

## **Die Diskussion um Prozyklizität versus Risikosensitivität im Basler Konsultationsprozess**

### **Eine empirische Schätzung der asset return correlation und der Ausfallwahrscheinlichkeit für Österreich**

Von Klaus Vondra und Harald Weiser, Wien

#### **I. Einleitung**

Ende Juni 2004 wurde die endgültige Version des „Akkords“ veröffentlicht. Jetzt bedarf es nur noch der Umsetzung zur Europäischen Richtlinie, bevor Basel II für Banken in Europa Realität wird. Nach wie vor stehen einzelne Punkte des Vertragwerks in wissenschaftlicher Diskussion, da ihre Auswirkungen bisher nicht eindeutig abschätzbar sind. Zu einer der größten Unbekannten zählt weiterhin die zukünftige Auswirkung des Akkords auf die Zyklizität der Weltwirtschaft. Die Debatte wurde von der politischen Entscheidung Risikosensitivität versus Prozyklizität beherrscht. Im Gegensatz dazu behandelt die theoretische Diskussion die Kalibrierung der Ausfallwahrscheinlichkeit, die wiederum in der Berechnungsformel durch die asset return correlation determiniert ist. Aus diesem Grund besteht aus unserer Sicht die Notwendigkeit der sorgfältigen Analyse der asset return correlation, um dieses vielschichtige Problem genauer betrachten zu können. Erst wenn man versteht, wie sich diese Größe auf das Endergebnis – die Kapitalunterlegung – auswirkt, kann man einen wichtigen Teilaspekt des Konsultationsprozesses zur Gänze nachvollziehen.<sup>1</sup>

Die erste Generation von Modellen zur Schätzung von Ausfallwahrscheinlichkeiten geht auf die Modelle von Merton (1974) sowie Black/Scholes (1973) zurück. Bei diesen First-generation Structural-form-Modellen kommt es zum Ausfall eines Kredites, wenn die Höhe des Vermögens (assets) niedriger ist als die Höhe der Verbindlichkeiten. Daher ist

---

<sup>1</sup> Für einen Überblick über die bisher relevante Literatur zum Thema Basel II und Prozyklizität siehe *Vondra und Weiser (2003)*, Kapitel 2 und 3.

das Ausfallrisiko von der Vermögenshöhe, welche die entscheidende Größe darstellt, abhängig. Die asset return correlation wird hierbei verwendet, um die Wahrscheinlichkeit des gleichzeitigen Ausfalls zweier Schuldner zu modellieren.

Im Vergleich zu First-generation Structural-form-Modellen, die in erster Linie eine Bewertung des Kredites durchführen, legen Portfolio-Credit-(VaR-)Modelle ihr Hauptaugenmerk auf die Bestimmung des möglichen Verlustes eines Kreditportfolios mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit und innerhalb eines gewissen Zeitraumes. Zu dieser Kategorie von Modellen zählt JP Morgans CreditMetrics. Die Benchmarkrisikofunktion der Neuen Eigenkapitalvereinbarung wurde im Laufe des Konsultationsprozesses vom Basler Ausschuss mehrmals geändert. Vom 1. Vorschlag -

$$RW = \left( \frac{LGD}{50} \right) \times 976,5 \times \Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\rho} \times \Phi^{-1}(0,995)}{\sqrt{1-\rho}} \right) \\ \times \left( 1 + 0,0470 \times \left( 1 - \frac{PD}{PD^{0,44}} \right) \right)$$

- veröffentlicht im Jahre 2001, bis zur endgültigen Risikogewichtsfunktion -

$$RW = \left( LGD \cdot 12,5 \cdot \Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\rho} \cdot \Phi^{-1}(0,999)}{\sqrt{1-\rho}} \right) - (PD \cdot LGD) \right) \\ \cdot \left( \frac{1 + (M - 2,5) \cdot (0,11852 - 0,05478 \cdot \ln(PD))^2}{(1 - 1,5 \cdot (0,11852 - 0,05478 \cdot \ln(PD))^2)} \right)$$

- welche im Juni 2004 in „Internationale Konvergenz der Kapitalmessung und Eigenkapitalanforderungen“ publiziert wurde, erkennt man auf den ersten Blick deutliche Unterschiede. Bei genauerer Analyse stellt man jedoch fest, dass in der Formel das zugrunde liegende theoretische Modell in den verschiedenen Vorschlägen während des Konsultationsprozesses beibehalten wurde. Die für die Kapitalunterlegung maßgebende Risikogewichtsfunktion besteht aus 3 Termen, wovon der 2. -  $\Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(PD) + \sqrt{\rho} \times \Phi^{-1}(0,999)}{\sqrt{1-\rho}} \right)$  - den größten Einfluss hinsichtlich der Höhe des Risikogewichts hat. Zur Berechnung dieses nahezu gleich gebliebenen Terms verwendet der Basler Ausschuss ein One-Factor-Modell basierend auf CreditMetrics. Innerhalb des IRB-Ansatzes müssen Banken ihre Kreditnehmer einzelnen Ratingklassen zuordnen. Dies entspricht dem theo-

retischen Modell eines risk-bucket approach – das bedeutet, dass die Kredite mit ähnlichem Risiko in einer Ratingklasse gebündelt und mit einer einheitlichen PD versehen werden. Dadurch ist die Bestimmung der Eigenkapitalunterlegung für einen einzelnen Kredit nur von den Eigenschaften des Kredites abhängig und wird nicht auf Basis der Informationen über das restliche Portfolio bestimmt, wodurch der positive Diversifikationseffekt eines Kreditportfolios ausgeschaltet wird, da die Eigenkapitalanforderungen des Kreditportfolios aus der Summe der Eigenkapitalanforderungen der einzelnen Kredite berechnet werden. Michael Gordy (2002) bewies, dass sich unter zwei Bedingungen ein Portfoliomodell nach den risk-bucket rules verhält. Die beiden Bedingungen werden von Finger (2001) ideal zusammengefasst: „*The first condition is that there is only one systematic risk factor that drives the performance of all obligors. The second is that no exposure in the portfolio accounts individually for a significant share of portfolio risk. In practice, this condition is satisfied if the idiosyncratic movements of the obligors can be ignored and the portfolio modelled as if its value were completely determined by the performance of the single risk factor.*“ Nur durch diese Annahmen ist es möglich das risk-bucket Modell, wie es vom Basler Ausschuss vorgeschlagen wurde, basierend auf dem CreditMetrics-Ansatz aufzustellen.

Die Vorteile dieser Modellvariante liegen in ihrer Widerstandsfähigkeit und Einfachheit. Neben der Ausfallwahrscheinlichkeit wird die asset return correlation zu der entscheidenden Variable zur Bestimmung der Eigenkapitalunterlegung. Der Nachteil dieses Modells liegt in der empirischen Beweisführung, die zumeist an unvollständigen Datensätzen gescheitert ist. Die asset return correlation kann zum einen durch beobachtbare Marktdaten oder zum anderen implizit via beobachteter Ausfallraten geschätzt werden – vgl. Rösch (2003) für eine Studie über Deutschland.

In die momentane Diskussion bringt der vorliegende Aufsatz speziell drei Punkte ein, nach denen auch die Gliederung erfolgte. Nach einer kurzen Einführung in das verwendete One-Factor-Modell präsentieren wir einen fortgeschrittenen Ansatz, in dem die Ausfallwahrscheinlichkeit zeitabhängig modelliert wird. Mithilfe des Modells von Rösch und eines Datensatzes für Österreich (1980–2002) können wir anhand einer Maximum-Likelihood-Funktion beweisen, dass der konvexe Zusammenhang der asset return correlation zur Ausfallwahrscheinlichkeit aus der endgültigen Fassung empirisch zu belegen ist. Weiters zeigen wir, dass schon eine einfachste Prognose der Wirtschaftsleistung eines Landes, welche in

das Modell einbezogen wird, dazu führt, dass man die Berechnung der asset return correlation gänzlich vernachlässigen kann und trotzdem sehr gute Ergebnisse erhält (Kapitel II). Gleichzeitig zeigen wir aber, dass die verwendeten Berechnungsformeln nur in einem sekundären Wirkungszusammenhang mit der vorgestellten Theorie liegen und die grundsätzliche Kalibrierung anderen Zielen folgt (Kapitel III).

## II. Modellberechnungen

Ab dem Novembervorschlag im Jahre 2001 und in weiterer Folge im 3. Konsultationspapier und der Endversion 2004 wird der bis dahin fixe Korrelationskoeffizient in einer eigenen Abhängigkeit von der Ausfallwahrscheinlichkeit berechnet. Während der Ausschuss im Novembervorschlag die asset return correlation je nach Höhe der Ausfallwahrscheinlichkeit zwischen 10% und 20% variiert, wurde diese Spanne im 3. Konsultationspapier auf Werte zwischen 12% und 24% geändert und infolge in der endgültigen Fassung beibehalten (siehe Abbildung 4). Wir verwenden zur Berechnung der optimalen asset return correlation das One-Factor-Modell -  $\Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(\lambda_{it}) - \sqrt{\rho} f_t}{\sqrt{1-\rho}}\right)$  - welches das Kernstück aller vorgeschlagenen Risikogewichtsfunktionen darstellt. Zwischen den einzelnen Konsultationsrunden kam es zu gewissen Umgestaltungen der Risikogewichtsfunktion, um die Auswirkungen der Quantitative Impact Studies zu integrieren. Einen positiven Aspekt hinsichtlich der Zyklizitätsproblematik stellt der Abzug des Expected Loss (PD  $\times$  LGD) in der Risikogewichtsfunktion der Endversion dar. Damit wird der Tatsache Rechnung getragen, dass dieser bereits durch Wertberichtigungen und Zinsmargen abgedeckt sein sollte.<sup>2</sup> Das One-Factor-Modell wurde jedoch bis auf die Änderung bestimmter Größen, wie des systematischen Risikofaktors  $F_t$ , und der asset return correlation, aufrechterhalten. Bei genauer Betrachtung der Ergebnisse in diesem Kapitel (vgl. Abbildung 1 und 2) zeigt sich, dass der Schritt des Basler Ausschusses von einer fixen Asset-return-correlation-Annahme hin zu einer an die Ausfallwahrscheinlichkeit gekoppelte Größe empirisch zu belegen ist.

<sup>2</sup> Der Vorschlag des Abzugs des Expected Loss zur Verminderung der Zyklizität wurde auch in *Vondra und Weiser (2003)*, Kap. 3.5.5., behandelt.

### 1. Modellrechnung anhand eines One-Factor-Modells

Das vom Basler Ausschuss verwendete Modell stellt eine spezielle Variante des CreditMetrics „two-state one factor return generating model“ dar – zur genauen Modellherleitung vgl. Vondra und Weiser (2003), Kapitel 2.3. Das Kreditrisikomodell definiert sich durch einen systematischen Risikofaktor ( $F_t$ ) und einen firmenspezifischen Risikofaktor ( $U_{it}$ ). Diese Faktoren bestimmen den asset return ( $R_{it}$ ) eines Schuldners  $i$  zum Zeitpunkt  $t$ , wobei  $\rho$  für die asset return correlation steht.

$$(1) \quad R_{it} = \sqrt{\rho}F_t + \sqrt{1 - \rho}U_{it}$$

Wenn der asset return unter einen bestimmten Grenzwert ( $\beta_0$ ) fällt, kommt es zum Ausfall, dadurch definiert sich die unconditional PD wie folgt:

$$(2) \quad \lambda_{it} = P(R_{it} < \beta_0) = P(\sqrt{\rho}F_t + \sqrt{1 - \rho}U_{it} < \beta_0) = \Phi(\beta_0)$$

Bei Annahme eines unendlich granularen Portfolios gelangt man zur conditional PD:

$$(3) \quad \lambda_{it}(f_t) = \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(\lambda_{it}) - \sqrt{\rho}f_t}{\sqrt{1 - \rho}}\right)$$

Ausgehend von diesem allgemein bekannten Basismodell kalibrieren wir in weiterer Folge zusätzlich die Ausfallwahrscheinlichkeit. Dieser fortgeschrittene Ansatz ermöglicht zeitabhängige – d.h. konjunkturabhängige – Ausfallwahrscheinlichkeiten. Wir erreichen dies durch die Hereinnahme von beobachteten Risikofaktoren, in unserem Fall dem BIP Wachstum und einem Steigerungsfaktor  $\zeta_t$  welche zeitabhängig ausgedrückt durch  $\delta_t$  in das Modell einwirken. Dadurch ergibt sich die durchschnittliche Ausfallwahrscheinlichkeit, abhängig von der makroökonomischen Schätzvariable  $\delta_t$ :

$$(4) \quad \lambda_{it}(\delta_t) = P((\sqrt{\rho}F_t + \sqrt{1 - \rho}U_{it}) < (\beta_0 + \delta_t)) = \Phi(\beta_0 + \delta_t)$$

In (4) hängt die Ausfallwahrscheinlichkeit  $\lambda$  vom Konjunkturzyklus ab, welcher durch  $\delta_t$  modelliert ist. Je höher  $\delta_t$ , desto höher die Ausfallwahrscheinlichkeit und vice versa. Abhängig von  $F_t$  ergibt sich somit

$$(5) \quad \lambda_{it}(f_t, \delta_t) = \Phi\left(\frac{\beta_0 + \delta_t - \sqrt{\rho}f_t}{\sqrt{1 - \rho}}\right).$$

Durch die Verwendung des Faktors  $\delta_t$  ergeben sich deutliche Änderungen im Modell. Mit der Neukalibrierung (5) wird die Ausfallwahrscheinlichkeit abhängig von einer zeitabhängigen Funktion dargestellt. Hinter dieser Modellierung verbirgt sich das Kalkül, dass mit der Schätzung der zyklischen Bestandteile durch makroökonomische Variablen der Zufallseffekt verschwindend klein werden sollte.

Die Anzahl der Ausfälle  $D(f_t)$  zum Zeitpunkt  $t$  für  $N_t$  Firmen ist (conditional) binomial verteilt  $D(f_t) \sim B(N_t, \lambda(f_t))$  mit der Ausfallwahrscheinlichkeit  $\lambda(f_t)$ . Die Wahrscheinlichkeitsfunktion lautet somit

$$(6) \quad P(D_t) = \binom{N_t}{D_t} [\lambda(f_t)]^{D_t} [1 - \lambda(f_t)]^{N_t - D_t}.$$

Unter der zeitlichen Unabhängigkeit der Konkurse können wir somit die Likelihood-Funktion anschreiben. Logarithmiert und umgeformt ergibt dies eine Funktion, welche nur noch von  $\lambda(f_t)$  abhängt:

$$(7) \quad \log L = C + \sum_{t=1980}^{2002} [D_t \log \lambda(f_t) + (N_t - D_t) \log(1 - \lambda(f_t))].$$

## *2. Risikogewichtskalibrierung bei konstanten Ausfallraten*

Unter der Zuhilfenahme von empirischen Datenreihen für Österreich können wir mit dem präsentierten Modell die optimalen Werte für die asset return correlation und den Grenzwert schätzen. Dafür sind Daten zur Gesamtzahl der Unternehmen, Anzahl der Konkurse sowie das BIP-Wachstum auf jährlicher Basis für zumindest die letzten 20 Jahre notwendig. Da dieses Datenmaterial nicht komplett zur Verfügung steht, wurde die Unternehmensdatenreihe mittels einer modifizierten linearen Fortschreibung, welche auf gewichteten Makrovariablen basiert, approximiert (vgl. Vondra und Weiser (2003), Kapitel 4.1.1.). Folgende Datenreihen wurden somit für die Berechnung verwendet:

Die beschreibende Variable in der LogLikelihood-Maximierungsfunktion (7) ist  $\lambda(f_t)$ , da die Variablen  $N_t$  (Anzahl der Firmen im Jahr  $t$ ) und  $D_t$  (Ausfälle im Jahr  $t$ ) durch die empirischen Zeitreihen gegeben sind. Die Variable  $\lambda(f_t)$  ist allerdings ihrerseits durch zwei Variablen,  $\beta_0$  und  $\rho$ , determiniert. Mittels der Maximierung von  $\lambda(f_t)$  können die optimalen Werte für  $\beta_0$  und  $\rho$  bestimmt werden. Wir führen die Berechnung im

*Tabelle 1*  
**Zeitreihen für Österreich**

<b>Jahr</b>	<b>Unternehmen*</b>	<b>Konkurse**</b>	<b>Ausfallrate</b>	<b>BIP Wachstum***</b>
<b>1980</b>	221.208	961	0,434%	2,2%
<b>1981</b>	221.991\G	1.176	0,530%	-0,1%
<b>1982</b>	222.656\G	1.356	0,609%	2,1%
<b>1983</b>	223.228\G	1.390	0,623%	2,9%
<b>1984</b>	223.758\G	1.155	0,516%	0,4%
<b>1985</b>	224.637	1.236	0,550%	2,4%
<b>1986</b>	227.484\G	1.245	0,547%	2,1%
<b>1987</b>	231.382\G	1.203	0,520%	1,6%
<b>1988</b>	235.299\G	1.153	0,490%	3,4%
<b>1989</b>	238.981\G	1.156	0,484%	4,2%
<b>1990</b>	244.306	1.180	0,483%	4,7%
<b>1991</b>	247.460\G	1.356	0,548%	3,3%
<b>1992</b>	250.584\G	1.449	0,578%	2,3%
<b>1993</b>	253.803\G	1.904	0,750%	0,4%
<b>1994</b>	256.692\G	1.894	0,738%	2,6%
<b>1995</b>	260.947	1.882	0,721%	1,6%
<b>1996</b>	270.156	2.124	0,786%	2,0%
<b>1997</b>	276.410	2.230	0,807%	1,6%
<b>1998</b>	281.926	2.791	0,990%	3,5%
<b>1999</b>	290.298	2.715	0,935%	2,8%
<b>2000</b>	300.613	2.515	0,837%	3,0%
<b>2001</b>	312.018	2.832	0,908%	1,0%
<b>2002</b>	321.378	2.791	0,868%	1,2%

\* *Quelle:* Wirtschaftskammer Österreich (2003)

\*\* *Quelle:* Kreditschutzverband (2003)

\*\*\* *Quelle:* Europäische Kommission (2002)

\G geschätzte Werte

ersten Teil der Modellrechnung mit einem über die Zeit konstanten systematischen Risikofaktor  $F_t$  von 99,5% und 99,9% durch. Somit gehen wir von einem konstanten Worst-case-Szenario für den gesamten Beobachtungszeitraum aus. Später wird sich zeigen, dass aufgrund der niedrigen

Kredit und Kapital 1/2006

geschätzten asset return correlation die Höhe des Risikofaktors keinen signifikanten Einfluss auf die Modellergebnisse hat.

Dem LogLikelihood-Prinzip folgend, müssten wir an dieser Stelle die Funktion (7) maximieren. Allerdings würde diese Maximierung nur den absoluten Maximalwert ergeben. Mithilfe einer numerischen Optimierung ist eine umfangreichere Analyse der Lösung möglich. Die Datenmatrix zur Berechnung von (3) umfasst 10.000.000 Kombinationen für den inversen Wert der Ausfallwahrscheinlichkeit  $\beta_0$  und die asset return correlation  $\rho$ . Die Variable  $\beta_0$  nimmt dabei Werte zwischen  $-2,4000$  (= PD von 0,82%) und  $-2,9000$  (= PD von 0,19%) an. Für die asset return correlation wurden Ausprägungen zwischen 0,01% und 20% angenommen.

Der Bereich für  $\rho$  wird in einem ersten Schritt zwischen 0% und 20% maximiert. Bei der Maximierung nach (3) stellt sich heraus, dass das Maximum in einem Bereich der asset return correlation zwischen 0% und 4% liegen muss, wobei der Maximalwert für  $\lambda(f_t)$  bei  $-103.216,12210182$  liegt. Im Bereich zwischen 4% und 20% entfernt sich die Berechnung konstant vom Maximalwert. Um einen genaueren Schätzwert für die asset return correlation zu erhalten, ersetzen wir in einem zweiten Schritt (3) durch (8).

$$(8) \quad \lambda_{it}(f_t) = \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(\lambda_{it}) - bf_t}{\sqrt{1 - b^2}}\right)$$

$$\rho = b^2$$

Die Berechnungsformel bleibt die gleiche, die asset return correlation wird allerdings – wie häufig in der Literatur – durch die exposure  $b$  ersetzt, welche gleich der Quadratwurzel des Korrelationskoeffizienten ist. Der mittels (7) maximierte Wert für die asset return correlation liegt bei 0,07398%, dies entspricht einer exposure von 2,72%. Für  $\beta_0$  ergibt sich ein Wert von  $-2,5368$ , dies entspricht einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 0,56%. Grafisch ergibt sich dazu folgende Lösung – für einen eingeschränkten Lösungsbereich.

Da die Anzahl der Firmen, welche im Modell in (3) zum Tragen kommen, für die Jahre 1981–1984, 1986–1989 und 1991–1994 geschätzt werden musste, haben wir verschiedene Szenarien berechnet. Die Analyse der Ergebnisse ergab zwei grundlegende Wirkungszusammenhänge. Erstens, die Maximallösung für  $\beta_0$  und  $\rho$  verschiebt sich bei nur geringen Änderungen der Firmen in diesen 12 Jahren entlang der Kurve. Zweitens, wie man aus der Abbildung 1 erkennen kann, gibt es eine Vielzahl an Werten für  $\lambda(f_t)$ , welche durch die Kombinationen von  $\beta_0$  und  $\rho$  deter-



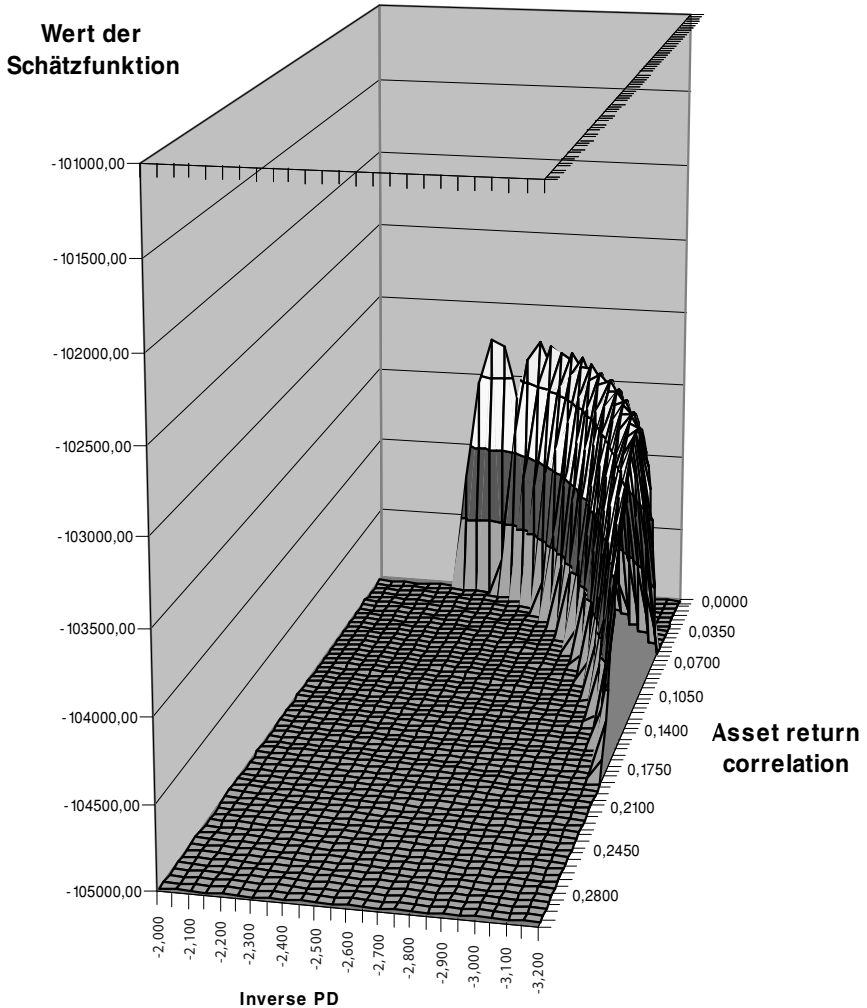


Abbildung 1: Grafische Lösung der Modellrechnung nach (3)

miniert sind, die sehr nahe an der jeweiligen Optimallösung liegen. Je kleiner die Schritte zwischen den einzelnen Ausprägungen der Parameter gewählt werden, desto mehr Kombinationen finden sich.

Erstellt man ein zweidimensionales Streudiagramm, in dem man die beiden Variablen  $\beta_0$  und  $\rho$  auf den beiden Achsen aufträgt und in welches man jene Kombinationen von  $\beta_0$  und  $\rho$  einträgt, die für  $\lambda(f_t)$  in der

Funktion (7) eine Lösung ergeben, die auf  $10^{-6}$  gleich der Maximallösung ist, so erhält man jenes Resultat, welches sich in Abbildung 1 bereits abzeichnet. Die Lösungen bündeln sich nicht um das Maximum oder führen stetig zu diesem, sondern beschreiben eine Kurve, die bestmöglich mittels einer logarithmischen oder exponentiellen Gleichung dargestellt werden kann. Diese Lösungskurve ist im Streudiagramm in Abbildung 2 veranschaulicht.

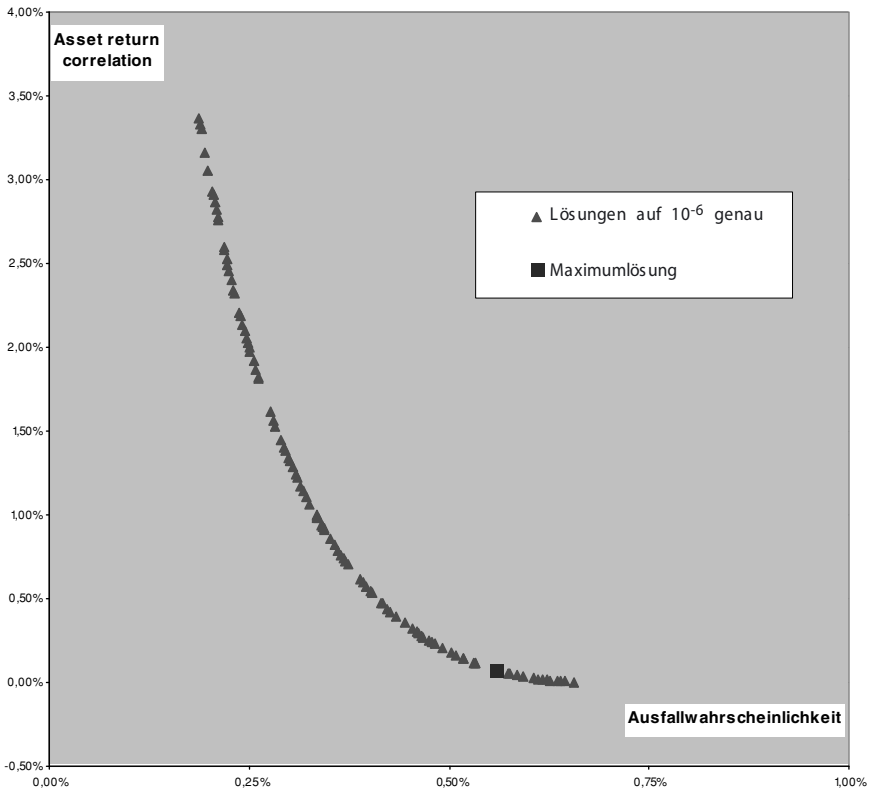


Abbildung 2: Maximalzusammenhang zwischen  $\beta_0$  und  $\rho$

Der Zusammenhang zwischen  $\beta_0$  und  $\rho$  deutet auf eine sehr geringe asset return correlation zwischen 0% und 4% über den gesamten Lösungsverlauf hin. Gleichzeitig erhält man nur Lösungen für Ausfallwahrscheinlichkeiten kleiner als 0,7%. Der in Abbildung 2 beschriebene Zusammenhang der Variablen  $\beta_0$  und  $\rho$  ist unabhängig von kleinen Änderungen der Firmendatenreihe, welche wir durch mehrere Gewichtungs-

szenarien simuliert haben. Dadurch können wir den konvexen Zusammenhang, welcher auch in der Endfassung angenommen wird, mit unserem Datenmaterial bestätigen.

Allerdings liegen die empirischen Ergebnisse für die Kombination von  $\beta_0$  und  $\rho$  deutlich unter jenen, welche sich nach der Berechnungsformel für die asset return correlation in der Endversion ergeben.

### *3. Risikogewichtskalibrierung bei konjunkturabhängigen Ausfallraten*

Nachdem wir im ersten Schritt das Risikogewicht mit konstanten Ausfallraten betrachtet haben, verwenden wir in diesem Abschnitt ein einfachstes ökonomisches Schätzmodell zur Vorhersage des Konjunkturzyklus. Dies stellt eine Weiterentwicklung zum bisherigen Modell dar, orientiert sich allerdings wieder an der Arbeit von Rösch (2002). Mit dieser Modellweiterentwicklung wollen wir zeigen, dass mithilfe einer guten Konjunkturschätzung eine sicherere und somit genauere Schätzung der Ausfälle und somit der nötigen Eigenkapitalunterlegung möglich ist.

Im Grunde verwenden wir dasselbe Prozedere wie vorhin, maximieren jetzt aber (5) statt (3). Allerdings wird die Ausfallrate  $\beta_0$  im Zähler von (5) zusätzlich durch die makroökonomische Schätzvariable  $\delta_t$  für jedes Jahr bestimmt. Weiters wird  $F_t$  für jedes Jahr konjunkturabhängig variiert. Aufgrund der geringen, geschätzten asset return correlation wirkt sich  $F_t$  allerdings nur schwach auf das Ergebnis aus.

Die neu eingeführte Modellvariable  $\delta_t$  setzt sich aus zwei einzelnen Komponenten, einem Konjunkturfaktor  $\kappa_t$  und einem Steigerungsfaktor  $\varsigma_t$ , zusammen. Der Konjunkturfaktor wurde deswegen gewählt, weil die Auswirkungen über  $F_t$  für zu gering erachtet wurden und der Einfluss der gesamtwirtschaftlichen Effekte auf die Entwicklung eines jeden Unternehmens, d.h. in unserem Fall Konkurs oder Nicht-Konkurs, erheblich sind.

Durch diese einfachste Modellierung kann der reale Verlauf der Ausfallraten annähernd nachgebildet werden. Zur besseren Veranschaulichung werden nochmals die verwendeten Werte für die einzelnen Jahre in Tabelle 2 ausgewiesen:

Die aufgestellte These, dass durch eine realitätsnähere Abbildung der Ausfallraten die Modellparameter sinken werden, hat sich bei der

*Tabelle 2*  
**Wertetabelle zur Maximierung nach (5)**

Jahr	BIP Wachstum in%*	Modellierter $F_t$ -Faktor~	Konjunktur-faktor	Steigerungs-faktor	Ausfallrate Modell-schätzung	Ausfallrate Österreich
1979	5,3	-1,7507	-0,1			
1980	2,2	-2,0537	-0,06	-0,18	0,34%	0,43%
1981	-0,1	-3,0903	-0,02	-0,16	0,40%	0,53%
1982	2,1	-2,0537	-0,06	-0,15	0,47%	0,61%
1983	2,9	-2,0537	-0,06	-0,13	0,44%	0,62%
1984	0,4	-3,0903	-0,02	-0,12	0,46%	0,52%
1985	2,4	-2,0537	-0,06	-0,10	0,54%	0,55%
1986	2,1	-2,0537	-0,06	-0,09	0,50%	0,54%
1987	1,6	-2,3263	-0,04	-0,07	0,52%	0,52%
1988	3,4	-1,8808	-0,08	-0,06	0,58%	0,49%
1989	4,2	-1,7507	-0,1	-0,04	0,54%	0,48%
1990	4,7	-1,7507	-0,1	-0,03	0,53%	0,48%
1991	3,3	-1,8808	-0,08	-0,01	0,56%	0,55%
1992	2,3	-2,0537	-0,06	0,00	0,61%	0,58%
1993	0,4	-3,0903	-0,02	0,02	0,67%	0,75%
1994	2,6	-2,0537	-0,06	0,03	0,79%	0,74%
1995	1,6	-2,3263	-0,04	0,05	0,73%	0,72%
1996	2,0	-2,3263	-0,04	0,06	0,81%	0,79%
1997	1,6	-2,3263	-0,04	0,08	0,84%	0,81%
1998	3,5	-1,8808	-0,08	0,09	0,88%	0,99%
1999	2,8	-2,0537	-0,06	0,11	0,82%	0,94%
2000	3,0	-2,0537	-0,06	0,12	0,90%	0,84%
2001	1,0	-3,0903	-0,02	0,14	0,94%	0,91%
2002	1,2	-2,3263	-0,04	0,15	1,09%	0,87%

\* *Quelle:* Europäische Kommission (2002)

~ Basis für die Variation des  $F_t$ -Faktors bildet das BIP Wachstum, wobei bewusst äußerst konservative Ausprägungen des normalverteilten systematischen Risikofaktors gewählt wurden. Die hier dargestellten Werte entsprechen der inversen Normalverteilung des jeweils zugeteilten Szenarios.

Bestimmtheitsmaß zwischen der Ausfallrate der Modellrechnung und der tatsächlichen Ausfallrate in Österreich:  $R^2 = 88,95\%$

Die exakte Berechnung und Erläuterung findet sich in Vondra und Weiser (2003), Kapitel 4.2.3.

Schätzung bestätigt. Wie man in Abbildung 3 sehen kann, verläuft auch hier ein Grad ähnlich wie jener in Abbildung 1. Allerdings fällt dieser Grad mit abnehmendem  $\beta_0$  (d.h. niedrigerer PD) leicht ab. Gleichzeitig verläuft der Grad bei höheren Werten für  $\beta_0$  (d.h. höherer PD) beinahe auf der x-Achse (inverse PD), bei einer asset return correlation von fast null. Dort liegt auch das Maximum, welches in diesem Fall eindeutig bestimmt ist, denn bei weiter steigenden Werten von  $\beta_0$  sinken auch wieder die Funktionswerte der Likelihood Funktion. Der mittels (7) maximierte Wert für die exposure liegt bei 0,002%, dies entspricht einer asset return correlation von 0,00000004%. Für  $\beta_0$  ergibt sich ein Wert von  $-2,4270$ , dies entspricht einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 0,76%. Grafisch ergibt sich folgendes Bild:

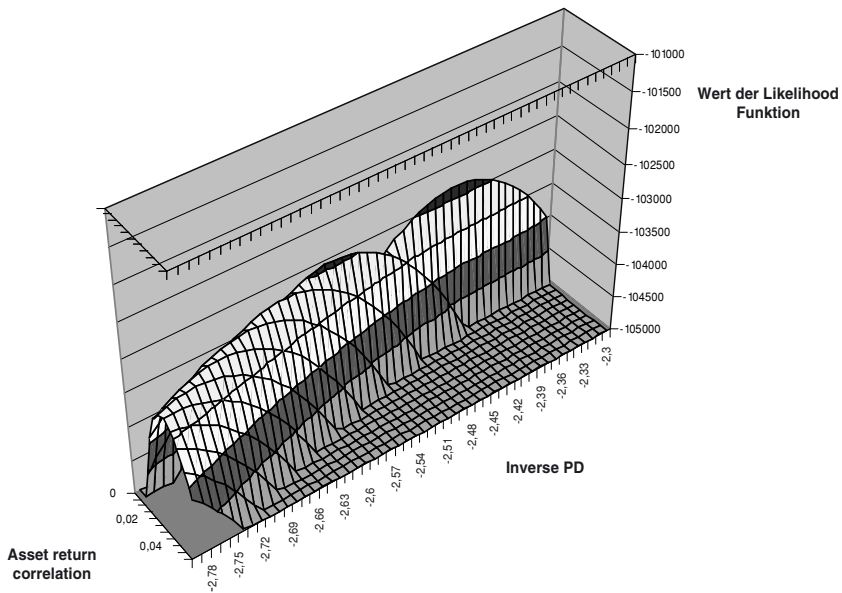


Abbildung 3: Grafische Lösung der Modellrechnung nach (5) – Maximallösung

Vergleicht man die Ergebnisse der zwei Berechnungen, so ist eine deutlich geringere asset return correlation zu konstatieren. Diese ergibt sich durch die Modifikation in (5) durch die makroökonomische Schätzvariable  $\delta_t$ . Dadurch kann der Konjunkturzyklus besser abgebildet werden und somit ist eine genauere Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit möglich. Die asset return correlation, welche den marktspezifischen Risi-

kofaktor gewichtet, sinkt in unserem Modell deutlich. Dies bedeutet, dass durch die Veränderung der asset return correlation ( $\rho \approx 0$ ) die conditional PD (9) der unconditional PD (10) (bei Modifikation durch  $\delta_t$ , wie in (5) gezeigt) entspricht.

$$(9) \quad \text{Conditional PD} = \Phi\left(\frac{\beta_0 - \sqrt{\rho} \cdot F_t}{\sqrt{1 - \rho}}\right)$$

$$(10) \quad \text{Conditional PD} = \Phi\left(\frac{\beta_0 + \delta_t - \sqrt{0} \cdot F_t}{\sqrt{1 - 0}}\right) \Rightarrow \text{Unconditional PD} = \Phi(\beta_0 + \delta_t)$$

Durch die makroökonomische Schätzvariable  $\delta_t$  wird die davor konstante unconditional PD dem Konjunkturverlauf angepasst. Durch die annähernde Abbildung der Ausfallwahrscheinlichkeiten im Konjunkturverlauf mittels  $\delta_t$  ist es möglich, die Worst-case-Annahme für den systematischen Risikofaktor ( $F_t = 99,5\%$  bzw.  $99,9\%$ ) auszuschließen. Die ökonomische Herausforderung bei diesem Ansatz liegt in der Bestimmung des Konjunkturverlaufes durch die makroökonomische Schätzvariable  $\delta_t$ .

### III. Übertragung der Modellergebnisse auf den Konsultationsprozess

Im vorhergehenden Kapitel haben wir anhand der empirischen Daten für Österreich eine Modellrechnung aufgestellt und die Ergebnisse präsentiert. Das vorgestellte Modell bezieht sich auf die Endversion der Basler Eigenmittelanforderungen, wobei in unserem Modell die Größenanpassung für kleine und mittelgroße Unternehmen nicht berücksichtigt wurde. Die hier vorgestellten Berechnungen führen zu einer alternativen Formel für die asset return correlation für Basel II. Die asset return correlation wurde im Laufe des Konsultationsprozesses mehrmals geändert. Im 2. Konsultationspapier (vgl. Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (2001a)) nahm der Basler Ausschuss einen Wert von  $\rho = 20\%$  an. Aufgrund der Kritik und des Bezuges auf die prozyklische Wirkung einer fixen und möglicherweise zu hohen asset return correlation wurde sie im so genannten November-Vorschlag (vgl. Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (2001b)) abhängig von der Ausfallwahrscheinlichkeit modelliert. Die restliche Formel zur Berechnung des Risikogewichts blieb unverändert. Im 3. Konsultationspapier (vgl. Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (2003)) wurde die Funktion der asset return correlation in ihrem Verlauf

nach oben verschoben und in dieser Form in die Endversion übernommen.

Wie im vorigen Kapitel ausführlich dargestellt, haben wir in unserer Modellrechnung einen logarithmischen und exponentiellen Zusammenhang zwischen  $\beta_0$  und  $\rho$  gefunden – vgl. Abbildung 2. Um diesen Zusammenhang zu formalisieren haben wir mit Hilfe der Lösungen alternative Berechnungsformeln für die asset return correlation konstruiert.

Tabelle 3

**Alternative Berechnungsformel für die asset return correlation**

	Formel	Bestimmtheitsmaß $R^2$	
(11) $F_t = 99,5\%$	$\rho = -0,1423 \cdot \ln(PD) - 0,711$	0,9354	$PD = \begin{cases} < 0,54\% \\ \text{sonst } 0 \end{cases}$
(12)	$\rho = 0,4483 \cdot e^{(-1185,1 \cdot PD)}$	0,9412	
(13) $F_t = 99,9\%$	$\rho = -0,115 \cdot \ln(PD) - 0,5736$	0,9513	$PD = \begin{cases} < 0,55\% \\ \text{sonst } 0 \end{cases}$
(14)	$\rho = 0,3435 \cdot e^{(-1207,7 \cdot PD)}$	0,8781	

Somit lassen sich unsere Modellergebnisse und jene des Konsultationsprozesses vergleichen. In Abbildung 4 ist dieser Zusammenhang dargestellt.

Hieraus erkennt man, dass die asset return correlation sich Null annähert, sobald eine zu hohe Ausfallwahrscheinlichkeit vorliegt. Im Falle Österreichs liegt dieser Grenzwert zwischen 0,54% und 0,55%. Das sind Werte, welche in den letzten Jahren durchwegs überschritten wurden. Liegt die asset return correlation bei Null, so bedeutet dies, dass der marktabhängige Faktor keine Rolle mehr spielt und die Frage Konkurs oder Nicht-Konkurs nur mehr durch den firmenspezifischen Risikofaktor bestimmt wird. Dieses Resultat bildet zwar die Wirklichkeit ab, es scheint jedoch eine Betrachtung des Marktrisikofaktors bei höheren Ausfallraten an sich und auch für den Basler Ausschuss sinnvoll. Zudem ist dieser Risikofaktor ein integraler Bestandteil des Modells. Dennoch zeigen die berechneten Resultate vorerst, dass die Korrelation zu konservativ angenommen wurde und aufgrund der empirischen Ergebnisse zu relativieren und nach unten zu korrigieren wäre. In der vorgenommenen

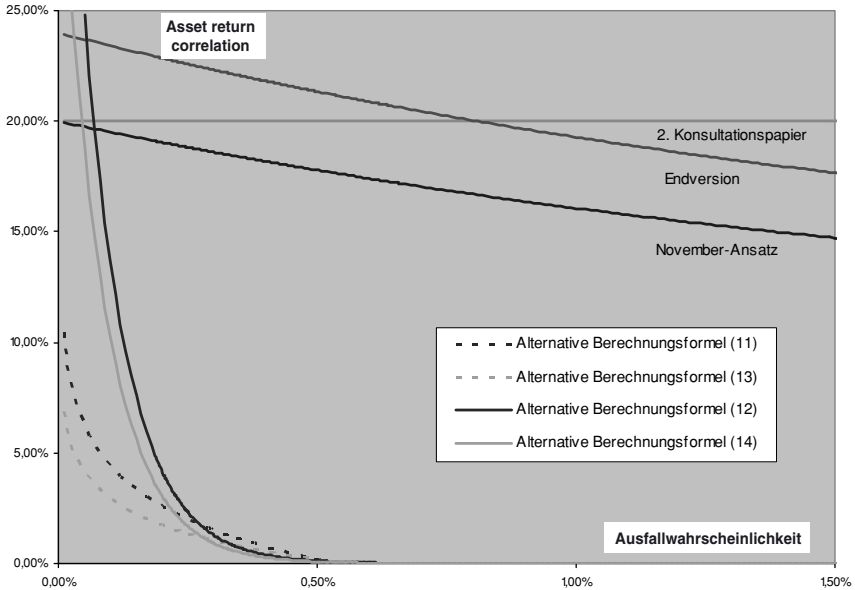


Abbildung 4: Korrelationskoeffizient vs. Ausfallwahrscheinlichkeit, Konsultationsprozess und Modellrechnung

Änderung der Kalibrierung der asset return correlation vom November-Ansatz hin zur Endversion wurde aber genau das Gegenteil realisiert. Andererseits erscheint wiederum die Erhöhung von 20% auf 24% an jenem Ende mit geringen Ausfällen gerechtfertigt, obwohl solche geringen Ausfallraten in der Realität nur selten vorkommen.

Dieser Alternativvorschlag für die Berechnung der asset return correlation wirkt sich natürlich auch auf die Berechnung der Risikogewichtsfunktion aus. Um eine Aussage der Auswirkungen der Alternativformeln (vgl. Tabelle 3) auf die Risikogewichtsfunktion treffen zu können, setzen wir in Folge die von uns errechneten alternativen Formeln für die asset return correlation anstatt der verwendeten Formel in der endgültigen Fassung ein und errechnen damit das Risikogewicht. Die neue Risikogewichtsfunktion, welche der logarithmischen Approximation folgt (vgl. 13), kann nicht als Alternative herangezogen werden, da ab einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 0,55% die Korrelation negative Werte annimmt und somit kein Risikogewicht berechenbar ist. Die Risikogewichtsfunktion, welche der exponentiellen Approximation folgt (vgl. 14), führt aller-



dings zu einem bemerkenswerten Ergebnis. Die errechnete Funktion liegt nämlich nochmals deutlich unter jener Modifikation, welche im Rahmen der Endversion präsentiert wurde. Das heißt, würde man für die Berechnung der asset return correlation den oben berechneten Alternativvorschlag wählen, welcher auf empirischem Datenmaterial basiert und nicht auf anderen Vorgaben, so würde man eine deutlich flachere Risikogewichtsfunktion erhalten. Grafisch ergibt sich folgendes Bild:

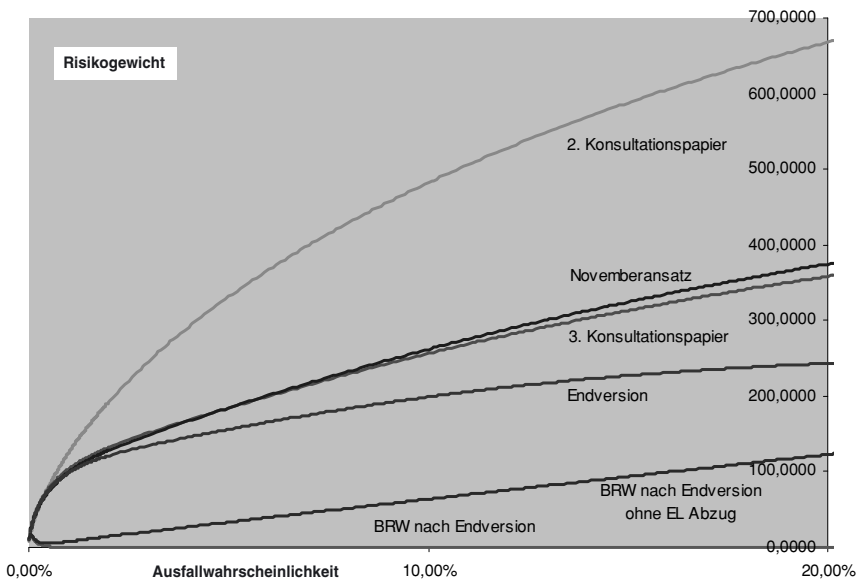


Abbildung 5: Risikogewichtsfunktionen von Basel II und Alternativvorschlag

Dies ist ein durchaus erstaunliches Ergebnis. Jene Risikogewichtsfunktion (BRW nach Endversion), welche auf empirischem Datenmaterial beruht, d.h. mittels der empirisch unterlegten asset return correlation berechnet wurde, ergibt fast für den gesamten Verlauf ein Risikogewicht von null. Dies lässt sich auf die Einführung des Expected Loss Abzuges in die Berechnungsformel zurückführen. Dieser neue Term kürzt sich in unserer Version mit dem bisher entscheidenden Term, welcher auf dem One-Factor-Modell basierte, weg. Aus diesem Grund haben wir eine zweite Risikogewichtsfunktion berechnet, welche den Expected Loss Abzug nicht berücksichtigt. Diese liegt allerdings weiterhin unter jenen Risikogewichtsfunktionen, welche vom Basler Ausschuss vorgeschlagen

wurden, aber auch unter jener imaginären Funktion, welche als Risikogewichtsfunktion sinnvoll wäre. Gleichzeitig kann man aber eine deutliche Annäherung der einzelnen Risikogewichtsfunktionen im Rahmen des Konsultationsprozesses an die von uns berechnete Risikogewichtsfunktion feststellen.

Die zu niedrige Risikogewichtskurve bei Verwendung unseres Alternativvorschlages lässt sich auf zwei Tatsachen zurückführen. Zum einen führt eine niedrigere asset return correlation auch zu einer niedrigeren Ausfallwahrscheinlichkeit. Zum anderen haben wir unsere Alternativfunktion zur Berechnung der asset return correlation in die Risikogewichtsberechnungsformel der Endversion eingesetzt und dabei alle anderen Terme unverändert übernommen (mit Ausnahme des Expected-Loss-Abzugs). Wir könnten nun ebenso diese Terme zugunsten einer Anhebung der Risikogewichtskurve modifizieren.

Der Ablauf des Konsultationsprozesses zeigt, dass die Parameter der Risikogewichtsfunktion mit jedem neuen Konsultationsprozess modifiziert wurden, jeweils nachdem Quantitative Impact Studies, mit deren Hilfe die Auswirkungen des Basler Konsultationspapiers auf die Eigenkapitalunterlegung von Banken in der Praxis untersucht wurden, auf höhere Eigenkapitalanforderungen als die vom Basler Ausschuss gewünschten durchschnittlichen 8% hinwiesen. Daraus lässt sich schließen, dass die Berechnungsformeln, abweichend von der ursprünglichen theoretischen Fundierung, so modifiziert wurden, dass sie einer politisch und bankwirtschaftlich gewünschten Funktion entsprechen. Die neuerliche grundlegende Änderung der Risikogewichtsfunktion am Ende des Konsultationsprozesses fügt sich hier nahtlos in die bisherige Entwicklung ein. Diese Abweichung vom theoretischen Hintergrund bewirkt, dass das darauf basierende Modell nur noch eine untergeordnete Rolle in Anbetracht des politischen Zieles – einer durchschnittlichen Kapitalunterlegung von 8% – spielt.

Darüber hinaus stellt sich basierend auf Kapitel II.3. überhaupt die Frage, warum man nicht vom verwendeten „two-state one factor return generating model“ abgegangen ist und eine modifizierte Version verwendet. Natürlich stellt die Schätzung eines Konjunkturfaktors eine gewisse Herausforderung dar, aber keine größere, als ein gesamtes Theoriemodell zu konzipieren. Die durchaus beachtlichen Ergebnisse, vor allem in Hinblick auf eine verbesserte Prognosequalität in diesem Abschnitt, eröffnen somit einen weiteren Aspekt in der Betrachtung des Konsultationsprozesses.

#### IV. Schlussfolgerungen

Die Frage der prozyklischen Auswirkungen, welche durch Basel II hervorgerufen werden, wurde durch wissenschaftliche Kritik aufgeworfen, entschieden wird sie aber in der Politik, wenn es darum geht, das neue risikosensitive Vertragswerk abzusegnen. Hierbei kommt es zu einigen Interessenskonflikten, Banken vs. Unternehmen, Grossbanken vs. Kleinbanken, Kontinentaleuropa vs. USA – dies ist nichts Neues. Wenn man den Konsultationsprozess in den letzten Jahren beobachtet hat, ist es auch nichts Neues, dass der Ausschuss mithilfe einer gewissen Kreativität versucht, die entscheidende Risikogewichtsfunktion zugunsten einer 8%igen Kapitalunterlegung zu modifizieren.

Neu ist allerdings und dies hat dieser Aufsatz versucht zu zeigen, dass der Basler Ausschuss zwar theoretische Modelle als Grundlage für die Berechnung der notwendigen Eigenkapitalunterlegung heranzieht, durch Modifizierung der Formeln diese jedoch mit der theoretischen Grundlage nicht mehr übereinstimmen. Im Kapitel III haben wir gezeigt, dass die Kalibrierung der asset return correlation mithilfe aggregierter Datensätze zu einem geringeren Zusammenhang zwischen asset return correlation und Ausfallwahrscheinlichkeit führt. Dieser drückt sich in Abbildung 4 signifikant aus. Dies darf jetzt nicht so interpretiert werden, dass unser Vorschlag der einzig Korrekte ist. Vielmehr würde unser Vorschlag gepaart mit den verwendeten anderen Größen der endgültigen Risikogewichtsformel eine zu geringe Kapitalunterlegung ergeben, da wir alle anderen vom Basler Ausschuss ohne nähere Erklärung festgelegten Terme unverändert von der Endversion übernehmen. Wir zeigen damit, dass der Basler Ausschuss die Berechnungsformeln nach dem primären Ziel einer durchschnittlichen Kapitalunterlegung von 8% und nicht nach theoretisch-empirischen Vorgaben determiniert hat. Es stellt sich somit nur die Frage, warum man nicht eine mathematisch viel einfachere Berechnungsmethode gewählt hat, als die momentan gültige (vgl. Bank und Lawrenz (2003)).

Darüber hinaus soll dieser Aufsatz zeigen, dass es neben diesen Unkorrektheiten möglicherweise eine exaktere Möglichkeit gibt, die Ausfallwahrscheinlichkeit konjunkturabhängig zu prognostizieren. Schon das von uns vorgeschlagene – sehr einfach gehaltene – Modell in Kapitel II.3. ermöglicht eine sehr gute Prognose. Rösch (2002) hat mithilfe eines umfangreicheren Datensatzes und ökonometrisch wertvolleren Methoden respektable Ergebnisse für Deutschland erzielt. Wie schon vorhin erwähnt, sind für diese Modellvariante exakte Konjunkturprognosen für einzelne

Unternehmenssparten notwendig, auf die alle Banken Zugriff haben müssten.

Abschließend bleibt zu sagen, dass der Basler Ausschuss mit der Vollendung von Basel II und der darin vorgeschlagenen variablen asset return correlation sowie der risikosensitiveren Berücksichtigung der Ausfallrisiken einen Schritt in Richtung risikokonformer Kapitalunterlegung vollzogen hat. Wir vermissen jedoch neben dem Problem der prozyklischen Wirkung eine theoretische Fundierung der Berechnungsformeln und schlagen daher die Bestimmung der Mindestkapitalanforderungen in einem zukünftigen Basel III auf Basis von ausgereifteren Kreditrisikomodellen, die aufgrund der dynamischen Entwicklung im Bereich der Kreditrisikomessung laufend verbessert werden, vor.

### Literatur

*Bank, M./Lawrenz, J. (2003):* Why simple, when it can be difficult? Some remarks on the Basel IRB approach, in: *Kredit und Kapital*, 36, 4, 2003, S. 534–556. – *Basel Committee on Banking Supervision (2001b):* Potential Modifications to the Committee's Proposal, 5. November 2001. – *Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (2001a):* 2. Konsultationspapier – Die Neue Basler Eigenkapitalvereinbarung. – *Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (2003):* 3. Konsultationspapier – Die Neue Basler Eigenkapitalvereinbarung. – *Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (2004):* Internationale Konvergenz der Kapitalmessung und Eigenkapitalanforderungen – Überarbeitete Rahmenvereinbarung. – *Black, F./Scholes, M. (1973):* The Pricing of Options and Corporate Liabilities, in: *Journal of Political Economy*, Vol. 81, Mai–Juni 1973, S. 637–659. – *Finger, C. (2001):* The One-Factor CreditMetrics Model in the New Basel Capital Accord, RiskMetrics Group, Spring 2001. – *Gordy, M. B. (2002):* A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital Rules, Working Paper, Board of Governors of the Federal Reserve System, Oktober 2002. – *Merton, R. C. (1974):* On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, in: *Journal of Finance*, Vol. 29, 1974, S. 449–470. – *Rösch, D. (2003):* Correlations and Business Cycles of Credit Risk: Evidence from Bankruptcies in Germany, in: *Financial Markets and Portfolio Management*, 17, Nr. 3, 2003, S. 309–331. – *Sekretariat des Basler Ausschusses für Bankenaufsicht (2001):* Erläuternde Angaben zur Neuen Basler Eigenkapitalvereinbarung. – *Steiner, M./Starbatty, N. (2001):* Kritische Aspekte der Neuen Basler Eigenkapitalvereinbarung, in: *Finanz Betrieb*, Jg. 3, Nr. 7/8, S. 417–422. – *Vondra, K./Weiser, H. (2003):* Die prozyklischen Auswirkungen der Neuen Basler Eigenkapitalrichtlinien, WU-Wien, September 2003.

## **Zusammenfassung**

### **Die Diskussion um Prozyklizität versus Risikosensitivität im Basler Konsultationsprozess**

#### **Eine empirische Schätzung der asset return correlation und der Ausfallwahrscheinlichkeit für Österreich**

Dieser Aufsatz beleuchtet die Entwicklung der grundlegenden Berechnungsformeln der Eigenkapitalunterlegung für Unternehmen im Rahmen von Basel II. Der Basler Ausschuss bezieht sich darin zwar auf theoretische Modelle zur Berechnung der notwendigen Eigenkapitalunterlegung, durch verschiedene Modifizierungen der Formeln stimmen diese jedoch mit der theoretischen Grundlage nicht mehr überein. Basierend auf einer Maximum-Likelihood-Schätzung für Österreich kommen wir zu dem eindeutigen Ergebnis, dass der Basler Ausschuss die Berechnungsformeln nach dem primären Ziel einer durchschnittlichen Kapitalunterlegung von 8% und nicht nach theoretisch-empirischen Vorgaben determiniert haben muss. Damit stellt sich erneut die Frage nach den treibenden Motiven, welche hinter der jetzigen Berechnungsmethode stecken. (JEL G20, C51)

## **Summary**

### **The Discussion about Procyclicality versus Risk Sensitivity in the Basle II Consultation Process**

#### **An Empirical Estimation of the Asset Return Correlation and the Default Probability for Austria**

This article throws some light on the development of the basic calculation formulas governing companies' own-capital requirements within the framework of the Basle II consultation process. Although the Basle Committee makes reference to theoretical models for calculating the required own capital resources, these models no longer conform to the theoretical basis owing to various formula modifications. Based on a maximum likelihood estimation for Austria, we have reached the unambiguous conclusion that the Basle Committee must have decided upon the calculation formulas by the primary objective of an average 8% in terms of own capital resources as distinct from theoretico-empirical requirements. This gives again rise to questions about the driving forces at the base of the current calculation method.