

## **Gründungsfinanzierung und optimale Kassenhaltung**

Von German Brachtendorf und Peter Witt, Vallendar

### **I. Kapitalaufnahme und Kassenhaltung in Gründungsunternehmen**

Die Gründungsfinanzierung befasst sich mit der Frage, wie neu gegründete Unternehmen ihren Kapitalbedarf decken können. Von besonderer Bedeutung ist dabei die Frage nach der geeigneten Finanzierung von Anfangsinvestitionen und Anlaufverlusten. Sie können insbesondere bei technologieorientierten und schnell wachsenden Gründungsunternehmen erhebliche Größenordnungen erreichen. Zumindest bis zu dem Zeitpunkt, ab dem ein junges Unternehmen positive Cash-flows zu erwirtschaften plant, besteht ein aus unternehmensexternen Quellen zu deckender Kapitalbedarf. Bei schnell wachsenden und technologieorientierten Gründungsunternehmen erfolgt die Gründungsfinanzierung aufgrund der fehlenden Kreditsicherheiten und der zum Teil sehr hohen Markt- und Technologierisiken des Geschäftsmodells typischerweise durch die Aufnahme von Eigenkapital. Im Fall hoher Kapitalbedarfe reicht das von den Gründern bereitgestellte Eigenkapital häufig nicht aus, sodass Eigenkapital von Business Angels, Venture-Capital-Gesellschaften oder größeren Unternehmen aufgenommen werden muss. Wir werden uns im Folgenden insbesondere mit diesem speziellen Fall der Gründungsfinanzierung befassen, also Gründungsunternehmen, die mit Eigenkapital von externen Investoren bzw. Risikokapitalgebern finanziert werden.

Die Finanzierung mit Risikokapital bzw. Venture Capital weist zwei klassische Problembereiche auf, die in diesem Beitrag in ihrem Zusammenhang näher untersucht werden sollen:

1. Es sind die Höhe und der Zeitraum des insgesamt zu finanzierenden Kapitalbedarfs des Gründungsunternehmens (einschließlich von Liquiditätsreserven) zu prognostizieren.
2. Es ist darüber zu entscheiden, ob der prognostizierte gesamte Kapitalbedarf des Gründungsunternehmens vom Risikokapitalgeber einmal

in Gänze oder in mehreren Finanzierungsrunden gestaffelt zur Verfügung gestellt werden soll.<sup>1</sup>

Das solcherart formulierte Problem der Gründungsfinanzierung weist interessante Parallelen zum Problem der optimalen Lagerhaltung bzw. optimalen Bestellmenge in einem Warenlager auf, einem der ältesten betriebswirtschaftlichen Optimierungsprobleme.<sup>2</sup> Nachfolgend werden zunächst das Standardmodell der Lagerhaltung und einige Erweiterungen dargestellt. Anschließend erfolgt eine Übertragung auf die Finanzierungsprobleme eines Gründungsunternehmens. Es folgen numerische Beispielrechnungen. Abschließend erfolgt eine kritische Beurteilung der Eignung des lagertheoretischen Ansatzes der Gründungsfinanzierung.

## II. Standardmodelle der Lagerhaltung

Ein Lagerhaltungsproblem setzt sich aus drei Elementen zusammen, dem Eingang von Gütern, dem Ausgang von Gütern sowie deren zwischenzeitlichem „Aufenthalt“ in einem Lager als Puffer.<sup>3</sup> Lagerhaltungsprobleme lassen sich anhand verschiedener Kriterien klassifizieren.<sup>4</sup> Nach dem Grad der Unsicherheit der Informationen über relevante Planungsdaten werden deterministische Modelle mit sicheren Werten für die Modellparameter von stochastischen Modellen mit unsicheren Werten unterschieden. Statische bzw. stationäre Modelle haben im Zeitablauf unveränderliche Parameterwerte, während dynamische Modelle im Zeitablauf veränderliche Parameterwerte aufweisen. Weitere Unterscheidungskriterien können der Planungshorizont, die Anzahl der zu disponierenden Güter, die Anzahl der Verarbeitungs- und damit Lagerungsstufen, die Fertigungs- und Bestellgeschwindigkeiten, die Einbeziehung von Kapazitätsbeschränkungen oder die Zulässigkeit von Fehlmengen sein. Hinsichtlich der Zielsetzung des Optimierungsproblems wird in der Regel von einem Kostenminimierungsziel ausgegangen. Alternative Zielsetzungen können die Maximierung der Lieferbereitschaft oder die Optimierung der Kapazitätsauslastung sein.

---

<sup>1</sup> Zum Problem der Staffelnung („Staging“) von Risikokapital vgl. *Amit, R. et al.* (1990), *Gompers, P. A.* (1995) und *Kaplan, S. N., Stromberg, P.* (2003).

<sup>2</sup> Zu Übersichten über verschiedene frühe Lagerhaltungsmodelle vgl. *Whitin, T.* (1953) und *Albach, H.* (1969). Zu einer frühen Anwendung der Lagerhaltungstheorie auf das Problem der optimalen Kassenhaltung vgl. *Baumol, W.* (1952).

<sup>3</sup> Vgl. *Schneeweiß, C.* (1981), S. 3.

<sup>4</sup> Vgl. *Domschke, W. et al.* (1993), S. 64–69.

Das Standardmodell der Lagertheorie von *Harris* und *Andler* geht von folgenden Annahmen aus:<sup>5</sup> Es geht um nur ein Gut, es gibt keine Bestelldauer, es liegt eine kontinuierliche Nachfrage mit konstantem Bedarf (Lagerabgang) vor, die Bestell- und Lagerkosten sind im Zeitablauf unveränderlich, es gibt keine Kapazitätsbeschränkungen und keine Fehlmen gen sowie einen unendlichen Planungshorizont.<sup>6</sup> Damit ist das Standardmodell ein statisch-deterministisches Ein-Produkt-Ein-Lager-Modell. Das Modell ist durch folgende Parameter gekennzeichnet: Der Lagerbestand sei  $L$ ,  $Q$  die Bestellmenge (Losgröße) und  $R$  bezeichne den gesamten Lagerabgang des Planungszeitraums  $T$ . Für die Bestellkosten wird ein linearer Zusammenhang unterstellt. Bei einer Bestellung entstehen fixe Kosten in Höhe von  $f$  sowie variable Kosten je Stück in Höhe von  $p$ . Im Standardmodell ist  $p$  konstant und kann in der Berechnung vernachlässigt werden. Befindet sich ein Gut im Lager, so verursacht es Lagerhaltungskosten von  $l$  Geldeinheiten je Zeiteinheit und Mengeneinheit. Die Lagerhaltungskosten umfassen dabei Zinskosten, Handhabungskosten, Miete oder Opportunitätskosten, Schwund, Abnutzung, Verschlechterung und Wertverlust durch technisches Veraltern.<sup>7</sup>

Es gilt nun, die Kosten von Lagerhaltung und Bestellung durch Variation der Bestellmenge zu minimieren. Dabei laufen zwei Effekte einer Variation der Losgröße gegeneinander: Eine kleinere Bestellmenge bedeutet mehr Bestellungen und damit insgesamt höhere fixe Kosten der Bestellungen. Eine kleinere Bestellmenge bewirkt jedoch auch eine Verringerung des durchschnittlichen Lagerbestandes und reduziert somit die gesamten Lagerhaltungskosten im Planungszeitraum. Formal kann das Problem in folgender Form dargestellt werden:

$$(1) \quad \min_Q K = K_L + K_B = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot l \cdot T + f \cdot \frac{R}{Q}$$

Dabei bezeichnet die Variable  $K$  die gesamten Kosten der Bestellung und Lagerung,  $K_L$  die Kosten der Lagerung und  $K_B$  die (fixen) Kosten der Bestellung. Als Lösung des Optimierungsproblems ergibt sich die folgende Gleichung:<sup>8</sup>

<sup>5</sup> Vgl. *Harris*, F. W. (1915) und *Andler*, K. (1929).

<sup>6</sup> Die Annahmen über die Zeitunabhängigkeit der Parameter lassen trotz eines unendlichen Planungshorizonts die Betrachtung einzelner Planungsperioden zu, die weiter in beliebig kleine Zeiteinheiten unterteilt werden können. Diese Planungsperioden sind aufgrund der Annahmen dann jeweils identisch strukturiert.

<sup>7</sup> Vgl. *Bartmann*, D., *Beckmann*, M. (1989), S. 3.



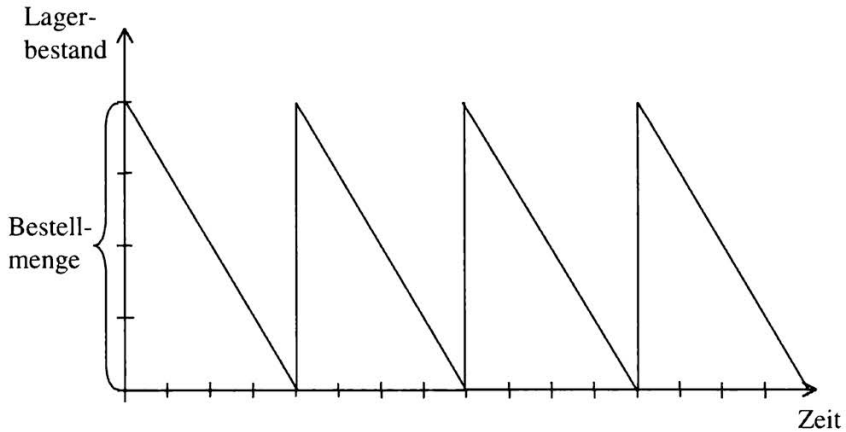


Abbildung 1: Standard-Lagerhaltungsmodell

$$(2) \quad Q^* = \sqrt{\frac{2fR}{lT}}$$

Der Lagerbestand und die Bestellungen entwickeln sich im Zeitablauf wie in Abbildung 1 aufgezeigt.

Das Standardmodell geht von konstanten Einkaufspreisen aus. In der Literatur der Lagertheorie werden jedoch auch verschiedentlich Modelle mit Änderungen der Einkaufspreise diskutiert. Dabei kann zwischen mengenabhängigen und zeitabhängigen Preisänderungen unterschieden werden.<sup>9</sup> In der Literatur werden überwiegend mengenabhängige Preisänderungen, z.B. durch Mengenrabatte, betrachtet.<sup>10</sup> In den vorangegangenen Abschnitten wurde dargelegt, dass sich die Eigenkapitalkosten und damit der Preis für Finanzmittel für Gründungsunternehmen im Zeitablauf ändern. Daher sind hier nur zeitabhängige Preisänderungen von Bedeutung.

Preisänderungen können grundsätzlich diskret oder kontinuierlich auftreten. Meist sind Probleme mit diskreten Preisänderungen<sup>11</sup> bzw. im

<sup>8</sup> Vgl. Andler, K. (1929). Zur Ganzzahligkeitsbedingung der Optimallösung vgl. z.B. Domschke, W. et al. (1993), S. 73.

<sup>9</sup> Vgl. Lackes, R. (1990), S. 2.

<sup>10</sup> Vgl. Albach, H. (1969), S. 78 f., Müller-Manzke, U. (1987) und Bartmann, D., Beckmann, M. (1989), S. 23–26.

<sup>11</sup> Vgl. Naddor, E. (1971), S. 98–103, und Stenger, B. (1981), S. 13, der nur diskrete Preisänderungen für realistisch hält.



Zeitablauf steigenden Preisen analysiert worden. Steigende Preise führen dazu, dass bei einer Bestellung auch ein Spekulationsmotiv auftreten kann. Eine höhere Bestellung reduziert jetzt nicht nur die durchschnittlichen Kosten pro Einheit (Fixkostendegression), sondern hat gleichzeitig den Vorteil, dass die bestellte Einheit zu einem günstigeren Preis eingekauft wird. Dies wirkt letztlich wie eine Reduzierung der Lagerhaltungskosten. *Pack* ermittelt bei steigenden Einkaufspreisen eine deutlich größere optimale Bestellmenge sowie größere Bestellintervalle.<sup>12</sup>

*Kuhn*<sup>13</sup> betrachtet simultane Preis- und Verbrauchsänderungen. Für den Fall stetiger und differenzierbarer Preis- und Verbrauchsfunktionen entwickelt er einen aufwändigen analytisch-rekursiven Lösungsansatz. Sinkende Einkaufspreise werden von *Naddor*<sup>14</sup> analysiert. Er betrachtet allerdings nur eine einzelne diskrete Preissenkung und folgert, dass bis zu dieser das Lager komplett geräumt wird. *Stenger*<sup>15</sup> betrachtet ein Modell mit mehreren diskreten Preisänderungen. Zulässig sind beliebige Bestellzeitpunkte. Insgesamt wird ein endlicher Planungshorizont betrachtet. Dies verlangt Ganzzahligkeit der Bestellhäufigkeit. Als Ergebnis leitet der Autor ab, dass die Bestellmengen in Intervallen ohne Preisänderung gleich hoch sind. Kommt es zu einer Preissenkung, dann wird im nächsten Intervall ebenfalls eine (neu berechnete) konstante Menge bestellt. Bei einer Preiserhöhung kann die letzte Bestellung des alten Intervalls jedoch genau vor dem Preisumstellungszeitpunkt erfolgen, um noch den niedrigeren Preis auszunutzen. Alle vorherigen Bestellungen zu diesem niedrigeren Preis sind gleich groß, sodass eine Bestellung nur erfolgt, wenn der Lagerbestand null ist. Die Bestellung vor dem Preissprung ist höher als die anschließenden Bestellungen im Intervall mit dem erhöhten Preis. Kern der Arbeit ist die Entwicklung eines Algorithmus zur exakten Lösung des formulierten Problems. Dieser Algorithmus kann nicht angewandt werden, wenn der Lagerabgang (oder die Lagerkosten) im Zeitablauf variieren. *Lackes*<sup>16</sup> geht von einem stationären Modell mit kontinuierlichem Lagerabgang aus, bei dem bis zu einem bestimmten Zeitpunkt der Einkaufspreis kontinuierlich sinkt und dann konstant bleibt. Bestellungen sind zu beliebigen Zeitpunkten möglich.

---

<sup>12</sup> Vgl. *Pack*, L. (1963), S. 489 f. *Pack* nimmt an, dass die Bestellintervalle gleich bleiben. Die exakte optimale Bestellpolitik führt zu abnehmenden Bestellmengen und -intervallen. Der dadurch entstehende Fehler ist nach seiner Meinung vernachlässigbar gering, zumal er von einer revolvierenden Planung ausgeht.

<sup>13</sup> Vgl. *Kuhn*, A. (1964).

<sup>14</sup> Vgl. *Naddor*, E. (1971).

<sup>15</sup> Vgl. *Stenger*, B. (1981).

<sup>16</sup> Vgl. *Lackes*, R. (1990).

Daraus ergeben sich im Bereich der sinkenden Preise steigende Bestellmengen und zunehmende Bestellintervalle. Die Bestellpolitik ist nicht mehr stationär, da die Bestellmengen und -intervalle im Zeitablauf ansteigen.

### III. Ein Modell der Gründungsfinanzierung als Bestellmengenproblem

Die Übertragung der Erkenntnisse der Lagerhaltungstheorie auf finanzielle Probleme wurde erstmalig von *Baumol*<sup>17</sup> und *Tobin*<sup>18</sup> vorgenommen, konkret für das Problem der optimalen Kassenhaltung von Haushalten. Beide Autoren berücksichtigen in ihren Modellen ausschließlich das Transaktionsmotiv der Kassenhaltung.<sup>19</sup> Ein Haushalt steht vor der Entscheidung, finanzielle Mittel entweder in der Kasse zu halten oder in Wertpapiere zu investieren. Der Wechsel von einer Form der Mittelverwendung in die andere verursacht Transaktionskosten. Der Haushalt erwartet sicher einen gleichmäßigen Auszahlungsstrom. Die Argumentation von *Baumol* und *Tobin* folgt den Überlegungen der Lagerhaltungstheorie. Als Kostensatz der Lagerhaltung werden die Opportunitätskosten einer alternativen Anlage der Finanzierungsmittel in Wertpapiere oder die tatsächlichen Zinskosten einer Kreditaufnahme angesehen.<sup>20</sup> Im Ergebnis ermitteln die Modelle eine optimale Transferhöhe der Alternativenanlage in Kassenmittel. Die Kassenhaltungsmodelle von *Baumol* und *Tobin* wurden von verschiedenen Autoren erweitert. Im Vordergrund stand dabei einerseits die Ermittlung einer optimalen Bestellstrategie unter Einbeziehung bzw. Optimierung von kurzfristigen Kreditlinien bzw. Kontoüberziehungen.<sup>21</sup> Ein zweiter Forschungsstrang berücksichtigt stochastische Kassenbewegungen.<sup>22</sup> Dies führt zu Kassenbestandskorridoren, bei deren Verlassen der Kauf bzw. Verkauf von Wertpapieren

---

<sup>17</sup> Vgl. *Baumol*, W. J. (1952).

<sup>18</sup> Vgl. *Tobin*, J. (1956).

<sup>19</sup> Vgl. *Keynes*, J. M. (1983), S. 143 und 164–166. Das Transaktionsmotiv der Kassenhaltung ergibt sich aus der zeitlichen Divergenz von Ein- und Auszahlungen. Vorsichts- und Spekulationsmotiv bleiben unbeachtet, da von deterministischen Auszahlungsgrößen und konstanten Opportunitätskosten ausgegangen wird.

<sup>20</sup> Zur Auswahl des Opportunitätskostensatzes vgl. *Ballwieser*, W. (1978), S. 36–55.

<sup>21</sup> Vgl. z.B. *Sastry*, R. (1970) und *Lockyer*, K. G. (1973).

<sup>22</sup> Für stochastische Erweiterungen vgl. *Whalen*, E. L. (1968), *Eppen*, G. D., *Fama*, E. F. (1969) und *Miller*, M. M., *Orr*, D. (1966). Einen guten Überblick über die verschiedenen Erweiterungen der Kassenhaltungsmodelle bietet *Inderfurth*, K. (1982). Stochastische Erweiterungen der Lagerhaltungsmodelle stellt *Porteus*, E. (1990) dar.

wieder zum gewünschten Kassenbestand führt. Kassenhaltungsmodelle finden auch Anwendungen auf Vermögensanlageentscheidungen.<sup>23</sup>

Auch die Finanzierung eines Gründungsunternehmens lässt sich als Bestellmengenoptimierungsproblem darstellen. Das Gründungsunternehmen steht vor der Aufgabe, Finanzmittel für den Gründungszeitraum zu beschaffen. Diese Finanzmittel werden im Unternehmen „zwischengelagert“ und verlassen anschließend das Unternehmen wieder. Die Parameter des Standardmodells der Lagerhaltung lassen sich bei diesem Vorgehen ökonomisch leicht uminterpretieren. Das betrachtete Gut sind die (extern zugeführten) Finanzmittel. Der Planungszeitraum  $T$  umfasst den Zeitraum der Gründungsfinanzierung. Der Lagerabgang  $R$  entspricht dem Außenfinanzierungsbedarf des Gründungsunternehmens in  $T$ . Damit ergibt sich eine Netto-Cash-burn-Rate (Brutto-Cash-burn abzüglich der positiven Beiträge der Innenfinanzierung) von  $r = R/T$ . Eine Bestellung entspricht der Beschaffung von Finanzmitteln in einer Finanzierungsrunde. Als bestellfixe Kosten  $f$  können die Transaktionskosten der Finanzierungsrunde verstanden werden. Variable Kosten der Bestellung sind die Eigenkapitalkosten des Unternehmens. Die Bestellmenge  $Q$  entspricht der Höhe der Finanzierungsrunde. Es kann angenommen werden, dass das Unternehmen die erhaltenen Finanzmittel zinsbringend anlegt.<sup>24</sup> Sonstige Kosten für die Lagerhaltung entstehen nicht. Damit sind die direkten Lagerhaltungskosten negativ, ökonomisch also Erlöse.

Daraus ergibt sich zunächst ein offensichtlicher Unterschied zum Standardproblem der Lagerhaltung. Wird die Bestellmenge größer, so sinkt die Anzahl der Bestellungen, hier also der Finanzierungsrunden, und somit sinken die akkumulierten bestellfixen Kosten. Allerdings bewirkt die Umkehrung des Vorzeichens der Lagerhaltungskosten, dass sich die mit der Zunahme der Bestellmenge verbundene Erhöhung des durchschnittlichen Lagerbestands ebenfalls günstig auswirkt. Gegenspieler dieser Effekte sind im *Baumol-Tobin*-Modell die entgangenen Opportunitätserträge der Wertpapieranlage oder die tatsächlich zu zahlenden Kreditzinsen. In der Gründungsfinanzierung mit Eigenkapital werden keine Zinsen gezahlt. Die Vergütung der Eigenkapitalgeber erfolgt über die Abgabe von Residualansprüchen, also Unternehmensanteilen. Die Renditeforderung der Risikokapitalgeber wird hier nicht als Zinssatz modelliert, sondern als Einkaufspreis des Kapitals.

---

<sup>23</sup> Vgl. *Ballwieser*, W. (1978) oder *Connor*, G., *Leland*, H. (1995).

<sup>24</sup> Vorstellbar sind etwa Tages- oder Termingeldanlagen bei Kreditinstituten. Die Annahme positiver Anlageerlöse ist allerdings nicht entscheidend für die Ergebnisse.



Bei der Gründungsfinanzierung sinken die Eigenkapitalkosten, d.h., die „Einkaufspreise“ (im Sinne der vom Risikokapitalgeber geforderten Renditen) für neue Tranchen der Finanzierung nehmen wegen der verringerten Unsicherheiten und der verbesserten Prognosemöglichkeiten der Geschäftsentwicklung ab. Diesen Effekt wollen wir im lagertheoretischen Modell der Gründungsfinanzierung abbilden. Dabei wird zunächst ein stationäres Modell betrachtet. Anschließend wird die Annahme über den Lagerabgang realistischer modelliert. Dazu ist eine Erweiterung des Standardmodells erforderlich:

$$(3) \quad p = p(t) \text{ mit } \frac{dp}{dt} < 0$$

Für den Preis sind also die Finanzierungszeitpunkte von Bedeutung. Sie hängen wiederum von der Anzahl der Finanzierungsrunden und somit der „Bestellhöhe“ ab. Es wird zunächst vereinfachend angenommen, dass der Preis im Zeitablauf linear abnimmt.

$$(4) \quad p(t) = p_1 - A \cdot \frac{t-1}{T}$$

Die variablen Gesamtkosten der Gründungsfinanzierung lassen sich schreiben als:

$$(5) \quad K_p = \sum_{i=0}^{z-1} (p_1 - a \cdot i) \cdot Q$$

$z$  bezeichnet die Anzahl der Finanzierungsrunden (Bestellungen),  $p_1$  den Preis zu Beginn der Finanzierung.  $a$  ist die absolute Abnahme (in Geldeinheiten) des Preises je Runde.<sup>25</sup>  $A$  ist die gesamte Abnahme des Preises während des Planungszeitraums. Es gilt  $z = R/Q$  und  $a = A/z = AQ/R$ . Nach Einsetzen und Umformen ergibt sich:

$$(6) \quad K_p = p_1 \cdot R - \frac{A}{2} (R - Q)$$

Die gesamten variablen Finanzierungskosten ergeben sich also als Preis bei sofortiger Aufnahme der gesamten Mittel abzüglich der durch die Staffelung der Finanzierung realisierten Preisabschläge. Diese bestehen durchschnittlich in der Hälfte der Differenz zwischen Maximal-

---

<sup>25</sup> Wir gehen analog zu *Pack*, L. (1963), S. 489, von einer stationären Bestellpolitik aus.

und Minimalpreis multipliziert mit der Menge der zur Disposition anstehenden Güter (Finanzmittel), nämlich der Mittel, die nicht schon in der ersten Runde beschafft wurden. Steigt nun  $Q$  an, werden weniger Runden durchgeführt. So nimmt der Spareffekt ab, der durch die Staffe- lung erreicht wurde. Damit ergibt sich ein den obigen beiden Effekten der Bestellfix- und der Lagerhaltungskosten gegenläufiger, dritter Ef- fekt. Die gesamten Kosten der Bestellung umfassen die drei betrachteten Komponenten. Diese sind unter Variation der Bestellmenge  $Q$  zu opti- mieren.

$$(7) \quad \min_Q K = K_L + K_B + K_P = \frac{1}{2} l \cdot T \cdot Q + \frac{R}{Q} \cdot f + p_1 \cdot R - \frac{A}{2} (R - Q)$$

Im Optimum gilt:<sup>26</sup>

$$(8) \quad Q^* = \sqrt{\frac{2Rf}{lT + A}}$$

Die Lagerkosten  $l$  sind negativ. Daher ist der Ausdruck nur definiert, wenn  $lT + A > 0$ , wenn also  $A > -lT$ . Dies bedeutet, dass der Preisrück- gang insgesamt größer sein muss, als der Zinserlös bei Kassenhaltung. Der Preiseffekt muss größer als der Zinseffekt und der daraus resultie- rende partielle Summeneffekt in der Optimierung sein, also der Gegen- spieler des Fixkosteneffekts. Diese Bedingung ist immer erfüllt, wenn Sollzinsen bzw. Eigenkapitalrenditeforderungen größer sind als Haben- zinsen. Davon kann in der Praxis immer ausgegangen werden.

Für die Höhe der Finanzierungsrunden gilt (jeweils *ceteris paribus*) im Standardmodell: Sie steigt bei höherem Gesamtbedarf, höheren fixen Fi- nanzierungskosten und höheren Zinserlösen. Die Rundenhöhe nimmt ab, je stärker die Eigenkapitalkosten im Zeitablauf abnehmen. Die Runden- höhe und die Zeit zwischen zwei Runden können rechnerisch ineinander überführt werden: Steigt die Höhe, dann nimmt auch die Dauer der Runde zu. Zur Illustration des vorgestellten Problems wird nun ein nu- merisches Beispiel dargestellt. Folgende Parameter seien gegeben:

---

<sup>26</sup> Die zweite Ableitung ist positiv, d.h., es handelt sich um ein Minimum:  
 $\frac{d^2 K}{dQ^2} = \frac{2fR}{Q^3} > 0$ .

Tabelle 1  
Beispielrechnung 1

Zeitraum des Finanzierungsbedarfs $T$	4 Jahre
Gesamtkapitalbedarf $R$	7,5 Mio. Euro
Bestellfixe Kosten $f$	1,5 Mio. Euro
Zinserlös $-l$	2,5 %
Anfangspreis des Kapitals $p_1$	15,7 Euro
Endpreis des Kapitals $p_T$	1,2 Euro

Der Einkaufspreis des Kapitals hat die Dimension Geldeinheit je Mengeneinheit, also Euro je Euro. Dies mag auf den ersten Blick verwirrend erscheinen. Üblicherweise wird der „Preis“ von Finanzmitteln als Zinssatz angegeben. Ein Zinssatz ist doppelt relativiert. Er bezieht sich auf einen zu verzinsenden Betrag und einen bestimmten Zeitraum. Dabei werden Zinssätze oft als Jahreszinssätze angegeben. Hier wird angenommen, dass der Exit des Finanziers in fünf Jahren erfolgt. Verlangt nun ein Finanzier eine Verzinsung seiner Einlage in Höhe von 73,5 % p.a., dann bedeutet dies bei einem Rückfluss in fünf Jahren, dass sich die Einlage etwa versechzehnfachen muss. Der Gründer muss also für jeden Euro jetzt in fünf Jahren rund sechzehn Euro zahlen. Der Endpreis von 1,2 Euro impliziert dann eine jährliche Renditeforderung des Finanziers von 20%.<sup>27</sup> Der absolute Preiserückgang der Finanzmittel ergibt sich somit als  $A = p_1 - p_T = 14,5$  Euro und die optimale Finanzierungsrunde umfasst:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Rf}{iT + A}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7.500.000 \cdot 1.500.000}{-0,025 \cdot 4 + 14,5}} = 1.250.000 \text{ Euro}$$
 bei einer Dauer  $d^*$  von 8 Monaten. Die gesamten Kosten der Finanzierung in sechs Runden betragen 81.375.000 Euro.<sup>28</sup> Eine Finanzierung in einer Runde kostet

<sup>27</sup> Allerdings kann das Gründungsunternehmen dann annahmegemäß seine Auszahlungen vollständig aus der Innenfinanzierung decken (positiver freier Cash-flow) und hat keinen weiteren Bedarf an Außenfinanzierungsmitteln.

<sup>28</sup> Auf eine explizite Berücksichtigung der Kostenentstehungszeitpunkte durch Diskontierung wird verzichtet, um den hier interessierenden Effekt aus der Preisänderung nicht mit Diskontierungseffekten zu vermischen. Das Optimierungsproblem ändert sich durch die Einbeziehung von diskontierten Werten nicht grundsätzlich, vgl. bspw. *Bogaschewsky, R.* (1989), S. 857. Zudem wird auch in der Literatur eine explizite Diskontierung unterlassen. Für eine Ausnahme vgl. *Schramm, K.* (1987).



118.875.000 Euro und ist damit um 46 % teurer als die gestaffelte Finanzierung. Auf eine Diskussion von Sensitivitäten der Rechnung wird hier zunächst verzichtet. Sie erfolgt in einem späteren Abschnitt.

#### **IV. Ein Modell mit Berücksichtigung eines dynamischen Netto-Cash burn**

##### *1. Allgemeine Betrachtung eines dynamischen Netto-Cash burn*

Bisher wurde davon ausgegangen, dass der Lagerabgang, also der Netto-Cash burn zeitinvariant ist. Nunmehr wird diese Annahme aufgehoben. Es wird weiterhin eine endliche Anzahl  $\tau - 1$  äquidistanter Planungsperioden betrachtet. Der Netto-Cash burn  $r_t$  kann allerdings in den Planungsperioden jeweils unterschiedliche Werte haben. Der Netto-Cash burn ergibt sich aus zwei Komponenten. Vom gesamten (Brutto-)Cash burn werden die positiven Finanzierungsbeiträge der Innenfinanzierung abgezogen. Für ein Gründungsunternehmen wird angenommen, dass positive Innenfinanzierungsbeiträge erst ab dem Markteintritt in  $t_m$  erzielt werden, da das Unternehmen erst ab dem Markteintritt Umsatzerlöse erzielen kann. Diese sind anfangs gering, steigen aber während der restlichen Dauer der Gründungsfinanzierung monoton linear an. Für den positiven Innenfinanzierungsbeitrag  $IF$  gilt im Intervall  $[0; t_m]$   $IF(t) = 0$  und  $\frac{dIF}{dt} = 0$  sowie im Intervall  $[t_m; t_r]$   $IF(t) > 0$  und  $\frac{dIF}{dt} > 0$ .

Der Brutto-Cash burn des Gründungsunternehmens ergibt sich aus der Summe aller Auszahlungen, die das Unternehmen leistet. Darunter fallen beispielsweise Investitionen, Mieten, Löhne, Auszahlungen für Warenlieferungen usw. Solche Auszahlungen fallen vom Beginn des Zeitraums der Gründungsfinanzierung an. Es wird unterstellt, dass die Auszahlungen von der Größe bzw. dem Wachstum des Unternehmens abhängig sind. Solange das Unternehmen wächst, steigt der Cash burn an. Wird etwa die Lohnsumme als eine Schätzgröße für den Brutto-Cash burn angesehen, ist diese Annahme unmittelbar einsichtig, da mehr Mitarbeiter zu einer insgesamt höheren Lohnsumme führen. Für den Brutto-Cash burn  $CB_b$  gilt somit im gesamten Intervall  $[0; t_r]$ :  $CB_b(t) > 0$ . Es wird unterstellt, dass das Unternehmen während der Gründungsphase kontinuierlich wächst und daher einen monoton steigenden Brutto-Cash burn hat  $\left(\frac{dCB_b}{dt} > 0\right)$ . Der Netto-Cash burn  $LA$  entspricht dem Lagerabgang des gelagerten Guts „Außenfinanzierungsmittel“:

$$(9) \quad LA(t) = CB_b(t) - IF(t).$$

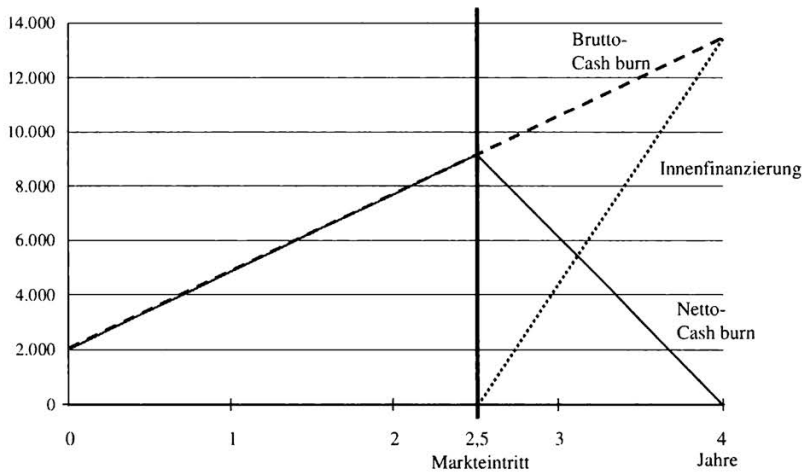


Abbildung 2: Verstetigter Verlauf von Cash burn und Innenfinanzierungsbeitrag

Am Ende des Gründungsfinanzierungszeitraums  $t_r$  ist das Gründungsunternehmen gemäß Definition in der Lage, ohne weitere Zuführung externer Finanzierungsmittel zu existieren. Es gilt somit  $LA(t_r) = 0$  bzw.  $CB_b(t_r) = IF(t_r)$ . Aus Vereinfachungsgründen wird angenommen, dass sowohl Brutto-Cash burn als auch der positive Innenfinanzierungsbeitrag einen linear steigenden Verlauf haben, also gilt in  $[0; t_r]$ :  $\frac{d^2 CB_b}{dt^2} = 0$  sowie  $\frac{d^2 IF}{dt^2} = 0$ . Der Verlauf der Modellparameter ist in Abbildung 2 dargestellt. Die Zahlenwerte beziehen sich auf die nachfolgenden Beispielrechnungen.

Aus den bisherigen Annahmen lässt sich der Verlauf des Lagerbestandes ableiten. Der Netto-Cash burn entspricht dem Betrag der Steigung der Lagerbestandskurve. Bis zum Zeitpunkt des Markteintritts  $t_m$  nimmt der Kassenbestand  $L(t)$  mit zunehmender Geschwindigkeit ab. Es gilt  $\frac{dL}{dt} < 0$  und  $\frac{d^2 L}{dt^2} < 0$  für  $t < t_m$ . Nach dem Markteintritt wird der Brutto-Cash burn teilweise durch Umsatzerlöse finanziert, sodass sich nunmehr der Lagerabgang verlangsamt. Für das Intervall  $[t_m; t_r]$  gilt:  $\frac{dL}{dt} < 0$  und  $\frac{d^2 L}{dt^2} > 0$ . Am Ende der Planungsperiode ist der Lagerbestand auf Null abgesunken,  $L(t_r) = 0$ . Der Lagerbestandsverlauf bei einer Upfront-Finanzierung (Bereitstellung des erforderlichen Kapitals in Gänze zu Beginn des Geschäftsbetriebs) ist in Abbildung 3 dargestellt.

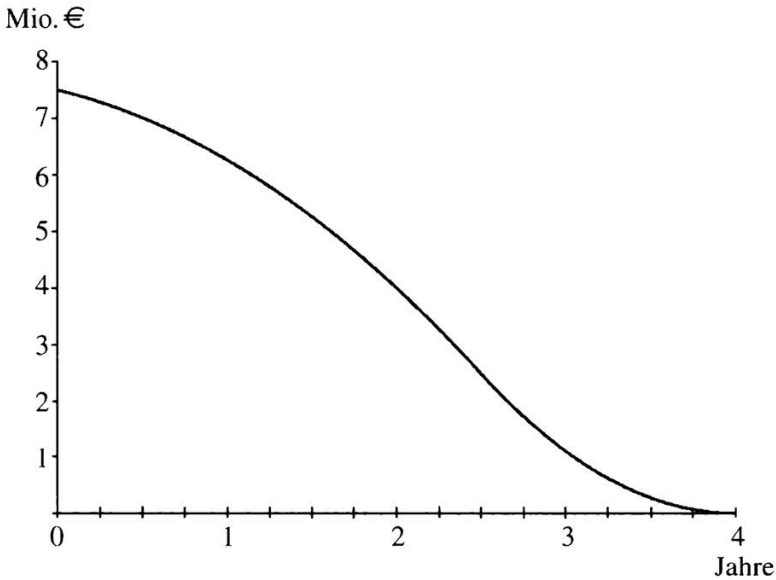


Abbildung 3: Verlauf der Lagerabgangskurve in den Beispielrechnungen 2 bis 3

Bei einer genaueren Analyse lassen sich zwei Effekte unterscheiden. Der erste Effekt beruht auf der Preisveränderung. Die Lagerkosten umfassen u. a. die Zinskosten des im Lager gebundenen Kapitals. Der Lagerkostensatz wird i. A. in Abhängigkeit vom Einkaufspreis angegeben.<sup>29</sup> In diesem Fall wirkt eine Preisänderung in zweifacher Hinsicht auf die Bestellpolitik. Einkaufspreise und Lagerkostensatz verändern sich. Bei monoton sinkenden Preisen ist dann *ceteris paribus* zu erwarten, dass die Höhe der Bestellungen und die Zwischenintervalle zunehmen werden.<sup>30</sup> In der hier betrachteten Situation hat eine Preisveränderung jedoch keine Auswirkungen auf den Lagerkostensatz, da die Zahlungen erst nach dem gesamten Betrachtungszeitraum erfolgen und somit keine Kapitalbindung eintritt.<sup>31</sup> Die Auswirkung der Preissenkung hängt von der Art ihres Verlaufs ab. Eine lineare Preissenkung führt zu gleich

<sup>29</sup> Damit ist die Vorstellung verbunden, dass beispielsweise die Höhe des Wertverzehr (bspw. Schwund) vom Preis des gelagerten Guts abhängt bzw. das auf das im Lager gebundene Kapital Zinsen zu zahlen sind.

<sup>30</sup> Vgl. *Kuhn, A.* (1964), S. 96, und *Lackes, R.* (1990), S. 38.

<sup>31</sup> Ein weiterer Wertverzehr des gelagerten Kapitals tritt durch Inflation auf. Dies lässt sich jedoch ohne Probleme durch einen inflationsbereinigten realen Habzins als (negativen) Lagerkostensatz abbilden.



großen Bestellungen. Bei degressivem Verlauf der Preissenkung werden Höhe und Intervalle der Bestellungen tendenziell im Zeitablauf größer. Im Falle einer progressiven Preissenkung nehmen Höhe und Intervalle im Zeitablauf ab. Hier wird ein degressiver Verlauf der Eigenkapitalkostenkurve angenommen.

Der zweite Effekt resultiert aus der Zunahme des Cash burns. Die Cash-burn-Funktion lässt sich in zwei Teilbereiche aufteilen. Im ersten Bereich bis zum Markteintritt nimmt der Cash burn zu. Daraus folgt, dass die Höhe der Runden tendenziell zunehmen wird, während gleichzeitig die Dauer der Runden abnehmen wird.<sup>32</sup> Im zweiten Abschnitt mit einem abnehmenden Cash burn ist der Effekt umgekehrt. Im ersten Teil der Kurve verstärken sich die Effekte bzgl. der Rundenhöhe, die insgesamt steigen wird. Über die Entwicklung der Dauer der Runden lässt sich keine Aussage treffen, da hier gegenläufige Effekte auftreten. Im zweiten Teil der Kurve wird die Dauer der Runden tendenziell zunehmen, da sich beide Effekte verstärken. Über die Entwicklung der Höhe der Runde lässt sich nun allerdings keine allgemeine Aussage machen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 zusammengefasst.

*Tabelle 2*  
**Entwicklung der Rundenhöhe und -dauer**

		Höhe der Runde	Dauer der Runde
Bereich I	Preiseffekt	+	+
	Cash-burn-Effekt	+	-
	Gesamteffekt	+	+/-
Bereich II	Preiseffekt	+	+
	Cash-burn-Effekt	-	+
	Gesamteffekt	+/-	+

## *2. Numerische Betrachtung eines dynamischen Netto-Cash burn (Wagner/Whitin-Modell)*

Zur Verdeutlichung der Überlegungen werden nachfolgend drei numerische Beispiele dargestellt. Dazu ist das Standardmodell der Lagertheo-

<sup>32</sup> Vgl. z.B. *Kuhn*, A. (1964), S. 61, und *Naddor*, E. (1971), S. 120.

rie zu modifizieren. Die Berücksichtigung des dynamischen Lagerabgangs erfolgt durch das in der Literatur als *Wagner/Whitin*-Modell bekannte Lagerhaltungsmodell.<sup>33</sup> Anschließend werden geeignete Modifizierungen des Modells vorgenommen, um die bisherigen Annahmen bezüglich Einkaufspreis und Lagerabgang abzubilden.

Im *Wagner/Whitin*-Modell wird angenommen, dass der Lagerabgang diskret zu Beginn der Planungsperiode erfolgt, also die Verbrauchsmenge der Planungsperiode in der Verbrauchsperiode selbst keine Lagerhaltungskosten verursacht. Bestellungen sind nur zu Periodenbeginn möglich. Ansonsten gelten die bereits bekannten Annahmen des Grundmodells weiter. Das aus dieser Erweiterung resultierende Problem lässt sich mittels der Dynamischen Programmierung lösen.<sup>34</sup> Es existieren verschiedene Lösungsverfahren. In der Originalarbeit wurde bereits ein Algorithmus entwickelt, der eine exakte Lösung des Problems ermöglicht. Dabei werden zwei Optimalitätsbedingungen genutzt:<sup>35</sup>

1. Eine Bestellung erfolgt erst dann, wenn der Lagerbestand null ist.
2. Eine Bestellung umfasst den Bedarf von einer oder mehreren Perioden.

Bestellungen vor vollständiger Räumung des Lagers verursachen unnötige Lagerungskosten. Die Bestellung des diskreten Bedarfs einer Periode in mehreren Tranchen verursacht unnötige fixe Bestellkosten. Diese Bedingungen schränken die Anzahl der möglichen und damit zu überprüfenden Bestellpolitiken erheblich ein. Durch den Algorithmus wird die optimale Bestellpolitik unter Einbeziehung jeweils einer weiteren Periode ermittelt. Dabei wird bei jeder neuen Periode rekursiv die optimale neue Bestellpolitik festgestellt. Bereits in den Vorperioden als suboptimal erkannte Politiken können von der weiteren Betrachtung ausgeschlossen werden.

Nun wird die Annahme eines diskreten Cash burns wieder modifiziert. Die Zahlungen fallen täglich an. Bestellungen bleiben weiterhin nur zu Periodenbeginn möglich. Auf dieses modifizierte Modell lässt sich der *Wagner/Whitin*-Algorithmus nicht unmittelbar anwenden. Ein Wertverzehr durch den Preisrückgang wird im vorgestellten Algorithmus beim Cash burn in seiner Verbrauchsperiode nicht berücksichtigt, da zwi-

---

<sup>33</sup> Vgl. *Wagner, H. M., Whitin, T. M. (1958)*. Damit gelten die in Abbildung 2 dargestellten Verläufe der Cash-flows nicht mehr. Vielmehr werden die Zahlungen in den betrachteten Perioden (z.B. Halbjahre) kumuliert und dem Periodenbeginn zugerechnet.

<sup>34</sup> Vgl. z.B. *Domschke, W. et al. (1993)*, S. 112–115.

<sup>35</sup> Vgl. *Wagner, H. M., Whitin, T. M. (1958)* und *Schneeweiß, C. (1981)*, S. 59.

schenzeitlich keine Bestellungen möglich sind. Zinsen werden jedoch innerhalb der Periode erlöst. Dabei wird innerhalb einer Periode ein linearer Verlauf der Cash-burn-Funktion unterstellt. Eine Lösung des modifizierten Modells ist wiederum mittels dynamischer Programmierung möglich.<sup>36</sup>

Es werden folgende Variablen eingeführt:  $L_t$  ist der Lagerbestand im Zeitpunkt  $t$ ,  $q_t$  ist die Bestellmenge im Zeitpunkt  $t$ ,  $R_{ij} = \sum_{t=i}^j r_t$  ist der Lagerabgang in den Perioden von  $i$  bis  $j$ . Es gilt  $b_t = 1$ , wenn in  $t$  bestellt wird, und  $b_t = 0$ , wenn in  $t$  nicht bestellt wird. Damit kann das Problem formal beschrieben werden, unter den Nebenbedingungen, dass für alle  $t = 1 \dots \tau$  gilt:  $q_t \leq R_{t\tau} \cdot b_t; L_t = L_{t-1} + q_t - r_t; L_t, q_t \geq 0; b_t \in \{0,1\}$  und  $L_0 = 0, L_\tau = 0$ :

$$(10) \quad \min_{q_t, t=1 \dots \tau}! K = K_L + K_B = \sum_{t=1}^{\tau} b_t \cdot f + \left( L_t + \frac{r_t}{2} \right) \cdot l + p_t \cdot q_t$$

Zur numerischen Illustration dient Beispielrechnung 2.<sup>37</sup>

*Tabelle 3*  
**Beispielrechnung 2**

Cash burn und Preis werden konkretisiert,  
ansonsten gelten die Daten der Beispielrechnung 1

	Cash burn (in TEuro)	Preis (in Euro)
im 1. Halbjahr	489	15,70
im 2. Halbjahr	747	12,30
im 3. Halbjahr	1.005	9,36
im 4. Halbjahr	1.263	6,86
im 5. Halbjahr	1.521	4,83
im 6. Halbjahr	1.375	3,24
im 7. Halbjahr	825	2,11
im 8. Halbjahr	275	1,43

<sup>36</sup> Vgl. Domschke, W. et al. (1993), S. 125.

<sup>37</sup> Die Berechnungen erfolgten mit der linearen Optimierungssoftware LINGO/PC Vers. 7.0.



Die optimale Bestellpolitik wird durch den Bestellmengenvektor  $\tilde{q}_2^* = (489, 747, 1005, 1263, 1521, 2475, 0, 0) \cdot 1.000$  beschrieben. In den ersten fünf Bestellzeitpunkten werden jeweils die Mittel für das folgende halbe Jahr, im sechsten Halbjahr werden in der letzten Finanzierungsrunde die restlichen Mittel beschafft. Die minimalen Kosten liegen bei 59.237.750 Euro. Werden im oben geschilderten Modell die Planungsperioden verkürzt, lässt sich die Planungsgüte verbessern. Vorstellbar ist beispielsweise eine vierteljährliche oder monatliche Cash-burn-Planung.

Die Planungsgüte lässt sich weiter verbessern, wenn die bisherigen restriktiven Annahmen über die fixen Bestellkosten, die Linearität der Eigenkapitalkosten und die Zinserlöse gelockert werden. Dazu sei  $\tilde{L}$  der Spaltenvektor der Lagerbestände,  $\tilde{l}_{abs}$  der Zeilenvektor der absoluten Lagerhaltungskosten,  $\tilde{f}$  bezeichne den Zeilenvektor der bestellfixen Kosten,  $\tilde{b}$  den Spaltenvektor der binären Bestellentscheidungen,  $\tilde{q}$  sei der Zeilenvektor der Bestellmengen und  $\tilde{p}$  der Spaltenvektor der Eigenkapitalkosten. Das Optimierungsproblem lautet nun unter den Nebenbedingungen, dass für alle  $t = 1 \dots \tau$  gilt:  $q_t \leq R_{t\tau} \cdot b_t$ ;  $r_t = L_{t-1} + q_t - L_t$ ;  $L_t, q_t \geq 0$ ;  $b_t \in 0, 1$  und  $L_0 = L_\tau = 0$ :

$$(11) \quad \min_{q_t, t=1 \dots \tau}! K = K_L + K_B + K_P = \tilde{L} \cdot \tilde{l}_{abs} + \tilde{f} \cdot \tilde{b} + \tilde{q} \cdot \tilde{p} .$$

### 3. Numerische Betrachtung eines dynamischen Netto-Cash burn (Part-Period-Verfahren)

Im (modifizierten) *Wagner/Whitin*-Modell werden Bestellungen nur zu bestimmten Zeitpunkten zugelassen, nämlich zu Beginn der Planungsintervalle. Zudem hat sich die Planung auf einen vorab fixierten Zeitraum beschränkt, in dem die Eigenkapitalkosten sinken. Diese Annahmen reduzieren die in der Realität vorhandenen Möglichkeiten der Gründer, Finanzmittel aufzunehmen, wann immer sie möchten, und führen ggf. zu einer suboptimalen Lösung.<sup>38</sup> Andererseits scheint bei der Wahl einer hinreichend kurzen Überwachungsperiode die damit einhergehende Einschränkung der Flexibilität der Gründer vertretbar, zumal die Eingangsdaten des Modells auf sehr unsicheren Prognosewerten beruhen, welche die Bestimmung eines Optimums ex ante schwierig machen.

<sup>38</sup> Vgl. *Stenger, B.* (1981), S. 16.

Mittlerweile existieren leistungsfähige EDV-Anlagen bzw. Personal Computer, die – mit entsprechender Software ausgestattet – in der Lage sind, solche Optimierungsprobleme hinreichend exakt zu lösen. Allerdings steigt der Rechenaufwand bei einer Verkürzung der Inspektionsintervalle schnell erheblich an. In der Literatur existieren für das ursprüngliche *Wagner/Whitin*-Modell diverse Näherungsverfahren.<sup>39</sup> Das Part-Period-(PP-)Verfahren<sup>40</sup> geht dabei von einer zentralen Eigenschaft des Standardlagerhaltungsmodells aus. Die Gesamtkosten sind genau dann minimal, wenn die gesamten fixen Bestellkosten und die Lagerkosten gleich groß sind. Dies gilt auch für einen einzelnen Bestellzyklus: Die Bestellmenge wird erhöht, solange die Bestellfixkosten größer als die akkumulierten Lagerkosten sind.<sup>41</sup> Ist die kritische Bestellmenge erreicht, wird genau diese bestellt und das Problem um die mit dieser Bestellung bedienten Perioden hinausgeschoben. Für Probleme, bei denen die Bedarfsmengen nur für einige wenige Perioden des gesamten Planungshorizonts bekannt sind, ist das Part-Period-Verfahren dem *Wagner/Whitin*-Algorithmus überlegen. Im Sinne einer rollierenden Planung kann das Part-Period-Verfahren später auftretende neue Erkenntnisse besser berücksichtigen als der *Wagner/Whitin*-Algorithmus durch seine teilweise Rückwärtsinduktion.<sup>42</sup> Das Prinzip des Part-Period-Verfahrens lässt sich auf ein Problem mit veränderlichen Preisen übertragen. Die Entscheidungsregeln lauten:

1. Erhöhe so lange die Bestellmenge, bis die Fixkosten der Bestellung kleiner sind als die Summe aus Lagerkosten und Preisnachteil. Der Preisnachteil bestimmt sich durch die Differenz der Preise zum Zeitpunkt der Bestellung und dem Zeitpunkt des tatsächlichen Verbrauchs multipliziert mit der jeweiligen Verbrauchsmenge.
2. Bestelle wieder, sobald das Lager leer ist.<sup>43</sup>

Diese Regel ist so lange anzuwenden, bis die bestellten Mengen zur Deckung des gesamten Verbrauchs ausreichen. Die letzte Bestellung er-

---

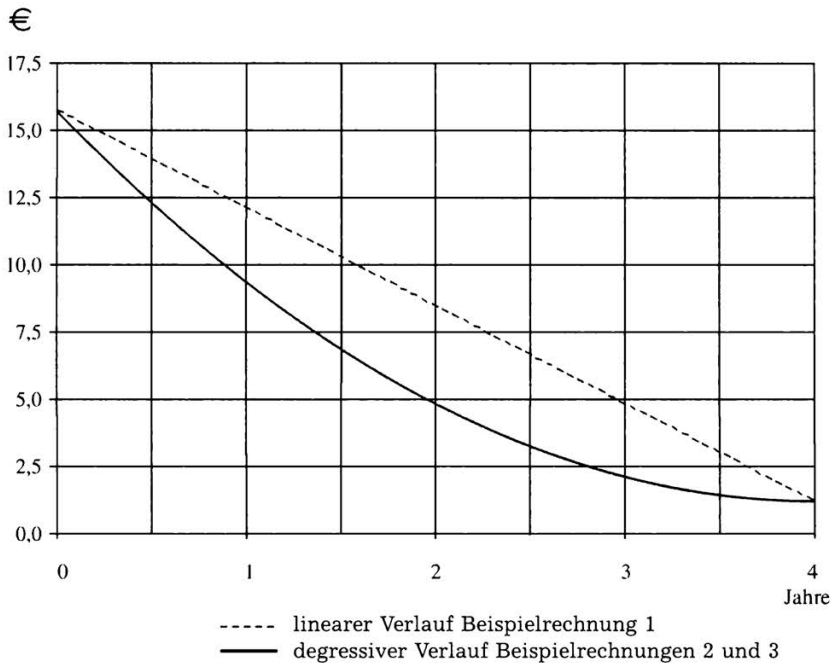
<sup>39</sup> Eine Darstellung und einen Vergleich der Güte verschiedener Näherungsverfahren findet sich bei *Ohse, D. (1970)*.

<sup>40</sup> Das Verfahren wurde von *Dematteis, J. J. (1968)* und *Mendosa, A. G. (1968)* entwickelt.

<sup>41</sup> In der ursprünglichen Formulierung des Algorithmus wird die Größe „Bestellfixkosten durch Lagerkosten“ betrachtet, welche die Dimension „Mengeinheit mal Zeiteinheit“ hat. Daher hat der Algorithmus seinen Namen.

<sup>42</sup> Vgl. *Ohse, D. (1970)*, S. 86 und 88.

<sup>43</sup> Diese Bedingung entspricht der zweiten der oben aufgeführten Optimalitätsbedingungen, vgl. *Stenger, B. (1981)*, S. 22.



(In den Beispielrechnungen 2 und 3 entwickelt sich der Preis tatsächlich diskret in Halbjahres-, Vierteljahres- bzw. Tagesschritten. Die Realisationen des Preises liegen allerdings auf der versteppten konvexen Funktion.)

Abbildung 4: Preisfunktionen in den Beispielrechnungen

füllt dabei allerdings höchstens zufällig die Optimalitätsbedingung. Daher wird zur Verbesserung des Ergebnisses ein Vergleich durchgeführt zwischen den ermittelten Gesamtkosten und den Gesamtkosten, die entstehen würden, wenn der Bedarf der letzten (unvollständigen) Bestellung bereits eine Runde vorher bestellt und dann gelagert würde.

Die Planungsperioden sollen jetzt auf einen Tag reduziert werden. Somit sind tägliche Finanzierungsrunden möglich. In den bisherigen Beispielen wurde implizit angenommen, dass sich der Preis im betrachteten Intervall (4 Jahre = 1440 Tage) nach folgender expliziter Funktionsvorschrift entwickelt:  $p(t) = 1,2 + 6,99267 \cdot 10^{-6}(t - 1441)$ . Die Funktion hat die Randwerte  $p(1) = 15,7$  und  $p(1441) = 1,2$  und ist im dazwischen liegenden Intervall monoton fallend und konvex. Sie ist in Abbildung 4 dargestellt. Für den Verbrauch haben wir bisher implizit folgende Funktion angenommen:



$$r(t) = \begin{cases} 2000 + \frac{11.466,67}{1.440} \cdot (t - 0,5) & \text{für } 1 \leq t < 901 \\ 24.444,45 - \frac{73.333,35}{4.320} \cdot (t - 0,5) & \text{für } 901 \leq t \leq 1440 \end{cases}$$

Die Funktion beginnt mit  $r(1) = 2003,98$  und steigt linear bis zum Maximum in  $t = 900$  mit 9.162,69 an, danach sinkt sie linear bis  $r(1440) = 8,49$ . Bei Anwendung des vorgestellten PP-Algorithmus ergibt sich als Beispielrechnung 3 folgende optimale Bestellpolitik:

Tabelle 4

**Optimale Bestellpolitik des PP-Algorithmus**

Zeitpunkt	Bestellmenge
1	643.996
224	898.338
421	1.145.477
609	1.435.263
798	1.807.560
1011	1.569.368

Die gesamten Kosten addieren sich zu 59.120.853,61 Euro.<sup>44</sup> Davon machen die Transaktionskosten etwas mehr als 15% aus, die Einkaufskosten knapp 85% und die Zinserlöse korrigieren um etwa 0,1%.

*4. Beurteilung der Vorteilhaftigkeit der gestaffelten Finanzierung in numerischen Betrachtungen des dynamischen Netto-Cash burn*

Die bisherigen Ergebnisse lassen sich zunächst nicht unmittelbar vergleichen. Die einzelnen Beispiele gehen von unterschiedlichen Cash-burn-Verläufen aus. Zudem wurde bei der Standard-Politik in Beispielrechnung 1 ein linearer Verlauf der Eigenkapitalkostenfunktion angenommen. Wir können die Ergebnisse aber vergleichbar machen, indem die ermittelten Bestellpolitiken auf die im detailliertesten Modell vorgestellten Parameter angewandt werden.

<sup>44</sup> Der Algorithmus wurde in der Programmiersprache DELPHI programmiert.

Die Ergebnisse dieser Übertragung sind in Tabelle 5 aufgeführt. Die Standard-Politik führt aufgrund des nicht stationären Lagerabgangs an 207 von 1440 Tagen zu negativen Lagerbeständen. Das ist nicht zulässig, da dies die Insolvenz des Gründungsunternehmens bedeuten würde. Die angegebenen Gesamtkosten enthalten keine Lagerhaltungskosten (Zinserlöse bzw. Zinskosten) für diese Tage und sind hier nur aufgeführt, um zu zeigen, dass diese Politik auch unter Vernachlässigung der Verletzung der Nebenbedingung suboptimal ist. Als wichtigstes Ergebnis kann festgehalten werden, dass eine Staffelung der Finanzierung zu einer Reduzierung der gesamten Finanzierungskosten um rund die Hälfte führt.

*Tabelle 5*  
**Gegenüberstellung der numerischen Ergebnisse  
der Beispielrechnungen**

Verfahren	Gesamtkosten (in Euro)	Abweichung vom besten Wert
Upfront-Finanzierung	118.874.010,47	+101,1%
Standard-Politik (Beispielrechnung 1)	63.849.692,81	irrelevant
8-Perioden-Politik (Beispielrechnung 2)	59.238.382,97	+0,2%
PP-Algorithmus (Beispielrechnung 3)	59.120.853,61	bester Wert

Der Vergleich der 8-Perioden-Politik mit der optimalen Politik des PP-Algorithmus zeigt eine Abweichung von lediglich 0,2% bei gleichzeitiger Einhaltung der Liquiditätsbedingung. Diese Abweichung ist unter Berücksichtigung der Unsicherheit der Plandaten vernachlässigbar gering. Die Entwicklungen des Finanzmittelbestands zeigt die Abbildung 5.

Es werden nun komparativ-statische Sensitivitätsanalysen durchgeführt. Betrachtet werden jeweils vier Fragestellungen.

1. Wie verändern sich die Gesamtkosten der jeweils optimalen Bestellpolitik des PP-Algorithmus bei Variation einzelner Parameter?
2. Wie verändert sich die Vorteilhaftigkeit der Staffelung der Finanzierung?
3. Wie verhält sich die Vorteilhaftigkeit des PP-Algorithmus im Vergleich zu den alternativen Berechnungsmethoden?
4. Welche Auswirkungen hat eine Durchführung der im Grundscenario optimalen Politik?

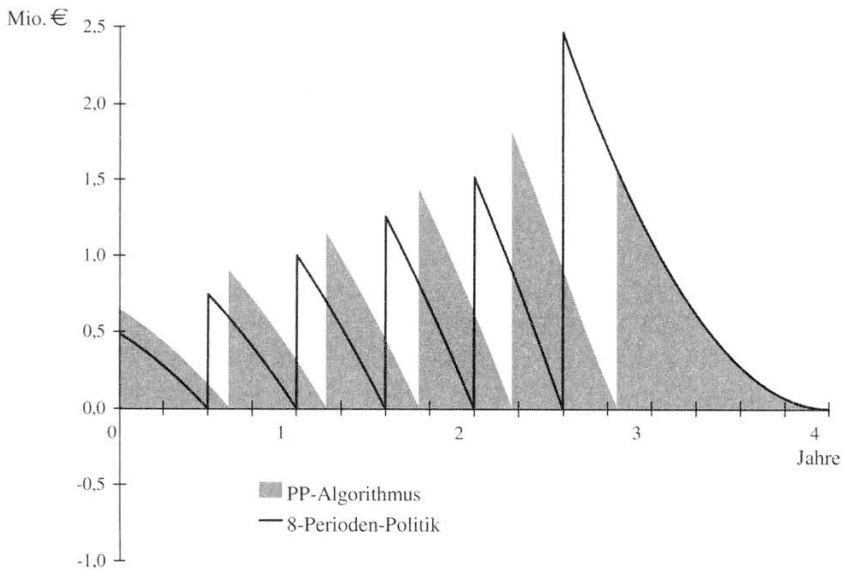


Abbildung 5: Finanzmittelbestand in Abhängigkeit von der Bestellpolitik

Zunächst wird der Anlagezinssatz zwischen 0% und 10% variiert.<sup>45</sup> Die Politik des 8-Perioden-Modells verändert sich nicht. Beim PP-Algorithmus kommt es teilweise zu marginalen Verschiebungen der Bestellzeitpunkte. Bei steigendem Zinssatz verschieben sich die optimalen Bestellzeitpunkte gegen Ende zunehmend nach hinten. Grundsätzlich steigen die Gesamtkosten bei sinkendem Lagerhaltungssatz. Die Veränderung der Gesamtkosten bei Realisation der optimalen Lösung des Algorithmus bleibt allerdings sehr gering. Selbst bei einer Vervielfachung des Zinssatzes reduzieren sich die Gesamtkosten nur um 0,23%. Bei einem Zinssatz von 0% steigen die Gesamtkosten nur um 0,09%. Die PP-Politik bleibt weiter marginal vorteilhaft. Die Vorteilhaftigkeit schwankt zwischen 0,11% und 0,21% im Vergleich zu den anderen Staffelnungsvarianten. Wird die im Grundszenario optimale Bestellpolitik trotz verändertem Lagerhaltungssatz durchgeführt, bleiben die Gesamtkosten für die betrachteten Fälle nahezu gleich (Abweichungen unter 0,07%). Die Upfront-Finanzierung verursacht weiterhin in allen Fällen etwa die doppelten Gesamtkosten.

<sup>45</sup> Betrachtet werden folgende Habenzinssätze: 0%; 1%; 1,5%; 2%; 3%; 3,5%; 5%; 10%.



Die nächste Variation betrifft die bestellfixen Kosten, also die Transaktionskosten. Sie werden um 1%, 5%, 10% und 50% positiv wie auch negativ variiert. Bei Variationen bis einschließlich 10% bleiben bei beiden Lösungsverfahren weiterhin sechs Finanzierungsrunden optimal. Bei einer Erhöhung der Transaktionskosten um 50% sind im PP-Algorithmus nur noch fünf Runden optimal. Im 8-Perioden-Modell sind bei einer Halbierung der Transaktionskosten sieben Runden optimal, während der PP-Algorithmus sogar acht Runden vorschlägt. Steigende Transaktionskosten führen *ceteris paribus* zu höheren Gesamtkosten und umkehrt. Die Veränderungen liegen zwischen rd. -9% und +7%. Der PP-Algorithmus bleibt bis auf eine Ausnahme grundsätzlich vorteilhaft. Die Vorteilhaftigkeit bleibt allerdings weiterhin in der Größenordnung von unter 1%. Eine Durchführung der im Grundszenario optimalen Bestellpolitik führt zu Abweichungen der Gesamtkosten in einer Bandbreite von weniger als 2%. Die Gesamtkosten der Upfront-Finanzierung verändern sich in den betrachteten Fällen um jeweils weniger als 1%. Der Vergleich der gestaffelten Finanzierung mit der Upfront-Finanzierung zeigt, dass die Vorteilhaftigkeit der Staffelung bei steigenden Transaktionskosten zwar abnimmt, dass aber die Upfront-Finanzierung selbst bei um 50% höheren Transaktionskosten noch zu um rund 80% höheren Gesamtkosten führt.

Im Grundszenario wird eine konvexe Preisfunktion betrachtet. Wird bei gleichen Randwerten eine linear fallende Preisfunktion angenommen, bleiben weiterhin sechs Finanzierungsrunden optimal. Anfänglich sind die Finanzierungsrunden jedoch größer und dauern länger. Die Gesamtkosten steigen jeweils um rd. 36% an. Die Kosten der verschiedenen Lösungsverfahren weichen nur marginal voneinander ab. Der Vorteil einer gestaffelten Finanzierung gegenüber der Upfront-Finanzierung reduziert sich deutlich. Eine Upfront-Finanzierung ist um 48% teurer. In einem weiteren Szenario wird statt der leicht konvexen Preisfunktion eine stärkere Krümmung angenommen. Es wird also unterstellt, dass der Preisrückgang anfänglich größer ist und gegen Ende stärker nachlässt. In diesem Szenario sinkt die optimale Anzahl der Finanzierungsrunden bei PP-Algorithmus auf fünf Runden, im 8-Perioden-Modell bleiben sechs Runden optimal. Die anfänglichen Finanzierungsrunden sind kleiner und kürzer, gegen Ende erfolgen sehr lange Runden. Die Gesamtkosten reduzieren sich in allen Rechnungen um etwa 31%. Damit liegen die Gesamtkosten bei einer Staffelung der Finanzierung bei etwa einem Drittel der Upfront-Finanzierung. Zur weiteren Analyse wird der Preis in  $t_1$  variiert, d.h. die Renditeforderung für die erste Finanzierungsrunde. Der

konvexe Verlauf der Preisfunktion wird beibehalten. Bei einer Erhöhung des Preises um 50 % wird eine Staffelung in sieben Runden optimal. Die Gesamtkosten steigen um etwa 36 %. Der Vorteil gegenüber der Upfront-Finanzierung wird im Vergleich zum Grundszenario noch größer. Die umgekehrten Ergebnisse ergeben sich bei einer Reduzierung des Preises um 50 %. Die Gesamtkosten sinken bei einer optimalen Rundenzahl von vier um rund 39 %. Der Vorteil einer Staffelung gegenüber einer Upfront-Finanzierung nimmt deutlich ab. Wird die im Grundszenario optimale Bestellpolitik trotz der veränderten Parameter durchgeführt, erhöhen sich die Gesamtkosten, allerdings bleibt der Anstieg immer kleiner als 3 %.

## V. Die Berücksichtigung von Transaktionszeiten und Unsicherheiten

Bisher sind wir davon ausgegangen, dass der Bestellvorgang, also die Zeit vom Beginn des Beschaffungsvorgangs bis zum Vertragsschluss der Finanzierungsrunde bzw. der Überweisung der Mittel auf ein Bankkonto des Gründungsunternehmens, unendlich schnell durchgeführt werden konnte. Nun werden Transaktionszeiten bzw. endliche „Liefergeschwindigkeiten“  $t_B > 0$  betrachtet. Es wird also unterstellt, dass die Lieferung der Finanzmittel eine bestimmte Zeit nach dem Verhandlungsbeginn erfolgt.

Ausgehend von deterministischen Plandaten bedeutet diese Erweiterung lediglich, dass der Bestellzeitpunkt um die Lieferdauer vorzuziehen ist. Damit die Lieferungen zu den geplanten Zeitpunkten stattfinden, erfolgen nun die Bestellungen bereits, wenn noch ein Lagerbestand vorhanden ist.<sup>46</sup> Der Sicherheitsbestand umfasst den Netto-Cash burn aller Perioden bis zu dem Zeitpunkt, in dem eine sofortige Bestellung geliefert würde bzw. bis zum Ende des Planungszeitraums. Die Lagerreichweite (time to out of cash, TOOC) muss also immer größer (oder gleich) der Bestell-/Lieferdauer sein. Es stellt sich die Frage, welche Beschaffungspreise der Bestellung zugrunde gelegt werden sollen. Da bisher Bestell- und Lieferzeitpunkt identisch waren, war der Preis eindeutig. Nun kann grundsätzlich jeder Preis während des Lieferzeitraums sinnvoll sein. Der Preis enthält eine hohe subjektive Komponente und ist das Ergebnis von Verhandlungen zwischen Gründer und Finanzier. Beide terminieren ihre Preisvorstellungen auf einen bestimmten Zeitpunkt. Als Zeitpunkt bietet

---

<sup>46</sup> Vgl. *Bartmann, D., Beckmann, M.* (1989), S. 47.

sich die Risikoübernahme des Finanziers an. Ab diesem Zeitpunkt, der i. d. R. dem Vertragsschluss entspricht, erhält der Finanzier seine Anteile am Gründungsunternehmen und muss seine Leistung erbringen. Die der Finanzierungsrunde zuzurechnenden Eigenkapitalkosten entsprechen somit dem Beschaffungspreis zum Ende der Bestell-/Lieferzeit. Eine endliche Liefergeschwindigkeit lässt sich problemlos in das Modell implementieren.

In den bisherigen lagerhaltungstheoretischen Überlegungen wurde von deterministischen Daten ausgegangen. Allerdings sind bei einer Ex-ante-Betrachtung, also Planung, nahezu alle Daten grundsätzlich unsicher. Dies gilt beispielsweise für den Habenzinssatz, die Eigenkapitalpreise, die Lieferzeit, die Transaktionskosten und die Cash-flows. Unsichere Lieferzeit etwa bedeutet, dass die Lieferung (Vertragsschluss und Überweisung) der Finanzmittel vor oder nach dem geplanten Zeitpunkt erfolgen kann. Eine vorzeitige Lieferung, wenn also der Vertragsschluss der Finanzierungsrunde unerwartet schnell durchgeführt werden kann, kann für den Gründer bedeuten, dass er Finanzmittel erhält, bevor er sie braucht bzw. dass er die Mittel teurer einkauft, als es nötig wäre. Kann er frühzeitig während der Verhandlungen erkennen, dass er die Mittel erst etwas zeitverzögert benötigt, kann der Gründer versuchen, die Runde unter aufschiebenden Bedingungen (z. B. Meilensteine) durchzuführen und somit seine Eigenkapitalkosten zu reduzieren. Ein vorzeitiger Abschluss einer Finanzierungsrunde stellt für den Gründer ein eher untergeordnetes Problem dar.

Wesentlich problematischer ist für den Gründer jedoch eine Verzögerung der Finanzierungsrunde. Erhält das Unternehmen nicht rechtzeitig weitere Finanzierungsmittel, so kann es insolvent werden. Es droht eine Liquidierung. Das Auftreten von Fehlmengen führt allerdings nicht automatisch zu einer Insolvenz. In lagertheoretischen Kassenhaltungsmodellen wird davon ausgegangen, dass kurzfristige Fehlmengen durch kurzfristig zur Verfügung stehende Finanzierungsmaßnahmen aufgefangen werden können. Dies kann beispielsweise durch Kontoüberziehung oder durch Verschiebungen von Auszahlungen geschehen. Erst wenn dies nicht mehr möglich ist, ist das Unternehmen insolvent. Für Gründungsunternehmen ist allerdings die kurzfristige Fremdkapitalaufnahme insbesondere anfänglich schwierig. Auch das Herauszögern von Auszahlungen ist nur begrenzt möglich und kann außerdem zu erheblichen leistungswirtschaftlichen Problemen führen.

Ein zweiter erheblicher Unsicherheitsfaktor ist der Lagerabgang, der Cash burn. Auch hier kann es zu höheren oder niedrigeren Auszahlungs-



überschüssen als erwartet kommen. Analog den bisherigen Überlegungen ist für das Unternehmen insbesondere eine Unterschätzung des Cash burns kritisch, da hier wiederum Fehlmengen und die Insolvenz des Unternehmens drohen. Die Opportunitätskosten einer Insolvenz sind für Gründer sehr hoch. Bei einer Insolvenz verliert der Gründer zumindest sein eingesetztes Kapital und seinen Arbeitsplatz. Sein Anteil am Unternehmen hat keinen Wert mehr, etwaige Liquidationserlöse fallen i. d. R. an die sonstigen Finanziere. Dies ist für den Gründer umso schwerwiegender, je mehr die Wertsteigerung seines Anteils am Unternehmen auch eine Kompensation für seine Gehaltseinbuße darstellen sollte, die er üblicherweise erleidet, wenn er nicht marktgerecht entlohnt wird. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, dass der Gründer persönlich haftbar gemacht werden kann, wenn die Finanzierungsverträge dies vorsehen.

Der in dieser Arbeit verwendete deterministische Ansatz des Lagerhaltungsmodells impliziert keinen deterministischen Cash burn. Zur Planung der Finanzierungsrunden wird lediglich von quasi sicheren Plan- und Prognosefehlern behafteten Daten ausgegangen. Diese mit Prognosefehlern behafteten Daten gehen dann in die Modellrechnung ein. Das Ergebnis ist eine Finanzierungs- politik, die Zeitpunkt und Höhe einer jeden Finanzierungsrunde ex ante festlegt. Im Zeitablauf ergeben sich jedoch neue Informationen über den tatsächlichen Verlauf des Cash burns. Zur Optimierung der Finanzierung sind diese Informationen in die Entscheidungen einzubeziehen. In stochastischen Lagerhaltungsmodellen erweisen sich Bestellstrategien als überlegen, bei denen eine flexible Reaktion auf die neu auftretenden Informationen möglich ist. Sie geben daher keine Bestellpolitik mit festen Zeitpunkten und festen Bestellmengen vor, sondern legen beispielsweise Mindestbestände fest, bei deren Unterschreiten eine Bestellung ausgelöst wird.<sup>47</sup>

Dabei wird in stochastischen Modellen der Lagerabgang bzw. der Cash burn stochastisch modelliert. Es sind Annahmen über die Wahrscheinlichkeiten des Auftretens bestimmter Cash-flows zu treffen. Dies führt zu einer Abschätzung der dem Cash burn zugrunde liegenden Verteilung. Zudem stellt sich die Frage nach der intertemporären Verteilung des gesamten Cash burns. Eine konkrete Formulierung stochastischer Modelle bereitet Probleme. Der aktuelle Cash burn kann beispielsweise unabhängig vom Cash burn der Vorperiode sein.<sup>48</sup> Allerdings ist der Cash burn in

---

<sup>47</sup> Vgl. *Domschke, W. et al. (1993)*, S. 160 f.

<sup>48</sup> Zur Modellierung stochastischer Lagerabgänge mittels Poisson- oder Markov-Prozesse vgl. z.B. *Bartmann, D., Beckmann, M. (1989)*, S. 59 und 201. Für stochastische Kassenhaltungsmodelle mit „trigger-target-rules“ siehe *Miller, M.*



der Realität eher nicht stationär. Eine Vermutung kann sein, dass er beispielsweise autokorreliert ist. Eine Vielzahl weiterer Möglichkeiten für die konkrete Cash-burn-Struktur ist denkbar. Ähnliches gilt für die Modellierung des Lagerzugangs bzw. der Bestell-/Lieferzeit. Die tatsächliche Bestellpolitik ergibt sich erst ex post nach der Realisierung der stochastischen Größen.

Eine explizite Formulierung der stochastischen Prozesse kann zu Sicherheitsbeständen führen, deren Einhaltung mit einer vom Gründer festzulegenden Wahrscheinlichkeit gewährleistet, dass das Unternehmen zu jedem Zeitpunkt neue Mittel akquirieren kann, ohne zwischenzeitlich insolvent zu werden.<sup>49</sup> Je höher die Opportunitätskosten sind, je stärker die Volatilität des prognostizierten Cash-flows und je zeitaufwändiger die Vertragsverhandlung sind, desto größer wird der geforderte Sicherheitsbestand sein. Ist der Sicherheitsbestand stationär, d.h., wird zu jedem Zeitpunkt ein gleich hoher Sicherheitsbestand gefordert, dann ist die erste Finanzierungsrunde um den Sicherheitsbestand zu erhöhen. Bei einer Staffelung der Finanzierung finden alle weiteren Finanzierungsrunden in der geplanten Höhe und zu den bisher geplanten Zeitpunkten statt. Um eine gleich niedrige Insolvenzwahrscheinlichkeit des Gründungsunternehmens bei einer Staffelung der Finanzierung wie bei einer Upfront-Finanzierung zu erreichen, müssen die Sicherheitsbestände bei Staffelung höher sein als bei der Upfront-Finanzierung. Aufgrund des annahmegemäß dynamischen Verlaufs des Cash burns ist auch der geforderte Sicherheitsbestand dynamisch.

## VI. Schlussbemerkung

Es konnte gezeigt werden, dass die Gründungsfinanzierung speziell im Fall der Aufnahme externen Eigenkapitals durch schnell wachsende Gründungsunternehmen deutliche Analogien zu lagertheoretischen Ansätzen aufweist. Wir haben in dieser Arbeit zunächst das deterministische Standard-Lagerhaltungsmodell in Anlehnung an das *Baumol-Tobin-Modell* auf die Gründungsfinanzierung übertragen. Die Modellierung der

---

M., Orr, D. (1966) oder Elton, E. J., Gruber, M. J. (1974). Neuere Weiterentwicklungen zeigen Hinderer, K., Waldmann, K. H. (2001) und Bar-Ilan, A. et al. (2002). Auf eine Lösung mit vier Schwellwerten kommen beispielsweise Feinberg, E. A., Lewis, M. E. (2003). Empirische Daten für ein verallgemeinertes *Miller-Orr-Modell* erheben Attanasio, O. et al. (2002).

<sup>49</sup> Zur Ermittlung von Sicherheitsbeständen vgl. Brown, R. G. (1962), Schneider, H. (1979) und Schneeweiß, C. (1981), S. 83–119. Kritisch äußert sich Ballwieser, W. (1978), S. 69.

Eigenkapitalkosten erfolgte über die Einstandspreise des Kapitals. Dieser Einstandspreis reduziert sich im Zeitablauf. Zur Lösung des Optimierungsproblems wurde der Part-Period-Algorithmus verwendet. Eine Staffelung der Finanzierung erweist sich in den Beispielrechnungen als deutlich vorteilhaft. Die Anzahl der Finanzierungsrunden hängt dabei von den Parametern der Optimierungsrechnung ab. Eine Erhöhung der Transaktionskosten einer Finanzierungsrunde führt zu weniger Runden, steigende Habenzinsen ebenso wie ein absolut größerer Rückgang der Eigenkapitalkosten führen zu mehr Runden. Eine Veränderung des Verlaufs der Eigenkapitalkostenkurve führt zu einer zeitlichen Verschiebung der Finanzierungsrunden und kann auch deren Anzahl beeinflussen. Eine anfänglich stärkere Abnahme der Eigenkapitalkosten für neue Mittel führt zu anfänglich kleineren und kürzeren Finanzierungsrunden. In allen betrachteten Szenarien ist die Staffelung der Finanzierung vorteilhaft. Diese Vorteilhaftigkeit gegenüber einer Upfront-Finanzierung ist bei anfänglich stark abnehmenden Preisen besonders ausgeprägt.

Allerdings hat die Übertragung der lagerhaltungstheoretischen Erkenntnisse auf die Gründungsfinanzierung auch Grenzen. Hier wurde ein deterministisches Modell betrachtet, das zu einer ex ante fixierten optimalen Bestellpolitik führte. Es eignet sich in einer praktischen Anwendung nur sehr eingeschränkt für die Bestimmung der optimalen Finanzierungspolitik. Durch die Unsicherheit der Prognosedaten sind Finanzierungsstrategien erfolgreicher, die flexibel auf neue Informationen reagieren können. Eine Möglichkeit bietet eine rollierende deterministische Planung. Eine andere Möglichkeit liegt in der Anwendung stochastischer Lagerhaltungsmodelle. Dazu bedarf es jedoch einer Explizierung der zugrunde liegenden stochastischen Prozesse. Dies unterbleibt in der vorliegenden Arbeit. Weitere Problembereiche wie die Ganzzahligkeit der Rundenzahl oder die Berücksichtigung der Zahlungszeitpunkte der Kosten durch Abdiskontierung werden vernachlässigt. Insgesamt ist der Analogieschluss mit der Lagerhaltungstheorie unserer Ansicht nach geeignet, die Vorteilhaftigkeit der Staffelung der Gründungsfinanzierung modelltheoretisch nachzuweisen.

## Literatur

- Albach*, H. (1969): Unternehmensforschung im Betrieb, in: *Pack*, L. (Hrsg.): Unternehmerseminar I, Wiesbaden, S. 67–101. – *Amit*, R., *Glosten*, L., *Muller*, E. (1990), Entrepreneurial Ability, Venture Investments, and Risk Sharing, in: *Management Science*, S. 1232–1245. – *Andler*, K. (1929): Rationalisierung der Fabrika-

tion und optimale Betriebsgröße, München, Berlin. – *Attanasio, O., Guiso, L., Jappelli, T.* (2002): Money demand, financial innovation and the welfare cost of inflation, in: *Journal of Political Economy*, S. 317–352. – *Ballwieser, W.* (1978): Kassen disposition und Wertpapieranlage, Wiesbaden. – *Bar-Ilan, A., Perry, D., Stadje, W.* (2002): A Generalized Impulse Control Model of Cash Management, Working Paper, Haifa, Osnabrück. – *Bartmann, D., Beckmann, M.* (1989): Lagerhaltung – Modelle und Methoden, Berlin u. a. – *Baumol, W. J.* (1952): The Transactions Demand for Cash: An Inventory Theoretic Approach, in: *Quarterly Journal of Economics*, S. 545–556. – *Bogaschwesky, R.* (1989): Dynamische Materialdisposition im Beschaffungsbereich, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, S. 855–874. – *Brown, R. G.* (1962): Smoothing Forecasting and Prediction of Discrete Time Series, Englewood Cliffs. – *Connor, G., Leland, H.* (1995): Cash Management for Index Tracking, in: *Financial Analysts Journal*, S. 75–80. – *Dematteis, J. J.* (1968): An Economic lot-sizing technique, I The part-period algorithm, in: *IBM Systems Journal*, S. 30–39. – *Domschke, W., Scholl, A., Voß, S.* (1993): Produktionsplanung – Ablauforganisatorische Aspekte, Berlin u. a. – *Elton, E. J., Gruber, M. J.* (1974): On the cash balance problem, in: *Operational Research Quarterly*, S. 553–572. – *Eppen, G. D., Fama, E. F.* (1969): Cash Balance and Simple Dynamic Portfolio Problems with Proportional Costs, in: *International Economic Review*, S. 119–133. – *Feinberg, E. A., Lewis, M. E.* (2003): Optimality of Four-Threshold Policies in Inventory Systems with Customer Returns and Borrowing/Storage Options, Working Paper, Stony Brook, Ann Arbor. – *Gompers, P. A.* (1995): Optimal Investment, Monitoring, and the Staging of Venture Capital, in: *Journal of Finance*, S. 1461–1489. – *Harris, F. W.* (1915): Operations and Costs, in: *Factory Management Series*, S. 48–52. – *Hinderer, K., Waldmann, K. H.* (2001): Cash Management in a Randomly Varying Environment, in: *European Journal of Operational Research*, S. 468–485. – *Inderfurth, K.* (1982): Zum Stand der betriebswirtschaftlichen Kassenhaltungstheorie, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, S. 295–320. – *Kaplan, S. N., Stromberg, P.* (2003): Financial Contracting Theory Meets the Real World: An Empirical Analysis of Venture Capital Contracts, in: *Review of Economic Studies*, S. 281–315. – *Keynes, J. M.* (1983): Allgemeine Theorie der Beschäftigung, des Zinses und des Geldes, 6. Auflage, Berlin. – *Kuhn, A.* (1964): Zum Problem der optimalen Bestellmenge, Münster. – *Lackes, R.* (1990): Optimale Bestellpolitik bei sinkenden Beschaffungspreisen, Diskussionsbeitrag Nr. 158 des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaft der Fernuniversität Hagen. – *Lockyer, K. G.* (1973): Cash as an item of stock, in: *Journal of Business Finance*, S. 44–51. – *Mendoza, A. G.* (1968): An economic lot-sizing technique, II Mathematical analysis of the part-period algorithm, in: *IBM Systems Journal*, S. 39–46. – *Miller, M. M., Orr, D.* (1966): A model of the demand for money by firms, in: *Quarterly Journal of Economics*, S. 413–435. – *Müller-Manzke, U.* (1987): Optimale Bestellmenge und Mengenrabatt, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, S. 503–521. – *Naddor, E.* (1971): Lagerhaltungssysteme, Frankfurt/Main und Zürich. – *Ohse, D.* (1970): Näherungsverfahren zur Bestimmung der wirtschaftlichen Bestellmenge bei schwankendem Bedarf, in: *Elektronische Datenverarbeitung*, S. 83–88. – *Pack, L.* (1963): Optimale Bestellmenge und optimale Losgröße – Zu einigen Problemen ihrer Ermittlung, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, S. 465–492. – *Porteus, E.* (1990): Stochastic inventory theory, in: *Heyman, D., Sobel, M.* (Hrsg.): *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Band 2, S. 605–652. – *Sastry, R.* (1970): The Effect of



Credit on Interest Elasticity of the Transaction Demand for Cash, in: *Journal of Finance*, S. 777–781. – *Schneeweiß*, C. (1981): Modellierung industrieller Lagerhaltungssysteme, Berlin u. a. – *Schneider*, H. (1979): Servicegrade in Lagerhaltungsmodellen, Berlin. – *Schramm*, K. (1987): Über die Kapitalwertfunktion des klassischen Losgrößenmodells, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, S. 465–482. – *Stenger*, B. (1981): Die optimale Bestellpolitik bei zeitabhängigem Beschaffungspreis, Thun, Frankfurt/Main. – *Tobin*, J. (1956): The Interest-Elasticity of Transactions Demand for Cash, in: *Review of Economics and Statistics*, S. 241–247. – *Wagner*, H. M., *Whitin*, T. M. (1958): Dynamic Version of the Economic Lot Size Model, in: *Management Science*, S. 89–96. – *Whalen*, E. L. (1968): An Extension of the Baumol-Tobin Approach to the Transactions Demand for Cash, in: *Journal of Finance*, S. 113–134. – *Whitin*, T. M. (1953): *The Theory of Inventory Management*, Princeton.

## Zusammenfassung

### Gründungsfinanzierung und optimale Kassenhaltung

In diesem Aufsatz wird ein lagerhaltungstheoretischer Ansatz der Gründungsfinanzierung entwickelt. Die Parameter des Standardmodells der Lagertheorie lassen sich im Hinblick auf ein Gründungsfinanzierungsproblem uminterpretieren. Die Einstandspreise des externen Kapitals sind dabei annahmegemäß im Zeitablauf veränderlich. Der Cash burn des Gründungsunternehmens wird dynamisch modelliert. Anhand von numerischen Beispielen wird gezeigt, dass die Staffelung der Finanzierung in mehreren Finanzierungsrunden deutlich vorteilhafter als die Finanzierung in Gänze ist. Wir leiten aus dem Modell auch die optimale Anzahl der Finanzierungsrunden und das absolute Ausmaß der Vorteilhaftigkeit der Staffelung ab. (JEL G31, M13, M21)

## Summary

### Entrepreneurial Finance and Optimal Cash Inventories

In this paper we develop a lot size model for entrepreneurial financing problems. Starting out with a modified version of the standard lot sizing-model, we treat the cost of equity for externally provided equity as a dynamic variable. The start-up's cash burn is also included as a dynamic variable. Using numerical examples, we show that the staging of equity investment in start-ups is significantly advantageous. From our model, we derive the optimum number of financing rounds and the absolute amount of money that can be saved by staging the investment.



## Résumé

### Financement de fondations d'entreprises et gestion financière optimale

Les auteurs de cet article développent un modèle théorique pour le financement de fondations d'entreprises. Les paramètres du modèle standard de la théorie des stocks sont modifiés pour les adapter à un problème de financement d'entreprises. Les prix de revient du capital externe sont supposés variables à l'expiration de la durée. Dans le modèle, le cash burn de l'entreprise créée est également considéré comme une variable dynamique. Sur base d'exemples numériques, les auteurs montrent que l'échelonnement du financement en plusieurs phases est nettement plus avantageux que le financement en une seule fois. Ils dérivent également du modèle le nombre optimal de phases de financement ainsi que le montant absolu épargné en finançant en plusieurs phases.