S_0$ : Kurs des Basiswerts
- $K$ : Basispreis
- $B$ : Barriere
- $\sigma$ : Volatilität der Rendite des Basiswerts
- $R$ : risikofreier Zinssatz
- $D$ : Dividende
- $Rb$ : Rabatt bei Knock-Out einer Barrier-Option
- $\Phi(\cdot)$ : Wert der kumulierten Standardnormalverteilung
- $\phi, \eta$ : Klassenauswahlparameter

Um eine Option mittels des Sets zu bewerten, sind zwei Schritte notwendig. Im ersten Schritt sind die Klassenauswahlparameter  $\eta$  und  $\phi$  zu wählen und im zweiten Schritt die Werte A bis F (Gl. 1 bis Gl. 6) geeignet zu kombinieren. Zur Bewertung einer Up-and-Out-Call-Barrier-Option, deren Basispreis unterhalb der Barriere liegt, sind z.B. die Wahl von  $\phi = 1$  und  $\eta = -1$  notwendig (Schritt 1). Um den Preis der Option zu bestimmen, sind die Ergebnisse der analytischen Lösungen dann wie folgt zu kombinieren: A – B + C – D + F (Schritt 2). Eine vollständige Auflistung zur Wahl der Klassenauswahlparameter und zur Kombination der analytischen Lösungen kann der Tabelle 2 entnommen werden.

Im Kapitel III. wurde erläutert, wie die Zahlungsströme von nahezu allen Zertifikaten auf Basis von Plain-Vanilla- und Barrier-Optionen dupliziert werden können. Gleichzeitig sind zur Bewertung dieser Optionen die Gl. 1 bis Gl. 6 hinreichend. Damit stellt dieses Set auch ein umfassendes Konzept zur Bewertung von Zertifikaten dar. Ihre Bewertung kann durch Addition der Preise der im Zertifikat enthaltenen Optionen erfolgen. Anders als in den im Kapitel II. diskutierten Bewer-

Tabelle 2

**Wahl Klassenauswahlparameter und Kombination analytischer Lösungen  
zur Bewertung von Plain-Vanilla-Optionen und Barrier-Optionen**

Option	Klassenauswahl- parameter		Kombinationen zur Preisbestimmung
	$\eta$	$\phi$	
<i>Plain-Vanilla-Optionen</i>			
Long Call		1	A
Short Call		1	-A
Long Put		-1	A
Short Put		-1	-A
<i>Barrier-Optionen</i>			
Down and Out Call ( $K > B$ )	1	1	A - C + F
Down and Out Call ( $K < B$ )	1	1	B - D + F
Down and In Call ( $K > B$ )	1	1	C + E
Down and In Call ( $K < B$ )	1	1	A - B + D + E
Up and Out Call ( $K > B$ )	-1	1	F
Up and Out Call ( $K < B$ )	-1	1	A - B + C - D + F
Up and In Call ( $K > B$ )	-1	1	A + E
Up and In Call ( $K < B$ )	-1	1	B - C + D + E
Down and Out Put ( $K > B$ )	1	-1	A - B + C - D + F
Down and Out Put ( $K < B$ )	1	-1	F
Down and In Put ( $K > B$ )	1	-1	B - C + D + E
Down and In Put ( $K < B$ )	1	-1	A + E
Up and Out Put ( $K > B$ )	-1	-1	B - D + F
Up and Out Put ( $K < B$ )	-1	-1	A - C + F
Up and In Put ( $K > B$ )	-1	-1	A - B + D + E
Up and In Put ( $K < B$ )	-1	-1	C + E

tungsvorschlägen handelt es sich hier nicht um Einzellösungen für spezifische Zertifikate, sondern um ein verallgemeinertes Konzept zur Bewertung von Zertifikaten. Dieses ermöglicht die Bewertung von nahezu allen existierenden Zertifikaten auf der Basis von 6 Gleichungen (Gl. 1 bis Gl. 6). Eventuell auftretende Bewertungsfehler des vorgestellten, auf dem Black/Scholes-Modell basierenden, Konzepts werden in den folgenden Kapiteln untersucht.

## V. Kritische Würdigung der Bewertungskonzeption: Die Volatility Surface

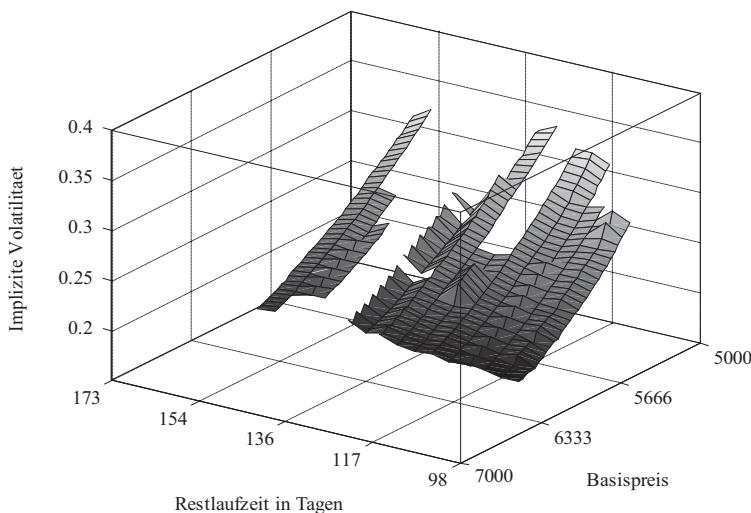
### 1. Empirische Befunde

Die empirisch beobachtbare Volatility Surface zeigt, dass sich die implizite Volatilität einer Option in Abhängigkeit von Basispreis und Laufzeit ändert. Dieser empirische Befund widerspricht dem Black/Scholes-Modell, das eine konstante implizite Volatilität annimmt. In Abbildung 1 ist die Volatility Surface für 522 Plain-Vanilla-Long-Call-Optionen mit einer Restlaufzeit zwischen 3 und 6 Monaten und einem Basispreis zwischen 5.000 und 7.000 Punkten auf den Basiswert DAX (Kurs: 6.601 Punkte, Datum: 29.10.2010) dargestellt.<sup>17</sup>

Die Kombination aus dem Smile-Effekt (Veränderung der impliziten Volatilität in Abhängigkeit von dem Basispreis) und dem Term-Structure-Effekt (Veränderung der impliziten Volatilität in Abhängigkeit von der Laufzeit) wird auch als Volatility Surface bezeichnet. Die Volatility Surface weist eine implizite Wahrscheinlichkeitsverteilung auf, die mit der vom Black/Scholes-Modell unterstellten logarithmischen Normalverteilung nicht übereinstimmt. Die implizite Wahrscheinlichkeitsverteilung besitzt gegenüber der logarithmischen Normalverteilung schwerere Ränder, wobei der linke Rand stärker ausgeprägt ist als der rechte Rand. Aufgrund des Unterschieds zwischen impliziter und unterstellter Wahrscheinlichkeitsverteilung entstanden zahlreiche Erweiterungen des ursprünglichen Black/Scholes-Modells. Besondere Beachtung haben dabei die Optionspreismodelle mit stochastischer Volatilität gefunden. Mit dem Heston-Modell wird ein wichtiger Vertreter dieser Klasse vorgestellt.

---

<sup>17</sup> Datenquelle: Onvista.



*Abbildung 1: Volatility Surface, Long-Call-Optionen auf den DAX am 29.10.2010*

## 2. Das Heston-Modell

Mithilfe von Modellen mit stochastischer Volatilität können auch Schiefe und Kurtosis einer Verteilung modelliert werden. Bereits in Kapitel II wurde auf wesentliche Literaturbeiträge zu Modellen mit stochastischer Volatilität verwiesen. Im Folgenden wird exemplarisch das Modell mit stochastischer Volatilität nach Heston (1993) vorgestellt. Heston unterstellt wie Black/Scholes und Merton einen Diffusionsprozess für den Basiswert, verwendet anstelle einer konstanten Varianz aber eine stochastische, die einem Ornstein/Uhlenbeck-Prozess in der Form des Quadratwurzelprozesses folgt. Der Ornstein/Uhlenbeck-Prozess ist ein Mean-Reverting-Prozess mit dem Gleichgewichtsniveau bzw. langfristigen Mittelwert  $\theta$ , der Diffusion bzw. Volatilität  $\sigma$  und der Steifigkeit bzw. der Geschwindigkeit  $\kappa$ , mit der sich der Prozess dem langfristigen Mittelwert nähert. Die stochastischen Differentialgleichungen für Basiswert und Volatilität sind in Gl. 7–9 dargestellt.

7.  $dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{V_t} S_t dW_t^1$
8.  $dV_1 = \kappa(\theta - V_1)dt + \sigma\sqrt{V_1}dW_t^2$
9.  $dW_t^1 dW_t^2 = \rho dt$

mit:

$S$	Kurs des Basiswerts
$\mu$	erwartete Rendite des Basiswerts
$V$	Varianz des Basiswerts
$\theta$	langfristiger Mittelwert
$\sigma$	Volatilität der Varianz des Basiswerts
$\alpha$	Mean-Reversion-Geschwindigkeit
$W^1, W^2$	Wiener Prozesse, standardnormalverteilte Zufallsvariablen
$\rho$	Korrelation zwischen den standardnormalverteilten Zufallszahlen der stochastischen Prozesse für den Basiswert und die Volatilität

Für die Korrelation zwischen den stochastischen Prozessen für den Basiswert und seine Varianz gilt folgende Beziehung: Ist die Korrelation größer (kleiner) Null, so steigt (sinkt) die Volatilität infolge eines steigenden Kurs des Basiswerts bzw. dessen Rendite. Dies führt dazu, dass der linke Rand der Verteilung schwächer (schwerer), der rechte Rand der Verteilung schwerer (schwächer) wird. Für die Volatilität der Varianz des Basiswerts gilt folgender Zusammenhang: Je größer (geringer) die Volatilität der Varianz des Basiswerts desto leptokurtischer/spitzgipfliger (platykurtischer) ist die Verteilung bzw. desto größer (geringer) sind Wölbung und Ränder der Verteilung.

Das Heston-Modell ist in Bezug auf die angenommene Verteilung des Basiswerts flexibler als das originäre Black/Scholes-Modell. Es ermöglicht daher eine bessere Approximation der Realität. Der Nachteil liegt in der deutlich gestiegenen Modellkomplexität. Im Black/Scholes-Modell sind lediglich der risikofreie Zinssatz und die Volatilität des Basiswerts zu bestimmen. Im Heston-Modell sind dagegen neben dem risikofreien Zinssatz, die Mean-Reversion-Geschwindigkeit, der langfristige Mittelwert der Varianz, die Volatilität der Varianz, die Korrelation zwischen Basiswert und Varianz sowie die Initialvarianz zu bestimmen. Die unterstellte stochastische Varianz des Basiswerts kann in Finanzmarktzeitreihen nicht direkt beobachtet werden. Entsprechend können auch die Parameter des stochastischen Prozesses für die Varianz nicht direkt aus Finanzmarktzeitreihen geschätzt werden. Aus diesem Grund wird oftmals darauf zurückgegriffen, am Markt beobachtbare Optionen auszuwählen, die Modellparameter nach ihnen zu kalibrieren und die kalibrierten Modellparameter für weitere Bewertungen zu nutzen.

### 3. Fallstudie: Nichtberücksichtigung der Volatility Surface

In diesem Kapitel wird anhand eines fiktiven Zertifikats untersucht, welcher Bewertungsfehler sich ergibt, wenn anstelle des Black/Scholes-Modells ein Modell mit stochastischer Volatilität, das Heston-Modell, unterstellt wird. Unter Verwendung eines realen Zertifikats sind etwaige Preisdifferenzen zwischen dem Black/Scholes-Modell und dem Heston-Modell nicht losgelöst von etwaigen Fehlspezifizierungen der Modellparameter zu analysieren. Um die Effekte der Verwendung eines Modells mit stochastischer Volatilität zu demonstrieren, wird daher ein fiktives Zertifikat unterstellt.<sup>18</sup> Als Vertreter eines pfadabhängigen Zertifikats mit begrenztem Gewinnpotenzial wird das Capped-Bonus-Zertifikat (CBZ) der Grundform Short verwendet. Exemplarisch seien eine Barriere von 130, ein Basispreis von 100 und ein Cap von 70 angenommen. Entsprechend den Ausführungen in Kapitel III kann das Auszahlungsprofil des Capped-Bonus-Zertifikats, wie in Tabelle 3 dargestellt, dupliziert werden.

*Tabelle 3*  
**Komponenten des Capped-Bonus-Zertifikats**

	Abkürzung	Anzahl	Basispreis	Barriere
Plain-Vanilla-Option, Long Put	PV, LP	1	200	
Plain-Vanilla-Option, Short Put	PV, SP	1	70	
Barrier-Option, Up and Out Call Zertifikat, Capped Bonus (Short)	B, UOC CBZ	1	100	130

Nachfolgend werden die Komponenten und das Zertifikat nach der auf Grundlage des verallgemeinerten Bewertungskonzepts hergeleiteten Formel (Black/Scholes-Modell) und alternativ nach dem Heston-Modell (mittels Monte-Carlo-Simulation) bewertet. Um die Auswirkungen der Wahl eines Modells mit stochastischer Volatilität zu demonstrieren, werden der Kurs des Basiswerts, die Korrelation zwischen Basiswert und dessen Varianz sowie die Volatilität der Varianz variiert. Die Ergebnisse der Bewertung sowie die Wahl der Parameter sind in Tabelle 4 dargestellt.

<sup>18</sup> Der Versuchsaufbau ähnelt dem in *Heston* (1993), S. 335–339.

**Tabelle 4: Preis des Black/Scholes- und Heston-Modells für Capped-Bonus-Zertifikat (Short)**  
**bei Variation der Korrelation und Volatilität der Varianz**

		Preisdifferenz (Heston-Preis minus Black/Scholes-Preis): $\sigma = 0,1$ ; Variation von $\rho$			Preisdifferenz (Heston-Preis minus Black/Scholes-Preis): $\rho = 0$ ; Variation von $\sigma$		
$S_0 = 70$		$\rho = -1$	$\rho = 0$	$\rho = 1$	$\sigma = 0,05$	$\sigma = 0,15$	$\sigma = 0,25$
PV, LP	130,00 -1,97	0,00 0,03	0,00 0,02	0,00 0,01	0,00 0,01	0,00 0,04	0,00 0,11
PV, SP	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
B, UOC	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CBZ	128,03	0,03	0,03	0,01	0,01	0,04	0,11
$S_0 = 100$							
PV, LP	100,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
PV, SP	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
B, UOC	2,81	0,00	-0,04	0,00	-0,01	-0,09	-0,21
CBZ	102,81	0,00	-0,04	0,00	-0,01	-0,09	-0,21
$S_0 = 130$							
PV, LP	70,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
PV, SP	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
B, UOC	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CBZ	70,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Dargestellt sind die Ergebnisse der Bewertung des Capped-Bonus-Zertifikats (Short) mit Barriere von 130, Basispreis von 100 und Gegenwert des Cap von 70 und dessen Komponenten. Die Bewertung erfolgt auf Grundlage des Black/Scholes-Modells und des Heston-Modells. Die Preise des Heston-Modells sind dabei in Relation (Preisdifferenz) zu den Preisen des Black/Scholes-Modells dargestellt. Die Preisdifferenz ergibt sich aus Heston-Preis minus Black/Scholes-Preis. Die Bewertung wird durchgeführt für die Variation des Kurs des Basiswerts (70; 100; 130), Variation der Korrelation zwischen Basiswert und dessen Volatilität  $\rho$  (-1; 0; 1) und Variation der Volatilität der Varianz (0,05; 0,15; 0,25). Für die Parameter gilt:  $\theta = 0,01$ ;  $\theta_0 = 0,01$ ;  $\alpha = 2$ ;  $R = 0$ ;  $T = 0,5$ ;  $\sigma_{Black/Scholes} = \sqrt{\theta_0}$ . Für das Heston-Modell werden 100.000 Simulationspfade generiert und die Zeit bis zur Fälligkeit in 125 Subperioden unterteilt. Der Kurs des Basiswerts bei Emission des Zertifikats sei 100.

Aus der Tabelle 4 ist ersichtlich, dass Preisunterschiede zwischen dem Black/Scholes-Modell und dem Heston-Modell für die im Capped-Bonus-(Short-)Zertifikat enthaltene Plain-Vanilla-Long-Put-Option bei zwei Nachkommastellen nicht zu beobachten sind. Die Erklärung hierfür ist, dass die Option sich in allen drei Szenarien für den Kurs des Basiswerts sehr weit im Geld befindet. Ähnlich verhält es sich mit der Plain-Vanilla-Short-Put-Option. Sie befindet sich für Kurse des Basiswerts von 100 und 130 sehr weit aus dem Geld, sodass Preisunterschiede zwischen Black/Scholes-Modell und Heston-Modell hier ebenfalls nicht beobachtet werden können. Für einen Kurs des Basiswerts von 70 befindet sich die Option am Geld. Für eine sinkende Korrelation zwischen dem Basiswert und der Varianz des Basiswerts ergibt sich eine leicht steigende Preisdifferenz. Dies kann wie folgt begründet werden: Ein Sinken der Korrelation führt zu einem stärkeren linken Rand der Wahrscheinlichkeitsverteilung. Mit einem stärkeren linken Rand nimmt die Wahrscheinlichkeit zu, dass sich die Option bei Fälligkeit im Geld befindet. Dies führt zu einem steigenden Heston-Modell-Preis. Für eine steigende Volatilität der Varianz des Basiswerts ergibt sich für die Plain-Vanilla-Short-Call-Option ebenfalls eine leicht steigende Preisdifferenz. Dies kann wie folgt begründet werden: Eine steigende Volatilität der Varianz führt zu schwereren Rändern der unterstellten Verteilung des Basiswerts. Entsprechend steigen die Heston-Modell-Preise der am Geld liegenden Option aufgrund der gestiegenen Wahrscheinlichkeit einer großen Wertänderung.<sup>19</sup>

Für die Barrier-Option können für einen Kurs des Basiswerts von 130 keine Preisunterschiede festgestellt werden, da die Option für einen Kurs des Basiswerts von 130 wertlos verfällt. Ebenso können keine Preisunterschiede für einen Kurs des Basiswerts von 70 beobachtet werden, da sich die Option in diesem Fall sehr weit aus dem Geld befindet. Für einen Kurs des Basiswerts von 100 ist die Barrier-Option am Geld. Die Berücksichtigung einer stochastischen Volatilität wirkt stärker auf den Preis einer Barrier-Option als auf den Preis einer ansonsten identischen Plain-Vanilla-Option. Der größere Preisunterschied lässt sich intuitiv erklären:<sup>20</sup> Angenommen der Kurs des Basiswerts der Barrier-Up-and-Out-Call-Option befindet sich nahe der Barriere. In dieser Situation ist der Optionspreis extrem sensibel gegenüber der Volatilität des Basiswerts, denn je volatiler der Basiswert, desto größer die Wahrscheinlichkeit eines

<sup>19</sup> Die Auswirkungen der Wahl des Heston-Modells auf Plain-Vanilla-Optionen ist analog in *Heston* (1993), S. 335–339, dargestellt.

<sup>20</sup> Vgl. *Chriss* (1996), S. 442–333.

Verfalls der Option. Es ließe sich argumentieren, dass eine steigende Volatilität zwar die Wahrscheinlichkeit dafür erhöht, dass die Option verfällt, aber auch die Wahrscheinlichkeit, dass der Kurs des Basiswerts fällt, steigt. Der erste Effekt dominiert den zweiten, da ein Berühren der Barriere zum Verfall der Option führt, während ein Kursrückgang den Wert nur marginal verändert. Entsprechend sinkt der Preis einer Barrier-Option mit zunehmender Volatilität des Basiswerts stärker als bei einer entsprechenden Plain-Vanilla-Option.

Eine Verwendung des Heston-Modells im Rahmen der Fallstudie führt zu kleinen Abweichungen von im Black/Scholes-Modell ermittelten Preisen für das unterstellte fiktive Zertifikat. Dies gilt insbesondere für am Geld befindliche Optionen. Bei Betrachtung des Zertifikats ist es möglich, dass die Preisunterschiede der einzelnen Komponenten sich in der Weise aufheben, dass für das Zertifikat insgesamt kein signifikanter Preisunterschied zwischen Black/Scholes-Modell und Heston-Modell beobachtet werden kann. In Abhängigkeit von Zertifikatskomponenten kann sich der Preisunterschied aber auch verstärken. Weiter konnte exemplarisch gezeigt werden, dass Preise von Barrier-Optionen stärker auf eine stochastiche Volatilität reagieren als Plain-Vanilla-Optionen. Entsprechend ist insbesondere bei Zertifikaten mit Barrier-Optionen ein Bewertungsunterschied bei Verwendung des verallgemeinerten Bewertungskonzepts zu vermuten.

## **VI. Kritische Würdigung der Bewertungskonzeption: Marktunvollkommenheiten**

### *1. Marktunvollkommenheiten im Zertifikatehandel*

Aufgrund von Marktunvollkommenheiten wie Marktzugangsbeschränkungen oder Transaktionskosten können Investoren oftmals die von Emittenten angebotenen Auszahlungsprofile von Zertifikaten selbst nicht kreieren. Marktunvollkommenheiten führen dazu, dass der tatsächliche faire Preis eines Zertifikats höher liegt als der bei angenommener Marktvollkommenheit faire Preis (Black/Scholes-Modell). Wie in Kapitel II erläutert, hat der Emittent sowohl auf dem Primär- als auch auf dem Sekundärmarkt faktisch die Preisstellung inne. Dies führt dazu, dass Kosten aufgrund von Marktunvollkommenheiten nicht von Gewinnmargen des Emittenten unterschieden werden können. Die Schwierigkeit, den „Grad der Marktvollkommenheit“ zu bestimmen und in finanziellen Einheiten

zu quantifizieren, macht die Beurteilung der Adäquanz gestellter Zertifikatpreise nahezu unmöglich. Es bleibt einzig die Nutzung weiterer Informationen. So schreibt beispielsweise die Deutsche Bank in ihren Termsheets<sup>21</sup>, dass sich der Preis eines Zertifikats auf dem Primär- als auch auf dem Sekundärmarkt zusammensetzt aus dem theoretisch fairen Wert (bei Marktvollkommenheit), einer Ertragsmarge sowie Margen insbesondere für die Strukturierung und den Vertrieb eines Produkts. Ertragsmargen und Margen für die Strukturierung eines Produkts werden vom Emittent nicht explizit ausgewiesen. Dagegen sind Vertriebsprovisionen oftmals in den Termsheets enthalten. Entsprechend können bei der Beurteilung der Adäquanz gestellter Zertifikatpreise einzig die Vertriebsprovisionen dazu dienen, die Marktvollkommenheit explizit zu berücksichtigen und so einen adjustierten fairen Preis zu bestimmen. Dies setzt voraus, dass die vom Emittent ermittelte Vertriebsprovision als geeigneter Repräsentant für die Marktvollkommenheit betrachtet wird. Denn auch für die Vertriebsprovision gilt, dass Kosten für die Marktvollkommenheit nicht von Gewinnmargen des Emittenten unterschieden werden können. Eine Nichtberücksichtigung der Vertriebsprovisionen wie in den in Kapitel II diskutierten empirischen Untersuchungen kann somit zu einer erheblichen Verzerrung der Untersuchungsergebnisse führen.

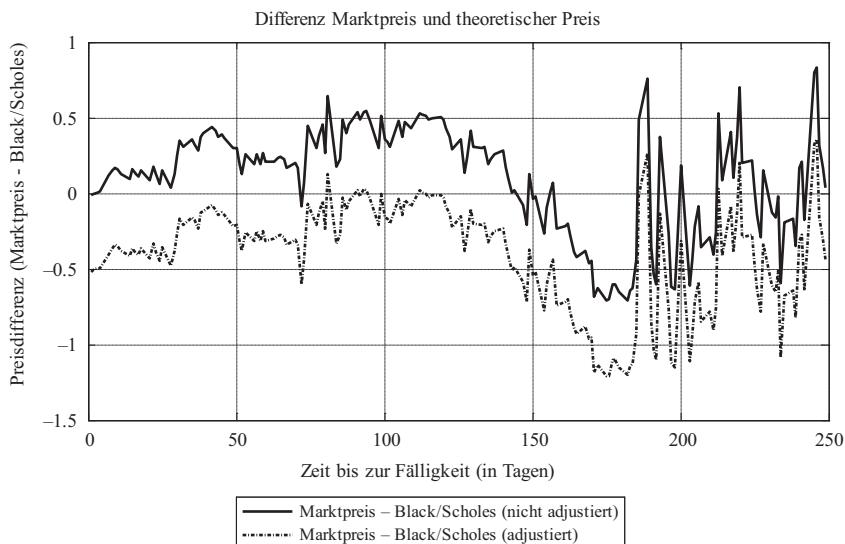
## *2. Fallstudie: Nichtberücksichtigung von Marktvollkommenheiten*

In dem vorliegenden Kapitel wird anhand eines realen Capped-Bonus-Zertifikats der Grundform Long untersucht, welcher Preisunterschied sich ergibt, wenn etwaige Marktvollkommenheiten, gemessen an der Vertriebsprovision, nicht berücksichtigt werden. Untersucht werden alle Capped-Bonus-Zertifikate, die von Goldman Sachs am 21.09.2010 mit Fälligkeit am 17.06.2011 auf dem Basiswert DAX-Performance-Index emittiert wurden.<sup>22</sup> Das Bezugsverhältnis von 0,01 und die angegebene Vertriebsprovision von bis zu 0,72% sind für alle Produkte gleich. Cap und Bonus sind für ein Produkt immer gleich und schwanken zwischen den Produkten zwischen 6.000 und 8.300 Punkten.<sup>23</sup> Die Barriere

<sup>21</sup> [http://www.xmarkets.de/pdf/DE/termsheet/termsheet\\_da2c9add6acde2ec9eeea5a47637244e.pdf](http://www.xmarkets.de/pdf/DE/termsheet/termsheet_da2c9add6acde2ec9eeea5a47637244e.pdf).

<sup>22</sup> Es handelt sich um 34 Produkte. Die Quelle für die Zertifikatpreise ist [www.zertifikatreport.de](http://www.zertifikatreport.de).

<sup>23</sup> Vom Emittent wird eine Vertriebsprovision von bis zu 0,72% ausgewiesen. Die vorliegende Untersuchung wird mit der maximalen Vertriebsprovision von 0,72% durchgeführt.



*Abbildung 2: Durchschnittliche Differenz zwischen Marktpreis und theoretischem Preis mit und ohne Berücksichtigung von Vertriebsprovisionen von Capped-Bonus-Zertifikaten auf den DAX*

schwankt zwischen den Produkten zwischen 3.500 und 5.600 Punkten. Die Bewertung der Produkte erfolgt auf Basis der in Kapitel IV vorgestellten Bewertungskonzeption nach Black/Scholes, einmal mit (adjustiert) und einmal ohne (nicht adjustiert) Berücksichtigung der Vertriebsprovision. Die durchschnittliche (über alle Produkte) Differenz zwischen den tatsächlichen Zertifikatpreisen und den theoretisch fairen adjustierten und nicht adjustierten Preisen ist in Abbildung 2 in Abhängigkeit von der Zeit bis zur Fälligkeit dargestellt.<sup>24</sup>

Zur Bestimmung der theoretisch fairen Werte wurde stellvertretend für den risikofreien Zinssatz der Zinssatz einer zweijährigen Staatsanleihe der Bundesrepublik Deutschland verwendet. Als Proxy für die Volatilität wurde der DAX-Volatilitätsindex verwendet. Abbildung 2 ist zu entnehmen, dass die Differenz zwischen den tatsächlichen Zertifikatpreisen und den nicht adjustierten fairen Zertifikatpreisen zumeist positiv ist. Das Ergebnis lässt vermuten, dass die vom Emittent gestellten Zertifikatpreise

<sup>24</sup> Da der Emittent, wie skizziert, auf Primär- und Sekundärmarkt die Preisstellung innehat, werden die Zertifikatpreise über die gesamte Zeit bis zur Fälligkeit betrachtet.

zuungunsten der Investoren bepreist sind. Dieses Ergebnis deckt sich mit den Ergebnissen der in Kapitel II diskutierten empirischen Untersuchungen. Weiter kann beobachtet werden, dass die Bewertungsdifferenz in der ersten Hälfte der Laufzeit weitestgehend uneinheitlich positiv bzw. negativ ist. In der zweiten Hälfte der Laufzeit scheint die positive Bewertungsdifferenz sich einem Wert von Null anzunähern. Dies deckt sich nur zum Teil mit den Ergebnissen der empirischen Literatur, in der die Produktlebenszyklushypothese entwickelt wurde.<sup>25</sup> Danach stellen Emittenten zu Beginn der Laufzeit überhöhte Preise, da aus der Perspektive des Emittenten mehr Produkte verkauft als gekauft werden. Mit zunehmender Zeit bis zur Fälligkeit nähern sich die gestellten Preise dagegen dem theoretisch fairen Preis an, da tendenziell mehr Produkte gekauft als verkauft werden. Berücksichtigt man dagegen die Vertriebsprovisionen als Repräsentant für die mit einem Produkt verbundene Marktunvollkommenheit explizit bei der Ermittlung des theoretisch fairen Preises, ergibt sich ein anderes Ergebnis. Danach liegt der tatsächliche Zertifikatpreis zumeist über dem theoretisch fairen Preis. Entsprechend sind die vom Emittent gestellten Zertifikatpreise zugunsten der Investoren bepreist. Dieses zunächst überraschende Ergebnis kann verschiedene Ursachen haben. Zum einen ist es möglich, dass es daten- oder emittentenspezifisch ist. Zum anderen ist es möglich, dass das verwendete Modell oder dessen Spezifikation nicht adäquat ist, um einen theoretisch fairen Wert zu ermitteln. Eine weitere mögliche Begründung ist, dass die Vertriebsprovision kein geeigneter Repräsentant zur Quantifizierung von Marktunvollkommenheiten ist. Darüber hinaus sind die Vertriebsprovisionen der betrachteten Produkte vom Emittent mit „bis zu 0,72 %“ angegeben. Die tatsächlich vom Emittent veranschlagte Vertriebsprovision kann dagegen darunter liegen.

Die plakative Fallstudie mit realen Zertifikatpreisen zeigt, dass die hier vorgestellte Bewertungskonzeption sorgfältig zu verwenden ist. Gegebenenfalls ist sie um etwaige Marktunvollkommenheiten zu adjustieren. Hierfür können Vertriebsprovisionen dienen, sofern diese als Repräsentant für Marktunvollkommenheiten geeignet erscheinen.

## VII. Zusammenfassung

In der Literatur findet sich bisher kein Konzept zur Bewertung von Zertifikaten, das über ein Sammelsurium von Einzellösungen hinausgeht.

---

<sup>25</sup> Vgl. zur Produktlebenszyklushypothese Wilkens et al. (2004).

Der vorliegende Beitrag schließt diese Lücke und stellt ein allgemeines analytisches Bewertungskonzept von Zertifikaten vor. Als theoretische Basis dient das von *Haug* (2007) zusammengetragene Set analytischer Lösungen zur Bewertung von Barrier-Optionen sowie eine Systematisierung von Zertifikaten in Klassen einheitlicher Konstruktion. Empirisch beobachtbare Phänomene wie die Volatility Surface zeigen, dass ein auf dem Black/Scholes-Modell basierendes Konzept zur Bewertung von Zertifikaten zu Bewertungsfehlern führt. Diese werden im Rahmen einer Fallstudie an einem fiktiven Zertifikat quantifiziert. Es zeigt sich, dass der durch das Black/Scholes-Modell hervorgerufene Bewertungsfehler insbesondere bei Barrier-Optionen groß sein kann. Ferner wird diskutiert, dass sich speziell der Markt für Zertifikate durch Unvollkommenheiten auszeichnet. Dies stellt die Anwendbarkeit eines auf dem Black/Scholes-Modell basierenden Bewertungskonzepts für Zertifikate, wie in der Literatur üblich, infrage. Im Rahmen einer an realen Zertifikatpreisen durchgeführten Fallstudie wird demonstriert, dass die Berücksichtigung von Marktunvollkommenheiten, repräsentiert durch die Vertriebsprovision, zu erheblichen Veränderungen der Untersuchungsergebnisse führen kann. Entsprechend ist die Berücksichtigung etwaiger Marktunvollkommenheiten bei der Anwendung des hier vorgestellten Bewertungskonzepts sorgfältig zu prüfen.

## Anhang

**Tabelle 5: Detaillierte Systematisierung von Zertifikaten in Klassen einheitlicher Konstruktion**

Produkt	Grundform			Neutralisierung Grundform			Pfadabhängigkeit			
	Plain-Vanilla-Option			Plain-Vanilla-Option			Barrier-Option			
	LC	SC	LP	SP	LC	SC	LP	SP	UOC	DOP
<b>Pfadunabhängige Zertifikate mit begrenztem Gewinnpotenzial</b>										
Discount (Long)	X					X				
Discount (Short)			X					X		
Reverse Convertible (Long)	X					X				
Reverse Convertible (Short)			X					X		
Capped Garantie (Long)	X		X			X				
Capped Garantie (Short)	X		X					X		
Capped Outperformance (Long)		X + ΔX					X + ΔX			
Capped Outperformance (Short)			X + ΔX						X + ΔX	
Sprint (Long)	X + ΔX						X + ΔX			
Sprint (Short)			X + ΔX						X + ΔX	
<b>Pfadabhängige Zertifikate mit begrenztem Gewinnpotenzial</b>										
Capped Bonus (Long)	X					X				X
Capped Bonus (Short)			X					X		
Barrier Discount (Long)	X					X				X
Barrier Discount (Short)			X				X		X	
Barrier Reverse Convertible (Long)	X					X				X

Barrier Reverse Convertible (Short)		X			X	X	
Capped Barrier Outperformance (Long)	X + ΔX				X + ΔX		X
Capped Barrier Outperformance (Short)		X + ΔX				X + ΔX	X
Barrier Sprint (Long)	X + ΔX				X + ΔX		X
Barrier Sprint (Short)		X + ΔX				X + ΔX	X
Express							
<b>Pfadunabhängige Zertifikate mit unbegrenztem Gewinnpotenzial</b>							
Airbag (Long)	X + ΔX + X	X + ΔX					
Airbag (Short)			X + ΔX	X + ΔX + X			
Garantie (Long)	X		X				
Garantie (Short)	X		X				
Outperformance (Long)	X + ΔX						
Outperformance (Short)			X + ΔX				
Index (Long)	X						
Index (Short)		X					
<b>Pfadabhängige Zertifikate mit unbegrenztem Gewinnpotenzial</b>							
Bonus (Long)	X						X
Bonus (Short)			X			X	
Twin Win (Long)	X + ΔX						X + ΔX
Twin Win (Short)			X + ΔX			X + ΔX	
Barrier Outperformance (Long)	X + ΔX						X
Barrier Outperformance (Short)			X + ΔX				X

## Literatur

*Bakshi, Gurdip/Cao, Charles/Chen, Zhiwu* (1997): Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models, in: *The Journal of Finance*, 52:5, 2003–2049. – *Baule, Rainer/Rühling, Ralf/Scholz, Hendrik* (2004): Zur Preisstellung der Emittenten von Discountzertifikaten – Eine empirische Untersuchung am deutschen Sekundärmarkt, in: *Finanz-Betrieb*, 6:12, 825–832. – *Black, Fischer/Scholes, Myron* (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities, in: *Journal of Political Economy*, 81:3, 637–659. – *Bloß, Michael/Ernst, Dietmar/Häcker, Joachim* (2008): Derivatives – An authoritative guide to derivatives for financial intermediaries and investors, München: Oldenbourg. – *Burth, Stefan/Kraus, Thomas/Wohlwend, Hanspeter* (2001): The Pricing of Structured Products in the Swiss Market, in: *Journal of Derivatives*, 9:2, 30–40. – *Chriss, Neil* (1996): Black-Scholes and Beyond: Option Pricing Models, New York: McGraw-Hill. – *Copeland, Thomas/Weston, Fred/Shastri, Kuldeep* (2008): Finanzierungstheorie und Unternehmenspolitik. Konzepte der kapitalmarktorientierten Unternehmensfinanzierung, München: Pearson Studium. – *Cont, Rama/Fonseca, José/Durrelman, Valdo* (2002): Stochastic Models of Implied Volatility Surface, in: *Economic Notes*, 31:2, 361–377. – *Das, Sanjiv/Sundaram, Ranganajan* (1999): Of Smiles and Smirks: A Term Structure Perspective, in: *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 34:2, 211–240. – *Das, Satyajit* (2001): Structured Products & Hybrid Securities, Singapore: Wiley. – *Dumas, Bernard/Fleming, Jeff/Whaley, Robert* (1998): Implied Volatility Functions: Empirical Tests, in: *Journal of Finance*, 8:6, 2059–2106. – *Ghysels, Eric/Harvey, Andrew/Renault, Eric* (1996): Stochastic Volatility, in: G Maddala C. and C. Rao, editors, *Handbook of Statistics*, Vol. 14, Noth Holland: Amsterdam. – *Haug, Espen* (2007): The Complete Guide to Option pricing Formulas, 2. Auflage, New York u. a.: McGraw-Hill. – *Heston, Steven* (1993): A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options, in: *Review of Financial Studies*, 6:2, 327–343. – *Hull, John/White, Alan* (1987): The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities, in: *Journal of Finance*, 42:2, 281–300. – *Jiang, George* (2002): Testing Option Pricing Models with Stochastic Volatility, Random Jumps and Stochastic Interest Rates, in: *International Review of Finance*, 3:3–4, 233–272. – *Johnson, Herb/Shanno, David* (1987): Option Pricing when the Variance is Changing, in: *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22:2, 143–151. – *Lewis, Alan* (2000): Option Valuation under Stochastic Volatility, Finance Press: Newport Beach. – *Melino, Angelo/Turnbull, Stuart* (1990): Pricing foreign currency options with stochastic volatility, in: *Journal of Econometrics*, 45:1–2, 239–265. – *Merton, Robert* (1973): Theory of Rational Option Pricing, in: *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 4:1, 141–183. – *Nelken, Israel* (1997): The Handbook of Exotic Options: Instruments, Analysis, and Applications, New York u. a.: McGraw-Hill. – *Ostrowski, Sebastian/Reichling, Peter* (2009): Konstruktion und Bewertung von Anlegetzertifikaten, in: Wissenschaftliches Studium, 38:10, 494–499. – *Rudolph, Bernd/Schäfer, Klaus* (2005): Derivative Finanzmarktinstrumente: Eine anwendungsbezogene Einführung in Märkte, Strategien und Bewertung, Heidelberg: Springer. – *Rubinstein, Mark/Reiner, Eric* (1991): Breaking Down the Barriers, in: *Risk*, 4:8, 28–35. – *Sandmann, Klaus* (Sandmann, 2001): Einführung in die Stochastik der Finanzmärkte, Berlin: Springer. – *Scholz, Hendrik/Baule, Rainer/Wilkens, Sascha* (2005): Innovative Turbo-Zertifikate am deutschen Kapitalmarkt – Preisstellung, Bewertung,

Hedging und Gewinnpotenzial, in: Kredit und Kapital, 38:1, 87–116. – *Stoimenov, Pavel/Wilkens, Sascha* (2004): Der Markt für strukturierte Aktienprodukte in Deutschland: Produktüberblick, Bewertung und empirische Untersuchung der Preisbildung, in: Finanz-Betrieb, 6:3, 207–218. – *Stoimenov, Pavel/Wilkens, Sascha* (2005): Are structured products ‚fairly‘ priced? An analysis of the German market for equity-linked instruments, in Journal of Banking and Finance, 29:12, 2971–2993. – *Taleb, Nassim* (Taleb, 1997): Dynamic Hedging: Managing Vanilla and Exotic Options, New York u. a.: Wiley. – *Walter, Bernd* (Walter, 2007): Strukturierte Produkte: Systematik, Kosten sowie Eignung als Refinanzierungsinstrument für Sparkassen, Taunusstein: Driesen Verlag. – *Wilkens, Sascha/Entrop, Oliver/Scholz, Hendrik* (2001): Outperformance-Zertifikate auf Aktienindizes in Fremdwährungsräumen, in Kredit und Kapital, 34:3, 473–504. – *Wilkens, Sascha/Erner, Carsten/Röder, Klaus* (2003): The Pricing of Structured Products in Germany, in: The Journal of Derivatives, 11:1, 55–69. – *Wilkens, Sascha/Stoimenov, Pavel* (2005): Strukturierte Finanzprodukte am deutschen Kapitalmarkt, in: Finanz-Betrieb, 7:7–8, 512–517. – *Wohlwend, Hanspeter* (2004): Der Markt für strukturierte Produkte in der Schweiz, Lohmar: Eul.

## **Zusammenfassung**

### **Vorschlag eines Bewertungskonzepts von Zertifikaten**

Ansätze zur analytischen Bewertung von Zertifikaten sind bisher wenig in der Literatur thematisiert. Dieser Beitrag stellt ein auf dem Black/Scholes-Modell basierendes Bewertungskonzept zur Diskussion, mit dessen Hilfe Zertifikate analytisch bewertet werden können. Zur analytischen Bewertung ist die Identifikation der Komponenten eines Zertifikats notwendig. Diese wird basierend auf einer Systematisierung von Zertifikaten in Klassen einheitlicher Konstruktion vorgenommen. Anhand eines Formelsets nach *Haug* (2007) für Barrier-Optionen gelingt anschließend die Entwicklung analytischer Bewertungslösungen für Zertifikate. Eventuell auftretende Bewertungsfehler aufgrund der Nichtbeachtung der Volatility Surface oder von Marktunvollkommenheiten werden im Rahmen von Fallstudien untersucht. (JEL G13, G24)

## **Summary**

### **Proposal for a Certificate Valuation Concept**

The literature has paid limited attention to approaches to analytical certificate valuation. This article proposes a concept, which roots in the Black/Scholes model, in order to analytically value the certificates. The implementation of the proposed concept requires the knowledge of the components of the certificates. Based on a classification of certificates in uniformly constructed classes, we identify the components. Based on formulas for barrier options proposed by *Haug* (2007) we develop an analytical approach to value virtually all existing certificates. Valuation errors which may occur due to non-observation of the volatility surface or due to market imperfections are analyzed in case studies.