## Risikomanagement auf Basis des Value-at-Risk für Investmentfonds

Von Lutz Johanning und Sebastian Werner, Oestrich-Winkel\*

## Eine Stellungnahme zur

"Verordnung über Risikomanagement und Risikomessung beim Einsatz von Derivaten in Sondervermögen nach dem Investmentgesetz (Derivateverordnung – DerivateV) vom 06.02.2004."

#### I. Einleitung

Mit dem In-Kraft-Treten des Investmentgesetzes (InvG) zum 01.01.2004 wurde auch der Einsatz von Derivaten für Investmentfonds neu geregelt. Nach § 51 Abs. 2 InvG muss eine Kapitalanlagegesellschaft (KAG) sicherstellen, dass sich das Marktrisikopotenzial eines Sondervermögens durch den Einsatz von Derivaten höchstens verdoppelt. Details werden in der Derivateverordnung (DerivateV) festgelegt, die abschließend am 06.02.2004 von der Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht (BaFin) vorgelegt wurde. Nach § 6 Abs. 1 DerivateV soll das Marktrisikopotenzial standardmäßig mit dem Qualifizierten Ansatz (Abschnitt 2, Unterabschnitt 2) ermittelt werden. § 10 DerivateV schreibt vor, das Risiko mit dem Value-at-Risk (VaR) zu messen und dabei quantitative

<sup>\*</sup> Wir danken Thomas Bossert, Union Investment Institutional, sowie Dietmar Franzen, Xantion AG, für wertvolle Anregungen. Anmerkungen und Hinweise bitte an Lutz.Johanning@ebs.de.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Nach § 51 Abs. 3 InvG wird das Bundesministerium der Finanzen (BMF) ermächtigt, nach Anhörung der Deutschen Bundesbank durch Rechtsverordnung die Beschaffenheit von zulässigen Risikomesssystemen für Derivate einschließlich der Bemessungsmethode des Marktrisikopotenzials festzulegen. Das BMF hat die Ermächtigung durch Rechtsverordnung der BaFin übertragen. Die BaFin hat zunächst am 26.11.2003, in der zweiten Fassung am 14.01.2004 und abschließend am 06.02.2004 die Derivateverordnung vorgelegt.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Alternativ darf der Einfache Ansatz (Abschnitt 2, Unterabschnitt 3) verwendet werden, "wenn dadurch alle im Sondervermögen enthaltenen Marktrisiken

und qualitative Kriterien nach § 1 Abs. 13 des Kreditwesengesetzes, also Vorgaben für die Risikomessung im Handelsbereich der Kreditinstitute,<sup>3</sup> zu berücksichtigen.

Im Handelsbereich der Banken werden Geschäfte mit einer kurzfristigen Gewinnerzielungsabsicht abgeschlossen. Der VaR misst folglich ein kurzfristiges, i.d.R. Übernachtrisiko. Die Kapitalanlage über Investmentfonds verfolgt dagegen eine mittel- bis langfristige Gewinnerzielungsabsicht, wobei der Anlageerfolg und das Risiko häufig nicht absolut (wie im Handelsbereich), sondern relativ zu einer vorgegebenen Benchmark gemessen werden.<sup>4</sup> Die VaR-Berechnung im Kapitalanlagebereich muss die Besonderheiten des Geschäfts, insbesondere den langen Anlagehorizont berücksichtigen. Es ist nämlich zu beachten, dass eine Anlagestrategie, die das Risiko auf kurze Sicht niedrig hält, nicht im Allgemeinen auch das Risiko auf längere Sicht niedrig hält. Ein Vermeiden kurzfristiger Risiken kann sogar zu einer Erhöhung der langfristigen Risiken führen.<sup>5</sup>

In der Handelspraxis der großen Investmentbanken hatte sich der VaR bereits vor der aufsichtlichen Anerkennung in den Jahren 1996 bis 1998 als Standardrisikogröße etabliert. Umfangreiche Erfahrungswerte über Stärken und Schwächen des Konzepts lagen damals vor. In der Investmentbranche wird der VaR dagegen nur als eine Risikokennziffer neben anderen (z.B. Volatilität, Beta, Tracking Error) eingesetzt. Er ist deshalb bislang vielfach kein Marktstandard. Auch in der Literatur sind nur wenig Veröffentlichungen über die Eignung des VaR für den Kapitalanlagebereich vorzufinden. Der vorliegende Beitrag setzt sich mit dieser Thematik auseinander. Im Einzelnen werden drei Fragestellungen untersucht:

hinreichend genau erfasst und bemessen werden können." § 6 Abs. 1 Satz 2 Derivate V.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Die Anerkennung interner VaR-Modelle zur Eigenmittelberechnung wurde zunächst 1996 vom Basler Ausschuss für Bankenaufsicht angeregt, in leicht geänderter Form in die EU-Kapitaladäquanzrichtlinie übernommen und 1998 in das KWG (Grundsatz 1) umgesetzt. Vgl. dazu beispielsweise *Johanning* (1998).

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> I.d.R. werden für Portfoliomanagementmandate eine oder mehrere Benchmarks vergeben, beispielsweise der Euro STOXX 50 und der JP Morgan Government Bond Index Europe. Die Leistung des Portfoliomanagers wird ex post relativ zur Benchmark in Form der erzielten Überrendite (alpha) beurteilt. Die Handlungsspielräume des Portfoliomanagers werden deshalb auch ex ante relativ zur Benchmark in Form des Tracking Errors eingeräumt.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Vgl. Franke (2000) sowie Abschnitt III.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Vgl. beispielsweise Kleeberg/Schlenger (2000).

- Zunächst werden Stärken und Schwächen des VaR-Konzepts allgemein beurteilt. Dabei wird insbesondere die Problematik der Zeitinkonsistenz des Risikos verdeutlicht.
- 2. Anschließend wird anhand numerischer Beispiele gezeigt, wie der VaR für längere Halteperioden sachgemäß zu bestimmen ist.
- 3. Abschließend sind die kurzfristigen Vorgaben zur Risikoberechnung der DerivateV auf ihre Eignung zu überprüfen, den Derivateeinsatz der KAGen angemessen zu begrenzen. Dabei ist zu beachten, dass mit der DerivateV "lediglich" der Derivateeinsatz reguliert werden soll, es sich dabei also nicht um allgemeine Vorgaben zur Risikosteuerung handelt. Die Regulierung auf Basis eines für kurze Halteperioden berechneten VaR kann sinnvoll sein, wenn ein vergleichbarer Anlagespielraum wie für längere Halteperioden resultiert. Allerdings sind die Vorschriften der DerivateV darauf zu prüfen, ob den KAGen nicht unbeabsichtigt ein kurzfristiges Risikomanagement verordnet wird.

Der Beitrag weist folgenden Aufbau auf: In Kapitel II wird der VaR zunächst definiert und verschiedene Verfahren der Berechnung insbesondere für lange Halteperioden vorgestellt. Eine allgemeine Diskussion der Vor- und Nachteile des VaR-Ansatzes erfolgt in Kapitel III. Die Ergebnisse verschiedener Beispielrechnungen für Risikowerte mit unterschiedlichen Halteperioden werden in Kapitel IV präsentiert. In Kapitel V werden anhand numerischer Beispiele die Anlagespielräume für die KAGen nach der DerivateV verdeutlicht. Der Beitrag schließt in Kapitel VI mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick.

#### II. Verfahren der Value-at-Risk-Berechnung

Nach § 8 DerivateV darf der VaR für das Marktrisiko eines Sondervermögens zu keinem Zeitpunkt das Zweifache des VaR für das Marktrisiko eines fiktiven, zugehörigen Vergleichsvermögens übersteigen (Qualifizierter Ansatz). Das zugehörige Vergleichsvermögen ist ein derivatefreies Vermögen, dessen Marktwert dem aktuellen Marktwert des Sondervermögens entspricht (§ 9 Abs. 3 DerivateV). Die genaue Analyse dieser Regelungen erfordert, den VaR zunächst zu definieren und verschiedene Berechnungsverfahren vorzustellen.

## 1. Definition des Value-at-Risk

Der im Zeitpunkt t bestimmte Value-at-Risk  $VaR(p,H)_{i,t}$  ist als  $\in$ -Verlust einer Handelsposition i definiert, der nur mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit p (Konfidenzniveau von 1-p) nach Ablauf einer bestimmten Haltedauer H überschritten wird. Der Value-at-Risk ist somit eine  $\in$ -Verlustgröße, die als positiver Betrag definiert ist. Gewinne und Verluste (Marktwertänderungen) einer Handelsposition  $\Delta V_{i,t}$  werden als Kursänderungen der Positionen zuzüglich Zins- und Dividendenerträge sowie realisierte Kursgewinne und -verluste ermittelt. Sie sind somit von der handelsrechtlichen Definition zu unterscheiden. Unter der Annahme, dass keine Zinsen und Dividenden vorliegen, werden die Gewinne und Verluste aus der Differenz der Marktwerte in t und t-1 berechnet:

$$\Delta V_{i,t} = V_{i,t} - V_{i,t-1}.$$

Abbildung 1 zeigt den Value-at-Risk einer Finanzposition i bei einem 95% igen Konfidenzniveau für den Fall normalverteilter Gewinne und Verluste.

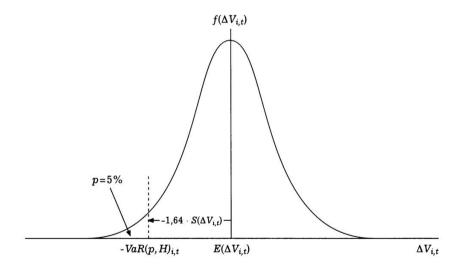


Abb. 1: Value-at-Risk bei normalverteilten täglichen Marktwertänderungen  $\Delta V_{i,t}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Vgl. beispielsweise Hendricks (1996), S. 40.

Aus der Abbildung geht hervor, dass der Value-at-Risk einen Verlust kennzeichnet, der am linken äußeren Rand der Verteilung der Marktwertänderungen liegt. Bei diesem Verlust handelt es sich aber nicht um einen Maximalverlust, sondern um einen Grenzwert, der im Durchschnitt mit der Wahrscheinlichkeit p von den tatsächlichen Verlusten nach Ablauf der Haltedauer H überschritten wird.

In der Praxis haben sich v.a. drei Berechnungsverfahren etabliert. Dabei handelt es sich um die Kovarianz-Methode, die Historische Simulation und die Monte-Carlo-Simulation.<sup>8</sup> Nach der in der Praxis am weitesten verbreiteten Kovarianz-Methode wird der Value-at-Risk über die Erwartungswerte und Standardabweichungen der Renditen der Marktrisikofaktoren berechnet. I. d. R. wird die Lognormalverteilung der Aktienkurse unterstellt.<sup>9</sup> Die VaR-Berechnung basiert auf den stetigen Renditen der Form

(2) 
$$R_{i,t} = \ln(V_{i,t}/V_{i,t-1})^{10}$$

Für die nachfolgende Analyse werden unabhängig und identisch verteilte stetige Renditen und eine feste Portefeuillezusammensetzung während der Halteperiode unterstellt.<sup>11</sup> Bei der Historischen Simulation kann auf die Annahme der Lognormalverteilung der Wertpapierpreise verzichtet werden, da zur VaR-Berechnung unmittelbar die historisch beobachteten Renditen der Risikofaktoren verwendet werden.

#### 2. Berechnungsverfahren für kurze Halteperioden

Zunächst werden eintägige stetige Renditen und entsprechend VaR-Werte für eine Haltedauer von H=1 betrachtet. Der VaR für eine Long-Position i ergibt sich dann mit den Parametern  $V_{i,t}>0$  als Marktwert,  $\mu_{i,t}$  als Erwartungswert der stetigen Renditen und  $\sigma_{i,t}$  als Standardabweichung als  $^{12}$ 

(3) 
$$VaR(p, H = 1)_{i,t} = V_{i,t}(1 - e^{\mu_{i,t} + L(p) \cdot \sigma_{i,t}}).$$

<sup>8</sup> Vgl. für einen Überblick Johanning (1998) und Dowd (1998).

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Die Lognormalverteilung ist die typische Verteilungsannahme im Rahmen der Optionsbewertung und bildet die Realität besser ab als die Annahme der Normalverteilung, bei der eine positive Wahrscheinlichkeit für negative Wertpapierpreise besteht.

<sup>10</sup> Vgl. J. P. Morgan/Reuters (1996), S. 46.

<sup>11</sup> Vgl. Bühler/Korn/Schmidt (1998), S. 67, und Kupiec/O'Brien (1995), S. 18.

<sup>12</sup> Vgl. Huschens (2000), S. 187-189.

L(p) bezeichnet das Quantil der Standardnormalverteilung und beträgt z.B. bei einem 99%igen Konfidenzniveau –2,33. Dieses Verfahren wird nachfolgend mit **VaR(LN)** bezeichnet. Für betragsmäßig kleine Renditen – wie beispielsweise bei der unterstellten kurzen Halteperiode von einem Tag – wird in der Literatur häufig wegen  $\exp(x) \approx 1 + x$  die folgende Approximationsformel verwendet:<sup>13</sup>

(4) 
$$VaR(p, H = 1)_{i,t} = -V_{i,t} \cdot (\mu_{i,t} + L(p) \cdot \sigma_{i,t}).$$

Diese Approximation unterstellt nicht die Lognormal-, sondern eher die Normalverteilung der Wertpapierpreise. Im weiteren Verlauf wird dieses Verfahren als **VaR(NV)** bezeichnet. Häufig wird bei der Risikoberechnung zudem ein Erwartungswert der Renditen von Null,  $\mu_{i,t}=0$ , unterstellt, was im Handelsbereich bei kurzer Anlagedauer von i.d.R. einem Tag auch gerechtfertigt ist. Die VaR-Ermittlung für Long-Positionen vereinfacht sich dann zu (Verfahren **VaR(LN,0MW)**)

(5) 
$$VaR(p, H = 1)_{i,t} = V_{i,t}(1 - e^{L(p) \cdot \sigma_{i,t}})$$

bzw. (Verfahren VaR(NV,oMW)):14

(6) 
$$VaR(p, H = 1)_{i,t} = -V_{i,t} \cdot L(p) \cdot \sigma_{i,t}.$$

Der VaR für ein Portfolio von M Wertpapieren ergibt sich aus dem p-Quantil der Verteilung der Marktwertänderungen des Portfolios  $G_{t+1}$  für die Haltedauer H=1 von  $G_{t+1}=-V_{Pf,t}+\sum_{i=1}^{M}V_{i,t}e^{R_{i,t+1}}$ :

(7) 
$$VaR(p, H = 1)_{Pf,t} = \max\{0, -g_p\},$$

wobei  $g_p$  das p-Quantil der Häufigkeitsverteilung der historischen Marktwertänderungen kennzeichnet. Dieses Verfahren entspricht der Historischen Simulation und wird nachfolgend mit  $\mathbf{VaR}(\mathbf{HS})$  bezeichnet. Vereinfachend kann die Verteilung der Marktwertänderungen auch über  $G_{t+1} = -V_{Pf,t} + \sum_{i=1}^{M} V_{i,t} R_{i,t+1}$  ermittelt werden (Verfahren  $\mathbf{VaR}(\mathbf{HS},\mathbf{appr.})$ ).

Der VaR für ein Portfolio lässt sich für kurze Halteperioden nach der Kovarianz-Methode mit folgender Approximation bestimmen:<sup>15</sup>

<sup>13</sup> Für Short-Positionen führen positive Renditen zu einem Verlust. Das Quantil L(p) muss folglich durch das Quantil L(1-p) ersetzt werden.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Auch hier ergibt sich der Value-at-Risk einer Short-Position aus (6), indem L(p) durch L(1-p) ersetzt wird.

<sup>15</sup> Vgl. Bühler/Korn/Schmidt (1998).

$$VaR(p, H)_{Pf,t} =$$

(8) 
$$- \left[ \sum_{i=1}^{M} V_{i,t} \cdot \mu_{i,t} \cdot H + L(p) \cdot \sqrt{H \left( \sum_{i=1}^{M} V_{i,t}^2 \cdot \sigma_{i,t}^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{M} \sum_{j>1} V_{i,t} \cdot V_{j,t} \cdot \rho_{ij,t} \cdot \sigma_{i,t} \cdot \sigma_{j,t} \right)} \right],$$

mit  $\rho_{ij,t}$  als Korrelationskoeffizient zwischen den Renditen der Wertpapiere i und  $j(i \neq j)$ .

### 3. Besonderheiten für lange Halteperioden

Die im vorherigen Abschnitt angegebenen Approximationsgleichungen (4) bis (6) führen bei kurzen Halteperioden zu sehr vergleichbaren VaR-Werten. Für eintägige Renditen ist der Unterschied zwischen der Lognormal- und Normalverteilung vernachlässigbar klein. Die Renditeerwartungswerte sind zudem nahe bei Null, sodass eine Vernachlässigung unproblematisch ist. Bei längeren Halteperioden, wie sie im Kapitalanlagebereich zu verwenden sind, können diese Approximationen aber zu erheblichen Fehlschätzungen führen.

Der VaR für längere Halteperioden ergibt sich aus den Gleichungen des vorherigen Abschnitts, wenn die Renditen für ein längeres Zeitintervall berechnet werden.  $\mu_{i,t}$  steht dann beispielsweise für den Erwartungswert der stetigen zehntägigen Renditen, und  $\sigma_{i,t}$  ist die Standardabweichung der zehntägigen Renditen.

In der Literatur wird zudem häufig auch die Quadratwurzel-T-Regel zur VaR-Berechnung für eine längere Halteperiode empfohlen. Die Anwendung der Quadratwurzel-T-Regel ist allerdings nur bei unabhängig, identisch und normalverteilten stetigen Renditen sinnvoll. Gelten diese Annahmen, dann lässt sich der VaR für eine lange Halteperiode H=T aus dem VaR für eine eintägige Halteperiode H=1 ermitteln. Für eine Long-Position i ergibt sich (Verfahren VaR(LN,QW))

$$VaR(p,H)_{i,t} = V_{i,t} \left( 1 - e^{\mu_{i,t}H + L(p) \cdot \sigma_{i,t}\sqrt{H}} \right)$$

bzw. bei Annahme der Normalverteilung der Wertpapierpreise (Verfahren VaR(NV,QW))

(10) 
$$VaR(p,H)_{i,t} = -V_{i,t} \cdot \left(\mu_{i,t}H + L(p) \cdot \sigma_{i,t}\sqrt{H}\right).$$

Bei Vernachlässigung der Erwartungswertkomponente  $\mu_{i,t} = 0$  resultiert (Verfahren VaR(LN,QW,oMW))

$$VaR(p,H)_{i,t} = V_{i,t} \left( 1 - e^{L(p) \cdot \sigma_{i,t} \sqrt{H}} \right)$$

und bei der Normalverteilung der Wertpapierpreise (Verfahren **VaR(NV,QW,oMW)**)

(12) 
$$VaR(p,H)_{i,t} = -V_{i,t} \cdot L(p) \cdot \sigma_{i,t} \sqrt{H}.$$

Für ein Portefeuille von M Wertpapieren ergibt sich aus dem p-Quantil der Verteilung der Marktwertänderungen des Portfolios für die Haltedauer H von  $G_{t+H} = -V_{Pf,t} + \sum_{i=1}^{M} V_{i,t} e^{R_{i,t+H}}$ :

$$VaR(p,H)_{Pf,t} = \max\{0, -g_p\}.$$

Bevor die Ergebnisse der empirischen Untersuchung für die VaR-Berechnung für verschiedene Halteperioden präsentiert werden, soll der VaR-Ansatz, wie er in der DerivateV verankert ist, zunächst allgemein diskutiert werden.

#### III. Diskussion des VaR-Ansatzes

## 1. Würdigung des Qualifizierten Ansatzes

Wie die Anerkennung interner Modelle nach § 1 Abs. 13 KWG so ist auch der Qualifizierte Ansatz der DerivateV zu begrüßen. Das Marktrisikopotenzial kann mit VaR-Risikomodellen durch die Erfassung von Korrelationen der Positionen sachgerechter ermittelt werden als nach dem Einfachen Ansatz. Nach diesem Ansatz wird der Anrechnungsbetrag (als Risikokennziffer, § 15 DerivateV) pauschal aus der Addition von Einzelrisiken unter Vernachlässigung von Korrelationen berechnet. Der Qualifizierte Ansatz ermöglicht somit flexible Einsatzmöglichkeiten von Derivaten bei der Kapitalanlage.

Der Vorteil des VaR-Konzepts liegt in seiner Einfachheit und Kommunizierbarkeit. Als €-Wert kann die Risikogröße schon nach einem relativ kurzen Erfahrungshorizont auch von "Nicht-Spezialisten" interpretiert werden. Somit kann mit dem VaR ein einfaches, aber dennoch weitgehend sachgerechtes Risikoreporting aufgebaut werden.

## 2. Vernachlässigung der Verlusthöhe

Aus der theoretischen und praxisnahen Literatur ist allerdings bekannt, <sup>16</sup> dass der VaR "Risiko" im strengen Sinn nicht geeignet messen kann. Für die VaR-Berechnung ist lediglich die erwartete Anzahl der Überschreitungen relevant, die Überschreitungshöhe dagegen nicht. Somit ist eine VaR-Überschreitung um 1 € ökonomisch genauso bedeutend wie eine VaR-Überschreitung um 100 Mio. €. Es ist intuitiv nachvollziehbar, dass bei einer hohen VaR-Überschreitung ein erheblich höheres Risiko vorliegt als bei der kleinen Überschreitung.

Dieser Sachverhalt wird in Abbildung 2 verdeutlicht, in der die Normalverteilung der Marktwertänderungen  $\Delta V_{i,t}$  dahingehend manipuliert wurde, dass das Verteilungsende links vom VaR weiter nach außen verschoben wird. Der VaR verändert sich im Vergleich zur Normalverteilung (siehe Abbildung 1) nicht, jedoch steigt die erwartete Verlusthöhe im Fall der VaR-Überschreitung erheblich an.

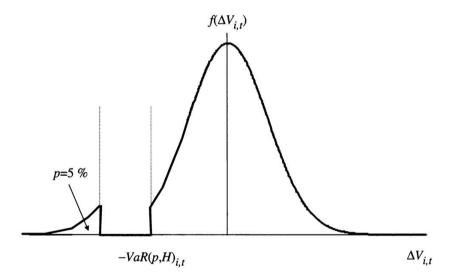


Abb. 2: Value-at-Risk bei manipulierter Verteilung der täglichen Marktwertänderungen  $\Delta V_{i,t}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Vgl. Machina/Rothschild (1994), S. 358, Artzner/Delbean/Eber/Heath (1999), Artzner/Delbean/Eber/Heath (1997) und Johanning (1998b).

Solche Verteilungsmanipulationen können in der Praxis durch den Einsatz von Short-Puts durchgeführt werden. Im einfachsten Fall weisen solche Optionen eine Laufzeit in Höhe der VaR-Haltedauer auf mit Basispreisen, die mindestens in Höhe des VaR des Basiswertes vom aktuellen Marktpreis des Basiswertes entfernt liegen. Die Gewinne und Verluste eines solchen Short-Puts zum Zeitpunkt der Fälligkeit in t+1werden in Abbildung 3 dargestellt. Bei Endfälligkeit erhält der Verkäufer des Puts mit der Wahrscheinlichkeit 1-p die Optionsprämie. Nur mit einer Wahrscheinlichkeit von kleiner als p resultiert aus der Position ein Verlust. Der VaR entspricht folglich der eingenommenen Optionsprämie, also einem Gewinn. Als p-Quantil der Verteilungen der Marktwertänderungen nimmt der VaR somit einen negativen Wert an. Da ein negativer VaR-Wert ökonomisch schwer zu interpretieren ist, ist es sinnvoll, diesen VaR gleich Null zu setzen. Ein VaR von Null impliziert allerdings das Vorliegen einer risikolosen Anlage. Im vorliegenden Fall würde dies bedeuten, dass ein Short-Put eine solche risikolose Anlage wäre. Dies ist offensichtlich nicht der Fall. 17

Der Qualifizierte Ansatz ermöglicht grundsätzlich den Einsatz solcher Optionen. Da der Investor mit einer Short-Call-Position den Basiswert an den Besitzer des Calls verkaufen muss, wenn dieser seine Option ausübt, ist ein solches Geschäft nach § 3 (Leerverkaufsverbot) DerivateV und § 59 (Leerverkäufe) InvG nur zulässig, wenn die KAG den Basiswert zum Zeitpunkt des Abschlusses des Optionsgeschäfts im Bestand hält. Der Investor mit einer Short-Put-Position muss dagegen den Basiswert kaufen, wenn der Halter seine Option ausübt. Solche Geschäfte werden von der DerivateV nicht ausgeschlossen und sind in der Anlagepraxis üblich.

Diese Argumentation verdeutlicht potenzielle Anreizeffekte, die von einer VaR-basierten Regulierung ausgehen können. Vor diesem Hintergrund gewinnt die Regelung in § 14 Satz 3 DerivateV an Bedeutung, dass im Fall einer VaR-Überschreitung die Ausnahme (Überschreitung), Größe (Überschreitungshöhe) sowie der Grund ihres Entstehens regelmäßig an die BaFin mitzuteilen sind. Auch das Durchführen von Stresstests (Abschnitt 4 DerivateV) ist sinnvoll, weil dabei die potenziellen Verluste solcher Optionsstrategien aufgedeckt werden können.

<sup>17</sup> Eine entsprechende Strategie lässt sich auch über Short-Calls konstruieren.

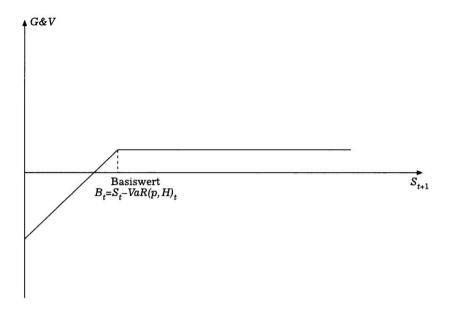


Abb. 3: Gewinn- und Verlustdiagramm eines Short-Puts bei Fälligkeit in t+1

#### 3. Beurteilung der quantitativen Vorgaben der DerivateV

Nach § 11 DerivateV werden zur VaR-Berechnung die nach § 1 Abs. 13 KWG vorgeschriebenen quantitativen Vorgaben übernommen. Der VaR ist für ein 99%iges Konfidenzniveau, eine zehntägige Haltedauer und einen historischen Betrachtungszeitraum von mindestens einem Jahr (etwa 250 Börsentage) zu bestimmen.

Bei einem 99%igen Konfidenzniveau ist durchschnittlich alle einhundert Tage mit einem Verlust zu rechnen, der größer ist als der zuvor berechnete VaR. In der Praxis wird ein hohes Konfidenzniveau von 99% häufig aus Gründen der angeblich "höheren" Risikoaversion gewählt. Die Tatsache, dass der VaR nur in 1% der Fälle überschritten wird, suggeriert eine scheinbar höhere Sicherheit als eine Überschreitungswahrscheinlichkeit von z.B. 5%. In Diese Argumentation ist aber ökonomisch nicht haltbar. Der tagesaktuelle Risikogehalt eines Investmentfonds leitet

<sup>18</sup> Bei dieser Argumentation wird eine eintägige Haltedauer unterstellt.

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Die Risikoaversion lässt sich aber nicht allein durch die Fixierung auf eine bestimmte Überschreitungswahrscheinlichkeit festlegen. Dazu wäre zusätzlich die Vorgabe eines €-Limits notwendig. Eine bestimmte Risikoaversion kann dann

sich weniger aus dem Absolutwert, sondern eher aus dem Vergleich mit den historischen Risikowerten des Fonds ab. Dabei ist es unerheblich, ob die Portfolioentscheidungen auf Basis eines Risikos für ein Konfidenzniveau von 99 % oder 95 % abgeleitet werden.

Aus statistischer Sicht ist aber ein geringes Konfidenzniveau immer einem höheren vorzuziehen. Dabei ist zu beachten, dass der VaR als Risikomaß für den normalen Geschäftsbetrieb, also für den "Going-concern-Betrieb" dient. Auch wenn der VaR einen Verlust im linken Rand der Verteilung beschreibt, misst er somit keinen Worst-Case-Verlust.<sup>20</sup> Bei einem 95 %igen Konfidenzniveau wird im Durchschnitt alle zwanzig Tage, also wesentlich häufiger, eine VaR-Überschreitung beobachtet. Es stehen somit mehr Beobachtungen zur VaR-Schätzung und für das Backtesting zur Verfügung. Je geringer das Konfidenzniveau und somit größer die Anzahl der Überschreitungen sind, desto statistisch genauer lässt sich das Risiko schätzen. Diese Kritik trifft bereits auf die quantitativen Vorgaben des § 1 Abs. 13 KWG zu.

Die zehntägige Haltedauer unterstellt für diesen Zeitraum eine feste Portfoliozusammensetzung. Diese Annahme entspricht der Realität bei der Kapitalanlage weitaus besser als die Praktiken im Handelsbereich, bei denen Portfolios häufig innerhalb eines Tages umgeschichtet werden. Grundsätzlich problematisch an dem gewählten Ansatz ist, dass das Backtesting (§ 14 DerivateV) für VaR-Werte mit eintägiger Haltedauer durchzuführen ist. Schätzprobleme von VaR-Verfahren, die einzig aus der Verwendung der zehntägigen Haltedauer resultieren, können folglich nicht aufgedeckt werden. <sup>21</sup> Eine Kompatibilität der Halteperioden bei der VaR-Berechnung und dem Backtesting ist deshalb anzustreben.

Der historische Betrachtungszeitraum von mindestens einem Jahr ist aus Sicht einer Risikoschätzung für längere Halteperioden als zu kurz einzustufen. In einem Börsenjahr stehen etwa 250 tägliche Renditen zur Verfügung. Bei einer VaR-Schätzung für eine Haltedauer von 10 Tagen verringert sich der Stichprobenumfang auf 25 nicht-überlappende Beobachtungen, was aus statistischer Sicht inakzeptabel klein ist. Bei der alternativen Verwendung von überlappenden Renditen liegen zwar 241

durch verschiedene Kombinationen von Überschreitungswahrscheinlichkeit und Limithöhe approximiert werden. Vgl. *Johanning* (1998), S. 95.

 $<sup>^{20}</sup>$  Das Worst-Case-Verlustpotenzial soll sinnvollerweise im Rahmen der Stresstests (Abschnitt 4 DerivateV) geschätzt werden.

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> So führt beispielsweise die Historische Simulation zu ungenauen VaR-Werten für lange Halteperioden, während die Ergebnisse wesentlich genauer für eine eintägige Haltedauer sind. Vgl. *Johanning* (1998), S. 190.

Beobachtungen vor, diese sind aber hoch positiv autokorreliert, wodurch der VaR erheblich unterschätzt wird.  $^{22}$ 

## 4. Kurzfristigkeit und Kurzsichtigkeit des Risikomanagements

Da bei der Kapitalanlage mittel- bis langfristige Anlagehorizonte verfolgt werden, wäre eine entsprechende Haltedauer auch bei der VaR-Berechnung anzusetzen. Dabei ist insbesondere zu berücksichtigen, dass den Kapitalanlagegesellschaften nicht ungewollt durch die Regelungen der DerivateV ein kurzfristiges Risikomanagement verordnet wird. Denn aufgrund der Zeitinkonsistenz des Risikos ist ein kurzfristiges Risiko häufig auch kurzsichtig. Zeitinkonsistenz des Risikos beschreibt die Tatsache, dass eine Anlagepolitik, die das Risiko nach einer Periode niedrig hält, nicht auch im Allgemeinen das Risiko auf längere Sicht niedrig hält. Bei einer kurzfristigen VaR-Steuerung verzichtet die KAG bewusst auf eine intertemporale Risikostreuung und erhöht dadurch das Risiko auf längere Sicht.<sup>23</sup> Im Umkehrschluss folgt daraus, dass bei einem langfristigen Risikomanagement kurzfristige Risiken durchaus in Kauf genommen werden.

Ein einfaches Beispiel ist eine Nullkupon-Staatsanleihe (ohne Kreditrisiko) mit einer Restlaufzeit von einem Jahr. Bei einem Anlagehorizont von ebenfalls einem Jahr besteht kein Marktpreisrisiko, da die Anleihe zum Nominalwert, also zu 100% zurückgezahlt wird. Kurzfristig, z.B. für die Haltedauer von zehn Tagen, besteht aber ein erhebliches Preisrisiko.

§ 1 Abs. 3 (Erstellung und Beachtung von Limiten) sowie insbesondere § 13 Abs. 2 DerivateV erlangen vor diesem Hintergrund besondere Bedeutung. Nach § 13 Abs. 2 müssen die mathematisch-statistischen Verfahren zur Ermittlung des Marktrisikopotenzials mit denen für die aktuelle Risikosteuerung verwendeten Verfahren übereinstimmen. Zulässig sind aber Abweichungen von den quantitativen Standards nach § 11. D.h., die Portfoliosteuerung kann auf Basis von Kennziffern mit langen Halteperioden vorgenommen werden. Bei der VaR-Berechnung für die Zwecke der DerivateV ist die Haltedauer dann auf 10 Tage zu skalieren.

<sup>22</sup> Siehe dazu weiterführend Kapitel IV.

<sup>23</sup> Vgl. Franke (2000), S. 61 ff.

## IV. Value-at-Risk-Werte für kurze und lange Halteperioden

#### 1. Berechnungsverfahren und Annahmen

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse einer empirischen Untersuchung präsentiert. Dabei werden die VaR-Werte für ein DAX-Portfolio für die in Kapitel II. vorgestellten verschiedenen Berechnungsverfahren miteinander verglichen, die in der folgenden Tabelle noch einmal zusammengefasst werden. Als Referenzgröße bei der VaR-Berechnung nach der Kovarianz-Methode dient das Verfahren 1, weil dabei der VaR am genauesten geschätzt wird (auf Basis der Lognormalverteilung, ohne Vernachlässigung des Renditeerwartungswertes, ohne Skalierung mit der Quadratwurzel-T-Regel). Die Historische Simulation nach Verfahren 9 kommt dagegen ohne eine Verteilungsannahme aus.

Tabelle 1
Verwendete VaR-Verfahren

Nummer	VaR-Verfahren	Beschreibung
1	VaR(LN)	VaR-Berechnung auf Basis der Lognormalverteilung der Wertpapierpreise
2	VaR(LN,oMW)	Wie 1., aber Annahme Renditeerwartungswert ist $0$
3	VaR(NV)	Wie 1., aber Annahme Kurse sind normalverteilt
4	VaR(NV,oMW)	Wie 3., aber Annahme Renditeerwartungswert ist $\boldsymbol{0}$
5	VaR(LN,QW)	Wie 1., aber VaR-Berechnung für längere Halte- perioden über die Quadratwurzel-T-Regel
6	VaR(LN,QW,oMW)	Wie 5., aber Annahme Renditeerwartungswert ist $0$
7	VaR(NV,QW)	Wie 5., aber Annahme Kurse sind normalverteilt
8	VaR(NV,QW,oMW)	Wie 7., aber Annahme Renditeerwartungswert ist $\boldsymbol{0}$
9	VaR(HS)	VaR-Berechnung über die historische Verteilung der Marktwertänderungen (Historische Simulation)
10	VaR(HS,appr.)	Wie 9., aber Marktwertänderungen werden approximativ über die diskreten Renditen berechnet

Für alle nachfolgenden Berechnungen wird eine Investition in Höhe von 100 Mio. € in den DAX am 02.01.2004 unterstellt. Für die Untersuchung liegen 2778 tägliche Kurse vom 04.01.1993 bis zum 02.01.2004 vor. Der VaR wird für unterschiedliche Halteperioden (1, 2, 5, 10, 20, 40 und

60 Tage) und Konfidenzniveaus (95 % und 99 %) sowie für überlappende Renditen und nicht-überlappende Renditen berechnet. Bei einem VaR für H=60 verbleiben somit nur noch 46 Beobachtungen für die Berechnungen bei nicht-überlappenden Renditen, bei überlappenden Renditen stehen dagegen 2718 Beobachtungen zur Verfügung. Allerdings sind überlappende Renditen hoch positiv autokorreliert, was die VaR-Schätzung erheblich verzerrt.  $^{24}$ 

#### 2. Ergebnisse für einen langen historischen Betrachtungszeitraum

In Tabelle 2 sind die VaR-Werte sowie in den unteren Zeilen die prozentualen Abweichungen der VaR-Werte nach den verschiedenen Verfahren relativ zum Verfahren 1 bzw. 9 angegeben. Der VaR bei Berechnung über die Lognormalverteilung bei eintägiger Haltedauer (Verfahren 1) beträgt 3,563 Mio.  $\in$ . Für H=1 produzieren alle anderen neun Verfahren höhere VaR-Werte, wobei diese für die Verfahren 1–8 (alles Verfahren der Kovarianz-Methode) nur geringfügig höher sind (bis zu 2,72%). Der VaR nach der Historischen Simulation (Verfahren 9) fällt allerdings mit 24,92% deutlich höher aus, was durch den langen Untersuchungszeitraum und die darin enthaltenen Worst-Case-Verluste zu erklären ist, die den VaR maßgeblich bestimmen.

In den überwiegenden Fällen muss der VaR nach Verfahren 3 größer ausfallen als bei Verfahren 1, da aufgrund der Rechtsschiefe der Lognormalverteilung das p-Quantil der Normalverteilung i.d.R. links vom p-Quantil der Lognormalverteilung liegt. Der VaR nach Verfahren 2 kann dagegen kleiner oder größer als der VaR nach Verfahren 1 ausfallen. Dies hängt vom Vorzeichen des Mittelwerts der historischen Renditen als Schätzwert des Renditeerwartungswertes ab.

Wie zu erwarten, steigen bei zunehmender Haltedauer die Abweichungen der VaR-Werte deutlich an. Bei H=60 Tagen weicht der Wert nach Verfahren 8 um  $22,62\,\%$  von dem Wert nach Verfahren 1 ab. Die geringsten Abweichungen zu den Werten von Verfahren 1 ergeben sich nach dem Verfahren 5. Diese Ergebnisse verdeutlichen, dass bei zunehmender Haltedauer, wie dies im Kapitalanlagebereich zu unterstellen ist, die verschiedenen Approximationen zunehmend ungenauere Ergebnisse generieren. Dies gilt insbesondere für die Vernachlässigung des Renditeerwartungswertes und die Approximation der Lognormalverteilung durch

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Vgl. Jackson/Maude/Perraudin (1997), S. 82.

477					Holfodonos			
var. Verfahren		1	2	ro	naireuauei 10	20	40	09
1	VaR(LN)	3.563.250	5.052.780	7.691.534	10.769.114	14.860.175	19.202.624	23.121.486
2	VaR(LN,oMW)	3.594.112	5.113.540	7.839.221	11.054.413	15.403.740	20.231.014	24.662.413
3	VaR(NV)	3.628.283	5.184.903	8.003.432	11.394.295	16.087.528	21.322.570	26.294.375
4	VaR(NV,oMW)	3.660.290	5.248.917	8.163.554	11.714.538	16.728.013	22.603.540	28.319.101
rc	VaR(LN,QW)	3.563.250	4.983.933	7.711.092	10.644.540	14.554.527	19.643.265	23.227.267
9	VaR(LN,QW,oMW)	3.594.112	5.044.737	7.858.669	10.930.084	15.099.751	20.665.500	24.687.562
7	VaR(NV,QW)	3.628.283	5.112.418	8.024.623	11.254.784	15.729.175	21.869.427	26.432.065
<b>&amp;</b>	VaR(NV,QW,oMW)	3.660.290	5.176.432	8.184.658	11.574.855	16.369.317	23.149.709	28.352.488
6	VaR(HS)	4.451.062	6.283.101	9.210.377	13.446.953	16.341.027	21.154.627	28.339.264
10	VaR(HS,appr.)	4.553.164	6.489.166	9.662.574	14.441.595	17.854.137	23.784.259	33.454.668
proz.	1#2	0,0087	0,0120	0,0192	0,0265	0,0366	0,0536	0,0666
Abweichung	1#3	0,0183	0,0261	0,0406	0,0581	0,0826	0,1104	0,1372
	1#4	0,0272	0,0388	0,0614	0,0878	0,1257	0,1771	0,2248
	1#5	0,0000	-0,0136	0,0025	-0,0116	-0,0206	0,0229	0,0046
	1#6	0,0087	-0,0016	0,0217	0,0149	0,0161	0,0762	0,0677
	1#7	0,0183	0,0118	0,0433	0,0451	0,0585	0,1389	0,1432
	1#8	0,0272	0,0245	0,0641	0,0748	0,1016	0,2055	0,2262
	1#9	0,2492	0,2435	0,1975	0,2487	0,0997	0,1017	0,2257
	9#10	0,0229	0,0328	0,0491	0,0740	0,0926	0,1243	0,1805
		-						

die Normalverteilung. Die Skalierung der Haltedauer mit der Quadratwurzel-T-Regel führt zumindest für den Aktienindexbereich nur zu geringfügigen Abweichungen.

Der VaR-Wert nach der Historischen Simulation ist für H=10 Tage um 24,87% größer als der Wert nach Verfahren 1, für H=40 Tage dagegen nur um 10,17%. Dies zeigt, dass sich je nach Renditeintervall die Verluste kumulieren bzw. reduzieren. Bei der Interpretation dieser Ergebnisse ist aber die abnehmende Beobachtungsanzahl bei zunehmender Haltedauer zu berücksichtigen, was insbesondere bei der Historischen Simulation als nicht-parametrisches Verfahren zu einer ungenauen VaRSchätzung führt.

Tabelle 3 zeigt die VaR-Werte für den 02.01.2004 für überlappende Renditen. Die Anzahl der Beobachtungen beträgt somit für jede Haltedauer 2718. Die Ergebnisse sind mit denen aus Tabelle 2 sehr vergleichbar. Das Verfahren 5 produziert nun etwas größere Abweichungen (max. 5,55%) zu den Werten von Verfahren 1.

Auch der Vergleich der VaR-Werte für ein Konfidenzniveau von 95% in den Tabellen 4 und 5 zeigt deutliche Unterschiede. Auffallend ist, dass sich nach der Historischen Simulation für kurze Halteperioden nun zum Teil deutlich geringere VaR-Werte ergeben. Dieses Ergebnis stimmt mit den beobachteten Eigenschaften der Renditen von Finanzanlagen überein, dass die historische Renditeverteilung beim 5%-Quantil häufig unterhalb der korrespondierenden Normalverteilung verläuft, beim 1%-Quantil dagegen oberhalb.

### 3. Ergebnisse für einen kurzen historischen Betrachtungszeitraum

Die so weit vorgestellten Ergebnisse sind eine Momentaufnahme. Sie zeigen, dass die VaR-Werte für den 02.01.2004 erheblich voneinander abweichen können. In den Abbildungen 1 und 2 werden die VaR-Werte für vier Verfahren für ein Konfidenzniveau von 99% und ein rollierendes 250-Tagesfenster vom 22.03.1994 bis zum 02.01.2004 dargestellt. Für jede VaR-Berechnung stehen also 250 historische, überlappende Renditen zur Verfügung. Die Abbildungen zeigen, dass die VaR-Werte nach den Verfahren VaR(LN,QW), VaR(NV) insbesondere bei einer sechzigtägigen Haltedauer deutlich über den VaR-Werten des Referenzverfahrens VaR(LN) liegen. Auf das Verfahren VaR(LN,oMW) trifft dies ebenfalls zum größten Teil zu. Die grafische Analyse unterstreicht die bereits abgeleiteten Ergebnisse für den 02.01.2004.

Tabelle 3: VaR-Werte in & für ein 99%iges Konfidenzniveau für den 02.01.2004, überlappende Renditen

VaR-					Haltedauer			
Verfahren		1	7	ro	10	20	40	09
1	VaR(LN)	3.563.250	4.946.287	7.529.302	10.085.006	13.968.983	19.309.994	23.531.605
2	VaR(LN,oMW)	3.594.112	5.007.202	7.676.913	10.365.064	14.494.635	20.284.253	24.913.573
3	VaR(NV)	3.628.283	5.072.805	7.827.837	10.630.547	15.046.229	21.455.546	26.829.267
4	VaR(NV,oMW)	3.660.290	5.136.911	7.987.594	10.942.503	15.659.107	22.670.304	28.653.038
2	VaR(LN,QW)	3.563.250	4.983.933	7.711.092	10.644.540	14.554.527	19.643.265	23.227.267
9	VaR(LN,QW,oMW)	3.594.112	5.044.737	7.858.669	10.930.084	15.099.751	20.665.500	24.687.562
7	VaR(NV,QW)	3.628.283	5.112.418	8.024.623	11.254.784	15.729.175	21.869.427	26.432.065
•	VaR(NV,QW,oMW)	3.660.290	5.176.432	8.184.658	11.574.855	16.369.317	23.149.709	28.352.488
6	VaR(HS)	4.451.062	6.226.636	9.190.935	13.285.852	18.666.647	25.603.804	30.599.426
10	VaR(HS,appr.)	4.553.164	6.428.935	9.641.118	14.255.326	20.661.419	29.576.538	36.527.765
Proz.	1#2	0,0087	0,0123	0,0196	0,0278	0,0376	0,0505	0,0587
Abweichung	1#3	0,0183	0,0256	0,0396	0,0541	0,0771	0,1111	0,1401
	1#4	0,0272	0,0385	0,0609	0,0850	0,1210	0,1740	0,2176
	1#5	0,0000	0,0076	0,0241	0,0555	0,0419	0,0173	-0,0129
	1#6	0,0087	0,0199	0,0437	0,0838	0,0809	0,0702	0,0491
	1#1	0,0183	0,0336	0,0658	0,1160	0,1260	0,1325	0,1233
	1#8	0,0272	0,0465	0,0870	0,1477	0,1718	0,1988	0,2049
	1#9	0,2492	0,2589	0,2207	0,3174	0,3363	0,3259	0,3004
	9#10	0,0229	0,0325	0,0490	0,0730	0,1069	0,1552	0,1937

Tabelle 4: VaR-Werte in & für ein 95 %iges Konfidenzniveau für den 02.01.2004, nicht-überlappende Renditen

Variahren         1         2         5         10         20         40         60           1         VaR(LX)         2.528.632         3.581.551         5.457.399         7.653.822         1.0584.085         13.671.456         16.471.685           2         VaR(LX,oMW)         2.554.836         3.643.252         5.618.960         7.949.081         11.154.950         14.770.246         18.145.890           3         VaR(LX,oMW)         2.554.836         3.641.262         5.611.965         7.962.887         11.187.150         14.770.246         18.145.890           4         VaR(LX,QW)         2.554.836         3.641.262         5.611.965         7.982.837         11.071.96         11.187.150         14.770.246         18.145.890           5         VAR(LX,QW)         2.556.022         3.741.276         5.712.98         8.282.82         11.871.95         14.700.246         18.145.89           7         VAR(LX,QW)         2.556.022         3.561.037         5.622.745         7.882.82         1.004.7761         16.578.436         18.145.89           9         VAR(LX,QW)         2.556.022         3.560.022         3.560.375         1.262.731         1.034.93         1.004.6748         18.158.213           9         <	VaR-					Haltedauer			
VAR(LN)         2.523.632         3.581.551         5.457.399         7.653.822         10.584.085         13.671.456           VAR(LN,oMW)         2.554.826         3.643.522         5.608.660         7.949.081         11.154.950         14.770.246           VAR(NV)         2.556.022         3.647.262         5.611.965         7.962.587         11.187.150         14.700.988           VAR(NV,OMW)         2.558.029         3.711.276         5.772.086         8.282.829         11.877.635         15.981.959           VAR(N,QW)         2.558.029         3.532.123         5.411.587         7.562.731         10.357.330         14.004.781           VAR(N,QW)         2.556.022         3.598.010         5.622.745         7.858.123         10.929.337         15.081.381           VaR(NY,QW)         2.556.022         3.596.011         5.626.973         7.863.995         10.929.337         15.081.481           VaR(KS,appr.)         2.556.022         3.596.012         5.628.973         7.814.065         11.574.016         16.368.131           VaR(KIS,appr.)         2.556.538         3.600.25         5.787.008         8.184.065         11.574.016         16.368.130           1#4         0,0124         0,0128         0,0183         0,0253         0,0253<	Verfahren		1	7	re	10	20	40	09
VaR(LN,oMW)         2.554.826         3.643.252         5.608.660         7.949.081         11.154.950         14.770.246           VaR(NV)         2.556.022         3.647.262         5.611.965         7.962.587         11.187.150         14.770.248           VaR(NV)         2.588.029         3.711.276         5.772.086         8.282.829         11.87.150         14.700.988           VaR(LN,QW)         2.558.022         3.532.123         5.471.587         7.562.731         10.357.330         14.004.781           VaR(LN,QW)         2.556.022         3.590.011         5.626.973         7.863.995         10.929.337         15.087.489           VaR(RK)         2.588.029         3.600.025         5.787.008         8.184.065         11.574.016         15.087.381           VaR(HS)         2.588.029         3.600.025         5.787.008         8.184.065         11.574.016         16.368.131           VaR(HS)         2.588.029         3.600.025         5.787.008         8.184.065         11.574.016         16.388.131           1#3         0,0124         0,0183         0,0283         7.514.579         11.722.688         16.388.131           1#4         0,0124         0,0138         0,0283         0,0403         0,0214         0,0214	1	VaR(LN)	2.523.632	3.581.551	5.457.399	7.653.822	10.584.085	13.671.456	16.471.685
VaR(NV)         2.556.022         3.647.262         5.611.965         7.962.587         11.187.150         14.700.988           VaR(NV,oMW)         2.588.029         3.711.276         5.712.086         8.282.829         11.87.150         14.700.988           VaR(LN,QW)         2.523.632         3.532.123         5.471.587         7.562.731         10.357.330         14.004.781           VaR(LN,QW)         2.554.826         3.593.856         5.622.745         7.863.95         10.929.337         15.088.458           VaR(NV,QW)         2.558.029         3.660.025         5.787.008         8.184.065         11.574.016         16.388.131           VaR(HS,appr.)         2.588.029         3.600.037         5.563.388         7.514.579         11.674.016         16.388.131           VaR(HS,appr.)         2.588.029         3.600.037         5.563.388         7.514.579         11.674.016         16.388.131           VaR(HS,appr.)         2.588.029         3.600.137         5.563.388         7.514.579         11.674.01         16.388.131           VaR(HS,appr.)         0.0124         0.0124         5.724.137         7.811.962         11.574.016         16.388.131           1#4         0.0255         0.0365         0.0403         0.0403         0.0403	23	VaR(LN,oMW)	2.554.826	3.643.252	5.608.660	7.949.081	11.154.950	14.770.246	18.145.899
VaR(LN,QMW)         2.588.029         3.711.276         5.772.086         8.282.829         11.827.635         15.981.959           VaR(LN,QW)         2.523.632         3.532.123         5.471.587         7.562.731         10.357.330         14.004.781           VaR(LN,QW,oMW)         2.554.826         3.593.856         5.622.745         7.863.995         10.329.337         15.098.745           VaR(NV,QW)         2.556.022         3.596.011         5.626.973         7.863.995         10.33.875         15.098.745           VaR(HS)         2.566.559         3.660.025         5.787.008         8.184.065         11.574.016         16.388.131           VaR(HS,appr.)         2.568.529         3.660.025         5.787.008         8.184.065         11.574.016         16.388.131           vaR(HS,appr.)         2.563.850         3.660.541         5.724.137         7.811.962         11.574.016         16.388.131           1#4         0,0124         0,0124         0,0124         0,0124         0,0285         0,0286         0,0577         0,0386         0,0574         0,0574           1#8         0,00124         0,0036         0,0036         0,0036         0,0036         0,0386         0,0386         0,0469         0,0386         0,0136	3	VaR(NV)	2.556.022	3.647.262	5.611.965	7.962.587	11.187.150	14.700.988	17.998.451
VaR(LN,QW)         2.523.632         3.532.123         5.471.587         7.562.731         10.357.330         14.004.781           VaR(LN,QW,oMW)         2.554.826         3.593.856         5.622.745         7.863.995         10.929.337         15.098.745           VaR(NV,QW,oMW)         2.556.022         3.596.011         5.626.973         7.863.995         10.933.875         15.098.745           VaR(HS)         2.556.022         3.596.011         5.626.973         7.863.995         10.933.875         15.087.849           VaR(HS)         2.558.029         3.660.025         5.787.008         8.184.065         11.574.016         16.368.131           VaR(HS,appr.)         2.558.508         3.660.137         5.563.388         7.514.579         11.061.661         15.382.120           1#3         0,0128         0,0172         0,0283         0,0403         0,0577         0,0386         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0040         0,0040         0,0080         0,0080         0,0184         0,0184	4	VaR(NV,oMW)	2.588.029	3.711.276	5.772.086	8.282.829	11.827.635	15.981.959	20.023.178
VaR(LN,QW,oMW)         2.554.826         3.593.856         5.622.745         7.858.123         10.929.337         15.098.745           VaR(NV,QW)         2.556.022         3.596.011         5.626.973         7.863.995         10.933.875         15.087.849           VaR(NV,QW,oMW)         2.588.029         3.660.025         5.787.008         8.184.065         11.574.016         16.308.131           VaR(HS,appr.)         2.588.029         3.660.137         5.563.388         7.514.579         11.061.661         16.308.131           VaR(HS,appr.)         2.538.508         3.666.541         5.724.137         7.811.962         11.674.016         16.338.101           1#3         0,0124         0,0183         0,0277         0,0386         0,0539         0,0659           1#5         0,0255         0,0362         0,0677         0,0822         0,1175         0,1044           1#6         0,0128         0,0382         0,0403         0,0254         0,0149         0,0244           1#7         0,0128         0,0034         0,0303         0,0254         0,0324         0,0326         0,0336         0,1044           1#8         0,0255         0,0219         0,0189         0,0935         0,0451         0,0451         0,045	rc	VaR(LN,QW)	2.523.632	3.532.123	5.471.587	7.562.731	10.357.330	14.004.781	16.578.458
VaR(NV,QW)         2.556.022         3.596.011         5.626.973         7.863.995         10.933.875         15.087.849           VaR(NV,QW,oMW)         2.588.029         3.660.025         5.787.008         8.184.065         11.574.016         16.368.131           VaR(HS)         2.506.559         3.660.137         5.563.388         7.514.579         11.061.661         15.582.120           H\$2         0,0124         0,0172         0,0277         0,0386         0,0403         0,0570         0,0570         0,0753           1#4         0,0255         0,0382         0,0403         0,0403         0,0577         0,0822         0,1175         0,1694           1#5         0,0000         -0,0138         0,0256         0,0377         0,0822         0,1175         0,0544           1#6         0,0124         0,0036         0,0577         0,0825         0,1175         0,0254           1#7         0,0128         0,0040         0,0303         0,0267         0,0314         0,0264         0,0326         0,0367         0,0326         0,0326         0,0326         0,0326         0,0326         0,0326         0,0326         0,0326         0,0326         0,0326         0,0326         0,0326         0,0326         0,0326<	9	VaR(LN,QW,oMW)	2.554.826	3.593.856	5.622.745	7.858.123	10.929.337	15.098.745	18.165.219
VaR(HS)         2.588.029         3.660.025         5.787.008         8.184.065         11.574.016         16.368.131           VaR(HS)         2.506.559         3.600.137         5.563.388         7.514.579         11.061.661         15.582.120           VaR(HS,appr.)         2.538.508         3.666.541         5.724.137         7.811.962         11.722.688         16.939.101           1#3         0,0128         0,0183         0,0277         0,0386         0,0403         0,0570         0,0753           1#4         0,0255         0,0382         0,0403         0,0403         0,0577         0,0822         0,1175         0,1690           1#5         0,0000         -0,0138         0,0266         -0,0119         -0,0214         0,0244           1#6         0,0124         0,0034         0,0366         0,0119         0,0214         0,0244           1#7         0,0128         0,0040         0,0303         0,0267         0,0336         0,1036           1#8         0,0055         0,0184         0,0604         0,0604         0,0604         0,0604         0,0604         0,0604         0,0604         0,0604         0,0604         0,0604         0,0604         0,0604         0,0184         0,0184	7	VaR(NV,QW)	2.556.022	3.596.011	5.626.973	7.863.995	10.933.875	15.087.849	18.126.361
VaR(HS)         2.506.559         3.600.137         5.563.388         7.514.579         11.061.661         15.582.120           VaR(HS,appr.)         2.538.508         3.666.541         5.724.137         7.811.962         11.722.688         16.939.101           1#2         0,0124         0,0172         0,0283         0,0403         0,0570         0,0570         0,0570         0,0570         0,0753         0,0864           1#4         0,0255         0,0382         0,0403         0,0403         0,0577         0,0822         0,1175         0,1690           1#5         0,0000         -0,0138         0,0266         -0,0119         -0,0214         0,0244           1#6         0,0124         0,0034         0,0367         0,0267         0,0326         0,1044           1#7         0,0128         0,0040         0,0311         0,0275         0,0326         0,1034           1#8         0,0256         0,0219         0,0604         0,0693         0,0330         0,1034           1#9         0,0058         0,0184         0,0182         0,0185         0,0182         0,0184         0,0182         0,0830         0,0930         0,1034           0,0127         0,0184         0,0289 <t< th=""><th><b>∞</b></th><th>VaR(NV,QW,oMW)</th><th>2.588.029</th><th>3.660.025</th><th>5.787.008</th><th>8.184.065</th><th>11.574.016</th><th>16.368.131</th><th>20.046.784</th></t<>	<b>∞</b>	VaR(NV,QW,oMW)	2.588.029	3.660.025	5.787.008	8.184.065	11.574.016	16.368.131	20.046.784
Vak(HS,appr.)         2.538.508         3.666.541         5.724.137         7.811.962         11.722.688         16.939.101           1#2         0,0124         0,0172         0,0277         0,0386         0,0539         0,0864           1#4         0,0128         0,0183         0,0283         0,0403         0,0570         0,0570         0,0753           1#5         0,0025         0,0362         0,0577         0,0822         0,1175         0,1690           1#6         0,0124         0,0384         0,0266         -0,0119         -0,0214         0,0244           1#7         0,0128         0,0040         0,0311         0,0267         0,0336         0,1044           1#8         0,0255         0,0219         0,0604         0,0604         0,0604         0,0603         0,0330         0,1936           1#9         -0,0068         0,0052         0,0184         0,0604         0,0604         0,0182         0,0451         0,0183         0,1972           9#10         -0,0068         0,0052         0,0184         0,0289         0,0839         0,0831         0,1932	6	VaR(HS)	2.506.559	3.600.137	5.563.388	7.514.579	11.061.661	15.582.120	13.663.228
#2         0,0124         0,0172         0,0277         0,0386         0,0539         0,0804           #3         0,0128         0,0183         0,0283         0,0403         0,0570         0,0753           #4         0,0255         0,0362         0,0577         0,0822         0,1175         0,1690           #4         0,0000         -0,0138         0,026         -0,0119         -0,0214         0,0244           1#6         0,0124         0,0034         0,0303         0,0267         0,0326         0,1044           1#7         0,0128         0,0040         0,0311         0,0267         0,0330         0,1034           1#8         0,0256         0,0219         0,0604         0,0604         0,0604         0,0693         0,0935         0,1034           1#9         -0,0068         0,0219         0,0184         0,0184         0,0186         0,0189         0,0396         0,0451         0,0396         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871         0,0871	10	VaR(HS,appr.)	2.538.508	3.666.541	5.724.137	7.811.962	11.722.688	16.939.101	14.697.279
#3         0,0128         0,0183         0,0283         0,0403         0,0570         0,0753           #4         0,0255         0,0362         0,0577         0,0822         0,1175         0,1690           #4         0,0000         -0,0138         0,0026         -0,0119         -0,0214         0,0244           #4         0,00124         0,0034         0,0367         0,0267         0,0326         0,1044           #8         0,0128         0,0040         0,0311         0,0275         0,0330         0,1036           1#9         -0,0068         0,0052         0,0194         -0,0182         0,0451         0,0451         0,0451           9#10         -0,0127         0,0184         0,0289         0,0356         0,0871         0,0889         0,0958         0,0935         0,1972	proz.	1#2	0,0124	0,0172	0,0277	0,0386	0,0539	0,0804	0,1016
0,0255       0,0362       0,0577       0,0822       0,1175       0,1690         0,0000       -0,0138       0,0026       -0,0119       -0,0214       0,0244         0,0124       0,0034       0,0303       0,0267       0,0326       0,1044         0,0128       0,0040       0,0311       0,0275       0,0330       0,1036         0,0255       0,0219       0,0693       0,0935       0,1972         0,0068       0,0052       0,0194       -0,0182       0,0451       0,1398         0,0127       0,0184       0,0289       0,0396       0,0598       0,0871	Abweichung	1#3	0,0128	0,0183	0,0283	0,0403	0,0570	0,0753	0,0927
0,0000         -0,0138         0,0026         -0,0119         -0,0214         0,0244           0,0124         0,0034         0,0303         0,0267         0,0326         0,1044           0,0128         0,0040         0,0311         0,0275         0,0330         0,1036           0,0255         0,0219         0,0604         0,0693         0,0935         0,1972           0,0127         0,0182         0,0182         0,0182         0,0182         0,0182         0,0182		1#4	0,0255	0,0362	0,0577	0,0822	0,1175	0,1690	0,2156
0,0124       0,0034       0,0303       0,0267       0,0326       0,1044         0,0128       0,0040       0,0311       0,0275       0,0330       0,1036         0,0255       0,0219       0,0604       0,0693       0,0935       0,1972         0       -0,0068       0,0052       0,0194       -0,0182       0,0451       0,1398         0       0,0127       0,0184       0,0289       0,0396       0,0598       0,0871		1#5	0,0000	-0,0138	0,0026	-0,0119	-0,0214	0,0244	0,0065
0,0128 0,0040 0,0311 0,0275 0,0330 0,1036 0,0255 0,0219 0,0604 0,0693 0,0935 0,1972 0,0068 0,0052 0,0194 -0,0182 0,0451 0,1398		1#6	0,0124	0,0034	0,0303	0,0267	0,0326	0,1044	0,1028
0,0255 0,0219 0,0604 0,0693 0,0935 0,1972 -0,0068 0,0052 0,0194 -0,0182 0,0451 0,1398 0,0127 0,0184 0,0289 0,0396 0,0598 0,0871		1#7	0,0128	0,0040	0,0311	0,0275	0,0330	0,1036	0,1005
-0,0068 0,0052 0,0194 -0,0182 0,0451 0,1398 -0,0182 0,0127 0,0184 0,0289 0,0396 0,0598 0,0871		1#8	0,0255	0,0219	0,0604	0,0693	0,0935	0,1972	0,2170
0 0,0127 0,0184 0,0289 0,0396 0,0598 0,0871		1#9	8900'0-	0,0052	0,0194	-0,0182	0,0451	0,1398	-0,1705
		9#10	0,0127	0,0184	0,0289	0,0396	0,0598	0,0871	0,0757

Tabelle 5: VaR-Werte in & für ein 95 %iges Konfidenzniveau für den 02.01.2004, überlappende Renditen

VaR-					Haltedauer			
Verfahren		1	2	າຍ	10	20	40	09
1	VaR(LN)	2.523.632	3.505.074	5.340.047	7.156.046	9.930.610	13.769.312	16.835.964
2	VaR(LN,oMW)	2.554.826	3.566.913	5.491.152	7.445.227	10.480.937	14.810.470	18.338.938
က	VaR(NV)	2.556.022	3.567.976	5.487.916	7.425.002	10.458.981	14.814.407	18.435.519
4	VaR(NV,oMW)	2.588.029	3.632.081	5.647.673	7.736.958	11.071.859	16.029.164	20.259.290
rc.	VaR(LN,QW)	2.523.632	3.532.123	5.471.587	7.562.731	10.357.330	14.004.781	16.578.458
9	VaR(LN,QW,oMW)	2.554.826	3.593.856	5.622.745	7.858.123	10.929.337	15.098.745	18.165.219
2	VaR(NV,QW)	2.556.022	3.596.011	5.626.973	7.863.995	10.933.875	15.087.849	18.126.361
8	VaR(NV,QW,oMW)	2.588.029	3.660.025	5.787.008	8.184.065	11.574.016	16.368.131	20.046.784
6	VaR(HS)	2.506.559	3.574.114	5.377.680	7.190.257	10.610.785	16.597.523	20.429.800
10	VaR(HS,appr.)	2.538.508	3.639.550	5.527.679	7.461.856	11.217.015	18.149.272	22.853.054
proz.	1#2	0,0124	0,0176	0,0283	0,0404	0,0554	0,0756	0,0893
Abweichung	1#3	0,0128	0,0179	0,0277	0,0376	0,0532	0,0759	0,0950
	1#4	0,0255	0,0362	0,0576	0,0812	0,1149	0,1641	0,2033
	1#5	0,0000	0,0077	0,0246	0,0568	0,0430	0,0171	-0,0153
	1#6	0,0124	0,0253	0,0529	0,0981	0,1006	0,0966	0,0790
	1#7	0,0128	0,0259	0,0537	0,0989	0,1010	0,0958	0,0766
	1#8	0,0255	0,0442	0,0837	0,1437	0,1655	0,1887	0,1907
	1#9	8900'0–	0,0197	0,0070	0,0048	0,0685	0,2054	0,2135
	9#10	0,0127	0,0183	0,0279	0,0378	0,0571	0,0935	0,1186

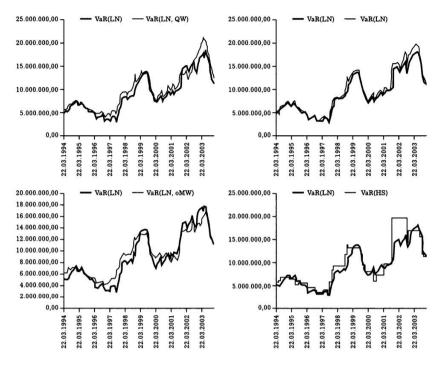


Abb. 4: VaR-Werte für H=10 Tage und p=1% vom 22.03.1994 bis zum 02.01.2004 für ein rollierendes 250-Tagesfenster

An den Risikowerten für H=60 Tage fällt zudem auf, dass sie Mitte 1997 negativ werden. Dies liegt an einem verhältnismäßig großen, positiven Renditeerwartungswert und an kleinen Volatilitäten in der Zeit zwischen 1996 und 1997. Für die Praxis stellt sich das Problem, diese negativen VaR-Werte ökonomisch sinnvoll zu interpretieren und bei der Risikosteuerung einzusetzen.

#### 4. Beobachtetes versus erwartetes Konfidenzniveau

Tabelle 6 für nicht-überlappende und Tabelle 7 für überlappende Renditen geben die tatsächlichen Konfidenzniveaus (beobachtete Häufigkeit der Verlustabdeckung) der zehn VaR-Verfahren für die Zeit vom 23.03.1994 bis zum 02.01.2004 an, wobei jeweils in Panel a) die VaR-Werte für ein 99%iges und in Panel b) für ein 95%iges Konfidenzniveau berechnet werden.

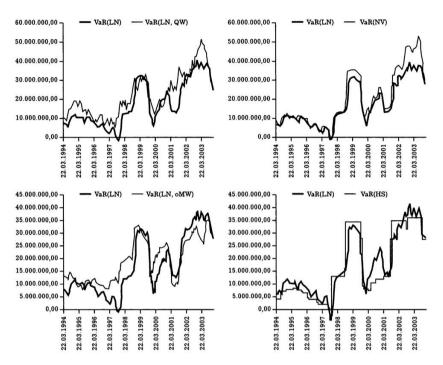


Abb. 5: VaR-Werte für H=60 und p=1% Tage vom 22.03.1994 bis zum 02.01.2004 für ein rollierendes 250-Tagesfenster

Es zeigt sich, dass das Referenzverfahren 1 VaR(LN) nur eine unzureichende Abdeckung der Verluste gewährleistet. Bei der VaR-Berechnung für H=1 und für ein Konfidenzniveau von 99% (95%) wird nur eine tatsächliche Abdeckung von 97,41% (94,05%) erreicht. Die Verfahren, die zuvor die größten positiven Abweichungen zum Referenzverfahren 1 VaR(LN) aufgewiesen hatten (und damit die durchschnittlich größten VaR-Werte), erreichen erwartungsgemäß höhere tatsächliche Konfidenzniveaus. Für ein 99%iges Konfidenzniveau erreichen die Verfahren der Historischen Simulation die höchste Rate der Verlustabdeckung. Bei einem Konfidenzniveau von 95% schneiden einige Verfahren nach der Kovarianz-Methode aber besser ab.

Für längere Halteperioden ergeben sich sehr unterschiedliche Ergebnisse. Für das Referenzverfahren VaR(LN) nimmt die Rate der Abdeckung tatsächlicher Verluste mit steigender Haltedauer ab. Sie beträgt bei H=60 für ein Konfidenzniveau von 99 % (95 %) und nicht-überlappenden Renditen 88,10 % (83,33 %) und bei überlappenden Renditen 95,10 %

(90,40%). Bei nicht-überlappenden Renditen fallen die Ergebnisse für die Historische Simulation noch schlechter aus. Die Approximationsverfahren erreichen dagegen insbesondere für längere Halteperioden hohe Abdeckungsquoten, die zum Teil sogar über der zu erwartenden Rate liegen.

Bei nicht-überlappenden Renditen besteht das Problem, dass die Anzahl der Beobachtungen mit zunehmender Haltedauer stark abnimmt. Sie beträgt beispielsweise bei H=60 nur noch 42. Die statistische VaRSchätzung wird mit abnehmendem Stichprobenumfang zunehmend ungenauer. Dies betrifft insbesondere die Historische Simulation als nichtparametrisches Verfahren.

Bei überlappenden Renditen besteht das Problem des geringen Stichprobenumfangs dagegen nicht. Er beträgt unabhängig von der Haltedauer 2469. Die Rate der Verlustabdeckung für die beiden Referenzverfahren VaR(LN) und VaR(HS) liegt für lange Halteperioden z.B. H = 60für ein Konfidenzniveau von 99% (95%) mit 95,10% und 96,07% (90,40% bzw. 91,58%) aber dennoch deutlich unter den zu erwartenden Werten. Auch in diesem Fall generieren die Approximationsverfahren Abdeckungsraten, die zum Teil über den zu erwartenden Werten liegen. Die schlechte Abdeckungsrate der Verfahren VaR(LN) und VaR(HS) resultiert zum einen aus der schon mehrfach angesprochenen positiven Autokorrelation der überlappenden Renditen. Die Autokorrelation 1. Ordnung<sup>25</sup> beträgt für zehntägige überlappende Renditen für den gesamten Untersuchungszeitraum vom 29.03.1993 bis zum 02.01.2004 beispielsweise 0.8859. Aus der Literatur ist bekannt, dass bei hoher Autokorrelation die Standardabweichung der Renditen erheblich unterschätzt wird.26

Aus diesen Ergebnissen ist so weit das etwas überraschende Zwischenfazit abzuleiten, dass mit den Approximationsgleichungen zur Risikoberechnung der VaR zwar zum Teil erheblich überschätzt wird, dass aber genau diese Überschätzung zu einer besseren tatsächlichen Abdeckung der Verluste führt. Angemerkt sei, dass diese Ergebnisse nur indikativen Charakter besitzen, da sie lediglich für ein Beispiel für den Aktienindexbereich, nicht aber auf Basis einer umfangreichen empirischen Studie abgeleitet wurden.

 $<sup>^{25}</sup>$  Autokorrelation 1. Ordnung bezeichnet die Korrelation von unmittelbar aufeinander folgenden Renditen.

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> Vgl. Brooks/Kat (2002).

Tabelle 6
Tatsächliches Konfidenzniveau vom 23.03.1994 bis zum 02.01.2004, nicht-überlappende Renditen

a) VaR-Berechnung für ein 99%iges Konfidenzniveau

VaR-Verfahren			H	Ialtedaue	er		
	1	2	5	10	20	40	60
VaR(LN)	0,9741	0,9684	0,9656	0,9717	0,9677	0,9032	0,8810
VaR(LN,oMW)	0,9797	0,9781	0,9696	0,9798	0,9677	0,9677	0,9286
VaR(NV)	0,9797	0,9781	0,9737	0,9717	0,9677	0,9032	0,8810
VaR(NV,oMW)	0,9822	0,9806	0,9737	0,9798	0,9839	0,9677	0,9524
VaR(LN,QW)	0,9781	0,9741	0,9737	0,9798	0,9919	1,0000	1,0000
VaR(LN,QW,oMW)	0,9797	0,9765	0,9777	0,9798	0,9919	1,0000	1,0000
VaR(NV,QW)	0,9797	0,9757	0,9818	0,9838	0,9919	1,0000	1,0000
VaR(NV,QW,oMW)	0,9822	0,9781	0,9838	0,9798	0,9919	1,0000	1,0000
VaR(HS)	0,9854	0,9798	0,9615	0,9555	0,9516	0,8548	0,8333
VaR(HS,appr.)	0,9870	0,9806	0,9676	0,9595	0,9516	0,8548	0,8333
Anzahl der Beob.	2469	1235	494	247	124	62	42

## b) VaR-Berechnung für ein 95 %iges Konfidenzniveau

VaR-Verfahren			F	Ialtedaue	er		
	1	2	5	10	20	40	60
VaR(LN)	0,9405	0,9377	0,9271	0,9393	0,9355	0,8548	0,8333
VaR(LN,oMW)	0,9465	0,9433	0,9413	0,9555	0,9597	0,9194	0,9048
VaR(NV)	0,9437	0,9409	0,9291	0,9433	0,9435	0,8871	0,8333
VaR(NV,oMW)	0,9482	0,9441	0,9433	0,9555	0,9597	0,9194	0,9048
VaR(LN,QW)	0,9417	0,9401	0,9433	0,9636	0,9597	0,9516	0,9524
VaR(LN,QW,oMW)	0,9465	0,9401	0,9453	0,9514	0,9597	0,9839	0,9524
VaR(NV,QW)	0,9437	0,9425	0,9453	0,9636	0,9597	0,9516	0,9524
VaR(NV,QW,oMW)	0,9482	0,9441	0,9474	0,9595	0,9597	0,9839	0,9762
VaR(HS)	0,9441	0,9360	0,9352	0,9190	0,9194	0,8226	0,8333
VaR(HS,appr.)	0,9461	0,9377	0,9352	0,9231	0,9274	0,8387	0,8333
Anzahl der Beob.	2469	1235	494	247	124	62	42

Tabelle 7

Tatsächliches Konfidenzniveau vom 23.03.1994 bis zum 02.01.2004, überlappende Renditen

a) VaR-Berechnung für ein 99%iges Konfidenzniveau

VaR-Verfahren			I	Ialtedaue	er		
	1	2	5	10	20	40	60
VaR(LN)	0,9741	0,9716	0,9712	0,9716	0,9599	0,9514	0,9510
VaR(LN,oMW)	0,9797	0,9797	0,9785	0,9826	0,9745	0,9733	0,9668
VaR(NV)	0,9797	0,9789	0,9749	0,9769	0,9761	0,9716	0,9749
VaR(NV,oMW)	0,9822	0,9806	0,9806	0,9842	0,9830	0,9842	0,9769
VaR(LN,QW)	0,9781	0,9789	0,9793	0,9838	0,9850	0,9899	0,9939
VaR(LN,QW,oMW)	0,9797	0,9810	0,9810	0,9874	0,9842	0,9858	0,9870
VaR(NV,QW)	0,9797	0,9806	0,9822	0,9887	0,9915	0,9976	0,9988
VaR(NV,QW,oMW)	0,9822	0,9818	0,9834	0,9891	0,9911	0,9939	0,9955
VaR(HS)	0,9854	0,9834	0,9834	0,9802	0,9745	0,9668	0,9607
VaR(HS,appr.)	0,9870	0,9842	0,9838	0,9838	0,9818	0,9785	0,9753
Anzahl der Beob.	2469	2469	2469	2469	2469	2469	2469

## b) VaR-Berechnung für ein 95 %iges Konfidenzniveau

VaR-Verfahren			I	Ialtedaue	er		
	1	2	5	10	20	40	60
VaR(LN)	0,9405	0,9336	0,9291	0,9275	0,9044	0,9093	0,9040
VaR(LN,oMW)	0,9465	0,9392	0,9425	0,9425	0,9344	0,9360	0,9162
VaR(NV)	0,9437	0,9388	0,9397	0,9332	0,9174	0,9291	0,9364
VaR(NV,oMW)	0,9482	0,9429	0,9457	0,9473	0,9421	0,9457	0,9320
VaR(LN,QW)	0,9417	0,9392	0,9445	0,9469	0,9417	0,9571	0,9672
VaR(LN,QW,oMW)	0,9465	0,9405	0,9461	0,9546	0,9514	0,9575	0,9587
VaR(NV,QW)	0,9437	0,9425	0,9465	0,9526	0,9506	0,9644	0,9793
VaR(NV,QW,oMW)	0,9482	0,9449	0,9494	0,9603	0,9559	0,9672	0,9721
VaR(HS)	0,9441	0,9380	0,9433	0,9388	0,9299	0,9247	0,9158
VaR(HS,appr.)	0,9461	0,9413	0,9461	0,9425	0,9364	0,9388	0,9291
Anzahl der Beob.	2469	2469	2469	2469	2469	2469	2469

#### V. Anlagespielräume nach der DerivateV

## 1. Annahmen und Berechnungsaufbau

Während im letzten Abschnitt insbesondere die VaR-Werte und tatsächlichen Erfassungsniveaus für unterschiedliche Halteperioden untersucht wurden, fokussiert sich die Analyse in diesem Abschnitt auf die Effekte bei der VaR-Berechnung für Optionen. Anhand dieser Berechnungen sollen die Anlagespielräume der KAGen beim Einsatz von Derivaten aufgezeigt werden. Bei der Untersuchung ist zu beachten, dass durch den Einsatz von Optionen die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Portfoliowertänderungen beliebig verändert werden kann, weshalb diesen Finanzinstrumenten besondere Aufmerksamkeit gewidmet wird.

Ausgangspunkt der Untersuchung ist wieder ein Investment von 100 Mio. € in den DAX zum 02.01.2004. Für die VaR-Berechnung stehen 2718 überlappende Renditen vom 29.03.1993 bis zum 02.01.2004 zur Verfügung. Die Risikowerte werden für ein 99%iges Konfidenzniveau und Halteperioden von 10 und 60 Tagen berechnet. Untersucht wird, welcher Anlagespielraum für den Einsatz von DAX-Call- und -Put-Optionen (Long und Short) besteht. Die DAX-Optionen weisen verschiedene Laufzeiten von 10 und 240 Börsentagen auf, was einer Laufzeit in Kalendertagen von 15 bzw. 360 Tagen entspricht.<sup>27</sup> Da es sich bei den DAX-Optionen um europäische Optionen handelt, werden sie mit dem Black/Scholes-Modell bewertet.<sup>28</sup> Bei der Optionsbewertung und VaR-Berechnung wird von einer flachen Zinskurve mit einem stetigen Zins von 3% p.a. ausgegangen. Zinsänderungen werden aber bei der VaR-Berechnung nicht erfasst.

Die Berechnung vollzieht sich in drei Schritten.

- Zunächst wird der VaR ermittelt, der sich bei voller Investition der 100 Mio. € in den DAX ergeben würde. Dies entspricht dem Marktrisikobetrag für das zugehörige Vergleichsvermögen nach §§ 8 und 9 DerivateV.
- Anschließend wird über ein numerisches N\u00e4herungsverfahren (Optimierung) die Anzahl der Optionen derart bestimmt, dass der VaR des Portfolios aus verbleibender DAX-Anlage und Optionen genau dem

 $<sup>^{27}</sup>$  Vereinfachend wird ein Monat mit 20 Börsentagen und 30 Kalendertagen sowie das Jahr mit 240 Börsentagen und 360 Kalendertagen angesetzt.

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> Zur Black/Scholes-Formel vgl. *Hull* (2003), S. 246 ff. Zur VaR-Berechnung für Optionen vgl. *Johanning* (2002).

Zweifachen des VaR des zugehörigen Vergleichsvermögens entspricht. Da durch den Einsatz von Derivaten nicht gegen das Leerverkaufsverbot (§ 59 InvG, § 3 DerivateV) verstoßen werden darf, muss bei der Optimierung für den Einsatz von Short-Calls berücksichtigt werden, dass nur maximal die im Bestand befindlichen Aktien (in diesem Fall der DAX)<sup>29</sup> "veroptioniert" werden können.

3. Der VaR des Portfolios aus DAX und Optionen wird mit der Historischen Simulation bestimmt, wobei der Aktienkurs (DAX) und die Volatilität (Volatilitäts-DAX = VDAX) als Risikofaktoren berücksichtigt werden. D.h., für jeden Tag des historischen Betrachtungszeitraums werden die Renditen mit entsprechender Intervalllänge vom DAX und VDAX bestimmt und als alternativer Vektor für die zukünftige Rendite angesetzt. Die DAX-Optionen werden für diese Szenarien wieder mit dem Black/Scholes-Modell bewertet, dabei wird die Restlaufzeit um die Haltedauer des VaR verkürzt. Somit werden Minderungen im Zeitwert der Optionen erfasst. Aus der historischen Verteilung der Marktwertänderungen des Portfolios aus DAX und Optionen lässt sich der VaR als p-Quantil bestimmen.

## Ergebnisse für einen langen historischen Betrachtungszeitraum

In Tabelle 8 werden die Portfoliostruktur für Long- und Short-Positionen in DAX-Calls und -Puts für Basispreise von 4500, 4000 (At-themoney-Option, da der DAX am 02.01.2004 bei 3965,16 stand) und 3500 sowie die Ergebnisse der VaR-Berechnung wiedergegeben. Bei einer Anlage in Long-Calls (Zeile 2 bis 4) können je nach Basispreis zwischen 3263 und 19,9 Mio. Optionen erworben werden. Bei Berücksichtigung des Kontraktmultiplikators von 10 resultiert daraus für alle Basispreise eine zu zahlende Optionsprämie in Höhe von 15,3 Mio. €. Somit verbleiben für die direkte Anlage in den DAX 84,7 Mio. €.  $^{30}$  Der VaR des Vergleichsvermögens beträgt bei H=10 und p=1% und überlappenden Renditen nach der Historischen Simulation 13,3 Mio. €.  $^{31}$  Der VaR des Portfolios (VaR-Gesamt) $^{32}$  verdoppelt sich durch die Optimierung bei Teilanlage in Long-Calls auf 26,6 Mio. €.

 $<sup>^{29}</sup>$  Es wird nachfolgend die Möglichkeit der beliebigen Teilbarkeit der Wertpapiere unterstellt.

<sup>30</sup> Das Gesamtvermögen beträgt in jedem Fall also 100 Mio. €.

<sup>31</sup> Vgl. dazu die Ergebnisse in Tabelle 3.

				Tabelle 8	lle 8			
		<u>Б</u>	ortfoliostruktur v Laufzeit von 10 l	ınd VaR-Werte beim Handelstagen (15 Ka	Portfoliostruktur und VaR-Werte beim Einsatz von DAX-Optionen mit einer Laufzeit von 10 Handelstagen (15 Kalendertagen) mit $H=10$ und $p=1\%$	ptionen mit eine $10 \text{ und } p = 1\%$	H	
Typ	0=Long 1=Short	Basis	Anzahl Optionen	Prämie 02.01.04	DAX-V 02.01.04	VaR-DAX	VaR-Gesamt	Korre
Call	0	4500	19.885.733	15.321.435	84.678.565	13.285.852	26.571.703	0,2290
Call	0	4000	28.790	15.321.434	84.678.566	13.285.852	26.571.703	0,7863
Call	0	3500	3.263	15.321.434	84.678.566	13.285.852	26.571.703	0,9937
Call	1	4500	2.522	-1.943	100.001.943	13.285.852	13.284.167	-0,2290
Call	1	4000	2.556	-1.360.400	101.360.400	13.285.852	12.106.193	-0,7863
Call	1	3500	2.861	-13.434.059	113.434.059	13.285.852	1.636.623	-0,9937
Put	0	4500	7.367	38.995.585	61.004.415	13.285.852	26.566.714	-0,9980
Put	0	4000	32.813	27.255.151	72.744.849	13.285.852	26.572.093	-0,8719
Put	0	3500	29.566.048	18.873.088	81.126.912	13.285.852	26.571.703	-0,3618
Put	1	4500	2.204	-11.668.291	111.668.291	13.285.852	26.571.704	0,9980
Put	1	4000	2.714	-2.253.870	102.253.870	13.285.852	26.571.704	0,8719
Put	П	3500	21.571	-13.770	100.013.770	13.285.852	26.571.704	0,3618

Beim Einsatz von Short-Calls (Zeile 5 bis 7) ist die Anzahl der verkauften Optionen wesentlich geringer. Sie liegt zwischen 2.522 bei einem Basispreis von 4500 und 2.861 bei einem Basispreis von 3500. Aufgrund der erlösten Optionsprämien kann in den DAX nun ein größerer Betrag als 100 Mio. € investiert werden, beispielsweise beim Basispreis von 3500 insgesamt 113,4 Mio. €. Der VaR des Portfolios ist insbesondere bei einem Basispreis von 3500 deutlich geringer als der VaR des Vergleichsvermögens. Dieses zunächst überraschende Ergebnis resultiert daraus, dass die Marktwertänderungen eines Short-Calls stark negativ mit den Marktwertänderungen des DAX korrelieren. Je geringer der Basispreis, desto größer ist die Korrelation. Bei einem Basispreis von 3500 beträgt sie -0,9937 (siehe Spalte "Korrel"). Da durch die Optimierung der gesamte DAX-Bestand "veroptioniert" wird, entspricht die Gesamtposition (DAX und Short-Calls) dem Gewinn-Verlust-Profil eines Short-Puts.<sup>33</sup> Die Gewinn-Verlust-Profile in Abhängigkeit des Wertes der DAX-Anlage nach Ablauf der Haltedauer und für Basispreise von 4000 sind in Abbildung 6 dargestellt. Für den vorliegenden Fall ist zu berücksichtigen, dass die Laufzeit der Option der Haltedauer der VaR-Berechnung entspricht.

Auch beim Einsatz von Long-Puts ist die Korrelation zwischen den Marktwertänderungen des DAX und der Optionen negativ. Da aber keine weitere Restriktion hinsichtlich des Einsatzes von Long-Puts besteht, führt die Optimierung zu einem solch umfangreichen Einsatz von Puts (29,6 Mio. Puts bei einem Basispreis von 3500, 7.367 bei einem Basispreis von 4500 mit einem Gesamtwert von etwa 39 Mio. €!), dass die Gesamtposition ebenfalls dem Gewinn-Verlust-Profil eines Puts entspricht (siehe Abbildung 6).

Short-Puts können insbesondere bei einem Basispreis von 4500 in großem Umfang eingesetzt werden. 2.204 Puts können verkauft werden, die eine Prämieneinnahme von 11,7 Mio. € generieren.

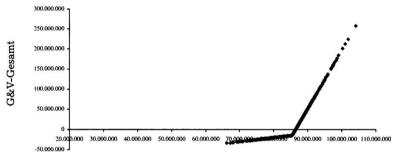
In den Tabellen 9 und 10 wird eine Laufzeit der Option von 240 Börsentagen (360 Kalendertagen) unterstellt. Die Optionen verfügen also über einen erheblich größeren Zeitwert, aber auch über einen langsameren Zeitwertverfall. Dies vergrößert den Spielraum beim Einsatz von Op-

 $<sup>^{32}</sup>$  Der VaR des Portfolios entspricht nicht immer exakt dem Doppelten des VaR des Vergleichsvermögens. Dies ist auf Rundungsfehler bei der numerischen Optimierung zurückzuführen.

<sup>33</sup> Das Leerverkaufsverbot führt dazu, dass Short-Straddle-Positionen nicht aufgebaut werden dürfen.

#### Portfolio: DAX und Long-Puts

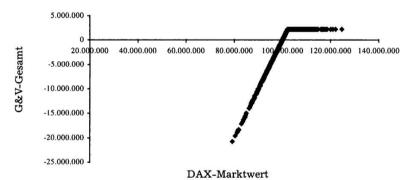
G&V-Diagramm nach Ablauf der Haltedauer



**DAX-Marktwert** 

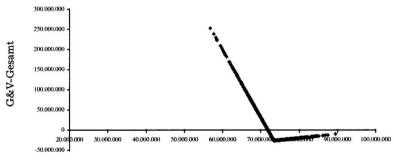
Portfolio: DAX und Long-Calls

G&V-Diagramm nach Ablauf der Haltedauer



Portfolio: DAX und Short-Calls

G&V-Diagramm nach Ablauf der Haltedauer



**DAX-Marktwert** 

Portfolio: DAX und Short-Puts

#### G&V-Diagramm nach Ablauf der Haltedauer

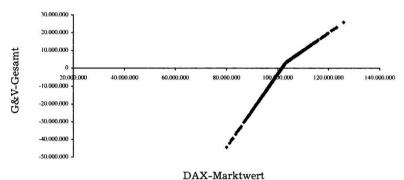


Abb. 6: Gewinn- und Verlustdiagramme des Portfolios aus DAX-Anlage und DAX-Optionen nach Ablauf der Haltedauer, Basispreis 4000

tionen, was durch die größere Anzahl der zu kaufenden/verkaufenden Optionen sowie durch die höheren Optionsprämien deutlich wird. Bei Long-Puts (Basispreis 4500) können bis zu 59,5 Mio. € in die Optionen investiert werden.

Die Anlagespielräume steigen, wenn der VaR für H=60 Tage bei einer Optionsrestlaufzeit von 240 Börsentagen ermittelt wird. Der VaR des Vergleichsvermögens (VaR-DAX) steigt auf 30,6 Mio.  $\epsilon$ . Long-Optionen können im Umfang von 73,5 Mio.  $\epsilon$  und Short-Optionen in der Größenordnung von 20,3 Mio.  $\epsilon$  eingesetzt werden. Der größere Anlagespielraum für dieses Szenario resultiert, da der VaR für die DAX-Anlage bei zunehmender Haltedauer relativ stärker ansteigt als der VaR für die Optionsanlage.

Für eine Haltedauer von H=60 Tagen lässt sich zudem der in Kapitel II. beschriebene Effekt der VaR-Verminderung beim Einsatz spezieller Short-Puts aufzeigen. Der DAX steht am 02.01.2004 bei 3965,16 Punkten. Der VaR für H=60 und p=1% einer DAX-Position beträgt nach der Historischen Simulation 1213,48. Der VaR für die DAX-Anlage von 100 Mio. € beträgt 30,6 Mio. €. Ein Short-Put mit Restlaufzeit von 60 Tagen (= Haltedauer) und Basispreis von 2700 (< DAX – VaR-DAX = 2751,68) weist einen negativen VaR auf. Werden beispielsweise 100 Mio. dieser Puts verkauft, was zu einer Prämieneinnahme von 6,1 Mio. € führt, so weist das Gesamtportfolio einen VaR von 26,4 Mio. € auf. Dieser Wert ist deutlich kleiner als der Risikowert des Vergleichsvermögens.

	Portfolio	struktur	und VaR-Werte l	Tabelle 9 oeim Einsatz von DAX-0 0 Kalendertagen) mit H	Tabelle 9 iostruktur und VaR-Werte beim Einsatz von DAX-Optionen mit einer Laufzeit von 240 Handelstagen (360 Kalendertagen) mit $H=10$ und $p=99\%$	r Laufzeit von 2 ,	40 Handelstagen	
Тур	0=Long 1=Short	Basis	Anzahl Optionen	Prämie 02.01.04	DAX-V 02.01.04	VaR-DAX	VaR-Gesamt	Korrel
Call	0	4500	18.878	33.795.335	66.204.665	13.285.852	26.571.703	0,7997
Call	0	4000	10.098	37.039.394	62.960.606	13.285.852	26.571.703	0,9177
Call	0	3500	6.245	41.736.040	58.263.960	13.285.852	26.572.739	0,9751
Call	1	4500	2.641	-4.728.237	104.728.237	13.285.852	11.927.631	-0,7997
Call	1	4000	2.779	-10.193.916	110.193.916	13.285.852	10.080.257	-0,9177
Call	1	3500	3.033	-20.271.649	120.271.649	13.285.852	7.292.774	-0,9751
Put	0	4500	10.251	59.545.010	40.454.990	13.285.852	26.571.694	-0,9727
Put	0	4000	16.719	47.386.763	52.613.237	13.285.852	26.572.982	-0,9424
Put	0	3500	39.344	39.235.216	60.764.784	13.285.852	26.575.777	-0,8890
Put	1	4500	2.492	-14.475.492	114.475.492	13.285.852	26.571.327	0,9727
Put	1	4000	3.245	-9.197.671	109.197.671	13.285.852	26.571.603	0,9424
Put	1	3500	5.170	-5.155.532	105.155.532	13.285.852	26.571.703	0,8890

	Portfolic	struktur	und VaR-Werte b	Tabel eim Einsatz von DA 0 Kalendertagen) m	Tabelle 10  Portfoliostruktur und VaR-Werte beim Einsatz von DAX-Optionen mit einer Laufzeit von 240 Handelstagen (360 Kalendertagen) mit $H=60$ und $p=99\%$	r Laufzeit von 2 6	40 Handelstagen	
Тур	0=Long 1=Short	Basis	Anzahl Optionen	Prämie 02.01.04	DAX-V 02.01.04	VaR-DAX	VaR-Gesamt	Korrel
Call	0	4500	30.132	53.942.199	46.057.801	30.599.426	61.169.239	0,8286
Call	0	4000	15.565	57.093.909	42.906.091	30.599.426	61.198.852	0,9091
Call	0	3500	9.326	62.330.045	37.669.955	30.599.426	61.180.242	0,9616
Call	1	4500	2.641	-4.728.237	104.728.237	30.599.426	28.601.234	-0,8286
Call	н	4000	2.779	-10.193.916	110.193.916	30.599.426	25.992.054	-0,9091
Call	1	3500	3.033	-20.271.649	120.271.649	30.599.426	21.823.239	-0,9616
Put	0	4500	12.647	73.462.938	26.537.062	30.599.426	61.185.363	-0,9495
Put	0	4000	24.700	70.008.695	29.991.305	30.599.426	61.199.283	-0,8929
Put	0	3500	67.525	67.337.332	32.662.668	30.599.426	61.187.735	-0,8056
Put	1	4500	2.372	-13.776.548	113.776.548	30.599.426	61.198.852	0,9495
Put	н	4000	2.921	-8.279.189	108.279.189	30.599.426	61.198.852	0,8929
Put	н	3500	4.032	-4.020.530	104.020.530	30.599.426	61.208.276	0,8056

		1	in a shift	Tabelle 11	le 11	C acceptant	Mondolotom	
	Fortion	ostruktur	und van-werte	oeum Eursatz von Dz 60 Kalendertagen) m	Fortionostruktur und var-werte beim Einsatz von DAA-Optionen mit einer Lautzeit von 240 manueistagen (360 Kalendertagen) mit $H=1$ und $p=99\%$	r Lauizeit von 2	240 namueistagem	
Typ	0=Long 1=Short	Basis	Anzahl Optionen	Prämie 02.01.04	DAX-V 02.01.04	VaR-DAX	VaR-Gesamt	Korrel
1	0	4500	13.653	24.441.191	75.558.809	4.451.062	8.905.194	0,7801
1	0	4000	7.430	27.255.711	72.744.289	4.451.062	8.902.337	0,9176
1	0	3500	4.937	32.993.030	67.006.970	4.451.062	8.899.321	0,9804
1	1	4500	2.641	4.728.237	104.728.237	4.451.062	3.852.429	-0,7801
1	П	4000	2.779	-10.193.916	110.193.916	4.451.062	3.112.339	-0,9176
1	н	3500	3.033	-20.271.649	120.271.649	4.451.062	1.983.078	-0,9804
0	0	4500	9.073	52.699.582	47.300.418	4.451.062	8.898.555	-0,9729
0	0	4000	13.490	38.235.423	61.764.577	4.451.062	8.899.479	-0,9451
0	0	3500	27.547	27.470.540	72.529.460	4.451.062	8.901.757	-0,9042
0	1	4500	2.640	-15.335.475	115.335.475	4.451.062	8.901.605	0,9729
0	Т	4000	3.703	-10.496.838	110.496.838	4.451.062	8.905.003	0,9451
0	H	3500	6.357	-6.339.100	106.339.100	4.451.062	8.900.409	0,9042

Diese Ergebnisse für den Deutschen Aktienindex (DAX) zeigen, dass die KAGen durch die Regelungen der DerivateV über erhebliche Anlagespielräume beim Einsatz von Derivaten verfügen, die zu einem Leveraging genutzt werden können. Vor dem Hintergrund des Anlegerschutzes erscheint es sinnvoll, den VaR – wie es in der DerivateV verankert ist – für eine zehntägige Haltedauer zu berechnen. Einerseits verfügen die KAGen über genügend Anlagespielräume, andererseits wird der Derivateeinsatz und damit das potenzielle Risiko sinnvoll begrenzt. Selbst bei einer Haltedauer von 1 Tag verbliebe den KAGen ein großer Anlagespielraum, wie es die Ergebnisse in Tabelle 11 dokumentieren.

# 3. Ergebnisse für einen kurzen historischen Betrachtungszeitraum

Die Ergebnisse des vorherigen Abschnitts stellen wieder eine Momentaufnahme für den 02.01.2004 dar. In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse für einen kurzen historischen Betrachtungszeitraum von 1 Jahr präsentiert, wobei die VaR-Werte mit der Historischen Simulation für H=10 Tage und ein Konfidenzniveau von  $99\,\%$  auf Basis von überlappenden Renditen berechnet werden. Die Untersuchung wird nur für Long-Calls und Long-Puts durchgeführt. An jedem Tag des Untersuchungszeitraums wird in eine fiktive At-the-money-DAX-Option mit einer Laufzeit von 1 Jahr (240 Börsentage) in dem Umfang investiert, dass der VaR sich relativ zum VaR des Vergleichsvermögens gerade verdoppelt. Tür jeden Tag wird geprüft, ob die tatsächlichen Verluste den VaR nach Ablauf der Haltedauer überschreiten.

In Abbildung 7 werden die Optionsprämien (linke Skala) im Vergleich zum VaR des Vergleichsvermögens (rechte Skala) dargestellt. Diese Optionsprämien kennzeichnen das Anlagevolumen, das an jedem Tag in Optionen investiert werden kann, sodass sich der VaR relativ zum Risiko des Vergleichsvermögens gerade verdoppelt. Bei den Long-Calls fällt zunächst auf, dass die Optionsprämien zum Teil weitaus größer sind als der Wert des gesamten Sondervermögens von 100 Mio. €. Dies zeigt, dass eine Verdopplung des VaR des Vergleichsvermögens nur erreicht werden

<sup>34</sup> Zum Teil ergeben sich aufgrund der nur geringen Wertänderungen von einem Tag zum nächsten nur sehr geringe Änderungen bei der Anzahl der zu erwerbenden Optionen. Zur Verkürzung der Berechnungszeit wurde deshalb nur dann eine neue Optimierung durchgeführt, wenn der resultierende VaR der Gesamtposition größer als das 2,01fache bzw. kleiner als das 1,99fache des VaR des Vergleichsvermögens war.

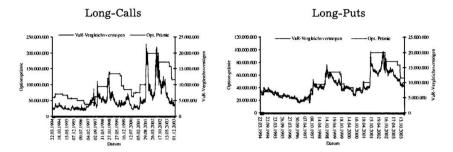


Abb. 7: Optionsprämien und VaR für das Vergleichsvermögen vom 22.03.1994 bis zum 02.01.2004

kann, wenn bei der Optimierung eine (unzulässige) Short-Position im DAX aufgebaut wird. Dies impliziert, dass der VaR selbst bei Investition des gesamten Vermögens von 100 Mio. € in DAX-Calls nicht verdoppelt werden kann. Diese Beobachtung ist damit zu begründen, dass bei einer Anlage in Calls maximal die Optionsprämie zu verlieren ist.

Die hohen Optionsprämien ergeben sich dann, wenn der VaR der Optionsposition relativ zum VaR des Vergleichsvermögens verhältnismäßig klein ist. Dies ist i.d.R. dann der Fall, wenn der VaR des Vergleichsvermögens aufgrund von DAX-Verlusten sprunghaft ansteigt, der VaR der Optionsposition davon aber nur in geringerem Umfang betroffen ist, weil mit den Kursverlusten eine hohe Steigerung der Volatilität einhergeht. Hohe Volatilitäten bedingen hohe Optionswerte, sodass die Kursverluste im Basiswert zumindest teilweise kompensiert werden.

Eine solche Marktkonstellation herrschte beispielsweise am 26.09.2001 infolge der Terroranschläge in den USA. Der DAX verlor von einem Stand von über 5000 Punkten Anfang September auf einen Wert von 4095 am 26.09.2001. Zeitgleich stieg der VDAX von 25,83% p.a. auf einen Wert von 40,78% p.a. an. Für den 26.09.2001 ergibt sich folglich ein VaR des Vergleichsvermögens von 19,9 Mio. € sowie eine Optionsprämie von 214,5 Mio. €. Daraus resultiert zwar ein VaR der Gesamtposition von 39,8 Mio. €, wobei aber eine unzulässige Short-DAX-Position von −114,5 Mio. € aufgebaut wird. Eine Verdopplung des VaR des Vergleichsvermögens wäre selbst bei einer Anlage der gesamten Mittel von 100 Mio. € in die Optionen nicht möglich, da diese Position nur einen VaR von 23,7 Mio. € generiert (siehe dazu auch Abbildung 8). Auch der starke Anstieg der Optionsprämien am 26.07.2002 ist auf eine ähnliche Markt-

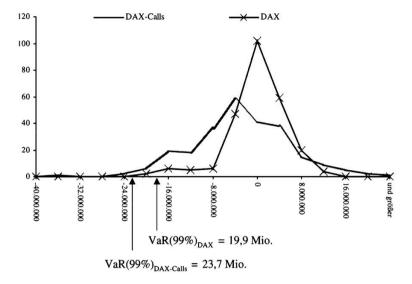


Abb. 8: Häufigkeitsverteilung der Marktwertänderungen für eine Anlage in den DAX und in DAX-Calls von jeweils 100 Mio. € am 26.09.2001

konstellation zurückzuführen. Die implizite Volatilität stieg auf einen Wert von über 50% p.a., gleichzeitig erlitt der DAX hohe Verluste.

Eine nähere Betrachtung der Verhältnisse am 26.09.2001 ermöglicht weitere Einblicke in die Probleme des VaR-Konzepts. In Abbildung 8 sind die 250 zehntägigen Marktwertänderungen einer Anlage von 100 Mio. € in den DAX und alternativ in DAX-Calls dargestellt. Wie oben bereits erläutert, betragen die VaR-Werte für die DAX-Anlage 19,9 Mio. € sowie für die Optionsanlage 23,7 Mio. €. Dieser verhältnismäßig kleine Unterschied zwischen den VaR-Werten resultiert, da die Häufigkeitsverteilung für die DAX-Anlage im hohen Verlustbereich eine ähnliche Dichte aufweist wie die Verteilung für die Optionsanlage. Dagegen ist die Dichte im mittleren Verlustbereich (zwischen -20 und -6 Mio. €) bei der Optionsverteilung wesentlich höher. Die Häufigkeit von Gewinnen größer als 10 Mio. € ist dafür ebenfalls höher. Mit dem VaR für ein Konfidenzniveau von 99 % kann das höhere Verlustrisiko (in Form der Verlustwahrscheinlichkeit) der Optionsanlage nicht identifiziert werden. Die Risikoberechnung für ein Konfidenzniveau von 95% ergibt dagegen einen VaR für die DAX-Anlage von 11,7 Mio. € und für die Optionsanlage von 19,1 Mio. €. Diese Werte liegen deutlich weiter auseinander und indizieren somit die Unterschiede im Risiko der beiden Kapitalanlagen besser.

An diesem Beispiel wird ein weiteres grundsätzliches Problem des VaR-Konzepts deutlich. Der VaR beschreibt nur einen einzigen Punkt der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Marktwertänderungen. Risikoerhöhende Anlagestrategien mit Optionen lassen sich problemlos derart konzipieren, dass das höhere Risiko vom VaR nicht erfasst wird. Die in Abschnitt III.2 vorgestellte Strategie mit Short-Puts stellt dabei nur eine von vielen Möglichkeiten dar.

## VI. Zusammenfassung und Ausblick

In dem vorliegenden Beitrag wird die Eignung des VaR zur Risikomessung im Kapitalanlagebereich sowie zur Regulierung des Derivateeinsatzes nach der DerivateV untersucht. Die auf Basis allgemeiner Überlegungen und numerischer Beispiele abgeleiteten Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Der VaR ist eine relativ einfache und leicht kommunizierbare Risikokennziffer, die grundsätzlich zur sachgerechten Risikomessung im Kapitalanlagebereich geeignet ist, da Korrelationen zwischen den einzelnen Wertpapieren erfasst werden.
- 2. Problematisch ist, dass der VaR nur auf Basis der Anzahl der zu erwartenden Überschreitungen ermittelt wird, die Verlusthöhe im Fall einer Überschreitung den Risikowert jedoch nicht beeinflusst. Nachteilig ist zudem, dass der VaR nur einen einzigen Punkt der Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Marktwertänderungen beschreibt. Beide Defizite ermöglichen gezielte, risikoerhöhende Optionsstrategien. Zu bedenken ist aber, dass auch andere Risikomaße wie z.B. die Volatilität von vergleichbaren Defiziten betroffen sind.
- 3. Aufgrund der Zeitinkonsistenz des Risikos sollte eine kurzfristige Anlagepolitik vermieden werden, weil dies im Allgemeinen nicht auch das Risiko auf längere Sicht niedrig hält. Die Halteperiode sollte bei der Risikoberechnung deshalb mit dem Anlagehorizont übereinstimmen. Die in der DerivateV gewählte kurze Haltedauer von 10 Tagen erfüllt diese Anforderungen nicht, was aber unproblematisch ist, da bei der Risikosteuerung über Limite längere Halteperioden gewählt werden können.
- 4. Von Vorteil wäre, eine einheitliche Haltedauer für die VaR-Berechnung und das Backtesting zu wählen, um damit Probleme der VaR-Schätzung aufzuzeigen, die erst bei längerer Haltedauer resultieren. Grundsätzlich ist zudem ein geringeres Konfidenzniveau einem hö-

heren vorzuziehen, da dann der VaR genauer geschätzt werden kann. Der historische Betrachtungszeitraum von mindestens einem Jahr muss für den Kapitalanlagebereich als zu kurz angesehen werden. Da der VaR i.d.R. für eine längere Haltedauer zu schätzen ist, impliziert der kurze Betrachtungszeitraum entweder bei nicht-überlappenden Renditen eine geringe Anzahl von Beobachtungen oder bei überlappenden Renditen eine hohe Autokorrelation, die i.d.R. eine Unterschätzung der Volatilität und damit des VaR bedingt.

- 5. In den Beispielrechnungen wurde zunächst gezeigt, dass der VaR über die verschiedenen Approximationsgleichungen zwar zum Teil erheblich überschätzt wird, dass aber dadurch eine bessere Abdeckung der tatsächlichen Verluste resultiert.
- 6. Auf Basis weiterer Beispiele konnte der Anlagespielraum zum Derivateeinsatz nach der DerivateV verdeutlicht werden. Es zeigt sich, dass die KAGen in erheblichem Umfang in Optionen investieren können, bei bestimmten Marktkonstellationen sogar das gesamte Sondervermögen.

Somit lässt sich das Fazit ziehen, dass der VaR-Ansatz auch für die Zwecke im Kapitalanlagebereich und der DerivateV grundsätzlich sinnvoll eingesetzt werden kann. Da die aufgezeigten Defizite in ähnlicher Form auch jedes andere eindimensionale Risikomesssystem betreffen, ist es insbesondere von Bedeutung, diese Defizite aufzudecken und gegebenenfalls durch begleitende Regeln aufzufangen, beispielsweise durch die Anforderung zur Durchführung von Stresstests.

Die Ergebnisse wurden lediglich auf Basis von Beispielrechnungen für den Aktienindexbereich abgeleitet. Umfangreichere empirische Studien für Aktien-, Zins- und Währungsrisiken sind zukünftig notwendig, die zu erheblich anderen Aussagen führen können. Im Rahmen solcher Untersuchungen sollten auch die Vorgaben des Einfachen Ansatzes zur Bestimmung des Marktrisikopotenzials beurteilt werden. Da eine Rechtsverordnung der BaFin zur zukünftigen Regelung des Risikomanagements für Hedgefonds (§ 119 InvG) noch aussteht, sind spezielle Anforderungen an das Risikomanagement dieser Fonds zu konkretisieren. Lange historische Zeitreihen sind von Vorteil, um die besonderen Verteilungseigenschaften von Hedgefonds-Anlagen wie Schiefe und Wölbung aufzuzeigen. Zudem ist eine hohe Flexibilität des Systems erforderlich, um die auf die Anlagestrategie abgestimmten Risikofaktoren zu erfassen. Dabei ist zu bedenken, dass Risikomanagement für Hedgefonds nicht nur regulatorisch notwendig, sondern auch ökonomisch sinnvoll ist, weil Hedge-

fonds durch eine standardisierte Risikoberichterstattung den hohen Transparenzanforderungen Rechnung tragen können, ohne dabei die sensiblen Positionsdaten offen legen zu müssen. Schließlich ist sich der Risikosteuerung über z.B. VaR-Limite und der VaR-Performancemessung zu widmen. Dabei ist zu prüfen, ob eine VaR-Steuerung bestehende Verfahren sinnvoll ergänzen kann.

#### Literatur

Artzner, P./Delbaen, F./Eber, J.-M./Heath, D. (1999): Coherent Measures of Risk, in: Mathematical Finance, Vol. 9, No. 3, pp. 203-228. - Artzner, P./Delbaen, F./ Eber, J.-M./Heath, D. (1997): Thinking Coherently, in: Risk, Vol. 10, No. 11, pp. 68-71. - Brooks, C./Kat, H.M. (2002): The Statistical Properties of Hedge Funds and Their Implications for Investirs, in: Journal of Alternative Investments, Fall 2002, S. 26-44. - Bühler, W./Korn, O./Schmidt, A. (1998): Ermittlung von Eigenkapitalanforderungen mit "Internen Modellen", in: Die Betriebswirtschaft, 58. Jg., Nr. 1, S. 64-85. - Dowd, K. (1998): Beyond Value at Risk, The New Scince of Risk Management, John Wiley & Sons. - Franke, G. (2000): Gefahren kurzsichtigen Risikomanagements durch Value-at-Risk, in: Johanning, L./Rudolph, B. (Hrsg.), Handbuch Risikomanagement, Bd. 1, Risikomanagement für Markt-, Kredit- und operative Risken, Uhlenbruch Verlag, Bad Soden/Ts., S. 53-83. - Huschens, S. (2000): Verfahren zur Value-at-Risk-Berechnung im Marktrisikobereich, in: Johanning, L./Rudolph, B. (Hrsg.), Handbuch Risikomanagement, Bd. 1, Risikomanagement für Markt-, Kredit- und operative Risken, Uhlenbruch Verlag, Bad Soden/Ts., S. 181-218. - Hendricks, D. (1996): Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data, in: Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review, Vol. 2, No. 1, S. 39-69. - Hull, J. C. (2003): Options, Futures, & other Derivatives, 5th Edition, Prentic-Hall International, Inc. - Jackson, P./Maude, D. J./ Perraudin, W. (1997): Bank Capital and Value at Risk, in: Journal of Derivatives, Vol. 4, No. 3, S. 73-89. - Johanning, L. (1998): Value-at-Risk zur Marktrisikosteuerung und Eigenkapitalallokation, Uhlenbruch Verlag, Bad Soden/Ts. - Johanning, L. (1998b): Zur Eignung des Value-at-Risk als bankaufsichtliches Risikomaß, in: Finanzmarkt und Portfoliomanagement, 12. Jg., 1998, Nr. 3, S. 283-303. - Johanning, L. (2002): Value-at-Risk-Berechnung und Backtesting für DAX-Optionen, ebs-Arbeitspapier, Stand Oktober 2002, Endowed Chair for Asset Management. -Kleebereg, J. M./Schlenger, C. (2000): Value-at-Risk im Asset Management, in: Johanning, L./Rudolph, B. (Hrsg.), Handbuch Risikomanagement, Bd. 2, Risikomanagement für Markt-, Kredit- und operative Risken, Uhlenbruch Verlag, Bad Soden/Ts., S. 973-1013. - Kupiec, P. H./O'Brien, J. M. (1995): Recent Developments in Bank Capital Regulation of Market Risks, Financial and Economics Discussion Series, No. 95-51, Federal Reserve Board, December. - Machina, M. J./Rothschild, M. (1994): Risk, in: The New Palgrave Dictionary of Money and Finance, Newman, P./Milgate, M./Eatwell, J. (Hrsg.), Band 3, Hong Kong, S. 358-362. - Morgan, J. P./ Reuters (1996): RiskMetrics - Technical Document, 4. Auflage, New York.

## Gesetze und Verordnungen

Gesetz über das Kreditwesen (Kreditwesengesetz – KWG) in der Neufassung der Bekanntmachung vom 9. September 1998 (BGBl. I S. 2776), zuletzt geändert durch Artikel 71 des Gesetzes vom 23. Dezember 2003 (BGBl. I S. 2848).

Investmentgesetz in der Beschlussfassung des Finanzausschusses vom 05.11. 2003.

Verordnung über Risikomanagement und Risikomessung beim Einsatz von Derivaten in Sondervermögen nach dem Investmentgesetz (Derivateverordnung – DerivateV) vom 06.02.2004.

#### Zusammenfassung

#### Risikomanagement auf Basis des Value-at-Risk für Investmentfonds

In dem vorliegenden Beitrag wird die Eignung des VaR zur Risikomessung im Kapitalanlagebereich sowie zur Regulierung des Derivateeinsatzes nach der DerivateV untersucht. Die wesentlichen Ergebnisse der Untersuchung sind folgende: Der VaR ist eine relativ einfache und leicht kommunizierbare Risikokennziffer. Problematisch ist aber, dass der VaR nur auf Basis der Anzahl der zu erwartenden Überschreitungen ermittelt wird, die Verlusthöhe jedoch keinen Einfluss auf den Risikowert hat. Nachteilig ist zudem, dass der VaR nur einen einzigen Punkt der Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Marktwertänderungen beschreibt. Die Halteperiode sollte bei der Risikoberechnung mit dem langen Anlagehorizont im Kapitalanlagebereich übereinstimmen, damit eine kurzfristige, möglicherweise kontraproduktive Risikopolitik vermieden wird. Des Weiteren sollte eine einheitliche Haltedauer für die VaR-Berechnung und das Backtesting gewählt werden. Grundsätzlich ist ein geringeres Konfidenzniveau einem höheren vorzuziehen, da dann der VaR genauer geschätzt werden kann. Der historische Betrachtungszeitraum von mindestens einem Jahr muss ferner für den Kapitalanlagebereich als zu kurz angesehen werden. In Beispielrechnungen wird gezeigt, dass der VaR für lange Halteperioden über verschiedene Approximationsgleichungen zwar zum Teil erheblich überschätzt wird, dass aber dadurch eine bessere Abdeckung der tatsächlichen Verluste resultiert. Schließlich kann gezeigt werden, dass die KAGen nach den Vorgaben der DerivateV in erheblichem Umfang in Optionen investieren können, bei bestimmten Marktkonstellationen sogar das gesamte Sondervermögen.

Somit lässt sich das Fazit ziehen, dass der VaR-Ansatz auch für die Zwecke im Kapitalanlagebereich und der DerivateV grundsätzlich sinnvoll eingesetzt werden kann. Da auch jedes andere eindimensionale Risikomesssystem von vergleichbaren Defiziten betroffen ist, besteht die Aufgabe darin, diese Defizite aufzudecken und gegebenenfalls durch begleitende Regeln aufzufangen, beispielsweise durch die Anforderung zur Durchführung von Stresstests.

#### **Summary**

### Risk Management for Investment Funds on a Value-at-Risk (VaR) Basis

The present article analyses the suitability of the value-at-risk (VaR) approach for assessing risks in the field of capital investment as well as for regulating the use of derivatives according to the DerivativeV (method). The most important results of this analysis are as follows: The VaR represents a relatively simple reference number easy to communicate. However, it is problematic that the VaR is only ascertained on the basis of the number of loss-exceeding cases to be expected, whilst the dimension of the amounts lost does not exert any influence on risk values. Another drawback is that the VaR describes just one point in the probability distribution of market value changes. For risk ascertaining purposes, holding periods should take account of the great lengths of time customary in the field of capital investment in order to avoid possibly counter-productive short-term risk management policies. Moreover, uniform holding periods should be used for VaR ascertainment and for backtesting. A lower confidence level is preferable to a higher one, as a matter of principle, for permitting a more accurate estimation of the VaR. An at least one-year period with historical data must also be regarded as too short for the field of capital investment because of its limited historical data base. Model calculations show that, although the VaR pertaining to long holding periods has been substantially overestimated on the basis of various approximation equations, the coverage of real losses has been better as a result. Finally, it is demonstrated that investment management firms can make substantial investments in options and invest even their whole special assets in the case of specific market conditions in accordance with the requirements of the DerivativeV (method).

This permits the conclusion that the VaR approach may also be used for purposes of the capital investment field and that the DerivativeV (method) may be applied in a meaningful manner as a matter of principle. Since all the other unidimensional risk measurement systems are affected by comparable deficits as well, the task is to uncover such deficits and to apply accompanying rules for getting such deficits under control, if appropriate, by requiring stress tests to be made, for instance.

#### Résumé

# Gestion du risque sur la base de la méthode d'évaluation «Value at Risk» pour les fonds de placement

Dans cet article, les auteurs examinent si la méthode d'évaluation de risque du marché «Value at Risk» (VaR) est adéquate pour mesurer les risques dans le domaine des placements et pour réglementer l'utilisation des dérivés selon le décret allemand sur les dérivés (le «DerivateV»). Les résultats principaux de l'analyse sont les suivants: La VaR est un indice de risque relativement simple et facile à communiquer. Le problème est par contre que la VaR n'est déterminée que sur la base du nombre de dépassements attendus, le montant des pertes n'a cependant

pas d'influence sur la valeur du risque. Un autre désavantage est que la VaR ne décrit qu'un seul point des répartitions de probabilités des changements de valeurs de marché. Pour calculer le risque, la période à considérer devrait correspondre à l'horizon à long terme des placements afin d'éviter une politique de risque à court terme qui pourrait être contre-productive. De plus, il faudrait choisir une durée uniforme pour le calcul de la VaR et pour le backtesting. En principe, un niveau de confiance plus faible est préférable à un niveau plus élevé, car, dans ce cas, la VaR peut être estimée avec une plus grande précision. De plus, la période d'au moins un an qui a toujours été prise en compte historiquement pour les placements, est trop courte. A l'aide de différents exemples de calcul, les auteurs montrent que la VaR utilisée pour de longues périodes avec différentes équations d'approximation est en partie fortement surestimée, mais que cela entraîne une meilleure couverture des pertes réelles. Finalement, les auteurs ont pu montrer que les sociétés de placement peuvent investir largement en options en respectant le décret DerivateV, et même que, sous certaines constellations de marché, elles peuvent investir l'ensemble de leur patrimoine («Sondervermögen»).

On peut donc conclure que la VaR peut être aussi en principe utilisée pour les placements et dans le cadre du décret allemand «DerivateV». Comme tout autre système de mesure unidimensionnel de risques est touché par des déficiences comparables, il convient de déceler ces déficiences et, le cas échéant, de les éliminer avec des règles adéquates, par exemple en faisant réaliser des tests de stress.