

## Berichte

### Die Risikoprämie am deutschen Kapitalmarkt\*

Von Alexander Klos, Mannheim

#### I. Einleitung

Langfristig lag die Rendite einer Anlage in ein wohl diversifiziertes Aktienportfolio in der Regel über der Rendite eines Portfolios, welches aus risikolosen Wertpapieren gebildet wurde. Dieses Resultat der empirischen Kapitalmarktforschung ist hinreichend dokumentiert<sup>1</sup> und konsistent mit den Implikationen von Standardbewertungsmodellen. Der Investor muss für die Übernahme der mit der Aktienanlage verbundenen Risiken mit einem höheren erwarteten Ertrag entschädigt werden.

Die Differenz zwischen der erwarteten Rendite einer Aktienanlage und der Rendite einer risikolosen Anleihe wird als Risikoprämie bezeichnet. Nach obiger Intuition sollte die Risikoprämie positiv sein, wobei ihre Höhe jedoch durchaus fraglich ist. Was stellt eine angemessene Entschädigung für das mit der Aktienanlage verbundene Risiko dar? Beispielsweise betrug im Zeitraum von 1889 bis 1978 die Risikoprämie in den USA 6,18% p.a. (*Mehra und Prescott (1985)*). Ist dies der „faire“ Wert?

In einem viel beachteten Aufsatz analysieren *Mehra und Prescott (1985)* das Ausmaß der Risikoprämie. Die beiden Autoren stellen hierbei fest, dass die von einem Standardbewertungsmodell vorhergesagten und

---

\* Diese Arbeit entstand aus der Diplomarbeit „Besteht am deutschen Kapitalmarkt ein Equity Premium Puzzle?“, die am Lehrstuhl für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre und Finanzierung von Wolfgang Bühler an der Universität Mannheim angefertigt wurde. Für viele wertvolle Hinweise während der Erstellung der Diplomarbeit danke ich Gordian Kemen. Martin Weber, einem anonymen Gutachter und den Mitarbeitern des Lehrstuhls für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre und Finanzwirtschaft, insbesondere Bankbetriebslehre, verdanke ich nützliche Kommentare und Anregungen bei der Erstellung der vorliegenden Version.

<sup>1</sup> Bei *Meyer (1999)* findet sich auf den Seiten 3–9 eine Darstellung verschiedener empirischer Studien, die dieses Ergebnis untermauern.

die tatsächlich am amerikanischen Kapitalmarkt realisierten Renditen erheblich differieren. Diese Diskrepanz begründet das Equity Premium Puzzle. Anders formuliert kommen Mehra und Prescott zu dem Schluss, dass die historische Prämie von 6,18 % p.a. nicht „fair“ im Sinne der ökonomischen Standardtheorie sein kann.

Einen anschaulichen Zugang zum Equity Premium Puzzle gewinnt man bei Betrachtung folgender Frage: Wie risikoavers müsste der durchschnittliche Investor sein, damit die vorhergesagten Renditen des Modells den tatsächlich realisierten Renditen entsprechen? Mehra und Prescott kommen zu dem Ergebnis, dass hierzu ein Risikoaversionsparameter von über 50 nötig wäre.<sup>2</sup> Ein solch hoher Wert führt jedoch zu der Intuition zuwiderlaufenden Ergebnissen. Angenommen es existiere eine Lotterie, welche mit Wahrscheinlichkeit 0,5 jeweils zu einem Gewinn von 100 beziehungsweise 50 Geldeinheiten führt (*Mankiw und Zeldes (1991)*). Für einen risikoneutralen Investor liegt das Sicherheitsäquivalent dieser Lotterie bei 75 Geldeinheiten. Hätte der Agent einen Risikoaversionsparameter von 50 und die von Mehra und Prescott angenommene Nutzenfunktion, liegt das Sicherheitsäquivalent bei 50,71 Geldeinheiten, sofern der betrachtete Agent über kein weiteres Vermögen verfügt. Eine solch exzessive Risikoaversion erscheint für einen repräsentativen Agenten am Kapitalmarkt höchst unplausibel.<sup>3</sup>

Nahezu alle Asset-Pricing-Modelle werden empirisch zunächst für den amerikanischen Kapitalmarkt überprüft. Mit Hilfe eines Datensatzes von 1971 bis 1998 wird in dem vorliegenden Beitrag die empirische Validität des Modells für den deutschen Kapitalmarkt untersucht.

Größtes Problem einer Studie für den deutschen Kapitalmarkt ist eine, verglichen mit amerikanischen Standards, mindere Datenqualität der benötigten Konsumdaten. *Meyer (1999)* löst dieses Problem durch die Konstruktion einer geeigneten Schätzgröße. Darauf aufbauend kann er im Wesentlichen die Ergebnisse der amerikanischen Studien für den deut-

---

<sup>2</sup> Unterstellt wurde hierbei eine Nutzenfunktion, die konstante relative Risikoaversion aufweist, vergleiche Kapitel II.

<sup>3</sup> In der Literatur wird der Risikoaversionsparameter auf 1 bis 2 geschätzt. Mehra und Prescott selbst setzen eine vergleichsweise kulante Schranke, dass alle Werte größer 10 für den Aversionsparameter nicht plausibel sind. Zusätzlich wird bei diesem Beispiel nur die Risikoprämie betrachtet und nicht die absolute Höhe der Renditen von risikobehafteter und risikoloser Anlage. Die hohe Risikoaversion führt hier zu unrealistisch hohen absoluten Renditen, was insbesondere in Bezug auf den risikolosen Zinssatz abwegig erscheint. Dieses zusätzliche Problem wird später geeignet berücksichtigt werden, indem nur Szenarien betrachtet werden, innerhalb derer der risikolose Zinssatz 4 % p.a. nicht übersteigt.

schen Kapitalmarkt replizieren. Das Datenproblem soll im Rahmen dieser Studie mit Hilfe von Sensitivitätsanalysen gelöst werden. Bei dieser Vorgehensweise wird zusätzlich überprüft, wie robust die Ergebnisse bezüglich vertretbarer Veränderungen der Inputfaktoren des Modells sind.

Anzumerken ist weiterhin, dass der relativ kurze Betrachtungszeitraum das generelle Problem der Verlässlichkeit von Schätzungen der Risikoprämie verschärft.<sup>4</sup> Erneut erweist sich hier die Zuhilfenahme einer Sensitivitätsanalyse als hilfreich. Ausgehend von den auf Basis der vorliegenden Daten geschätzten Werten werden weitere, nahe bei den geschätzten Parametern liegende Werte miterfasst. Interpretiert man die zunächst geschätzten Werte als Proxy für die „korrekten“ Werte einer längerfristigen Zeitreihe, werden diese im Rahmen der Sensitivitätsanalyse wahrscheinlich ebenfalls analysiert, solange vorausgesetzt wird, dass eine Ausweitung des Analysezeitraums die Charakteristika der Zeitreihe nicht nachhaltig ändert.

Kapitel II. stellt zunächst das Grundmodell kurz vor. Der Schwerpunkt soll dabei auf der Vermittlung von Intuitionen zur Funktionsweise des Modells liegen. Die empirische Studie für Deutschland folgt in Kapitel III. Hier werden insbesondere nationale Probleme diskutiert, die eine rigorose Analyse erschweren. Abschließend wird das Equity Premium Puzzle vor dem Hintergrund des Stands der aktuellen Forschung kurz diskutiert.

## II. Das Equity Premium Puzzle

### 1. Grundlegende Überlegungen zu dem Modell von Mehra und Prescott (1985)<sup>5</sup>

Im Modell agiert ein Investor, welcher die Gesamtheit aller Investoren repräsentiert.<sup>6</sup> Das Ziel des Agenten ist die Nutzenmaximierung und Nutzen stiftet ihm sein Konsum. Hierbei werden die üblichen Annahmen der Nicht-Sättigung und des abnehmenden Grenznutzens getroffen.

Zentraler Bestandteil der Beschreibung der Präferenzen ist die Bereitschaft des Investors zur intertemporalen Substitution. Ist der Agent

<sup>4</sup> In Kapitel IV. wird dieser Punkt noch einmal aufgegriffen werden.

<sup>5</sup> Eine genauere Beschreibung des Modells und die Herleitung der gleichgewichtigen Renditen findet sich in Anhang A.

<sup>6</sup> Man spricht deshalb auch vom repräsentativen Investor.



bereit, eine Konsumeinheit in Periode  $t$  gegen 1,5 Konsumeinheiten in Periode  $t+1$  zu substituieren? Hier ist auch die Verbindung zwischen Kapitalmarkt und Konsummöglichkeiten zu sehen. Ist der Agent bereit, auf eine Konsumeinheit in  $t$  zu verzichten, diese am Kapitalmarkt anzulegen, um dann in Periode  $t+1$  entsprechend der Wertentwicklung seiner Anlage mehr konsumieren zu können?<sup>7</sup>

In der einfachen Form des hier betrachteten Modells bezieht der Investor nur Kapitaleinkommen. Es gibt somit eine Größe, sein gesamtes Vermögen, welches er auf die risikobehaftete und die risikolose Anlage verteilt. Innerhalb des Modellrahmens der vollständigen Märkte ist diese Aussage auch dann korrekt, wenn andere Einkommensquellen existieren. Jede sichere oder riskante Zahlung kann zu einem heute kalkulierbaren Preis gehandelt werden. Folglich ist es erneut möglich, die aggregierte Größe des gesamten Vermögens zu bilden, welche dann Gegenstand der Asset-Allocation-Entscheidung ist. Obige Überlegung zur Bereitschaft der intertemporalen Substitution determiniert somit seine Anlageentscheidung und etwaig notwendige Unterscheidungen zwischen Finanzvermögen und nichthandelbarem Vermögen erübrigen sich.

Formal werden die Präferenzen des Investors durch folgende Nutzenfunktion beschrieben:

$$(II.1) \quad E_t \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \cdot U(c_{t+j}) \right\} \quad \text{mit} \quad U(c_t) = \frac{c_t^{(1-\alpha)} - 1}{1-\alpha}.$$

Eine gängige und realistische Annahme ist Risikoaversion des Investors. Der Grad der Risikoaversion wird mit dem Risikoaversionsparameter  $\alpha$  gemessen.<sup>8</sup> Mit  $\beta$  sei der Diskontierungsfaktor bezeichnet.

In unserer Modellwelt bedeutet Risikoaversion, dass der Agent Schwankungen in seinem Konsum möglichst vermeiden will, also an einer relativ konstanten Entwicklung seines Konsums interessiert ist. Mit Hilfe dieser Eigenschaft lassen sich bereits qualitativ die Renditen im Gleichgewicht vorhersagen. Je größer die Kovarianz zwischen der Wertentwicklung einer Anlage und dem Konsum ist, umso größer sollte die Rendite sein.<sup>9</sup>

<sup>7</sup> Diese Überlegung steht hinter den Gleichungen (A.4) und (A.5) in Anhang A.

<sup>8</sup> Der Risikoaversionsparameter entspricht dem relativen Arrow-Prattschen-Risikoeinstellungsmaß, vergleiche Anhang A. Für eine Diskussion dieser Größe vergleiche *Eisenführ und Weber (1999)*.

Folgende Überlegung erklärt den Sachverhalt (*Cochrane* (2001)). Ein Wertpapier, dessen zukünftige Wertentwicklung positiv mit dem zukünftigen Konsum korreliert ist, stellt für den Investor in dem Sinne eine risikante Anlage dar, dass dieser Vermögensgegenstand genau dann einen geringen Wert aufweist, wenn sein Konsum niedrig ist. Diese Eigenschaft wirkt dem Ziel des Agenten, seinen Konsum zu glätten, entgegen und er verlangt eine größere Risikoprämie, um das Wertpapier zu halten. Umgekehrt gilt, dass ein Wertpapier, welches dem Agenten die Möglichkeit gibt, seinen Konsum zu hedgen, also eine negative Kovarianz zwischen zukünftigem Wert und Konsum aufweist, auch dann gehalten wird, wenn es eine vergleichsweise niedrige Rendite aufweist. Ein Beispiel hierfür wäre eine Versicherung, welche genau dann einen hohen Wert aufweist, wenn der Agent einen größeren Schaden, also einen negativen Konsumschock, erleidet.

Das Modell kann in mehrfacher Hinsicht als stark vereinfachend bezeichnet werden und man könnte fragen, warum es in dieser einfachen Form überhaupt betrachtet werden sollte.<sup>10</sup> Zum einen sind bereits zentrale Konzepte der Finanzierungstheorie in dem Modell integriert. Darüber hinaus können die Ergebnisse als Ausgangspunkt für weiterführende, komplexere Ansätze dienen.<sup>11</sup> Im folgenden Teilabschnitt werden zunächst bestehende Befunde zur empirischen Validität des Modells vorgestellt.

<sup>9</sup> Formal lässt sich diese Beziehung wie folgt herleiten (*Cochrane* (2001)). Löst man Beziehung (A.4) aus Anhang A nach  $p_t^s$  auf, gelangt man nach einigen Umformungen zur Darstellung

$$p_t^s = \frac{\beta \cdot \text{Cov}\left(U'(c_{t+1}); \left(p_{t+1}^s + d_{t+1}\right)\right)}{U'(c_t)} + \beta \cdot E_t\left\{\frac{U'(c_{t+1})}{U'(c_t)}\right\} \cdot E_t\left\{p_{t+1}^s + d_{t+1}\right\}.$$

Durch Einsetzen von (A.5) erhält man:

$$p_t^s = \frac{\beta \cdot \text{Cov}\left(U'(c_{t+1}); \left(p_{t+1}^s + d_{t+1}\right)\right)}{U'(c_t)} + p_t^b \cdot E_t\left\{p_{t+1}^s + d_{t+1}\right\}.$$

Der Grenznutzen fällt per Voraussetzung mit steigendem Konsum und es folgt die Behauptung.

<sup>10</sup> Nahe liegende Erweiterungen sind beispielsweise die Einführung eines nicht-diversifizierbaren Arbeitseinkommensrisikos oder die Modellierung anderer Präferenzstrukturen. Einen Überblick hierzu gibt *Kocherlakota* (1996).

<sup>11</sup> *Mehra* (2003) diskutiert die Relevanz des Puzzles detailliert.

## 2. Empirische Ergebnisse des amerikanischen Kapitalmarkts

Mehra und Prescott verwenden Daten des amerikanischen Kapitalmarkts, um ihr Modell empirisch zu überprüfen. Für den Zeitraum von 1889 bis 1978 berechnen sie eine durchschnittliche reale Rendite von 6,98 % p.a. für den Standard & Poors 500 Index, eine durchschnittliche reale Rendite von 0,80 % p.a. für eine risikolose Anlage (U.S. Treasury Bills) und erhalten somit eine Risikoprämie von 6,18 % p.a.

Um die theoretischen Risikoprämien berechnen zu können, sind zunächst die Rahmenbedingungen der Ökonomie mit Hilfe von Konsumdaten zu spezifizieren.<sup>12</sup> Mehra und Prescott suchen, gegeben diese Werte, nach plausiblen Modellparametern  $\alpha$  und  $\beta$ , um die beobachtete Risikoprämie zu erklären. Sie folgern, dass für  $0 < \alpha \leq 10$  und  $\beta \leq 1$  das Modell eine Risikoprämie von maximal 0,35 % p.a. vorhersagt, solange der risikolose Zinssatz nicht die obere Schranke von 4 % p.a. übersteigt. Die maximale Prämie liegt weit unter der historisch beobachteten. Dies ist die zentrale Aussage des Equity Premium Puzzles. Die historisch beobachtete Risikoprämie kann mit einem Standardbewertungsmodell in quantitativer Hinsicht nicht erklärt werden.

Das hier vorgestellte Modell wird in den folgenden Kapiteln das Grundmodell genannt werden. In dem nächsten Abschnitt soll empirisch geprüft werden, ob auch am deutschen Kapitalmarkt ein Equity Premium Puzzle besteht.

## III. Empirische Studie für den deutschen Kapitalmarkt

Die nachfolgend darzustellende Analyse erfolgt für die Jahre 1971 bis 1998. Hierbei werden ausschließlich inflationsbereinigte und auf ein Jahr bezogene Größen betrachtet. In Abschnitt III.1. werden zunächst Probleme der Berechnung historischer Prämien diskutiert und verschiedene Prämien berechnet. Daran schließt sich die Ermittlung der vom Grundmodell vorhergesagten Risikoprämie an.

---

<sup>12</sup> Vergleiche Anhang B.



## 1. Die historische Risikoprämie am deutschen Kapitalmarkt

### a) Die Problematik der Ermittlung der historischen Prämie

Im Grundmodell hat der repräsentative Agent die Möglichkeit, in eine Aktie und in eine risikolose Anlage zu investieren. Dies wirft die Frage auf, welche historischen Anlagemöglichkeiten am deutschen Kapitalmarkt geeignet sind, die genannten Investitionsmöglichkeiten abzubilden. Mehra und Prescott verwenden in ihrer Studie in Bezug auf die Aktie den Standard & Poors Composite Stock Price Index. In Analogie dazu würden sich die beiden Performanceindizes Deutscher Aktienindex (DAX) und der Composite-Index CDAX anbieten. Der DAX enthält die 30 größten und umsatzstärksten Werte, welche im Amtlichen Handel oder im Geregelten Markt an der Frankfurter Wertpapierbörse notiert werden. Der CDAX „besteht aus allen deutschen Werten des Amtlichen Handels, des Geregelten Marktes und des Neuen Marktes“ (Deutsche Börse AG 2002a, Seite 5). Für den CDAX spricht, dass er mehr Aktienwerte enthält und so eher geeignet erscheint, „die“ Aktie aus dem Grundmodell zu repräsentieren. Da Renditebetrachtungen für den deutschen Kapitalmarkt in letzter Zeit in der Regel anhand des DAX durchgeführt wurden, werden die folgenden Analysen jeweils für den DAX und den CDAX durchgeführt. Diese Vorgehensweise ermöglicht Vergleiche mit anderen Studien.

Eine Besonderheit des deutschen Steuersystems ist bei der Verwendung von Aktienindizes zu beachten. Der inländische einkommensteuerpflichtige Anleger erhält zusätzlich zur Bardividende eine Körperschaftsteuergutschrift. Die Summe dieser beiden Größen wird Bruttodividende genannt. Die Steuergutschrift betrug vor 1994 36 % p.a. und beträgt seit 1994 30 % p.a. der Gesamtdividende. Die Regelung ist seit der Körperschaftsteuerreform im Jahre 1977 in Kraft. Vor dem Hintergrund der Behandlung der Körperschaftsteuer bietet sich folgende Interpretationsmöglichkeit für den aktuellen DAX-Stand an: „Der DAX-Stand kann ... als jeweiliger Wert des Portefeuilles eines inländischen Anlegers interpretiert werden, der am 31.12.1987 1000 DM entsprechend der impliziten Anlagestrategie dieses Index anlegte, von der Bruttodividende, also der Summe aus Bardividende und Körperschaftsteuergutschrift, 36 % p.a. Einkommensteuer bezahlte (30 % p.a. seit 1994) und die nach Steuern verbleibende Dividende sowie alle sonstigen Vermögensvorteile ... seinem Portefeuille hinzufügte.“ (Stehle (1999), Seite 9).

Das Institut für Bank-, Börsen- und Versicherungswesen der Humboldt-Universität zu Berlin stellt freundlicherweise einen Datensatz von realen jährlichen Renditen des DAX zur Verfügung, welche um die obigen Steuerwirkungen bereinigt sind.<sup>13</sup> Bei den Zeitreihen wird ein Steuersatz von 0 % p.a. beziehungsweise von 36 % p.a. unterstellt.<sup>14</sup> Zusätzlich zu dieser Betrachtung wird, um Vollständigkeit zu gewährleisten, eine Risikoprämie auf Basis der unbereinigten DAX-Daten berechnet. Die resultierende Größe kann als Risikoprämie eines ausländischen Investors am deutschen Kapitalmarkt interpretiert werden. Ein ausländischer Investor versteuert seine Gewinne aus der Aktienanlage nicht in Deutschland und kann somit die Körperschaftsteuergutschrift nicht ausnutzen, da er nur die Bardividende erhält. Die vom DAX ausgewiesene Entwicklung entspricht für einen ausländischen Investor der Entwicklung vor heimischen Steuern.

Im Folgenden ist noch ein geeigneter Proxy für die risikolose Anlagemöglichkeit zu determinieren. In diesem Beitrag werden sowohl Risikoprämien mit Hilfe von 3-Monats-Geldmarktzinssätzen als auch mit Hilfe des REXP berechnet. Der wichtigste Grund hierfür ist die Erfassung von Laufzeiteffekten. Bei einer steigenden Zinsstrukturkurve ist mit 3-Monats-Zinssätzen eine geringere Rendite zu erzielen als mit dem REXP, welcher eine durchschnittliche Restlaufzeit von 5,49 Jahren (*Deutsche Börse AG* (2002c)) unterstellt. Bei Verwendung des Rentenindex ergibt sich somit eine entsprechend kleinere Risikoprämie. Unklar ist in diesem Zusammenhang insbesondere die Länge des Anlagehorizontes eines repräsentativen Investors, wobei diese jedoch für die Laufzeit der risikolosen Anlage maßgeblich wäre. Betrachtet man den repräsentativen Investor des Grundmodells, so investiert dieser jeweils für die Länge einer Periode, gegeben jährliche Daten, also für ein Jahr. Aus diesem Blickwinkel liegt die relevante Laufzeit der risikolosen Anlage zwischen den Laufzeiten der beiden präsentierten Alternativen.

Im Folgenden werden weitere Probleme angesprochen, die bei Verwendung einer der beiden Alternativen zur Approximation der risikolosen Anlage beachtet werden sollten. Eine einjährige Anlage zum 3-Monats-Geldmarktzinssatz ist aufgrund einer erforderlichen rollierenden Strategie mit einem Wiederanlagerisiko behaftet. Eine Investition im Januar

<sup>13</sup> Ich möchte mich an dieser Stelle für die Bereitstellung der Daten bedanken. Mein besonderer Dank gilt Anja Schulz für die zügige und freundliche Bearbeitung meiner Anfrage.

<sup>14</sup> Wie bei der Steuerbereinigung vorgegangen wurde, ist ausführlich in *Stehle, Huber und Maier* (1996) beschrieben.



zum 3-Monats-Zinssatz 3 % p.a. birgt das Risiko in sich, dass bis April das Zinsniveau gefallen ist und eine weitere Anlage zum Zinssatz 3 % p.a. nicht mehr möglich ist. Des Weiteren berechnet sich der REXP aus dem Deutschen Rentenindex (REX). Um für Renditevergleiche geeignet zu sein, sollte er prinzipiell nachbildbar sein. Problematisch hieran sind die bei der Replikation des Index anfallenden Transaktionskosten. Diese gehen nicht weiter in die Berechnung des REXP ein. Verursacht werden die Transaktionskosten durch die implizit unterstellte tägliche Reinvestition des durchschnittlichen Jahreskups und durch Umschichtungen zum Ausgleich der Restlaufzeitverkürzung. Problematisch ist ebenso die Verwendung einer Renditestrukturkurve anstatt der Zinsstrukturkurve zur Bewertung der synthetischen Anleihen. Bei steigender Zinsstruktur liegt die Zinsstrukturkurve über der Renditestrukturkurve, während im Falle einer inversen Zinsstruktur der umgekehrte Fall vorliegt. Es existiert somit eine weitere Ungenauigkeit bei der Renditeberechnung. Von den zuletzt genannten Problemen wird bei der Ermittlung historischer Prämien, die im nächsten Teilabschnitt vorgenommen wird, abstrahiert.

#### b) Berechnung der historischen Risikoprämie

Um die Risikoprämie für die Jahre 1971 bis 1998 zu ermitteln, sind in einem ersten Schritt die Renditen des DAX und des CDAX zu berechnen. Ausgangspunkt der Analyse sind die Indexwerte am Ende eines Monats, mit Hilfe derer jährliche Renditen berechnet werden. Die benötigten Daten sind über die Web-Seiten der Deutschen Börse AG frei erhältlich.

Bei der Berechnung der langfristigen Durchschnittsrendite können grundsätzlich zwei Größen unterschieden werden. Es bieten sich das arithmetische Mittel und das geometrische Mittel an. Es lässt sich zeigen, dass das arithmetische Mittel immer größer gleich dem geometrischen Mittel ist. Die beiden Möglichkeiten zur Durchschnittsbildung führen zu umso stärker voneinander abweichenden Ergebnissen, je größer die Schwankungsbreite der betrachteten Werte ist.

Ob das geometrische oder das arithmetische Mittel zur Berechnung der durchschnittlichen realen<sup>15</sup> jährlichen Risikoprämie verwendet werden sollte, hängt von der mit der Berechnung verfolgten Zielsetzung ab. Geht

---

<sup>15</sup> Für die Inflationsbereinigung wurde der Consumer Price Index von Datastream verwendet.

es darum, die langfristige jährliche Überrendite einer Buy-and-Hold-Strategie zu bestimmen, ist das geometrische Mittel zu benutzen. Das Ziel dieser Studie ist zu testen, ob die am deutschen Kapitalmarkt beobachtete Risikoprämie konsistent mit dem Grundmodell ist. Der repräsentative Agent trifft einmal pro Periode  $t$  seine Anlageentscheidung. Ist die Länge dieser Periode ein Jahr, so sind für die Investitionsentscheidung des Agenten die erwarteten Renditen beider Anlagen für das folgende Jahr von Bedeutung. Aus der Sicht des Investors kann das arithmetische Mittel der jährlichen Renditen als Schätzung für die erwartete Rendite über das nächste Zeitintervall interpretiert werden. Diesem Ansatz folgend wird das arithmetische Mittel verwendet. Es ist jedoch darauf hinzuweisen, dass die auf diese Weise berechnete Risikoprämie nicht den Renditevorteil angibt, welchen ein Investor, der sein Geld über den betrachteten Zeitraum in Aktien angelegt hätte, verglichen mit einer relativ risikolosen Anlage, erzielt hätte. Für eine derartige Analyse wäre das geometrische Mittel der jährlichen Rendite die zu betrachtende Größe.

Für den DAX ergibt sich im Zeitraum von 1971 bis 1998 eine reale durchschnittliche Jahresrendite von 7,78 % p.a. im arithmetischen Mittel und 5,40 % p.a. im geometrischen Mittel. Für den CDAX im Zeitraum 1971 bis 1998 ergibt sich auf Basis des arithmetischen Mittels eine reale durchschnittliche Jahresrendite von 9,01 % p.a. und auf Basis des geometrischen Mittels 6,83 % p.a. Die höhere Rendite des CDAX ist aufgrund des für den deutschen Kapitalmarkt dokumentierten Size-Effektes (Stehle (1997)) nicht überraschend.<sup>16</sup> Unterstellt man beim DAX einen Steuersatz von 0 % p.a., so ergibt sich eine reale durchschnittliche Jahresrendite von 11,25 % p.a. (8,59 % p.a. geometrisch) und bei einem unterstellten Steuersatz von 36 % p.a. resultieren 9,66 % p.a. (7,02 % p.a. geometrisch).

In einem nächsten Schritt, sind die 3-Monats-Geldmarktzinssätze des Zeitraums von 1971 bis 1998 zu betrachten. Die Daten sind der Deutschen Anleihe-Datenbank des Lehrstuhls für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre und Finanzierung der Universität Mannheim entnommen.

---

<sup>16</sup> Die höhere Durchschnittsrendite des CDAX ist auf die Entwicklung der 70er- und 80er-Jahre zurückzuführen. In den 90er-Jahren konnte der DAX, außer in den Jahren 1990 und 1994, immer eine höhere Jahresrendite erzielen als der CDAX. Für den Zeitraum von 1990 bis 1998 ergibt sich eine Durchschnittsrendite von 11,54 % p.a. für den DAX und 9,08 % p.a. für den CDAX. Eine interessante Frage ist es, ob dies ein Anzeichen für die Umkehrung des Size-Effektes am deutschen Kapitalmarkt darstellt. Ein Modell, das in der Lage ist, zeitliche Schwankungen des Size-Effektes zu erklären, ist von Barberis und Shleifer (2003) vorgestellt worden.

Zu beachten ist, dass bei einer rollierenden einjährigen Anlagestrategie zum 3-Monats-Zinssatz Zinseszinsseffekte zu berücksichtigen sind. Die einzelnen Daten sind zunächst in den effektiven Zinssatz p. a. umzurechnen, welcher sich ergibt, wenn man einen Anlagebetrag viermal hintereinander zum selben Zinssatz anlegt. Anschließend ist das arithmetische Mittel aus den einzelnen effektiven Zinssätzen zu bilden. Es ergibt sich 2,83 % p. a.<sup>17</sup> Im geometrischen Mittel erhält man 2,81 % p. a. Die beiden Durchschnittswerte weichen nicht so stark voneinander ab, wie dies bei den Aktienindizes der Fall war. Die Ursache hierfür ist die weitaus geringere Standardabweichung der Geldmarktzinssätze.

Ein Szenario, welches im Folgenden betrachtet wird, unterstellt einen Steuersatz von 36 % p. a. aufseiten der Aktien. Hier ist für die risikolose Anlage dieselbe Annahme zu treffen. Die Berücksichtigung von Steuerseffekten bei Verwendung der Geldmarktzinssätze ist mit Hilfe folgender Formel vorgenommen worden:

$$(III.1) \quad r_t^T = \frac{(1 + (1 - \tau_t) \cdot r_t)}{(1 + \pi_t)} - 1.$$

Hierbei bezeichnet  $r_t^T$  die Nach-Steuer-Rendite,  $\tau_t$  den Steuersatz,  $r_t$  die nominelle Rendite vor Steuer und  $\pi_t$  die Inflationsrate in Periode  $t$ . Der relevante Steuersatz beträgt 36 % p. a., es gilt also  $\tau_t = 0,36$  für alle Perioden  $t$ . Es resultiert eine reale Rendite nach Steuer von 0,66 % p. a. im arithmetischen Mittel.

Die Risikoprämie ergibt sich aus der Differenz der durchschnittlichen realen Jahresrenditen von Aktien und einer relativ risikolosen Anlage. Angenähert wird die Aktie durch einen geeigneten Index und letzteres mit Hilfe von 3-Monats-Geldmarktzinssätzen oder dem REXP. Tabelle 1 stellt die Ergebnisse dar.<sup>18</sup>

Bei Betrachtung von Tabelle 1 fällt zunächst auf, dass die Risikoprämie bei einem Steuersatz von 36 % p. a. größer ist als bei vollständiger Steuerbereinigung. Ursache hierfür ist, dass Kapitalerträge der Einkommensteuer unterliegen, Kursgewinne dagegen bei langfristiger Betrachtung

<sup>17</sup> Eine analog zur beschriebenen Vorgehensweise durchgeführte Analyse auf Basis von 1-Monats-Geldmarktzinssätzen ergibt ein arithmetisches Mittel von 2,80 % p. a. für den gleichen Zeitraum. Dies suggeriert, dass die Zinsstrukturkurve in dem hier betrachteten, kurzfristigen Bereich relativ flach war. Die Renditeberechnung des REXP wird zeigen, dass dies bei längerer Laufzeit nicht der Fall ist.

<sup>18</sup> Quelle der REXP-Renditen für beide Steuersätze ist *Stehle* (1999). Bei einem unterstellten Steuersatz von 36 % p. a. beträgt das arithmetische Mittel 1,73 % p. a. im betrachteten Zeitraum. Ohne Steuerwirkungen resultiert 4,37 % p. a.



Tabelle 1

**Risikoprämien für den deutschen Kapitalmarkt im Zeitraum von 1971 bis 1998**

		Approximation der Aktienanlage durch			
		DAX	DAX	DAX	CDAX
		für einen inländischen Investor mit Steuersatz		für einen ausländischen Investor	
		0 % p. a.	36 % p. a.		
Approximation der risikolosen Anlage durch	Geldmarktzinssätze	8,42 % p. a.	9,00 % p. a.	4,95 % p. a.	6,18 % p. a.
	REXP	6,88 % p. a.	7,93 % p. a.	3,41 % p. a.	4,64 % p. a.

tung steuerfrei sind (Stehle (1999)). Die Miteinbeziehung von Steuern hat für die risikolose Anlagemöglichkeit relativ größere negative Auswirkungen. Die Risikoprämien auf Basis des REXP sind erwartungsgemäß geringer als bei Benutzung der Geldmarktzinssätze. Jedoch ergibt sich auch dann, insbesondere in den steuerbereinigten Szenarien, eine stattliche Prämie.

Darüber hinaus sei noch darauf hingewiesen, dass Tabelle 1 keinesfalls den Anspruch erhebt, eine vollständige Auflistung für die Berechnung aller möglichen Risikoprämien zu liefern. Beispielsweise wäre es denkbar, die risikolose Anlage durch die Rendite einer Lebensversicherung zu approximieren.<sup>19</sup>

Wie aus den bisherigen Überlegungen ersichtlich ist, gibt es nicht „die“ Risikoprämie des deutschen Kapitalmarkts. Vielmehr ist eine Berechnung erst möglich, wenn bestimmte Annahmen getroffen worden

<sup>19</sup> Vergleiche Albrecht et al. (1999) für eine empirische Studie zum Rendite- und Risikoprofil der Kapitalanlage der Lebensversicherung.

sind. In diesem Kapitel sind einige der wichtigsten Prämien berechnet worden und die Ergebnisse sind in Tabelle 1 zusammenfassend dargestellt. Die berechneten Werte sollen nun als Vergleichswerte für die theoretische Risikoprämie des Grundmodells dienen.

## 2. Die prognostizierte Risikoprämie des Standardbewertungsmodells

### a) Die Problematik der Konsumdaten

Quelle der für die Studie vorliegenden Konsumdaten ist Datastream. Aufgrund der Annahme des repräsentativen Investors sind auf Basis realer Werte jährliche Konsumwachstumsraten pro Kopf zu bestimmen. Hierzu lagen Jahresendbevölkerungszahlen vom Statistischen Bundesamt vor (*Statistisches Bundesamt* (2000)). Mit Hilfe dieser Daten wurde bei linearer Approximation ein Näherungswert für die Bevölkerungszahl in dem jeweiligen Jahr berechnet.<sup>20</sup>

Bei der Betrachtung der aggregierten Konsumdaten fällt auf, dass im Jahre der deutschen Einheit 1990 eine reale jährliche Wachstumsrate von 20,39 % p. a. zu verzeichnen ist. Dieser starke Konsumsprung wird zwar ins Verhältnis zu der gestiegenen Bevölkerungszahl der Bundesrepublik gesetzt, es ergeben sich aber dennoch Ungenauigkeiten. Die Wiedervereinigung fand im Oktober statt, Daten liegen jedoch nur auf jährlicher Basis vor. Ebenso steht die Bildung des Durchschnitts der Jahresendbevölkerungen von Westdeutschland 1989 und Gesamtdeutschland 1990 einer exakten Erfassung im Wege. Nach der Pro-Kopf-Umrechnung beträgt die reale Wachstumsrate im Jahre 1990 -7,97 % p. a.

Darüber hinaus könnte die deutsche Einheit das Konsumverhalten der Bundesbürger verändert haben. Ob und in welchem Ausmaß die Konsumdaten nach 1990 hierdurch beeinflusst worden sind, kann aufgrund des vorliegenden Datenmaterials nicht geklärt werden. Eine Bereinigung um derartige Einflüsse erscheint ohnehin nicht notwendig. Die deutsche Einheit gehörte in den Neunzigerjahren zu den wirtschaftlichen Rahmenbedingungen, als die Renditen, welche man zu dieser Zeit am Kapitalmarkt beobachtet hat, entstanden. Sie spiegelt sich in den Konsumdaten wider und sollte sich nach der Konzeption des Modells auch auf die gleichgewichtigen Renditen für die beiden Wertpapiere auswirken.

---

<sup>20</sup> So berechnet sich zum Beispiel die Bevölkerungszahl im Jahr 1995 als Mittel der Jahresendbevölkerungen von 1994 und 1995.

Ein größeres Problem ist, dass die vorliegenden Daten die Konsumausgaben erfassen. Relevant wäre hier jedoch nur der Konsum, welcher Nutzen in der jeweiligen Periode stiftet. Dieser Nutzen könnte z.B. aus einem Luxusgut entstehen, welches vor ein paar Jahren gekauft worden ist und für das heute keine Ausgaben mehr anfallen. In Studien des amerikanischen Kapitalmarkts wird deshalb die Zeitreihe der „non-durables and services“ verwendet. Im betrachteten Zeitraum sind in Deutschland keine solche Daten erhoben worden. Meyer (1999) benutzt verschiedene andere Zeitreihen, um approximativ vergleichbare Daten zu generieren. Im Rahmen dieser Studie soll ein anderer Weg beschritten werden. Aufgrund dieser und weiterer Ungenauigkeiten wird die maximal vom Modell vorhergesagte Risikoprämie für verschiedene Kombinationen der relevanten Parameter berechnet.

Ausgangspunkt sollen zunächst die jährlichen Konsumausgaben pro Kopf sein. Für das Jahr 1990 wird obige Bereinigung bezüglich des Einflusses der deutschen Einheit vorgenommen. Die Wachstumsraten nach 1990 bleiben unverändert. Nach der Bereinigung ergibt sich eine durchschnittliche jährliche reale Konsumwachstumsrate von 1,87% p.a. bei einer Standardabweichung von 2,63% p.a. Für die serielle Autokorrelation aufeinander folgender Wachstumsraten ergibt sich der Wert 0,0220. Bei Verwendung der gleichen Notation wie in Anhang A ergibt sich  $\mu = 0,0187$  und  $\delta = 0,0263$ . Der die Übergangsmatrix der Markov-Kette bestimmende Faktor  $\Phi$  ist so zu spezifizieren, dass er die obige Korrelation von 0,0220 widerspiegelt. Es ergibt sich  $\Phi = 0,511$ .<sup>21</sup> Von diesen Werten ausgehend wird anschließend die maximale Risikoprämie für 0,9% p.a.  $\leq \mu \leq 2,4\%$  p.a.<sup>22</sup>, 2,1% p.a.  $\leq \delta \leq 3,1\%$  p.a. und 0,46  $\leq \phi \leq 0,56$  berechnet. Die Werte werden jeweils in 0,1% p.a.- beziehungsweise in 0,01-Schritten variiert.

<sup>21</sup> In dem betrachteten einfachen Fall mit zwei möglichen Wachstumsraten lässt sich die Beziehung zwischen  $\Phi$  und der Autokorrelation aufeinander folgender Wachstumsraten direkt nachrechnen. Es gilt

$$\begin{aligned}\rho(x_t, x_{t-1}) &= \frac{\text{Cov}(x_t, x_{t-1})}{\sigma(x_t) \cdot \sigma(x_{t-1})} = \frac{E(x_t \cdot x_{t-1}) - E(x_t) \cdot E(x_{t-1})}{\sigma(x_t) \cdot \sigma(x_{t-1})} \\ &= \frac{\delta^2 \cdot (2 \cdot \Phi - 1) + (1 + \mu)^2 - (1 + \mu)^2}{\delta^2}\end{aligned}$$

und somit folgt  $\rho(x_t, x_{t-1}) = 2 \cdot \phi - 1$ .

<sup>22</sup> Wenn die Agenten im Zeitablauf über mehr Vermögen verfügen können, werden sie in der Tendenz einen umso größeren Anteil ihres Vermögens in dauerhafte (Luxus-)Güter anlegen. Es ist zu erwarten, dass die Wachstumsrate der Konsumausgaben die relevante Größe überschätzt. Deshalb ist die Schwankungsbreite hier relativ zum Ausgangspunkt nach unten hin größer.



### b) Berechnung der vom Modell vorhergesagten Risikoprämie

Die Ermittlung der theoretischen Risikoprämie wird analog zur Vorgehensweise von Mehra und Prescott in deren Originalstudie durchgeführt.<sup>23</sup> Wir beginnen zunächst mit dem in Kapitel a) definierten Ausgangspunkt und analysieren das Modell für die dort ermittelte fixe Parameterkonstellation.

Die Risikoprämie hängt bei gegebenen  $\mu$ ,  $\delta$  und  $\Phi$  nur noch von  $\alpha$  und  $\beta$  ab. Abbildung 1 stellt den Zusammenhang grafisch dar.

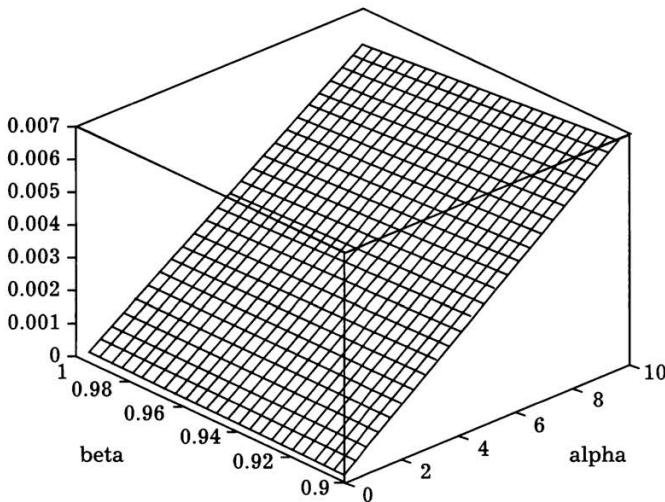


Abbildung 1: Risikoprämie in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $\beta$

Die folgende Tabelle verdeutlicht beispielhaft, welche Risikoprämie sich bei verschiedenen Werten für  $\alpha$  und  $\beta$  ergibt. Vertikal werden dabei die Werte für  $\alpha$  variiert und horizontal die für  $\beta$ . Die in Klammern angegebenen Prozentzahlen entsprechen dem vom Modell vorhergesagten risikolosen Zinssatz.

Bereits anhand dieser Wertetabelle erkennt man, dass für plausible Modellparameter  $\alpha$  und  $\beta$  die vorhergesagte Risikoprämie nur einen sehr

<sup>23</sup> Vergleiche Kapitel II. und Anhang B.

Tabelle 2

**Vom Modell vorhergesagte Risikoprämie in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $\beta$**

	$\beta = 1$	$\beta = 0,98$	$\beta = 0,95$	$\beta = 0,9$
$\alpha = 0,5$	0,03 % (0,90 %)	0,03 % (2,96 %)	0,04 % (6,21 %)	0,04 % (12,11 %)
$\alpha = 2$	0,13 % (3,55 %)	0,14 % (5,67 %)	0,14 % (9,00 %)	0,15 % (15,06 %)
$\alpha = 5$	0,33 % (8,58 %)	0,34 % (10,79 %)	0,35 % (14,29 %)	0,37 % (20,65 %)
$\alpha = 10$	0,63 % (15,99 %)	0,64 % (18,36 %)	0,67 % (22,09 %)	0,71 % (28,88 %)
$\alpha = 50$	1,19 % (26,61 %)	1,25 % (29,19 %)	1,34 % (33,27 %)	1,51 % (40,68 %)

kleinen Wert annimmt. Selbst unter der unrealistischen Annahme, dass der repräsentative Agent durch die Werte  $\alpha = 50$  und  $\beta = 0,9$  beschrieben werden kann, ergibt sich eine Risikoprämie, welche nicht die in Tabelle 1 aufgeführten historischen Prämien erreicht. Setzt man wie Mehra und Prescott die Schranken  $\alpha \leq 10$  und  $\beta \leq 1$ , beträgt die maximal erreichbare Risikoprämie für den deutschen Kapitalmarkt 0,15 % p.a., solange der risikolose Zinssatz 4 % p.a. nicht übersteigt.

Wie lässt sich erklären, dass die maximale Risikoprämie deutlich kleiner ist als 0,35 % p.a., welche Mehra und Prescott anhand amerikanischer Daten berechneten? In dem Modell bezieht der repräsentative Agent nur Kapitaleinkommen. Schwankungen in seinem Einkommen, und damit in seinem Konsum, resultieren folglich aus Schwankungen am Aktienmarkt. Die geringe Standardabweichung der Wachstumsraten des Konsums impliziert somit eine geringe Standardabweichung der Aktienrenditen. Anders formuliert sind Aktien infolge einer glatten Konsumentwicklung in der betrachteten Modellwelt nur in sehr geringem Maße riskant, und wo nur ein minimales Risiko besteht, braucht es auch der risikoaverse Investor nicht zu scheuen. Eine hohe Prämie ist dann selbst bei exzessiv hohem  $\alpha$  nicht gerechtfertigt.<sup>24</sup>

<sup>24</sup> Folgende Interpretation kann alternativ verwendet werden, beschreibt jedoch denselben Sachverhalt. Eine geringe Standardabweichung der Konsumwachstumsraten impliziert eine geringe Kovarianz zwischen zukünftigem Konsum und zukünftigem Wert der Aktie. Folglich ergibt sich eine vergleichsweise niedrige Rendite für das risikobehaftete Wertpapier und eine entsprechend niedrige Risikoprämie (vergleiche Kapitel II.).

Die Ergebnisse führen zu folgenden Schlussfolgerungen. Erstens, am deutschen Kapitalmarkt besteht ein Equity Premium Puzzle und ein Risk-Free-Rate Puzzle. Letztere Bezeichnung beschreibt den Sachverhalt, dass es mit Hilfe eines Standardbewertungsmodells nicht möglich ist, den niedrigen historischen risikolosen Zinssatz vorherzusagen. Zweitens lässt sich festhalten, dass das Equity Premium Puzzle und das Risk-Free-Rate Puzzle keine getrennt zu lösenden Probleme sind (Weil (1989)). Spezifiziert man  $\alpha$  und  $\beta$  so, dass eine realistische Risikoprämie vom Modell vorhergesagt wird, steigt der risikolose Zinssatz auf eine teilweise absurde Höhe. Umgekehrt erhält man bei einem risikolosen Zinssatz, welcher sich nahe bei den historischen Werten befindet, eine verschwindend kleine Risikoprämie. Ursache hierfür ist die dann notwendige geringe Risikoaversion des repräsentativen Investors. Die Betrachtung verdeutlicht, dass das Equity Premium Puzzle nur zu lösen ist, wenn das Risk-Free-Rate Puzzle simultan gelöst wird.

Obige Analyse hat jedoch nur exemplarischen Charakter. Wie bereits angesprochen wurde, dürften die verwendeten Konsumparameter nicht die tatsächlich relevanten sein. Für die in Kapitel a) genannte Parameterkombination wird daher eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt. Die maximal erreichbare Risikoprämie für sämtliche Werte innerhalb der angegebenen Grenzen liegt bei 1,56 % p.a., wobei hier wie im Folgenden garantiert bleibt, dass der risikolose Zinssatz kleiner gleich 4 % p.a. ist. Das Maximum wird bei  $\mu = 0,9\%$  p.a.,  $\delta = 3,1\%$  p.a. und  $\phi = 0,46$  erreicht. Aufgrund der relativ weiten Intervalle ist anzunehmen, dass die „richtige“ Konsumparameterkombination mit erfasst wurde. Eine höhere Risikoprämie als 1,56 % p.a. lässt sich innerhalb des Grundmodells nicht konstruieren. Es ist stattdessen wahrscheinlich, dass der „wahre“ Wert geringer ist.

Erwartungsgemäß wirkt sich ein engeres Intervall für die Standardabweichung  $\delta$  negativ auf die maximale Prämie aus. Bei der Verwendung der Restriktion  $2,4\% \text{ p.a.} \leq \delta \leq 2,8\% \text{ p.a.}$  kann nur noch eine Risikoprämie von 0,8 % p.a. erzielt werden. Vergleichbares gilt für die Wachstumsrate  $\mu$ . Engt man bei der Intervallkombination aus a) das entsprechende Intervall auf  $1,3\% \text{ p.a.} \leq \mu \leq 2\% \text{ p.a.}$  ein, ergibt sich 0,36 % p.a. als maximale Risikoprämie. Wie intuitiv zu vermuten war, sind gleichzeitig eine niedrige Wachstumsrate und eine hohe Standardabweichung nötig, um eine Risikoprämie größer 1 % p.a. zu implizieren.

Variationen des Autokorrelationsparameters  $\phi$  sind dagegen von geringerer Bedeutung. Das engere Intervall  $0,49 \leq \phi \leq 0,51$  führt zu einer maximalen Risikoprämie in Höhe von 1,12 % p.a. Je negativer die Autokor-



relation, umso weniger stark schwanken die Konsummöglichkeiten und umso geringer ist die prognostizierte Risikoprämie.

Es ist also intuitiv nicht überraschend, dass die maximale Risikoprämie – gegeben die gesetzten Schranken aus a) – bei  $\mu = 0,9\%$  p.a.,  $\delta = 3,1\%$  p.a. und  $\phi = 0,46$  liegt, also bei den geringstmöglichen  $\mu$  und  $\phi$ , sowie dem höchstmöglichen  $\delta$ .

#### IV. Diskussion

Dieser Artikel liefert weitere Evidenz für die Existenz eines Equity Premium Puzzles am deutschen Kapitalmarkt und die generelle Robustheit des Puzzles gegenüber vertretbaren Veränderungen der Inputparameter. Ausgehend von Konsumdaten werden theoretische Risikoprämien für verschiedene Konsumparameterkombinationen berechnet. Diese sind weitaus geringer als die historisch beobachteten. Die historische Prämie kann bei plausibler Risikoaversion der Marktteilnehmer und einem risikolosen Zinssatz kleiner als 4 % p.a. nicht erklärt werden.

Eine weitere Frage ist, ob das Puzzle überhaupt derart drastisch ist, wie es die hier dargestellte Evidenz impliziert. Bei dem Nachweis des Equity Premium Puzzles wird rationale Erwartung unterstellt, also sind für den Investor die erwarteten Renditen seiner Anlagen entscheidend. Die erwarteten Größen werden hier mit den tatsächlich realisierten gleichgesetzt. Man könnte argumentieren, dass die am Kapitalmarkt operierenden Anleger wesentlich geringere Renditen erwartet haben, oder um es anders auszudrücken: „If people expected these mean returns, then we face a tremendous challenge of explaining why people did not buy more stocks. This is the basic assumption and challenge of the equity premium puzzle.“ (*Cochrane* (2001), Seite 465)

War es für amerikanische Investoren nach dem zweiten Weltkrieg absehbar, dass die durchschnittliche jährliche Risikoprämie derart stattdich ausfallen würde? War es für einen am deutschen Kapitalmarkt engagierten Investor Anfang 1971 antizipierbar, dass in den nächsten 28 Jahren sich eine durchschnittliche Risikoprämie von 7,93 % p.a. ergeben würde?<sup>25</sup> Erwartet wurde ein geringerer Wert und dies dürfte einer der Gründe für ein im Aggregat verhaltenes Aktienengagement sein.

---

<sup>25</sup> Vorausgesetzt, es handelt sich um einen inländischen Investor mit Steuersatz 36 % p.a., die risikolose Anlage wird durch den REXP approximiert und die Rendite einer Aktienanlage wird mit Hilfe des DAX berechnet; vergleiche Tabelle 1.

Einige Autoren argumentieren zudem, dass die hohen Risikoprämien der letzten 50 Jahre im Wesentlichen auf „good luck“ zurückzuführen sind. Vor dem Zweiten Weltkrieg lagen die Prämien zwischen 4 % p.a. und 5 % p.a. in den USA und es ist denkbar (und unter Zuhilfenahme von etwas Statistik auch nicht gänzlich unwahrscheinlich)<sup>26</sup>, dass die „wahre“ Risikoprämie geringer ist als die berechneten Durchschnittswerte. Ein vorhandener Survival Bias (*Brown, Goetzmann und Ross (1995)*) und die in jüngster Zeit anwachsende Literatur zur Schätzung der Risikoprämie anhand von Analystenprognosen (z.B. *Claus und Thomas (2001)*) oder von Dividenden- und Gewinnwachstumsraten (*Fama und French (2002)*) unterstützen diese These.

Von einen theoretischen Standpunkt ausgehend, suggerieren die bisherigen Erkenntnisse zur Höhe der Risikoprämie, dass ein wichtiger Beitrag zur Lösung des Puzzles außerhalb der einfachen Modellwelt von Mehra und Prescott zu suchen ist. In der Literatur findet sich eine Vielzahl von Erklärungsansätzen zum Equity Premium Puzzle. Die Ansätze können grob danach unterteilt werden, ob in ihnen die Annahme des vollkommen rationalen Investors aufrechterhalten worden ist. Zwei interessante Modelle, bei denen dies der Fall ist, sind *Campbell und Cochrane (1999)* und *Constantinides, Donaldson und Mehra (2002)*. Bei *Kocherlakota (1996)*, *Cochrane (1997)* sowie *Mehra und Prescott (2003)* finden sich Literaturüberblicke zu derartigen Ansätzen. Verhaltenswissenschaftlich fundierte Ansätze unterscheiden sich von den bisher genannten durch die Aufgabe des Postulats des homo oeconomicus. Stattdessen werden hier von der psychologischen und entscheidungstheoretischen Forschung aufgedeckte systematische Abweichungen vom rationalen Verhalten in die Betrachtungen integriert. Hierbei wird implizit angenommen, dass sich die auf individueller Ebene dokumentierten Abweichungen auf Marktgrößen auswirken. Die wichtigsten Ansätze sind *Benartzi und Thaler (1995)* und *Barberis, Huang und Santos (2001)*. *Klos und Weber (2000)* fassen die grundlegenden Ideen zusammen.

---

<sup>26</sup> Das folgende Beispiel ist aus *Cochrane (1997)* entnommen. Schätzt man mit Hilfe eines 50-jährigen Datensatzes die durchschnittliche Risikoprämie, wobei die Volatilität dieser Größe 17 % p.a. beträgt, so beträgt der Standardfehler  $\sigma/\sqrt{T} = 2,4\%$  p.a. Hieraus folgt bei einer ermittelten Prämie von 8 % p.a., dass die „wahre“ Risikoprämie mit 95 % Sicherheit zwischen 3 % p.a. und 13 % p.a. liegt.

## Anhang A

## Das Modell von Mehra und Prescott (1985)

Bei dem verwendeten Modell handelt es sich um eine reine Tauschökonomie, wie sie in vergleichbarer Form zuerst von *Lucas* (1978) vorgestellt wurde. Es wird angenommen, dass ein nicht lagerfähiges Gut existiert, welches als Konsum- und Investitionsgut dient. Der Firmensektor der Ökonomie wird durch ein einzelnes Produktionsunternehmen repräsentiert. Es existiert eine Aktie, welche Anteile an der Produktionstechnologie darstellt. Der Output einer Periode  $t$  sei mit  $y_t$  bezeichnet.  $y_t$  wird am Ende einer Periode komplett als Dividende  $d_t$  ausgeschüttet, es gilt also  $y_t = d_t$  für alle  $t \in [0; \infty]$ . Weiterhin sei angenommen, dass die Wachstumsraten der Produktion  $x_{t+1} := y_{t+1}/y_t$  einer ergodischen Markov-Kette mit Übergangswahrscheinlichkeiten  $\Phi_{ij} := \text{Prob}\{x_{t+1} = \lambda_j \mid x_t = \lambda_i\}$  folgen.  $\Phi_{ij}$  gibt die bedingte Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Produktion in der folgenden Periode mit Rate  $\lambda_j$  wächst, wenn sie in Periode  $t$  mit der Wachstumsrate  $\lambda_i$  gewachsen ist. Es wird angenommen, dass  $n$  mögliche Wachstumsraten  $\lambda_i$  eintreten können und es gilt  $\lambda_i > 0$  für alle  $i \in [1; n]$  sowie  $y_0 > 0$ . In der Ökonomie gibt es weiter einen unendlich lange lebenden repräsentativen Agenten. Dieser maximiert seinen Nutzen

$$(A.1) \quad E_t \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \cdot U(c_{t+j}) \right\} \quad \text{mit} \quad U(c_t) = \frac{c_t^{(1-\alpha)} - 1}{1-\alpha}.$$

Hierbei sei  $\beta$  der subjektive Diskontierungsfaktor und es gilt  $0 < \beta \leq 1$ . Für das relative Arrow-Prattsche-Risikoeinstellungsmaß ergibt sich  $-U''(c_t)/U'(c_t) \cdot c_t = \alpha$ .  $\alpha$  misst die Risikoeinstellung des Agenten und wird daher auch Risikoavversionsparameter genannt. Aufgrund der Beziehung  $\lim_{\alpha \rightarrow 1} U(c_t) = \ln(c_t)$  ist  $U(c_t)$  für  $\alpha = 1$  als Logarithmusfunktion definiert.

Der Agent hat die Möglichkeit, außer in die Aktie, in ein risikoloses Wertpapier zu investieren, welches in  $t$  zum Preis  $p_t^b$  gekauft werden kann und in Periode  $t+1$  eine sichere Zahlung von 1 Einheit des Gutes garantiert. Folgende Budgetrestriktion ist daher relevant:

$$(A.2) \quad c_t + s_t \cdot p_t^s + b_t \cdot p_t^b \leq b_{t-1} + s_{t-1} \cdot (p_t^s + d_t).$$

$p_t^s$  bezeichnet den Preis der Aktie in Periode  $t$ ,  $s_t$  und  $b_t$  die Anzahl der Güter, welche in Periode  $t$  jeweils in die Aktie beziehungsweise in die risikolose Anlage investiert werden. Das Maximierungsproblem des Agenten in Periode  $t$  lässt sich dann wie folgt darstellen:



$$(A.3) \quad \begin{aligned} & \max_{s_t, b_t} E_t \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \cdot U(c_{t+j}) \right\} \quad \text{u. d. N.} \\ & c_t + s_t \cdot p_t^s + b_t \cdot p_t^b \leq b_{t-1} + s_{t-1} \cdot (p_t^s + d_t). \end{aligned}$$

Die Durchführung der Optimierungsprozedur ergibt die Bedingungen erster Ordnung bezüglich der Aktie

$$(A.4) \quad U'(c_t) \cdot p_t^s = \beta \cdot E_t \left\{ U'(c_{t+1}) \cdot (p_{t+1}^s + d_{t+1}) \right\}$$

und bezüglich der risikolosen Anlage

$$(A.5) \quad U'(c_t) \cdot p_t^b = \beta \cdot E_t \{ U'(c_{t+1}) \}.$$

Die ökonomische Interpretation der Optimalitätsbedingungen (A.4) und (A.5) sei am Beispiel von Beziehung (A.4) erläutert. Die linke Seite der Gleichung gibt den Nutzenverlust an, welcher dem Agenten entsteht, wenn er auf eine marginale Einheit Konsum heute verzichtet, um diese am Kapitalmarkt anzulegen. Die rechte Seite gibt den diskontierten erwarteten zukünftigen Nutzen an, den der Agent dadurch erzielt, dass er in der nächsten Periode entsprechend der Wertentwicklung seiner Anlage mehr konsumieren kann. Bei Gleichheit maximiert der Agent seinen Nutzen bezüglich der Anlageentscheidung in Aktien. Wäre zum Beispiel der heutige Nutzenverlust geringer als der diskontierte erwartete zukünftige Nutzengewinn, so würde der Agent seinen Gesamtnutzen erhöhen können, indem er auf heutigen Konsum verzichtet und stattdessen in die Aktie investiert. Die Interpretation von (A.5) ist analog vorzunehmen.

Das Gleichgewicht der Ökonomie wird durch das optimale Verhalten des Agenten sowie durch Markträumung auf allen Märkten beschrieben. Es müssen neben den Bedingungen (A.4) und (A.5) zusätzlich die folgenden Markträumungsbedingungen erfüllt sein:

$$(A.6) \quad c_t = y_t, \quad s_t = 1, \quad b_t = 0.$$

Sei nun  $\pi \in R^n$  der Vektor der stationären Wahrscheinlichkeiten der Markov-Kette in  $t$ . Diese existieren, da die Markov-Kette ergodisch ist.  $\pi$  ist Lösung des Gleichungssystems

$$\pi = \Phi^T \cdot \pi \quad \text{mit} \quad \sum_{j=1}^n \pi_j = 1 \quad \text{und} \quad \Phi^T = \{ \Phi_{ji} \}.$$

Die erwarteten Renditen ergeben sich dann zu

$$(A.14) \quad R^s = \sum_{i=1}^n \pi_i \cdot R_i^s \quad \text{und} \quad R^b = \sum_{i=1}^n \pi_i \cdot R_i^b.$$

Mit  $R_i^s := \sum_{j=1}^n \Phi_{ij} \cdot \frac{\lambda_j \cdot (w_j + 1)}{w_i} - 1$  und  $R_i^b := \frac{1}{p_i^b} - 1$  sind die erwarteten Renditen der Aktie und der risikolosen Anlage bezeichnet, wenn die Ökonomie zur Zeit mit der Wachstumsrate  $\lambda_i$  wächst. Die komplette Herleitung findet sich bei *Mehra und Prescott (1985)*; dort sind auch die Konstanten  $w_i$  und  $w_j$  definiert.

## Anhang B

Die Wachstumsraten der Produktion folgen einer ergodischen Markov-Kette. Mehra und Prescott nahmen folgende mögliche Parameter an:

$$(B.1) \quad \begin{aligned} \lambda_1 &= 1 + \mu + \delta; & \lambda_2 &= 1 + \mu - \delta \\ \Phi_{11} &= \Phi_{22} = \Phi; & \Phi_{12} &= \Phi_{21} = (1 - \Phi) \end{aligned}$$

Mit  $\mu$  ist die durchschnittliche Wachstumsrate der Produktion bezeichnet,  $\delta$  dient zur Erfassung der Schwankungsbreite und  $\Phi$  um Korrelationen zwischen zwei aufeinander folgenden Wachstumsraten ins Modell zu integrieren. Es ist zu beachten, dass  $\Phi$  nur zur Korrelationserfassung benutzt wird und nicht die Korrelation selbst oder die Kovarianz darstellt. Würde man zum Beispiel  $\Phi = 0,5$  wählen, so wäre Unabhängigkeit unterstellt. Je kleiner man  $\Phi$  wählt, umso mehr modelliert man eine negative Korrelation zwischen aufeinander folgenden Wachstumsraten.<sup>27</sup>

Die Parameter wurden anhand von Konsumdaten für den betrachteten Zeitraum bestimmt.<sup>28</sup> Es ergaben sich die Werte  $\mu = 0,018$ ,  $\delta = 0,036$  und  $\Phi = 0,43$ .

<sup>27</sup> Dieser Zusammenhang sei an einem Beispiel verdeutlicht. Angenommen  $\Phi$  wäre 0,4 und die Ökonomie würde zur Zeit mit  $\lambda_1$  wachsen. Dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Ökonomie in der Folgeperiode noch einmal mit  $\lambda_1$  wächst, kleiner (0,4) als dafür, dass Wachstumsrate  $\lambda_2$  eintritt (0,6).

<sup>28</sup> Im Optimum gilt  $y_t = c_t$  für alle  $t$  (vergleiche Gleichung A.6). Die Parameter der Markov-Kette für die Wachstumsraten der Produktion können daher anhand von Konsumdaten bestimmt werden.

## Literatur

Albrecht, Peter/Maurer, Raimond/Schradin, Heinrich (1999): Die Kapitalanlageperformance der Lebensversicherer im Vergleich zur Fondsanlage unter Rendite- und Risikoaspekten, Verlag Versicherungswirtschaft, Karlsruhe. – Barberis, Nicholas/Huang, Ming/Santos, Tano (2001): Prospect theory and asset prices, *Quarterly Journal of Economics*, 116, 1–53. – Barberis, Nicholas/Shleifer, Andrei (2003): Style investing, *Journal of Financial Economics* (in Druck). – Benartzi, Shlomo/Thaler, Richard (1995): Myopic loss aversion and the equity premium puzzle, *Quarterly Journal of Economics*, 110, 75–92. – Brown, Stephen/Goetzmann, William/Ross, Stephen (1995): Survival, *Journal of Finance*, 50, 853–873. – Campbell, John/Cochrane, John (1999): By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior, *Journal of Political Economy*, 107, 205–251. – Claus, James/Thomas, Jacob (2001): Equity premium as low as three percent: Evidence from analyst' earnings forecasts for domestic and international stock markets, *Journal of Finance*, 56, 1629–1666. – Cochrane, John (1997): Where is the market going? Uncertain facts and novel theories, *Economic Perspectives*, Federal Reserve Bank of Chicago, 21, 3–37. – Cochrane, John (2001): *Asset Pricing*, Princeton University Press, Princeton. – Constantinides, George/Donaldson, John/Mehra, Rajnish (2002): Junior can't borrow: A new perspective on the equity premium puzzle, *Quarterly Journal of Economics*, 117, 269–296. – Deutsche Börse AG (2002a): Leitfaden zu den Aktienindizes der Deutschen Börse, Frankfurt am Main. – Deutsche Börse AG (2002b): Deutscher Rentenindex REX, Frankfurt am Main. – Deutsche Börse AG (2002c): REX Performanceindex REXP, Frankfurt am Main. – Eisenführ, Franz/Weber, Martin (1999): *Rationales Entscheiden*, 3. Auflage, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg. – Fama, Gene/French, Kenneth (2002): The equity premium, *Journal of Finance*, 57, 637–659. – Klos, Alexander/Weber, Martin (2000): Das Equity Premium Puzzle – Läßt sich mit Aktien in Zukunft „zu viel“ Geld verdienen?, *Forschungsberichte für die Praxis*, Band 10, Lehrstuhl für ABWL und Finanzwirtschaft, insbesondere Bankbetriebslehre, Universität Mannheim. – Kocherlakota, Narayana (1996): The equity premium: It's still a puzzle, *Journal of Economic Literature*, 34, 42–71. – Lucas, Robert Jr. (1978): Asset prices in an exchange economy, *Econometrica*, 46, 1429–1445. – Mankiw, Gregory/Zeldes, Stephen (1991): The consumption of stockholders and nonstockholders, *Journal of Financial Economics*, 29, 97–112. – Mehra, Rajnish (2003): The equity premium: Why is it a puzzle?, *Financial Analysts Journal*, 59, 54–69. – Mehra, Rajnish/Prescott, Edward (1985): The equity premium: A puzzle, *Journal of Monetary Economics*, 15, 145–161. – Mehra, Rajnish/Prescott, Edward (2003): The equity premium in retrospect, erscheint in: Constantinides, George, Harris, Milton und Stulz, René (Hrsg.): *Handbook of the Economics of Finance*, Elsevier/North-Holland, Amsterdam. – Meyer, Bernd (1999): *Intertemporal asset pricing*, Physica-Verlag, Heidelberg. – Statistisches Bundesamt (2000): *Bevölkerung – Bevölkerungsfortschreibung (Zeitreihen ab 1950)*, Wiesbaden. – Stehle, Richard (1997): Der Size-Effekt am deutschen Aktienmarkt, *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft*, 3/97, 237–260. – Stehle, Richard (1999): Renditevergleich von Aktien und festverzinslichen Wertpapieren auf Basis des DAX und des REXP, Working Paper, Humboldt-Universität Berlin. – Stehle, Richard/Huber, Rainer/Maier, Jürgen (1996): Rückberechnung des DAX für die Jahre 1955 bis 1987, *Kredit und Kapital*, 2/96, 277–304. – Weil, Philippe (1989): The equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle, *Journal of Monetary Economics*, 24, 401–421.



## Zusammenfassung

### Die Risikoprämie am deutschen Kapitalmarkt

In diesem Beitrag wird die Höhe der Risikoprämie am deutschen Kapitalmarkt thematisiert. Hierbei wird zunächst auf Probleme bei der Berechnung von historischen Prämien eingegangen. Die Diskussion nationaler Faktoren, die die Kalkulation erschweren, steht im Vordergrund. Das konsumbasierte Standardbewertungsmodell von Mehra und Prescott (1985) ist Ausgangspunkt der Diskussion des Equity Premium Puzzles. Eines der Ziele der Studie ist die Berechnung der vom Modell vorhergesagten Risikoprämie. Die Kalkulation bedingt die Existenz geeigneter Konsumdaten, die in der benötigten Form in Deutschland nicht in ausreichendem Maße vorliegen. In einer Sensitivitätsanalyse wird daher ausgehend von Schätzwerten die Risikoprämie für verschiedene Konsumparameterkombinationen berechnet. (JEL G12)

## Summary

### The Equity Premium in the German Capital Market

This article focuses on the equity premium level in the German capital market. It initially discusses the problems pertaining to historical equity premium calculations. The discussion of national factors rendering such calculation more difficult is the focus of attention. The Mehra and Prescott (1985) standard evaluation model based on consumption data is the starting basis of the discussion of the Equity Premium Puzzle. One of the study's aims is to calculate the equity premium predicted by the model. Such calculation presupposes the existence of appropriate consumption data that are, however, not adequately available in the required form in Germany. A sensitivity analysis using estimates therefor has been used for calculating the equity premiums for a variety of consumption parameter combinations.

## Résumé

### La prime de risque sur le marché allemand des capitaux

Cet article discute du montant de la prime de risque sur le marché allemand des capitaux. L'auteur examine tout d'abord les problèmes de calcul des primes historiques. Au premier plan se situe la discussion des facteurs nationaux qui compliquent le calcul. Le modèle d'évaluation standard basé sur la consommation de Mehra et Prescott (1985) constitue le point de départ de la discussion de l'Equity Premium Puzzle. Un des objectifs de l'étude est de calculer la prime de risque prévue par le modèle. Le calcul nécessite l'existence de données de consommation adéquates, qui n'existent pas suffisamment en Allemagne sous la forme requise. C'est pourquoi, la prime de risque est calculée sur base d'estimations pour différentes combinaisons de paramètres de consommation dans une analyse de sensibilité.