

## Gibt es aus portfolioretischer Sicht eine Liquiditätsfalle?

Von Nikolaus K. A. Läufer, Radolfzell

### I. Einleitung

Die gegenwärtige Situation in der Weltwirtschaft, vor allem die ökonomische Entwicklung in Japan in den 90er-Jahren des letzten Jahrhunderts, hat verschiedentlich dazu geführt, dass das alte Gespenst einer Liquiditätsfalle<sup>1</sup> in Erinnerung gerufen wurde. Krugman<sup>2</sup> mutmaßte, dass Japan in einer Liquiditätsfalle stecke und nur durch Weginflationierung der realen Geldbestände daraus wieder entkommen könne.

Solche Erklärungen und Aussagen setzen stillschweigend voraus, dass es Liquiditätsfallen geben kann. Wie ein Blick in makroökonomische Lehrbücher<sup>3</sup> zeigt, geht man dort in keynesianischen Modellen von der Existenz einer Liquiditätsfalle bei positiven Zinssätzen aus. Eine Liquiditätsfalle wird dabei definiert als eine Geldnachfrage, die bei fallendem Zinssatz, ab einem noch positiven Zinssatz (dem kritischen Niveau), unendlich elastisch wird. Diese Eigenschaft der Geldnachfrage verhindert, dass der gleichgewichtige Marktzinssatz unter dieses kritische Niveau absinken kann. Weitere stimulierende geldpolitische Maßnahmen, die zu einer Erhöhung der nominellen Geldmenge führen, haben dann keine Chance mehr, den Marktzinssatz weiter zu senken, und verpuffen ins Leere.

Die Liquiditätsfalle wird in der Literatur als Folge einer besonderen Eigenschaft der spekulativen Geldhaltung beschrieben. Die Portfolio-Theorie liefert die theoretische Grundlage für die spekulative Geldnachfrage. Wenn man die Existenz von Liquiditätsfallen überprüfen will,

---

<sup>1</sup> Siehe *J. M. Keynes* (1936), S. 207.

<sup>2</sup> Siehe Krugman's Web-Seite.

<sup>3</sup> Siehe *Sachs-Lorrain* (1995), S. 477. Eine Ausnahme bildet *Dornbusch-Fischer* (2001), 8. Ed., S. 245, wo die Liquiditätsfalle bei Null angesetzt wird.

dann ist in erster Linie eine Neubetrachtung der Ergebnisse der Portfolio-Theorie erforderlich.

## II. Definition und Arten von Liquiditätsfallen

### 1. Konkurrierende Definitionen

Wir arbeiten mit zwei Definitionen für Liquiditätsfallen:

1. Unendliche Zinselastizität in allen Punkten der Geldnachfrage;
2. Unendlich große Geldnachfrage bei endlichen Zinssätzen.

Die erste Definition bedarf einer näheren Erläuterung. Eine unendlich elastische Geldnachfragefunktion hat ab einem bestimmten Zinssatz im Zins-Geldmengen-Diagramm einen flachen oder horizontalen Verlauf. Es genügt also für eine Liquiditätsfalle nicht, dass die Geldnachfrage nur in einem Punkte vollständig elastisch ist.<sup>4</sup> Hier soll vielmehr, im Einklang mit der makroökonomischen Literatur, ein flacher Verlauf der Geldnachfragefunktion ab einem bestimmten Punkt vorliegen. Das heißt, die Steigung der Geldnachfragefunktion soll ab diesem Punkt in allen Punkten Null sein.<sup>5</sup> Wir werden uns deshalb später nicht auf die Elastizitäten, sondern auf die Steigung der Geld-Nachfragefunktionen konzentrieren.

Die aufgelisteten Definitionen sind nicht äquivalent. Die erste Definition hat den Nachteil, dass sie Differenzierbarkeit der Geldnachfragefunktion voraussetzt und nur notwendige, aber keine hinreichenden Bedingungen nennt, unter denen die Nachfrage nach Geld unendlich groß werden kann.<sup>6</sup> Die zweite Definition ist der ersten Definition vorzuziehen, weil sie mit der Vermeidung des Elastizitätsbegriffs weder Stetigkeit noch Differenzierbarkeit der Geldnachfragefunktion voraussetzt.

### 2. Aktive versus passive Liquiditätsfallen

Wir unterscheiden im Folgenden zwischen aktiven und passiven Liquiditätsfallen. Eine aktive Liquiditätsfalle liegt vor, wenn eine unendlich große Geldhaltung erforderlich ist, damit der Portfolio-Halter die für ihn

---

<sup>4</sup> In einer linear fallenden Geldnachfragefunktion liegt solch ein einzelner Punkt unendlich elastischer Nachfrage bei einer Geldhaltung von Null.

<sup>5</sup>  $\frac{\partial i}{\partial M^d} = 0$ .

<sup>6</sup> Wir verzichten aber nicht auf diese Definition, weil diese Definition besonders auf die von uns später sogenannten „passiven“ Liquiditätsfallen zutrifft.

beste Position (das Maximum der Nutzenerwartung) erreicht. Eine passive Liquiditätsfalle liegt dagegen dann vor, wenn der Portfolio-Halter zwischen der Haltung von Geld und anderen Vermögenobjekten nicht nur marginal indifferent ist.<sup>7</sup> In einer solchen Indifferenzlage ist die beste Position (das Maximum der Nutzenerwartung) des Portfolio-Halters mit einem beliebigen Geldanteil am Portfolio vereinbar. Insbesondere verlangt hier die Maximierung des Erwartungsnutzens keine unendlich große Geldhaltung, schließt sie aber auch nicht aus. Während bei einer aktiven Liquiditätsfalle der Portfolio-Halter versucht, seine Geldhaltung aktiv zu vermehren, weil sein Optimum im Unendlichen liegt, hat der Portfolio-Halter bei einer passiven Liquiditätsfalle lediglich nichts dagegen einzuwenden, wenn seine Geldhaltung sich vermehrt. Er strebt diese Vermehrung aber nicht aktiv an, weil er sein Optimum auch mit jeder beliebigen endlichen Geldhaltung erreichen kann (Indifferenzlage). Die erste Definition erfasst vor allem passive, aber auch aktive Liquiditätsfallen. Die zweite Definition erfasst dagegen ausschließlich aktive Liquiditätsfallen.

### III. Definition und Arten von Wertpapierfallen

Wenn wir nicht die Nachfrage nach Geld, sondern die Nachfrage nach Wertpapieren betrachten, dann können wir die beiden Definitionen analog anwenden. Nach der ersten Definition liegt eine Wertpapierfalle dann vor, wenn die Wertpapiernachfrage ab einem Punkt unendlich zinselastisch ist. Nach der zweiten Definition sprechen wir dann von einer Wertpapierfalle, wenn die Nachfrage nach Wertpapieren unendlich groß ist. Ferner kann man, analog zu den Liquiditätsfallen, zwischen aktiven und passiven Wertpapierfallen unterscheiden. Wir werden sehen, dass sich die Symmetrie der Definitionen für Liquiditäts- und Wertpapierfallen in einer Symmetrie der Existenz-Bedingungen niederschlägt.

---

<sup>7</sup> „Nichtmarginal indifferent“ soll heißen, dass die subjektive Indifferenz nicht nur gegenüber marginalen (infinitesimal kleinen) Veränderungen der Portfolio-Aufteilung, sondern auch gegenüber beliebigen, also auch substanziellen und großen Veränderungen der Geldanteile am Gesamtportfolio besteht.

#### IV. Optimale Portfolio-Aufteilung bei Unsicherheit aller Ertragssätze

##### 1. Voraussetzungen

Die Lehrbücher der Makroökonomik beziehen sich in der Regel auf Modelle, in denen zwei Anlageformen existieren: Geld, das keinen pekuniären Ertrag abwirft, und Wertpapiere, die verzinslich sind. Diese von der Makroökonomik vorgenommene Beschränkung auf eine Zwei-Asset-Welt erleichtert die portfoliotheoretische Analyse der Geldhaltung enorm. Wir übernehmen sie in einen Ansatz der Maximierung des Erwartungsnutzens.

Wir unterstellen ferner normalverteilte reale Ertragssätze, sodass wir den Erwartungsnutzen parametrisieren<sup>8</sup> können:  $U^e = \int_{-\infty}^{\infty} U(V^e)g(V^e)dV^e = \hat{f}(\mu_r, \sigma_r^2, V)$ . Hierin ist  $g(V^e)$  die Dichtefunktion für das stochastische Endvermögen,  $V^e$ . Der Erwartungsnutzen,  $U^e$ , hängt positiv ab von  $\mu_r$  und  $\sigma_r^2$  beeinflusst ihn negativ, überhaupt nicht, oder positiv, je nachdem ob Risiko-Aversion (konkave Nutzenfunktion  $U$ ), Risiko-Neutralität (lineares  $U$ ) oder Risiko-Liebe (konvexes  $U$ ) der Anleger vorliegt. Das Anfangsvermögen  $V$  hat einen positiven Einfluss. Die Funktion für den Erwartungsnutzen habe die Standard-Eigenschaften.<sup>9</sup> Insbesondere bringt der Verlauf der Indifferenzkurven im  $\mu, \sigma$ -Diagramm (siehe Abbildung 3 im grafischen Anhang) die Einstellung des Investors zum Risiko zum Ausdruck.

Wir analysieren unterschiedliche Einstellungen zum Risiko. Für die Parameter der relativen Risiko-Einstellung unterstellen wir einen kons-

---

<sup>8</sup> Über die Frage, unter welchen Voraussetzungen der Erwartungsnutzen parametrisiert werden kann, hat es eine lange Diskussion gegeben. Diese Diskussion, in der die Arbeit von *Schneeweiss* (1967) einen Markstein darstellt, hat bisher ergeben, dass der Erwartungsnutzen des stochastischen Endvermögens durch eine Funktion der Parameter „Mittelwert“ und „Varianz“ des Endvermögens beschrieben werden kann, wenn entweder die Nutzenfunktion quadratisch ist oder der durchschnittliche Ertragssatz, und damit das Endvermögen, verteilt sind nach einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, die einer linearen Klasse von Wahrscheinlichkeitsverteilungen angehört (siehe *H. W. Sinn* (1988)). Die Klasse der Normalverteilungen bildet eine solche lineare Klasse. Eine quadratische Nutzenfunktion zeigt Merkwürdigkeiten (siehe *Arrow* (1965), S. 35 f.), die wir hier wegen der noch folgenden Limes-Betrachtungen unbedingt vermeiden wollen. Die empirischen Verteilungen von Ertragssätzen werden dagegen recht gut von Normalverteilungen approximiert. Siehe dazu auch *Fama* ((1976), S. 17 ff.). Obwohl die Approximation durch paretianische Verteilungen wegen der „fatness of tails“ der empirischen Verteilungen besser ist als durch die Normalverteilung, stützen wir uns hier auf die Normalverteilungsannahme.

<sup>9</sup> Siehe dazu *Tobin* (1958).

tantan Verlauf. Mit dieser Annahme der konstanten relativen Risiko-Aversion (konstante relative Risiko-Neutralität oder konstante relative Risiko-Vorliebe) hat das Anfangsvermögen des Portfolio-Halters keinen Einfluss auf die Vermögensaufteilung. Das Vermögen kann daher beliebig klein oder beliebig groß sein, ohne die optimale Aufteilung des Vermögens auf die alternativen Anlageformen zu beeinflussen. Daher können wir uns auf die Analyse eines Einheitsportfolios<sup>10</sup> beschränken.<sup>11</sup> Es wird, wie in der Portfolio-Theorie üblich, ein perfekter Kapitalmarkt unterstellt, sodass der Ertragssatz einer Anlageform und der Zinssatz bei einer Verschuldung in derselben Anlageform einander gleich sind. Der Investor betrachtet die Ertragssätze und ihre stochastischen Eigenschaften als Parameter (Daten), die von seinen eigenen Investitionsentscheidungen und deren Umsetzung unabhängig sind (vollständige Konkurrenz). Gegenüber der klassischen Portfolio-Literatur wird hier die Inflationsrate als negativer Ertragssatz des Geldes explizit berücksichtigt. Geld wird also nicht als Anlageform mit einem sicheren Ertragssatz von Null angesehen. Daher weichen die folgenden Formeln von den in der einschlägigen Literatur üblichen ab. Zur Begründung der Formeln kann deshalb auch nicht auf die klassische Literatur<sup>12</sup> verwiesen werden.

---

<sup>10</sup> Beim Einheitsportfolio hat das Anfangs-Vermögen ex definitione den Umfang eines einzigen Euros.

<sup>11</sup> Hier gibt es ein Problem. Mit der Annahme der Normalverteilung des Endvermögens bzw. der Ertragssätze rechtfertigen wir eine Parametrisierung des Erwartungsnutzens in den Parametern „Mittelwert“ und „Varianz“ des Endvermögens. Mit der Annahme der Konstanz der relativen Risiko-Aversion begründen wir die Konzentration auf das Einheitsportfolio. In der Literatur wird seit *Pratt* (1964) jedoch die Ansicht vertreten, dass nur solche Nutzenfunktionen konstante relative Risiko-Aversion aufweisen, deren Definitionsbereich nicht mit dem Definitionsbereich der Normalverteilung übereinstimmt. (Siehe dazu auch *B. Rudolph* (1979), S. 21 f.) Normalverteilungsannahme und konstante relative Risiko-Aversion passen in der Portfolio-Theorie nicht richtig zusammen. Die Annahme der Konstanz der relativen Risiko-Einstellung ist deshalb hier nur als Approximation an den wirklichen Verlauf zu sehen. Wem dieses Vorgehen nicht akzeptabel erscheint, weil eine Abschätzung der Fehler, die durch diese Approximation begangen werden, nicht vorliegt, dem verbleibt die Möglichkeit, unsere parametrisierte Funktion für den Erwartungsnutzen mit all ihren Eigenschaften als originäre Verhaltenshypothese zu interpretieren, die der folgenden Analyse unterlegt wird. Bestandteil dieser Hypothese sind dann allerdings auch die Vorzeichen-Eigenschaften der partiellen Ableitungen der parametrisierten Funktion für den Erwartungsnutzen, die als hinreichende Bedingungen für ein Maximum, Minimum oder einen Wendepunkt gelten. Wir gehen im Folgenden nicht weiter auf diesen Interpretationsfall ein. Dadurch vermeiden wir eine unübersichtliche Fallunterscheidung, die an unseren Ergebnissen aus der parametrisierten Funktion nichts ändern würde.

<sup>12</sup> Z.B. *Tobin* (1958).

## 2. Definition der Parameter

Der reale Ertragssatz auf Geld bzw. festverzinsliche Wertpapiere lautet  $r_1^r = 0 - \pi$  bzw.  $r_2^r = r_2^n - \pi$ .  $r^r$  und  $r^n$  bezeichnen reale bzw. nominelle Ertragssätze.<sup>13</sup>  $\pi$  ist die stochastische Inflationsrate. Die Erwartungswerte und die Varianzen der Ertragssätze lauten:

- **Geld:**

$$\mu_1 = E(r_1^r) = -\pi^e, \sigma_1^2 = \sigma_{r_1^r}^2 = \sigma_\pi^2$$

- **Verzinsliche Wertpapiere:**

$$\mu_2 = E(r_2^r) = E(r_2^n) - \pi^e, \sigma_2^2 = \sigma_{r_2^r}^2 = \sigma_{r_2^n}^2 + \sigma_\pi^2 - 2\sigma_{r_2^n, \pi}$$

Dabei steht  $\pi^e$  für die erwartete Inflationsrate.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der *Differenz* der realen Ertragssätze,  $r_1^r - r_2^r = -r_2^n$ , hat folgende Parameter:  $E(r_1^r - r_2^r) = (0 - \pi^e) - (E(r_2^n) - \pi^e) = -E(r_2^n)$ ,  $\sigma_{r_1^r - r_2^r}^2 = \sigma_{r_2^n}^2$  und  $\sigma_{1,2} = \sigma_{r_1^r, r_2^r} = \sigma_\pi^2 - \sigma_{r_2^n, \pi}$ .

Für den realen Ertragssatz eines Einheitsportfolios haben wir:  $r^r = \alpha r_2^n - \pi$  mit den Parametern  $\mu_r = \alpha(\mu_2 - \mu_1) + \mu_1 = \alpha E(r_2^n) - \pi^e$  und  $\sigma_r^2 = \alpha^2 \sigma_{r_1^r - r_2^r}^2 - 2\alpha \sigma_{(r_1^r - r_2^r), \pi} + \sigma_\pi^2 = \alpha^2 \sigma_{r_2^n}^2 - 2\alpha \sigma_{r_2^n, \pi} + \sigma_\pi^2$ . Darin ist  $\alpha$  der Anteil verzinslicher Wertpapiere am Gesamtportfolio und  $1 - \alpha$  ist der Anteil des Geldes.

## 3. Risiko-Aversion

Bei Risiko-Aversion hängt der Erwartungsnutzen<sup>14</sup>  $U^e = f(\overset{\mu_r}{+}, \overset{\sigma_r^2}{-})$  negativ vom Risikoparameter  $\sigma_r$  ab. Die Portfolio-Analyse liefert unter den gegebenen Voraussetzungen<sup>15</sup> folgende Formeln für die optimale Aufteilung des Vermögens:

<sup>13</sup> Der nominelle Ertragssatz eines verzinslichen Wertpapiers ist gleich dem nominellen Zinssatz des Wertpapiers plus der unsicheren relativen Kapitalwertänderung des Wertpapiers pro Zeiteinheit. In der Makroökonomik wird üblicherweise der Erwartungswert der Kapitalwertänderung gleich Null gesetzt. Bei festverzinslichen Wertpapieren bedeutet dies, dass der erwartete nominelle Ertragssatz gleich ist dem nominellen Zinssatz. Durch die Unsicherheit der Kapitalwertänderung wird der nominelle Ertragssatz auch festverzinslicher Wertpapiere zur stochastischen Größe.

<sup>14</sup> Die Funktion für den Erwartungsnutzen,  $f$ , wird nun anders als zuvor symbolisiert, weil das Vermögen nicht mehr als explizite Variable vorkommt.

<sup>15</sup> Solange wir jegliche Nichtnegativitätsbedingung der Anteile für Geld und verzinsliche Wertpapiere vernachlässigen, ist zugelassen, dass der Portfolio-Halter sich unbeschränkt entweder in Geld oder in verzinslichen Wertpapieren verschulden kann und zwar zu „Zinssätzen“, die den Anlageertragssätzen entsprechen.

**Anteil verzinslicher Wertpapiere:**

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \alpha^* &= \frac{\sigma_1^2 - \sigma_{1,2}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{1,2}} + \frac{\mu_2 - \mu_1}{q(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{1,2})} \\
 (2) \quad &= \frac{\sigma_{r_1}^2 - \sigma_{r_1, r_2}}{\sigma_{r_1 - r_2}^2} + \frac{E(r_2 - r_1)}{q\sigma_{r_1 - r_2}^2} \\
 (3) \quad &= \underbrace{\frac{\sigma_{r_2, \pi}}{\sigma_{r_2}^2}}_{\text{Minimum-Varianz-Komponente}} + \underbrace{\frac{E(r_2^n)}{q\sigma_{r_2}^2}}_{\text{spekulative Komponente}}.
 \end{aligned}$$

$q$  ist der Parameter für die relative Risiko-Aversion und als solcher positiv.<sup>16</sup>

Wenn die Inflationsrate  $\pi$  sicher ist, dann wird die Minimum-Varianz-Komponente,  $\frac{\sigma_{r_2, \pi}}{\sigma_{r_2}^2}$ , gleich Null.

**Anteil des Geldes:**

$$(4) \quad 1 - \alpha^*.$$

Berücksichtigt man zusätzlich die Nebenbedingung,  $-\infty \leq \alpha \leq 1$ , d.h. die Vorschrift, dass im Asset „Geld“ keine Verschuldung möglich ist, dann lauten die optimalen Anteile für festverzinsliche Wertpapiere  $\text{Min}(1, \alpha^*)$  und für Geld  $\text{Max}(0, 1 - \alpha^*)$ .

Wenn wir bei der Untersuchung der Bedingungen für das Vorliegen einer Liquiditätsfalle positive Geldhaltung voraussetzen, dann können wir bei Risiko-Aversion die Bedingung  $-\infty \leq \alpha \leq 1$  vernachlässigen und uns auf die zuerst gebotene Beschreibung der optimalen Anteile beschränken.

Auch für das Risiko der Ertragssätze wird bei Verschuldung und Anlage Symmetrie angenommen.

<sup>16</sup> Die Konstanz des Parameters für die relative Risiko-Aversion bedeutet insbesondere, dass  $q$  die folgenden drei Eigenschaften besitzt:  $\frac{\partial q}{\partial \mu_1} = 0$ ,  $\frac{\partial q}{\partial \sigma_1^2} = 0$  und  $\frac{\partial q}{\partial V} = 0$ . Die ersten beiden Eigenschaften gewährleisten, dass die Formel für  $\alpha^*$  eine explizite Lösung ist und nicht nur eine implizite Funktion von  $\alpha^*$  darstellt. Die dritte Eigenschaft erlaubt die Konzentration auf das Einheitsportfolio, was eine formale Vereinfachung ermöglicht. Für unsere späteren Ergebnisse zur Frage der Existenz einer Liquiditätsfalle ist die Konzentration auf das Einheitsportfolio jedoch ohne Bedeutung. Wir könnten also auf die Eigenschaft  $\frac{\partial q}{\partial V} = 0$  verzichten. Nicht verzichtbar sind jedoch die beiden ersten Eigenschaften.

### Notwendige und hinreichende Bedingungen

Die obigen Formeln für die optimale Portfolio-Aufteilung sind Umformungen der notwendigen Bedingungen (Bedingungen 1. Ordnung) für ein Extremum des Erwartungsnutzens:

$$(5) \quad \frac{\partial U^e}{\partial \alpha} = 0.$$

Aufgrund der Konkavität der zugrunde liegenden Nutzenfunktion  $U(V)$  ist die Bedingung erster Ordnung im Falle der Risiko-Aversion ( $q > 0$ ) notwendig und hinreichend für ein Maximum. Dagegen ist im Fall der Risiko-Vorliebe ( $q < 0$ ) die Bedingung erster Ordnung wegen der Konvexität der Nutzenfunktion notwendig und hinreichend für ein Minimum. Und im Falle der Linearität der Nutzenfunktion (Risiko-Neutralität, d.h. wenn  $q \rightarrow 0$ ) ist die Bedingung erster Ordnung notwendig und hinreichend für das Vorliegen eines Wendepunktes.<sup>17</sup> Die obigen Anteils-Formeln versagen also, wenn es darum geht, die maximierenden Anteile im Falle der Risiko-Vorliebe und Risiko-Neutralität zu bestimmen. Wir müssen stattdessen direkt auf die Zielfunktion zugreifen.

#### 4. Risiko-Neutralität

Bei Risiko-Neutralität spielen in der Funktion für den erwarteten Nutzen  $U^e = f(\mu^r)$  die Risikoparameter keine Rolle mehr. Scheidet man Verschuldung im Asset „Geld“ aus<sup>18</sup>, dann ist das maximierende  $\alpha$  zu wählen unter der zusätzlichen Nebenbedingung  $-\infty \leq \alpha \leq 1$ . Je nachdem ob diese zusätzliche Nebenbedingung gilt oder nicht, lauten die optimalen Wertpapier-Anteile:

$$(6) \quad \alpha^* = \begin{cases} 1 & \text{(mit unbegrenzter Verschuldung in Geld: } +\infty) \\ \text{unbestimmt} & \\ -\infty & \end{cases}$$

für

$$(7) \quad \mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n) = \begin{Bmatrix} + \\ 0 \\ - \end{Bmatrix}.$$

<sup>17</sup> Wir erinnern jedoch an Fußnote 11.

<sup>18</sup> D.h., man schließt  $(1 - \alpha) < 0$  aus.



5. Risiko-Liebe

Bei Risiko-Liebe hängt der Erwartungsnutzen  $U^e = f(\mu_r, \sigma_r^2)$  positiv vom Risikoparameter  $\sigma_r$  ab. Die Ergebnisse hängen davon ab, ob  $\sigma_{r_2}^2$  größer oder gleich Null ist.

Für  $\sigma_{r_2}^2 > 0$ :

Je nachdem ob die Nebenbedingung  $-\infty \leq \alpha \leq 1$  gilt oder nicht, lauten die optimalen Wertpapier-Anteile<sup>19</sup>:

$$(9) \quad \alpha^* = \begin{cases} 1 & \text{(mit unbegrenzter Verschuldung in Geld : } +\infty) \\ -\infty \text{ und (wenn unbegrenzte Verschuldung in Geld möglich) } +\infty & \end{cases}$$

für

$$(10) \quad \mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n) = \begin{cases} + \\ 0 \\ - \end{cases}$$

Für  $\sigma_{r_2}^2 = 0$ :

Hier ist  $\sigma_r^2 = \sigma_\pi^2$  unabhängig von  $\alpha$  und daher sind die optimalen Anteile die gleichen wie im Fall der Risiko-Neutralität.

**V. Liquiditätsfallen**

1. Risiko-Aversion

a) Erste Definition

Um die Existenz einer Liquiditätsfalle nach der *ersten Definition* zu überprüfen, fragen wir, ob die Steigung der Nachfragefunktion ab einem bestimmten Punkt fortwährend (d.h. mengenunabhängig) Null ist. Die Geldnachfragefunktion lautet:

$$(11) \quad M^d = (1 - \alpha^*)V.$$

Darin ist  $M^d$  die Geldnachfrage und  $V$  ist das gesamte Anfangsvermögen, das in Geld oder Wertpapieren (Zwei-Asset-Welt) angelegt wird. Die

---

<sup>19</sup> Man beachte: Sofern  $\sigma_{r_2}^2 > 0$ , gilt, unabhängig vom Vorzeichen von  $\sigma_{r_2^n, \pi}$ ,  
 (8)  $\lim_{\alpha \rightarrow -\infty} \sigma_r^2 = \lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \sigma_r^2 = \infty$ .

Geldnachfragefunktion ist linear<sup>20</sup> in  $E(r_2^n)$  (siehe die Abbildung 1). Die Steigung der Geldnachfragefunktion<sup>21</sup> lautet<sup>22</sup>:

$$(12) \quad \frac{\partial E(r_2^n)}{\partial M} = \frac{1}{\frac{\partial M}{\partial E(r_2^n)}}.$$

Die Steigung der Geldnachfragefunktion strebt mengenunabhängig gegen (minus) Null, wenn die Ableitung der Geldnachfragefunktion nach  $E(r_2^n)$ ,  $\frac{\partial M}{\partial E(r_2^n)} = -\frac{1}{q\sigma_{r_2^n}^2}V$ , mengenunabhängig gegen (minus) unendlich geht. Letzteres ist der Fall, wenn die Varianz der Ertragssatzdifferenz,  $\sigma_{r_2^n}^2$ , gegen Null geht, d. h., wenn der nominelle Ertragssatz des Wertpapiers sicher wird.

#### b) Zweite Definition

Bei Anwendung der *zweiten* Definition einer Liquiditätsfalle untersuchen wir die Frage, wann der optimale Anteil  $1 - \alpha^*$  gegen (plus) unendlich geht. Dazu schreiben wir die Formel für das optimale  $\alpha$  wie folgt:

$$(13) \quad \alpha^* = \frac{q\sigma_{r_2^n, \pi} + E(r_2^n)}{q\sigma_{r_2^n}^2}$$

Eine Fallunterscheidung bietet sich an.

1. Fall:  $E(r_2^n) \neq 0$

Mit  $\sigma_{r_2^n} \rightarrow 0$  geht  $\sigma_{r_2^n, \pi}$  gegen Null<sup>23</sup>. D. h., der Zähler von  $\alpha^*$  geht gegen  $E(r_2^n)$ . Die Bedingung  $E(r_2^n) < 0$  ist daher, im gegebenen Fall, notwendig

<sup>20</sup> Diese Linearität ist an die Bedingung der konstanten relativen Risiko-Aversion geknüpft.

<sup>21</sup> im Zins-Geldmengen-Diagramm.

<sup>22</sup> Diese Darstellung gilt für eindeutige (also invertierbare) Funktionen zwischen  $M$  und  $r_2^n$ . Das partielle Ableitungszeichen bringt zum Ausdruck, dass wir alle übrigen Variablen konstant halten. Dann folgt die Beziehung aus bekannten Sätzen über das Verhältnis der ersten Ableitung einer Funktion zur ersten Ableitung ihrer Inversen.

<sup>23</sup> Nach der Schwarz'schen Ungleichung gilt  $|\sigma_{r_2^n, \pi}| \leq \sigma_{r_2^n} \sigma_\pi$ . Für festgehaltenes  $\sigma_\pi > 0$  erzwingt ein gegen Null gehendes  $\sigma_{r_2^n}$ , dass auch  $\sigma_{r_2^n, \pi}$  gegen Null strebt. Wenn aber  $\sigma_\pi = 0$ , dann gilt  $\sigma_{r_2^n, \pi} = 0$  von vornherein, unabhängig von endlichen Werten für  $\sigma_{r_2^n}$ .

und hinreichend dafür, dass die Geldnachfrage gegen plus unendlich geht:

$$(14) \quad \lim_{\sigma_{r_2^n} \rightarrow 0} (1 - \alpha^*) = +\infty.$$

Eine sichere erwartete Ertragsatzdifferenz zugunsten des geldlichen Anlageobjektes<sup>24</sup> impliziert im vorliegenden Fall eine aktive Liquiditätsfalle, aktiv deshalb weil der Portfoliobalter den Wert  $1 - \alpha^* = \infty$  in eigener Initiative realisieren muss, um das Nutzenmaximum zu erreichen.<sup>25</sup>

Bei  $E(r_2^n) > 0$  gilt:

$$(15) \quad \lim_{\sigma_{r_2^n} \rightarrow 0} \alpha^* = +\infty.$$

Es liegt eine aktive Wertpapierfalle vor.

2. Fall:  $E(r_2^n) = 0$

Beim Grenzübergang  $\sigma_{r_2^n} \rightarrow 0$  geht sowohl der Zähler als auch der Nenner von  $\alpha^*$  gegen Null. Wir erhalten einen unbestimmten Ausdruck. Um diese unbestimmten Ausdrücke zu vermeiden, betrachten wir die Formel für die Varianz von  $r$ , d.h.  $\sigma_r^2$ , direkt und beachten den negativen Einfluss dieser Varianz auf den Erwartungsnutzen.

Bei einem  $\sigma_{r_2^n} > 0$ , wird sich von einem bestimmten Punkt an durch Erhöhung des Parameters  $1 - \alpha$ <sup>26</sup> die Varianz des realen Portfolio-Ertragsatzes erhöhen, ohne dass sich der erwartete Ertragsatz des Portfolios verändert. Es besteht daher bei vorausgesetzter Risiko-Aversion kein Nutzen-Anreiz, einen unendlich großen Wert von  $(1 - \alpha)$  zu wählen. Andererseits ist bei einem  $\sigma_{r_2^n} = 0$  jeder Wert von  $(1 - \alpha)$  als optimale Lösung zulässig<sup>27</sup>, insbesondere ein  $(1 - \alpha) \rightarrow \infty$  ist nicht auszuschließen.

<sup>24</sup> Bei einem sicheren nominellen Ertragsatz auf Geld von Null bedeutet diese Voraussetzung (für eine Liquiditätsfalle): ein sicherer negativer nomineller Ertragsatz auf das nichtgeldliche Asset.

<sup>25</sup> Bei einer passiven Liquiditätsfalle ist der Wert  $1 - \alpha^* = \infty$  für das Nutzenmaximum zwar nicht erforderlich, aber durch das Nutzenmaximum auch nicht ausgeschlossen. Hier hat der Portfoliobalter nichts dagegen, wenn er in die Position unendlich großer Geldhaltung gestoßen wird. Es gibt allerdings keinen Anreiz dafür, diese Position aktiv aufzusuchen.

<sup>26</sup> D.h. durch Wahl eines negativen bzw. eines noch stärker negativen  $\alpha$ .

<sup>27</sup> Man beachte wiederum, dass aufgrund der Schwarz'schen Ungleichung  $\sigma_{r_2^n, \pi} = 0$ , wenn  $\sigma_{r_2^n} = 0$ . Die Portfolio-Varianz  $\sigma_r^2 = \sigma_\pi^2$  ist dann eine von  $\alpha$  unabhängige Konstante.

Allerdings ist dann auch ein  $\alpha \rightarrow \infty$  zulässig. Da jeder mögliche Wert von  $\alpha$  als optimale Lösung gelten kann, haben wir eine passive Liquiditätsfalle vorliegen. Gleichzeitig existiert eine passive Wertpapierfalle.<sup>28</sup>

### c) Ergebnisunterschiede nach Definitionen

Ein Vergleich der Ergebnisse für die erste und zweite Definition einer Liquiditätsfalle fördert Folgendes zutage.

1. Nach der ersten Definition wird auch dort ( $\sigma_{r_2}^n \rightarrow 0$  unter  $E(r_2^n) > 0$ ) eine Liquiditätsfalle angezeigt, wo nach der zweiten Definition eher von einer Wertpapierfalle ( $\alpha^* \rightarrow \infty$ ) die Rede sein sollte. Das liegt daran, dass die erste Definition keine Rücksicht auf  $E(r_2^n)$  nimmt.<sup>29</sup>
2. Die erste Definition zeigt auch dort ( $\sigma_{r_2}^n \rightarrow 0$  unter  $E(r_2^n) = 0$ ) eine Liquiditätsfalle an, wo nach der zweiten Definition kein nutzenmäßiger Anreiz besteht, entweder die Geldhaltung oder die Wertpapierhaltung auf einen unendlichen Wert zu treiben. Auch dies liegt an der Vernachlässigung von  $E(r_2^n)$  in der ersten Definition.
3. Die erste Definition zeigt nicht nur aktive, sondern auch passive Liquiditätsfallen an. Die zweite Definition zeigt dagegen nur aktive Liquiditätsfallen an.
4. Die Konstellation (flacher Verlauf der Geldnachfragefunktion und positiver nomineller Zinssatz =  $E(r_2^n)$ ), die in Makro-Lehrbüchern als Liquiditätsfalle beschrieben wird, ist aus portfoliotheoretischer Sicht die Konstellation einer aktiven Wertpapierfalle ( $\alpha^* \rightarrow \infty$ ).

## 2. Risiko-Neutralität und Risiko-Vorliebe

Bei Risiko-Neutralität und, sofern  $\sigma_{r_2}^n = 0$ , auch bei Risiko-Vorliebe haben wir eine stetige, aber keine differenzierbare Geldnachfragefunktion. Bei Risiko-Vorliebe und  $\sigma_{r_2}^n > 0$  ist die Geldnachfragefunktion dagegen weder stetig, noch differenzierbar. Die erste Definition der Liquiditätsfalle ist also nicht anwendbar. Die Geldnachfrage kann aber gegebenenfalls unbegrenzt sein, eine Situation, die wir nach der zweiten

<sup>28</sup> Die Liquiditätsfalle ist eine passive, weil nicht nur  $1 - \alpha = +\infty$  eine Lösung ist, sondern jeder beliebige endliche Wert von  $1 - \alpha$  ebenfalls. Mit den Voraussetzungen für eine passive Liquiditätsfalle liegen gleichzeitig auch die Voraussetzungen für eine passive Wertpapierfalle vor, sofern  $\alpha = \infty$  nicht ausgeschlossen ist.

<sup>29</sup> Aus diesem Resultat folgt der Vorschlag, die erste Definition dadurch zu verbessern, dass man sie mit der Bedingung  $E(r_2^n) \leq 0$  verknüpft.

Tabelle 1

**Parameterkonstellationen für Liquiditäts- und Wertpapierfallen**

	Risiko-Aversion		Risiko-Neutralität		Risiko-Liebe	
	$\sigma_{r_1^* - r_2^*} = 0$	$\sigma_{r_1^* - r_2^*} > 0$	$\sigma_{r_1^* - r_2^*} = 0$	$\sigma_{r_1^* - r_2^*} > 0$	$\sigma_{r_1^* - r_2^*} = 0$	$\sigma_{r_1^* - r_2^*} > 0$
$\mu_2 - \mu_1$						
+	$W^a$		$W^a$	$W^a$	$W^a$	$W^a$
0	$L^p, W^p$		$L^p, W^p$	$L^p, W^p$	$L^p, W^p$	$L^a, W^a$
-	$L^a$		$L^a$	$L^a$	$L^a$	$L^a$

Legende:  $L^a, L^p$  = Indikator für aktive bzw. passive Liquiditätsfalle;  $W^a, W^p$  = Indikator für aktive bzw. passive Wertpapierfalle; („Fallen“ im Sinne der zweiten Definition. Bei Risiko-Aversion und der Konstellation  $\sigma_{r_1^* - r_2^*} = 0$  und  $\mu_2 - \mu_1 = 0$  kann auch die erste Definition angewandt werden.)  $\mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n)$ ;  $\sigma_{r_1^* - r_2^*} = \sigma_{r_2^n}$ .

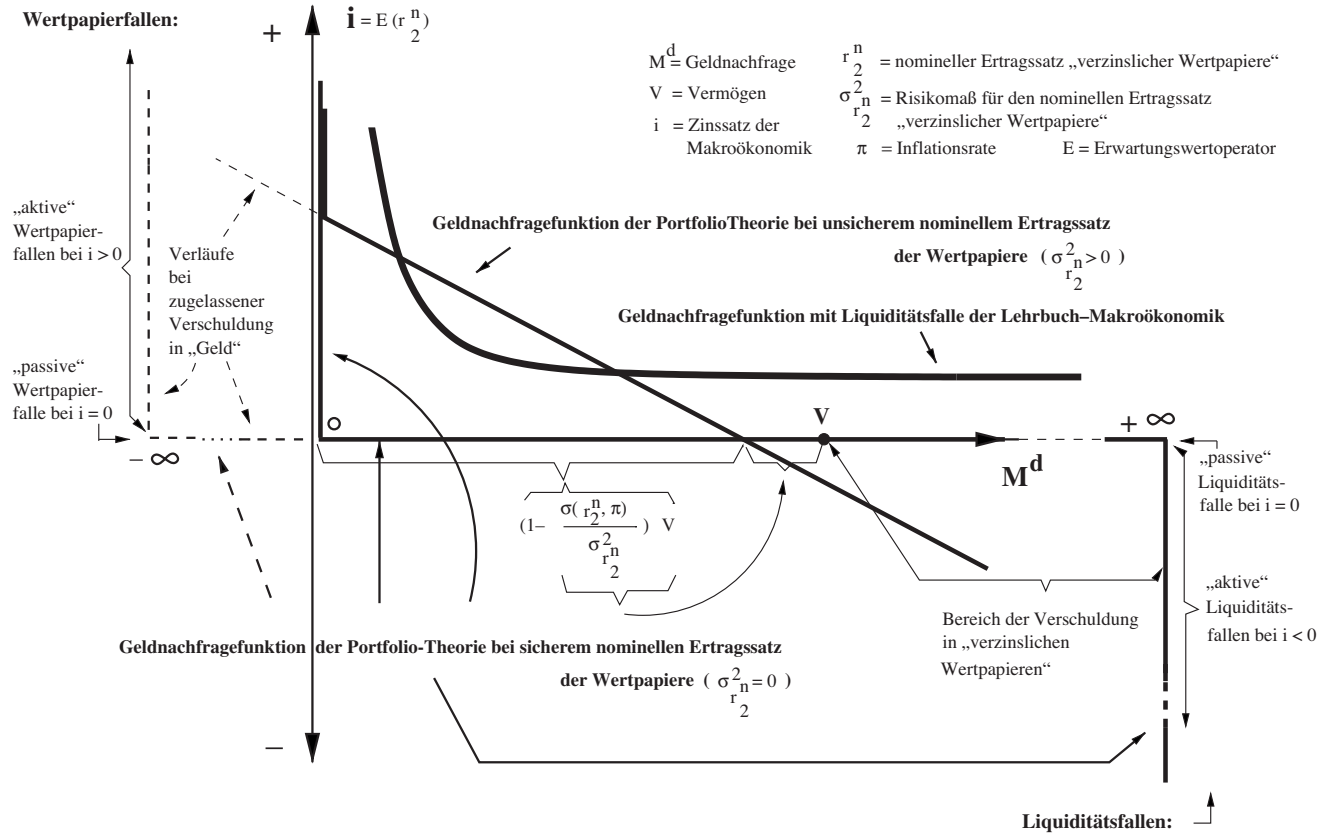
Definition als Vorliegen einer Liquiditätsfalle interpretieren. Wir stellen daher die Frage, unter welchen Voraussetzungen  $1 - \alpha^*$  gegen  $+\infty$  strebt.<sup>30</sup> Die Antwort lautet:

1. Ein positiver Wert für  $\mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n)$  schließt jede Art von Liquiditätsfalle aus. Er impliziert eine aktive Wertpapierfalle ( $\alpha^* \rightarrow \infty$ )<sup>31</sup>.
2. Ein negativer Wert für  $\mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n)$  schließt jede Art von Wertpapierfalle aus. Er impliziert eine aktive Liquiditätsfalle.
3.  $\mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n) = 0$ <sup>32</sup>: Bei Risiko-Neutralität ist für  $-\alpha^*$  jeder beliebige Wert, sogar  $-\infty$  und  $+\infty$  zulässig. Wir haben dann gleichzeitig eine passive Liquiditätsfalle und eine passive Wertpapierfalle vorliegen. Bei Risiko-Vorliebe gilt das gleiche, es sei denn die Ertragsatzdifferenz ( $r_2^n$ ) ist unsicher ( $\sigma_{r_2^n} > 0$ ). Denn bei Risiko-Vorliebe und unsicheren nominellen Ertragssätzen  $r_2^n$  ( $\sigma_{r_2^n}^2 > 0$ ) sind  $+\infty$  und  $-\infty$  und nur diese Werte nutzenmaximierend. Es liegt dann gleichzeitig eine aktive Liquiditätsfalle und eine aktive Wertpapierfalle vor.

<sup>30</sup> Zur Beantwortung dieser Frage verwenden wir nicht die Formel (3), sondern betrachten die Funktion für den Erwartungsnutzen direkt.

<sup>31</sup> Hier wird natürlich die Verschuldung in Geld implizit unbeschränkt zugelassen. Sonst macht die Aussage keinen Sinn. Es besteht daher kein Widerspruch zur ersten Zeile in Gleichung (6).

<sup>32</sup> Ein  $\mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n) = 0$  schränkt den Bereich der möglichen  $\alpha^*$  noch nicht ein. Eine Einschränkung kann hier nur von der Seite der Varianz  $\sigma_{r_2^n}$  oder von der Seite der Risiko-Einstellung kommen. Wie die Überschrift zu diesem Abschnitt zum Ausdruck bringt, wird hier nur zwischen Risiko-Neutralität und Risiko-Vorliebe unterschieden. Der Fall der Risiko-Aversion ist bereits in einem vorhergehenden Abschnitt behandelt worden.



Kredit und Kapital 3/2006

Abbildung 1: Geldnachfragefunktionen bei Risiko-Aversion (alternative Verläufe und Konzepte)

## VI. Wertpapierfallen

Die Bedingungen für Wertpapierfallen sind symmetrisch zu denen für Liquiditätsfallen. Wenn das Vorzeichen von  $E(r_2^n)$  umgekehrt wird, entsteht aus einer Liquiditätsfalle eine Wertpapierfalle. Der Charakter der Falle, ob aktiv oder passiv, ändert sich nicht durch die Vorzeichenumkehr. Man beachte, dass die Vorzeichenumkehr beim Wert  $E(r_2^n) = 0$  keine Änderung bedeutet. Daher kommen Liquiditäts- und Wertpapierfallen gleichzeitig, d. h. zusammen bei gleicher Konstellation, vor.

Wie die Tabelle deutlich macht, sind wegen der herrschenden Symmetrie Wertpapierfallen<sup>33</sup> das Spiegelbild von Liquiditätsfallen<sup>34</sup> und umgekehrt. Die Spiegelachse verläuft horizontal durch den Wert  $\mu_2 - \mu_1 = E(r_2^n) = 0$ .

## VII. Ergebnis

Die Ergebnisse unserer Analyse werden in der Tabelle übersichtlich dargestellt. Wenn die reale Ertragssatzerwartung für das nichtgeldliche Asset ( $\mu_2$ ) gegenüber der realen Ertragssatzerwartung für Geld ( $\mu_1$ ) eine positive Differenz ( $\mu_2 - \mu_1 > 0$ ) aufweist, kann es keine Liquiditätsfalle geben. Unter Risiko-Neutralität und Risiko-Liebe impliziert jede negative Differenz dieser Art ( $\mu_2 - \mu_1 < 0$ ) die Existenz einer aktiven Liquiditätsfalle. Unter Risiko-Aversion muss die negative Ertragssatz-Differenz ( $r_2^r - r_1^r$ ) für eine aktive Liquiditätsfalle außerdem sicher sein.<sup>35</sup> Bei einer nullwertigen Differenz der erwarteten Ertragssätze ( $\mu_2 - \mu_1 = 0$ ) kann man eine aktive Liquiditätsfalle nur bei Risiko-Liebe erwarten. Allerdings gibt es dann passive Liquiditätsfallen, wenn die Ertragssatzdifferenz von Null sicher ist ( $\sigma_{r_2^n}^2 = 0$ ) oder Risiko-Neutralität vorliegt.

Diese Resultate zeigen deutlich, dass das Risiko der Ertragssatzdifferenz für den Anleger keine *negative* Rolle spielen darf, wenn eine Liquiditätsfalle zustande kommen soll. Eine Liquiditätsfalle kann also nur

<sup>33</sup> Siehe obere Hälfte der Tabelle.

<sup>34</sup> Siehe untere Hälfte der Tabelle.

<sup>35</sup> Bei einer unsicheren Ertragssatzdifferenz wächst die Varianz des Ertragssatzes des Einheitsportfolios über alle Grenzen, wenn die Geldhaltung und damit die Verschuldung in verzinslichen Wertpapieren unbegrenzt zunimmt. Unter Risiko-Aversion (konkaver Nutzenfunktion) fällt der positive erwartete Grenznutzen des erwarteten Portfolio-Ertrages bei zunehmender Geldhaltung und es steigt (absolut gesehen) der negative erwartete Grenznutzen des Portfolio-Risikos. Dadurch ist ein Optimum bei unendlich großer Geldhaltung (also eine Liquiditätsfalle) ausgeschlossen.

entstehen, wenn der Anleger zum Risiko der Ertragssatzdifferenz entweder positiv eingestellt ist (Risiko-Liebe) oder wenn das Risiko überhaupt keine Rolle spielt, sei es durch Einstellung des Anlegers (Risiko-Neutralität) oder nach Einschätzung des Risikos für die Ertragssatzdifferenz durch den Anleger.

Unter der Voraussetzung eines sicheren nominellen Ertragssatzes von Null für Geld lautet das Haupt-Ergebnis: Im Bereich *positiver* erwarteter nomineller Ertragssätze auf das nichtgeldliche Asset (verzinsliches Wertpapier) kann es aus portfoliotheoretischer Sicht weder eine aktive noch eine passive Liquiditätsfalle geben.

Die makroökonomische Literatur<sup>36</sup>, in der im Zwei-Asset-Modell bei einem positiven nominellen Zinssatz<sup>37</sup> eine Liquiditätsfalle postuliert wird, steht im Widerspruch zu diesem Ergebnis. Damit eine Liquiditätsfalle im Einklang mit der Portfolio-Theorie angenommen werden kann, darf der Zins- bzw. nominelle Ertragssatz auf nichtgeldliche Wertpapiere nicht positiv sein. Diese Bedingung ist zwar notwendig, aber im Allgemeinen noch nicht hinreichend. Es ist zusätzlich erforderlich, dass das Risiko bei der Anlageentscheidung keine negative Rolle spielt. Letzteres kann der Fall sein, weil Risiko-Liebe besteht oder Risiko-Neutralität der Anleger vorliegt oder aber weil, nach Einschätzung der Anleger, beim nominellen Ertragssatz auf die nichtgeldliche Anlage<sup>38</sup> gar kein Risiko besteht.

Aus portfoliotheoretischer Sicht und bei angenommener *Risiko-Aversion* der Anleger gilt Folgendes:

1. Die Konstellation, die in Makro-Lehrbüchern<sup>39</sup> als Liquiditätsfalle beschrieben wird (flacher Verlauf der Geldnachfragefunktion bei positivem nominellen Zinssatz, d.h., ein *sicherer* positiver nomineller Zins- bzw. Wertpapierertragssatz<sup>40</sup>), ist eine Konstellation unbegrenzter *Wertpapier*nachfrage, also eine aktive *Wertpapier*falle. Für eine

---

<sup>36</sup> soweit sie den Zinssatz mit dem Ertragssatz der Wertpapiere identifiziert, d.h., den Zinssatz als Opportunitätskosten der Geldhaltung betrachtet bzw. erwartete Kapitalwertänderungen gleich Null setzt. Dazu mehr weiter unten.

<sup>37</sup> Bei einer angenommenen sicheren nominellen Verzinsung des Geldes von Null repräsentiert ein positiver nomineller Zins- bzw. Ertragssatz auf das festverzinsliche Wertpapier eine erwartete reale Ertragssatzdifferenz zugunsten des festverzinslichen Wertpapiers. Siehe Fußnote 13.

<sup>38</sup> Es wird bei dieser Formulierung wie schon zuvor angenommen, dass der nominelle Ertragssatz auf Geld gleich Null ist.

<sup>39</sup> soweit sie implizit oder explizit den Zinssatz als Opportunitätskosten der Geldhaltung behandeln, d.h. mit dem Ertragssatz auf Wertpapiere gleichsetzen.



aktive Liquiditätsfalle im Sinne unbegrenzter Geldnachfrage müsste ein sicherer negativer nomineller Zinssatz vorliegen.

2. Die Geldnachfragefunktion kann nur auf der Geldmengenachse (Abszisse)<sup>41</sup>, d.h. nur auf der Höhe eines nominellen Zins- bzw. Ertragsatzes von Null wirklich flach oder horizontal verlaufen. Denn bei einem sicheren nominellen Zins- bzw. Ertragsatz von Null (auf nicht-geldliche Wertpapiere) ist jede positive Geldmenge optimal. Eine unendliche Geldhaltung ist dabei weder ausgeschlossen, noch erforderlich (passive Liquiditätsfalle).
3. Bei einem sicheren negativen nominellen Zins- bzw. Ertragsatz kann hingegen kein endlicher Geldmengenwert optimal sein, die Geldnachfrage ist dann notwendigerweise unendlich groß (aktive Liquiditätsfalle).

Wertpapierfallen existieren symmetrisch zu den Liquiditätsfällen. Die beiden Fallen unterscheiden sich nur durch das Vorzeichen für die erwartete Ertragsatzdifferenz (nomineller Zinssatz). Weil bei einer Differenz von Null sowohl ein positives als auch ein negatives Vorzeichen zulässig ist, treten Liquiditäts- und Wertpapierfallen bei dieser Konstellation gleichzeitig auf.

### VIII. Ein Paradoxon und seine Erklärung

Das Hauptergebnis unserer portfoliotheoretischen Analyse lautet: Eine Liquiditätsfalle (passiv oder aktiv) ist unter Risiko-Aversion nicht bei positiven erwarteten, nominellen Wertpapier-*Ertragsätzen* möglich. Bei positiven erwarteten nominellen Wertpapier-*Ertragsätzen* sind hingegen Wertpapierfallen möglich. Die entscheidende Voraussetzung für diese Fallen (unter Risiko-Aversion), gleichgültig ob Liquiditäts- oder Wertpapierfalle, ist die Sicherheit des erwarteten nominellen Wertpapier-*Ertragsatzes*. Insbesondere also wird, bei Sicherheit des erwarteten nominellen *Ertragsatzes* des verzinslichen Wertpapiers, eine Wertpapierfalle unter der Konstellation eintreten, unter der die herkömmliche Makroökonomik<sup>42</sup> eine Liquiditätsfalle erwarten würde, nämlich bei positiven Zinssätzen.

---

<sup>40</sup> Bei unsicherem nominellen Zins- bzw. Ertragsatz und Risiko-Aversion ist aus portfoliotheoretischer Sicht kein flacher Verlauf der Geldnachfragefunktion möglich.

<sup>41</sup> Siehe die Grafik zur Geldnachfragefunktion.

Wie kommt es zu diesem Paradoxon?

Die herkömmliche Makroökonomik geht bei der Darstellung des Geldmarktes stets von einer der folgenden äquivalenten Annahmen aus:

1. Der Zinssatz repräsentiert die Opportunitätskosten der Geldhaltung.
2. Zwischen Zinssatz und erwartetem Ertragssatz der verzinslichen Wertpapiere besteht kein Unterschied.
3. Der für die Zukunft erwartete Zinssatz ist nicht verschieden vom gegenwärtigen Zinssatz.<sup>43</sup>
4. Die erwarteten zinsbedingten Kapitalwertänderungen sind gleich Null.<sup>44</sup>
5. Kapitalwertänderungsbedingte Verschiebungen der Geldnachfragefunktion im Nominal-Zins-Geldmengen-Diagramm kann man vernachlässigen.

Zur Beurteilung dieser Annahmen sind zwei Definitionen nötig:

1. Die Definition des (erwarteten) nominellen Ertragssatzes:  
(erwarteter) nomineller Ertragssatz ( $E(r_2^n)$ ) = nomineller Markt-Zinssatz<sup>45</sup> ( $i$ ) + (erwartete) bevorstehende Kapitalwertänderung ( $E(\frac{dK/dt}{K})$ )<sup>46</sup>

<sup>42</sup> Soweit sie den Zinssatz implizit oder explizit als Opportunitätskosten der Geldhaltung betrachtet.

<sup>43</sup> Eine Ausnahme bildet *Ball* ((1965), siehe S. 48 und S. 50), der von dieser Annahme explizit abweicht.

<sup>44</sup> Nur selten wird dies explizit gemacht. Eine Ausnahme bildet hier *Tobin* (1958), S. 71.

<sup>45</sup> Der Marktzinssatz entspricht dem Couponzinssatz von Neuemissionen, wenn die Auszahlung von Krediten zu 100% erfolgt.

<sup>46</sup> Die (erwartete) Kapitalwertänderung ist eine Funktion der (erwarteten) Zinsänderung. Steht ein Zinsanstieg bevor, dann ist die bevorstehende Kapitalwertänderung negativ, ein Kapitalverlust. Umgekehrt, wenn ein Fallen des Zinssatzes bevorsteht, dann ist die bevorstehende Kapitalwertänderung positiv, ein Kapitalgewinn.

Diese Zusammenhänge kann man sich am leichtesten mithilfe einer ewigen Rente veranschaulichen. Für eine ewige Rente, die pro Periode einen 1 Euro abwirft, gilt, bei einem Zinssatz von  $i$ , für den Kapitalwert ( $K$ ):  $K = 1/i$ . Mit dem künftigen Zinssatz  $i^k$ , gilt für den künftigen (=  $k$ ) Kapitalwert ( $K^k$ ):  $K^k = 1/i^k$ . Die bevorstehende Kapitalwertänderung lautet dann:  $K^k - K = \frac{1}{i^k} - \frac{1}{i}$ , die bevorstehende relative Kapitalwertänderung ist:  $\frac{K^k - K}{K} = \frac{i - i^k}{i^k}$  und die erwartete relative Kapitalwertänderung (eine Komponente im erwarteten Ertragssatz) ist:  $E(\frac{K^k - K}{K}) = E(\frac{i - i^k}{i^k}) \approx \frac{i - E(i^k)}{E(i^k)} = \frac{i - i^e}{i^e}$ , wobei  $E$  den Erwartungswertoperator bezeichnet und  $i^e = E(i^k)$  gesetzt wurde.

## 2. Die Definition der Opportunitätskosten der Geldhaltung:

Der Ertragssatz des verzinslichen Wertpapiers bildet die Opportunitätskosten der Geldhaltung.<sup>47</sup>

Unter Beachtung dieser beiden Definitionen ergibt sich die Äquivalenz der fünf Annahmen aus der Tatsache, dass alle fünf Annahmen gelten, wenn eine der fünf Annahmen gilt. Umgekehrt fallen alle fünf Annahmen, wenn eine davon fällt.<sup>48</sup>

Unter jeder der fünf Voraussetzungen ist unser Hauptergebnis äquivalent mit der Aussage, dass Liquiditätsfallen nicht bei positiven *Zinssätzen* auftreten können und dass bei positiven *Zinssätzen* nur Wertpapierfallen möglich sind. (Man beachte, dass wir jetzt von *Zinssätzen* sprechen, während eingangs die Rede von *Ertragssätzen* war.) Kurz: Man kann keine Liquiditätsfalle bei positiven *Zinssätzen* erwarten, wenn eine der fünf äquivalenten Annahmen zugrunde gelegt wird.

---

<sup>47</sup> Weil der Ertragssatz des Wertpapiers vom Zinssatz verschieden sein kann, steht diese Definition der Opportunitätskosten im Gegensatz zur weit verbreiteten Definition, wonach der Zinssatz die Opportunitätskosten bilde. Diese Definition der Opportunitätskosten ist andererseits nur korrekt, wenn, wie hier stets vorausgesetzt wurde, die nominelle Ertragsrate auf Geld gleich Null ist. Außerdem ist sie angepasst an die Voraussetzung der Existenz nur zweier Assets: Geld und verzinsliche Wertpapiere.

<sup>48</sup> Man beachte dabei:

1. Wenn der gegenwärtige Zinssatz gleich dem zukünftigen Zinssatz ist, dann gibt es keine Kapitalwertänderung und der nominelle Ertragssatz des Wertpapiers ist gleich der nominellen Verzinsung (i. S. von Marktverzinsung) des Wertpapiers. Die Opportunitätskosten sind dann gleich dem nominellen Zinssatz. Für die Geldnachfragefunktion gibt es im Nominal-Zinssatz-Geldmengen-Diagramm keine kapitalwertänderungsbedingte Ursache, sich nach unten oder nach oben zu verschieben.
2. Wenn sich nun bei festgehaltenem gegenwärtigen Zinssatz der zukünftige Zinssatz über den laufenden Zinssatz erhöht, dann stimmen die beiden Zinssätze nicht mehr überein, es entsteht ein Kapitalverlust, der nominelle Zinssatz weicht vom nominellen Ertragssatz des verzinslichen Wertpapiers nach oben ab und die Geldnachfragefunktion in einem Nominal-Zinssatz-Geldmengen-Diagramm verschiebt sich nach oben. (Die Ordinate sei die Zinsachse. Siehe dazu auch die Abbildung 2.)
3. Wenn dagegen, bei festgehaltenem laufendem Zinssatz, der zukünftige Zinssatz unter den laufenden Zinssatz absinkt, dann sind die beiden Zinssätze wieder verschieden, es entsteht ein Kapitalgewinn, der nominelle Zinssatz weicht vom nominellen Ertragssatz des verzinslichen Wertpapiers nach unten ab und die Geldnachfragefunktion verschiebt sich im Nominal-Zinssatz-Geldmengen-Diagramm nach unten.

## IX. Die Auflösung der Paradoxie

Für Anhänger von Liquiditätsfallen kommt nun eine frohe Botschaft: Keine der obigen Annahmen der Makroökonomik ist haltbar, denn:

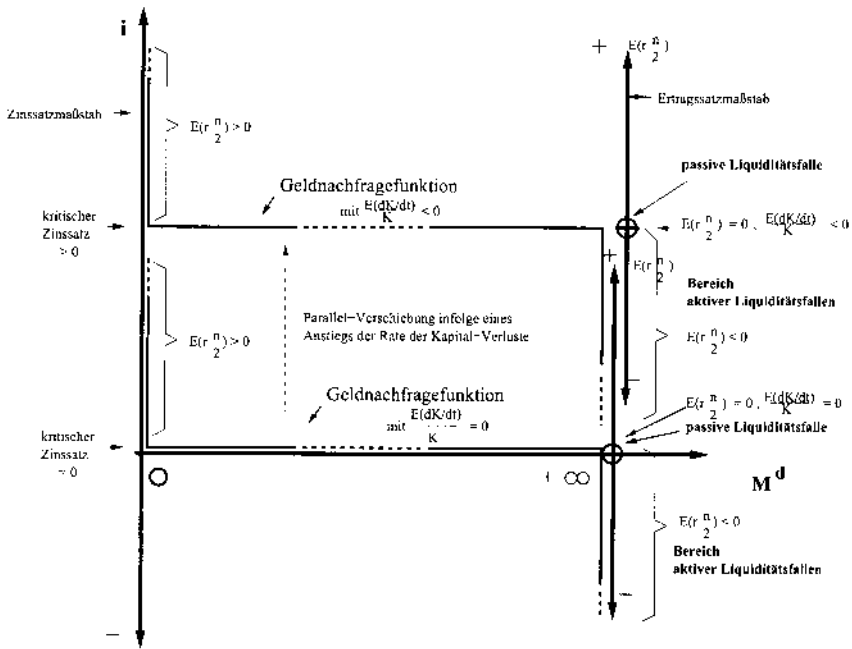
1. Die Opportunitätskosten sind im Allgemeinen nicht gleich dem Zinssatz, sondern gleich dem Ertragssatz des verzinslichen Wertpapiers. Sie umfassen außer dem Zinssatz auch die (erwarteten) Kapitalwertänderungen, welche von Null verschieden sein können.
2. Zwischen Zinssatz und (erwartetem) Ertragssatz der verzinslichen Wertpapiere besteht ein Unterschied in Höhe der (erwarteten) Kapitalwertänderung.
3. Der für die Zukunft bevorstehende (erwartete) Zinssatz kann vom gegenwärtigen Zinssatz abweichen.
4. Die (erwartete) Kapitalwertänderung kann von Null verschieden sein.
5. Eine Veränderung des (erwarteten) *künftigen* Zinssatzes verändert die grafische Position der Geldnachfragefunktion im Nominal-Zins-Geldmengen-Diagramm.

Die Konsequenzen dieser Tatsachen sind für die hier diskutierte Frage der Existenz von Liquiditätsfallen bei positiven Zinssätzen von entscheidender Bedeutung. Sobald wir die obigen Annahmen aufgeben und zu akzeptablen Annahmen übergehen, werden Liquiditätsfallen bei positiven Zinssätzen (im Gegensatz zu positiven Ertragssätzen) möglich. Das liegt daran, dass Kapitalverluste aus positiven laufenden Zinssätzen negative Ertragssätze machen, sobald die Rate des Kapitalverlustes hinreichend groß ist.<sup>49</sup>

---

<sup>49</sup> Man kann einem Zinssatzmaßstab auf der Ordinate (links) einen Maßstab für erwartete nominelle Ertragssätze (rechts) gegenüberstellen (siehe Abbildung 2). Durch die Einführung von Kapitalwertänderungen werden die beiden Maßstäbe voneinander entkoppelt. In einem Nominal-Zinssatz-Geldmengendiagramm verschiebt sich der Ertragssatzmaßstab (rechts in Abbildung 2) im Gleichschritt mit der Geldnachfragefunktion bzw. mit den erwarteten Kapitalwertverlusten nach oben (bei erwarteten Kapitalgewinnen nach unten).

Es ist zur Abbildung 2 ein Gegenstück denkbar: eine Geldnachfragefunktion im Nominal-Ertragssatz-Geldmengen-Diagramm. In diesem Diagramm verändern Kapitalwertänderungen die Lage der Geldnachfragefunktion überhaupt nicht. Es ändert sich nur die Position des Zinsmaßstabs. Bei erwarteten Kapitalwertverlusten verschiebt sich der Zinsmaßstab nach unten, bei erwarteten Kapitalwertgewinnen nach oben. Die beiden Darstellungen sind äquivalent: Eine Geldnachfragefunktion, die im Nominal-Ertragssatz-Diagramm fest liegt, bei der sich aber der Zinsmaßstab nach unten verschiebt, ist äquivalent einer Verschiebung der Geldnach-



Geldnachfragefunktion bei vollständiger Sicherheit der Ertragssatzerwartungen  
 Verschiebung der Liquiditätspräferenz-Funktionen aufgrund eines Anstiegs der erwarteten Rate der Kapital-Verluste (zusätzliche Annahme: keine Verschuldung in Geld möglich)  
 Zinssatz- und Ertragssatzmaßstab werden durch Kapitalwertänderung entkoppelt:  
 Zinssatzmaßstab (links) wird festgehalten. Ertragssatzmaßstab (rechts) verschiebt sich.  
 Kritischer Zinssatz:  $i = -\frac{E(dK/di)}{K}$ , so dass  $E(r_2^n) = 0$

Abbildung 2: Liquiditätsfallen bei positiven Zins- und negativen Ertragssätzen

Die Liquiditätsfallen treten nach der Portfolio-Theorie bei positiven Zinssätzen jedoch nur dann auf, wenn die Erwartungen der zukünftigen Zinssätze bzw. der Kapitalverluste in ihrer Höhe sicher sind. Es reicht für die Existenz von Liquiditätsfallen bei positiven Zinssätzen nicht aus, dass Kapitalverluste in geeigneter Größe möglich sind. Die Kapitalverluste müssen in der kritischen Größe sicher sein, sodass der nominelle Ertragssatz der Wertpapiere mit Sicherheit gleich Null oder negativ wird. Selbst die geringste Unsicherheit eliminiert die Liquiditätsfalle wieder.

fragefunktion nach oben im Nominal-Zinssatz-Geldmengen-Diagramm bei festgehaltenem Zinsmaßstab.

## X. Konsequenzen für die Makroökonomik

Es ist ein Widerspruch, einerseits Kapitalwertänderungen auszuschließen (und deshalb von der Gleichheit bzw. Identität zwischen Zinssatz und Opportunitätskosten auszugehen) und andererseits Liquiditätsfallen zu postulieren, die auf Kapitalwertänderungen zurückgehen, welche die Gleichheit zwischen Zinssatz und Opportunitätskosten sprengen. Um diesen Widerspruch zu vermeiden, muss sich die Makroökonomik ändern.

Wenn die Makroökonomik ihre unhaltbare Annahme (Zinssatz identisch gleich Opportunitätskosten) aufgibt und auf diese Weise Liquiditätsfallen bei positiven Zinssätzen möglich macht, dann führt sie eine bisher unberücksichtigte Instabilität der Geldnachfragefunktion in die makroökonomische Analyse ein. Die Geldnachfragefunktion wird instabil in dem Sinne, dass nunmehr Gründe für eine Verschiebung der Geldnachfragefunktion berücksichtigt werden, die bisher im Nominal-Zinssatz-Geldmengen-Diagramm<sup>50</sup> (und erst recht im IS-LM-Diagramm) außer Sichtweite blieben.

Die Makroökonomik siedelt die Liquiditätsfalle zwar bei niedrigen Zinssätzen in der Nähe von Null, aber meist doch eben noch über Null an.<sup>51</sup> Für dieses Vorgehen liefert die Portfolio-Theorie keinerlei theoretische Grundlage. Im Gegenteil, ihre Botschaft lautet: Liquiditätsfallen sind bei jedem Zinssatz möglich und erst recht bei jedem positiven Zinssatz, egal wie weit der positive Zinssatz über dem Nullzinssatz liegt. Voraussetzung ist lediglich, dass die mit Sicherheit erwartete Kapitalwertänderung ausreichend groß ist, um aus einem gegebenen sicheren positiven Zinssatz eine mit Sicherheit erwartete nullwertige oder negative Ertragsrate der verzinslichen Wertpapiere werden zu lassen.

Aus der Sicht der Portfolio-Theorie sind Liquiditätsfallen bei jedem Zinssatz möglich, unabhängig von Untergrenzen für den nominellen Zinssatz. Entscheidend ist nicht irgendeine positive Untergrenze des nominellen Zinssatzes, sondern erstens ein Anstieg des künftigen Zinssatzes gegenüber dem laufenden Zinssatz, zweitens eine ausreichende Stärke des erwarteten Zinsanstiegs und, drittens die Annahme der absoluten Sicherheit über Richtung und Ausmaß der erwarteten Zinsänderung (die Annahme der absoluten Sicherheit der erwarteten Kapitalwertänderung).<sup>52</sup>

---

<sup>50</sup> Eine bereits genannte Ausnahme bildet *Ball* (1965).

<sup>51</sup> Eine Ausnahme bildet *Dornbusch* (2001), S. 245, der die Liquiditätsfalle bei einem Zinssatz von Null lokalisiert.

Wenn man berücksichtigt, dass ein niedriger Zinssatz die Folge einer expansiven Geldpolitik ist (siehe das jüngste Beispiel Japan), welche versucht, die wirtschaftliche Aktivität zu stimulieren, dann ist bei einem niedrigen Zinssatz viel eher zu erwarten, dass auch der in der näheren Zukunft liegende Zinssatz relativ niedrig sein wird, und es wird keine Liquiditätsfalle entstehen, es sei denn, die Konjunktur zieht plötzlich stark an und lässt den Zinssatz nach oben schnellen. Es tritt dann womöglich eine Liquiditätsfalle genau dann auf, wenn und weil sich das konjunkturelle Problem abschwächt bzw. verschwindet.

Wir hören aber von der Makroökonomik üblicherweise, dass die Liquiditätsfalle eine Ursache für den Misserfolg einer geldpolitischen Konjunkturbelebung sei bzw. sein könne. Jetzt sehen wir, dass die erwartete Konjunkturbelebung eine mögliche Ursache für das Entstehen von Liquiditätsfallen ist.

Offensichtlich: Aus der Sicht der Portfolio-Theorie ist die Liquiditätsfalle der herrschenden Makroökonomik eine verkehrte Welt. Kein Wunder, wo sie sich an die Identität von Zinssatz und Opportunitätskosten der Geldhaltung klammert.

## XI. Schlussfolgerungen

Aus der Sicht der Portfolio-Theorie stellen wir fest:

1. Wenn die Makroökonomik an Liquiditätsfallen festhalten will, dann muss sie
  - (a) sich von gewissen üblichen Annahmen (Zinssatz identisch gleich Opportunitätskosten der Geldhaltung oder die gleiche Annahme in anderer Form, siehe oben) trennen. Solange sie diese Trennung nicht vollzieht und gleichzeitig an Liquiditätsfallen festhält, verharrt sie im Selbstwiderspruch.
  - (b) sichere Ertragssatzerwartungen unterstellen. Solange nur die geringste Unsicherheit der Ertragssatz-Erwartungen besteht, kann unter Risiko-Aversion keine Liquiditätsfalle zustande kommen.

---

<sup>52</sup> Dass wir eine Liquiditätsfalle dann erwarten können, wenn ein ausreichender Zinsanstieg mit Sicherheit erwartet werden kann, ist ökonomisch höchst plausibel. Man verkauft alle noch vorhandenen verzinslichen Wertpapiere, um den drohenden Kapitalverlusten zu entgehen. Später kann man Papiere dann zu erheblich günstigeren Preisen wieder zurückerwerben.

2. Wenn Liquiditätsfallen möglich sind, dann sind sie bei jedem Zinssatz möglich, insbesondere bei jedem positiven Zinssatz gleich welcher Höhe und unabhängig von der Nähe zum Nullzinssatz.
3. Wenn die Annahme konstanter Kapitalwertänderungen gleich Null aufgegeben wird und dadurch Liquiditätsfallen möglich werden, dann wird die Geldnachfragefunktion der Makroökonomik im zweidimensionalen Raum mit den Dimensionen Zins und Geldmenge destabilisiert.<sup>53</sup>

Die Makroökonomik steht vor der Wahl zwischen Verharrung im Selbstwiderspruch und Änderung (Aufgabe) einer vereinfachenden Annahme (erwartete Kapitalwertänderungen gleich Null bzw. Zinssatz gleich Opportunitätskosten der Geldhaltung). Um diese Wahl zu vermeiden, müsste sich die Makroökonomik von der Portfolio-Theorie trennen.<sup>54</sup>

Die Annahme der Identität von Zinssatz und Opportunitätskosten, d.h. die Annahme, dass Kapitalwertänderungen erwartungsgemäß immer gleich Null sind, bedeutet eine enorme Vereinfachung. Leider kann man mit dieser sinnvollen Vereinfachung nicht auf allen Hochzeiten tanzen. Die hohe Zeit der „Liquiditätsfalle“ ist ein Beispiel dafür.

---

<sup>53</sup> Die Destabilisierung, die hier gemeint ist, geht weiter als nur bis zur Einführung eines horizontalen Bereichs der Geldnachfragefunktion durch Annahme vollständiger Sicherheit der Zinserwartungen. Durch einen horizontalen Bereich wird eine Destabilisierung der Geldnachfragefunktion in dem Sinne herbeigeführt, dass die Einkommensgeschwindigkeit des Geldes nicht mehr eindeutig, sondern mehrdeutig ist. Hier geht es um Instabilität im Sinne von Verschiebungen der ganzen Geldnachfragekurve. Eine völlig horizontal verlaufende Gerade wird sich aufgrund von Änderungen im sicher erwarteten künftigen Zinssatz parallel nach oben oder nach unten verschieben (siehe Abbildung 2).

<sup>54</sup> Die Makroökonomiker trösten sich vielleicht damit, dass es noch andere, sog. „keynesianische“ Begründungen (siehe z.B. *Tobin* (1958), S. 67 f.) für eine Liquiditätsfalle gibt. Man ist nicht auf die Portfolio-Theorie angewiesen, obwohl man nur ungern auf sie verzichten möchte. Schließlich erklärt die Portfolio-Theorie die empirisch beobachtbare Diversifikation der Portfolios. Und wie wir gesehen haben, kann sie auch das Zustandekommen von Liquiditätsfallen, die ja das direkte Gegenstück zur Portfolio-Diversifikation sind, erklären. Insofern leistet die Portfolio-Theorie mehr als ihre Konkurrenten. Allerdings halten die „keynesianischen“, zur Portfolio-Theorie alternativen Begründungen für die Existenz von Liquiditätsfallen einer genaueren analytischen Überprüfung nicht stand. Dies darzulegen würde allerdings den vorhandenen Rahmen sprengen.



## XII. Grafischer Anhang

### 1. Erläuterungen zur Grafik im Anhang

Die Grafik behandelt den Fall, in dem das erste Asset (Geld) einen sicheren erwarteten realen Ertragssatz von Null besitzt ( $\mu_1 = 0$ ). Die Sicherheit dieses Ertragssatzes wird durch den Wert  $\sigma_1 = 0$  ausgedrückt. Für das zweite Asset (festverzinsliche Wertpapiere) wird annahmegemäß ein negativer realer Ertragssatz erwartet ( $\mu_2 < 0$ ). Die Ertragssatzerwartung für das festverzinsliche Wertpapier ist annahmegemäß unsicher, d. h.  $\sigma_2 > 0$ .

Die Grafik enthält zwei Bilanzgeraden. Eine einzelne Bilanzgerade besteht aus zwei symmetrischen Streckenzügen<sup>55</sup>. Ein Streckenzug bildet mit der  $\sigma$ -Achse einen Winkel (z. B.  $\beta$ ). Die Symmetrie der Streckenzüge wird durch die Gleichheit der entsprechenden Winkel angezeigt. Die gestrichelten Teile einer Bilanzgeraden repräsentieren Portfolio-Aufteilungen, bei denen mehr als das vorhandene Vermögen in eines der beiden Assets investiert wird. Der entsprechende Portfolio-Anteil ist dann größer als 1. Wenn die Investition in ein Asset das Vermögen übersteigt, werden die fehlenden Mittel durch Verschuldung im anderen Asset beschafft. Verschuldung wird durch negative Portfolio-Anteile angezeigt. Die Punkte auf dem durchgezogenen Teil einer Bilanzgeraden repräsentieren Portfolio-Aufteilungen des Vermögens ohne Verschuldung.

$P_1$  und  $P_2$  sind besondere Punkte auf einer Bilanzgeraden. Im Punkte  $P_1$  wird alles Vermögen in Geld investiert ( $1 - \alpha = 1$ ) und nichts in festverzinsliche Wertpapiere ( $\alpha = 0$ ). Im Punkt  $P_2$  wird alles Vermögen in festverzinsliche Wertpapiere investiert ( $\alpha = 1$ ) und nichts in Geld ( $1 - \alpha = 0$ ).  $P^*$  ist der Punkt der optimalen Aufteilung des Vermögens im Falle der fett gezeichneten Bilanz-Geraden. Hier wird optimalerweise mehr als das Vermögen in die Geldhaltung investiert ( $1 - \alpha^* > 1$ ), während man sich im festverzinslichen Wertpapier verschuldet ( $\alpha^* < 0$ ).

Verringert man den Parameter der Unsicherheit des Ertragssatzes des festverzinslichen Wertpapiere vom Wert  $\sigma_2$  auf den Wert  $\sigma'_2$ , dann<sup>56</sup> ver-

<sup>55</sup> Die Symmetrie folgt aus der Annahme  $\sigma_1 = 0$ . Diese Annahme impliziert eine Null-Kovarianz zwischen den beiden Ertragssätzen:  $\sigma_{1,2} = 0$ . Damit ist die Ursache für eine Asymmetrie der Streckenzüge bei Orientierung an der  $\sigma_r$ -Achse ausgeschlossen. Es gilt dann:  $\mu_r = \alpha\mu_2$  und  $\sigma_r^2 = \alpha^2\sigma_2^2$ . Einem gewählten  $|\alpha|$  entspricht ein bestimmter  $\sigma_r$ -Wert, dem jedoch zwei symmetrische  $\mu_r$ -Werte zugeordnet sind, ein positiver  $|\mu_r|$ -Wert und ein negativer  $-|\mu_r|$ -Wert.

<sup>56</sup> Man wende die Voraussetzungen auf die Formel (3) an.

lagert sich das Optimum vom Punkt  $P^*$  zum Punkt  $P^{**}$ . Der Optimalwert von  $1 - \alpha$  steigt an auf den Wert  $1 - \alpha^{**}$  ( $> 1 - \alpha^*$ ), d.h., die optimale Geldhaltung nimmt zu. Lässt man schließlich  $\sigma_2$  gegen Null gehen, dann strebt der Optimalwert von  $1 - \alpha$  über  $1 - \alpha^{**}$  hinaus und geht gegen unendlich.

Was ändert sich, wenn wir den Fall mit unsicheren Ertragssätzen für beide Assets betrachten? Im Wesentlichen zwei Dinge. Erstens wird Punkt  $P_1$  nicht mehr im Ursprung liegen, sondern rechts vom Ursprung und je nach erwarteter Inflationsrate über, auf oder unter der  $\sigma$ -Achse liegen. Zweitens wird die Bilanzgerade die Form eines Hyperbelzweiges annehmen. Das prinzipielle Ergebnis über das Konvergenz-Verhalten von  $\alpha^*$  bei  $\sigma_{r_2}^2 \rightarrow 0$  bleibt jedoch erhalten.<sup>57</sup>

### Literatur

- [1] Arrow, J. K., Aspects of the theory of risk taking, Helsinki 1965. – [2] Borch, Karl H., The Economics of Uncertainty, 1968. – [3] Ball, R. J., Some Econometric Analysis of the Long-Term Rate of Interest in the United Kingdom, 1921–1961, Manchester School, Vol. 33, 1965. – [4] Dornbusch, R., S. Fischer, R. Startz, Macroeconomics, 8. Ed., McGraw-Hill, Irwin, N.Y., 2001. – [5] Fama, E. F., Foundations of Finance, New York 1976. – [6] Keynes, J. M., General Theory of Employment, Interest and Money, New York, Macmillan 1936. – [7] Krugman, P., Japan's Trap, <http://web.mit.edu/Krugman/www/jpage.html>. – [8] Krugman, P., Further Note on Japan's Liquidity Trap, <http://web.mit.edu/Krugman/www/jpage.html>. – [9] Sachs, J. und F. Larrain, Makroökonomik (In globaler Sicht), Wien 1995. – [10] Pratt, J. W., Risk Aversion in the Small and in the Large, *Econometrica*, Vol. 32, 1964, S. 122–136. – [11] Rudolph, B., Kapitalkosten bei unsicheren Erwartungen, Berlin/Heidelberg, 1979. – [12] Sinn, H.-W., Expected Utility,  $\mu - \sigma$  Preferences, and Linear Distribution Classes: A Further Result, Discussion Papers der Volkswirtschaftlichen Fakultät der Ludwig-Maximilians-Universität, München, September 1988. – [13] Tobin, James, Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, *The Review of Economic Studies*, Vol. 25, 1958, S. 65–86. – [14] Schneeweiss, H., Entscheidungskriterien bei Risiko, Berlin 1967.

---

<sup>57</sup> Allerdings nimmt das  $1 - \alpha^*$  in diesem Fall unsicherer Ertragssätze für beide Assets nicht unbedingt monoton zu, d.h., es kann vorübergehend abnehmen, bevor es  $+\infty$  zustrebt.

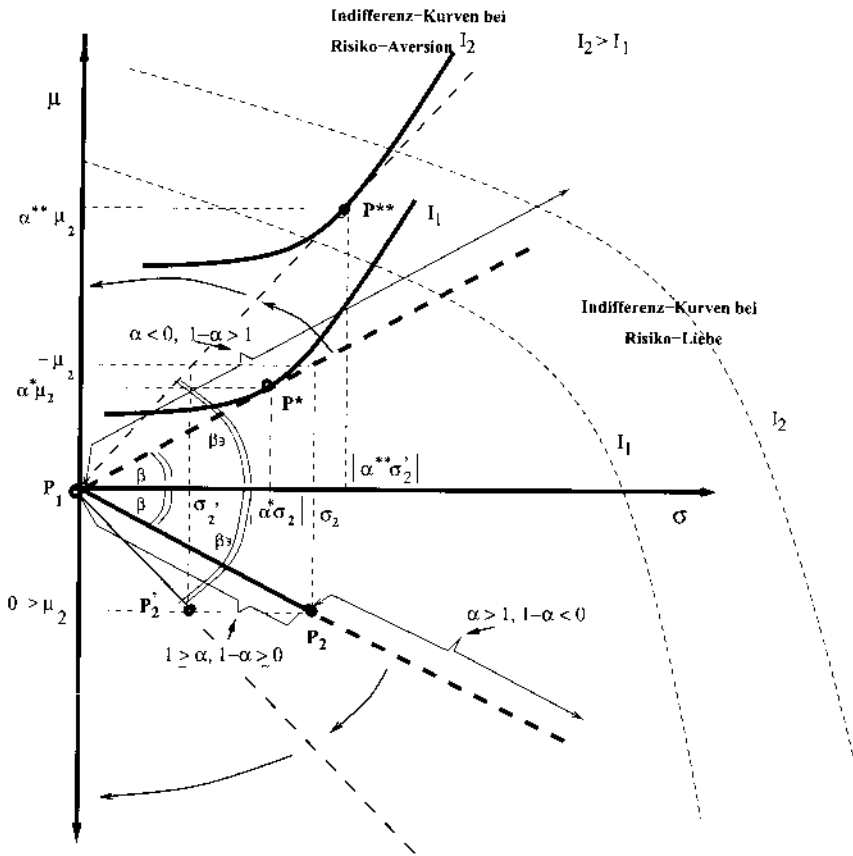


Abbildung 3:  $\mu - \sigma$ -Diagramm

### Zusammenfassung

#### Gibt es aus portfoliotheoretischer Sicht eine Liquiditätsfalle?

In der Makroökonomik werden Liquiditätsfallen ohne Mikrofundierung als existent angenommen, und die Japan-Krise hat Liquiditätsfallen wieder zum Diskussionsthema gemacht. Deshalb wird die Frage der Existenz von Liquiditätsfallen hier portfoliotheoretisch untersucht im Rahmen eines klassischen Mean-Variance-Ansatzes für zwei Assets (Geld und Wertpapiere). Vorausgesetzt wird eine stochastisch inflationäre Anlageumgebung ohne Geldillusion im Anlegerverhalten. Das

Resultat ist negativ insofern, als Liquiditätsfallen ausgeschlossen werden können, solange die erwartete Ertragssatzdifferenz der beiden Assets positiv zugunsten des Wertpapiers ausfällt. Liquiditätsfallen sind ebenfalls ausgeschlossen, solange das Risiko der Ertragssatzdifferenz eine negative Rolle spielt, d. h. solange das Risiko größer Null ist und solange gleichzeitig Risiko-Aversion besteht. Damit eine Liquiditätsfalle überhaupt existieren kann, muss entweder das Risiko fehlen (Standardabweichung von Null der Ertragssatzdifferenz) oder es darf keine Risikoaversion der Anleger geben. Unter Risiko-Aversion, bei Sicherheit der Ertragssatzdifferenz und bei einer sicheren nominellen Null-Verzinsung des Geldes ist ein *nicht-positiver* (d. h. ein negativer oder nullwertiger) nomineller Ertragssatz der festverzinslichen Wertpapiere notwendig und hinreichend dafür, dass eine Liquiditätsfalle existiert. Bei der in der Makroökonomik üblichen Annahme einer erwarteten Kapitalwertänderung der Wertpapiere von Null bedeutet dies, dass eine Liquiditätsfalle nur bei einem nullwertigen oder negativen Nominal-Zins möglich ist.

Die in makroökonomischen Lehrbüchern als Liquiditätsfalle bezeichnete Konstellation (flacher Verlauf der Geldnachfragefunktion und positiver nomineller Zinssatz größer Null) impliziert dann aus portfoliotheoretischer Sicht keine Liquiditätsfalle, sondern eine Wertpapierfalle.

Wenn die Makroökonomik ihre Vorstellung von der Existenz einer Liquiditätsfalle bei positiven Zinssätzen beibehalten will, dann muss sie Kapitalwertänderungen zulassen und auf die Annahme verzichten, dass Zinssätze gleichzeitig Opportunitätskosten der Geldhaltung sind. Sobald Kapitalwertänderungen zugelassen werden, ist dieser Verzicht logisch sogar zwingend erforderlich. Die Makroökonomik hat daher aus portfoliotheoretischer Sicht die Wahl, sich zu ändern oder weiterhin sowohl in einem Selbst-Widerspruch als auch im Gegensatz zur Portfolio-Theorie zu verharren. (JEL E41, E10, E12, B22)

## Summary

### Does a Liquidity Trap Exist from the Point of View of Portfolio Theory?

In macroeconomics, liquidity traps are assumed to exist without microfoundations, and the Japanese crisis has made liquidity traps a subject for discussion again. For this reason, this article discusses for two types of assets (money and securities) the issue of whether liquidity traps exist from the point of view of portfolio theory within the framework of a classical mean-variance approach. A stochastically inflationary investment environment and an investment behaviour without money illusion is assumed. The result is negative insofar as liquidity traps can be precluded as long as the expected difference between the rates of return on the two asset types is positive in favour of securities. Liquidity traps can also be precluded as long as the risk pertaining to the rate-of-return differential plays a negative role, i. e. as long as the risk is above zero while risk aversion holds. For a liquidity trap to exist, it is necessary that there either is no risk at all (standard deviation of zero of the rate-of-return differential) or that investors show no risk

aversion. A *non-positive* (i. e. a negative or a zero) nominal rate of return on fixed-interest securities would be necessary and sufficient to permit the existence of a liquidity trap in an environment of risk aversion, of a secure rate-of-return differential as well as of a secure zero nominal rate of interest on the money asset. Against the background of a zero expected capital-value change, customary in macroeconomics, this means that a liquidity trap is only possible where the nominal rate of interest is either zero or negative.

The constellation referred to as liquidity trap in the macroeconomic literature (flat curve of the money demand function and a positive nominal interest rate above zero) implies from a portfolio theory point of view that there is no liquidity trap, but a security trap.

If the literature on macroeconomic theory continues to maintain the notion that a liquidity trap may occur when interest rates are positive, it will be necessary to admit capital-value changes and to abandon the assumption that interest rates represent opportunity costs of money holding at the same time. The very moment capital value changes are admitted, it is logically unavoidable to abandon such an assumption. From a portfolio-theory point of view, macroeconomic theory is therefore confronted with the need either to undergo change or to continue to contradict itself as well as to remain in opposition to portfolio theory.