

# Die optimale Höhe eines Kontokorrentkredites

Von Bernd Schiemenz, Marburg

## 1. Problemstellung

Wir *unterstellen*: Der Bestand zu Beginn ( $t = 0$ ) einer Periode sowie Zeitpunkte und Höhe der Zahlungsein- und -ausgänge eines Bankkontos seien bekannt, so daß sich der zeitliche Verlauf des Guthabens (das auch negativ sein kann) für die Periode  $T$  angeben läßt. Ein beliebiger Verlauf ist in Abb. 1 dargestellt.

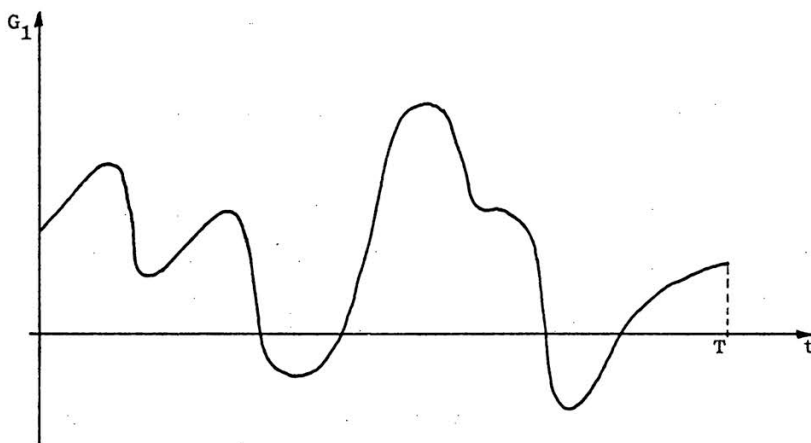


Abb. 1: Beispiel für den zeitlichen Verlauf eines Bankguthabens

Wir *fragen*, ob durch Abhebung und längerfristige Anlage eines zusätzlichen Betrages  $\Delta K$ , Beantragung einer Erhöhung des Kontokorrentkredites um den gleichen Betrag und dessen Inanspruchnahme in den Periodenabschnitten besonderen Geldbedarfs eine Ertragserhöhung erzielbar ist, und welcher Betrag  $\Delta K_{\text{opt}}$  bzw. welche Höhe  $K_{\text{opt}}$  des Gesamtkredites zum Zeitpunkt maximalen Kreditbedarfes gegebenenfalls eine Ertragsmaximierung bewirkt.

## 2. Allgemeine graphische Lösung der Problemstellung

Abhebung eines Betrages  $\Delta K$  und entsprechend höhere Kreditaufnahme zu den Zeiten besonderen Geldbedarfes führen zu einer Verringerung des Guthabens auf

$$G_2(t) = G_1(t) - \Delta K \quad (\text{siehe Abb. 2}).$$

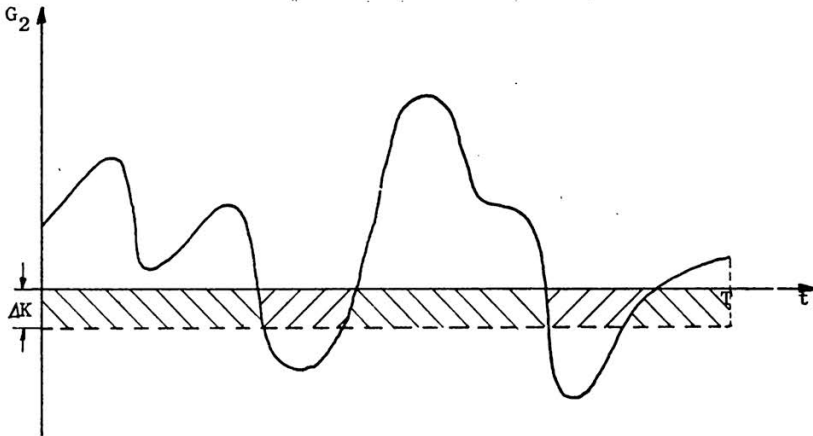


Abb. 2: Auswirkungen einer zusätzlichen Abhebung  $\Delta K$  zum Zeitpunkt  $t = 0$

Diese Verschiebung bewirkt folgende Änderungen des Ertrages<sup>1</sup>:

a) Der Betrag  $\Delta K$  steht während des  $T$  Zeiteinheiten umfassenden Planungszeitraumes für eine anderweitige Verwendung zur Verfügung. Er kann z. B. zur Verringerung eines ständig in Anspruch genommenen Kredits, zur Ausnutzung von Skonti, zum Kauf von Wertpapieren o. a.

<sup>1</sup> Bei den folgenden Überlegungen wird davon ausgegangen, daß entweder Zinserträge und Kreditkosten erst am Ende des Planungszeitraumes gutgeschrieben bzw. belastet werden, oder daß sie zwar während des Planungszeitraumes anfallen, selbst aber keine Habenzinsen bzw. Kreditkosten bewirken. Der durch Nichtberücksichtigung dieses „Zinseszins-effektes“ verursachte Fehler wächst mit der Länge des Planungszeitraumes, ist aber gering solange dieser nicht mehr als ca. 5 - 10 Jahre beträgt. — Aufgrund eines dem folgenden ähnlichen Gedankenganges entwickelt *Tschumi* ein graphisch-rechnerisches Verfahren zur Bestimmung der optimalen kurzfristigen Finanzierung für den Sonderfall eines stetig ansteigenden und differenzierbaren Verlaufes des Kapitalbedarfes. Siehe O. *Tschumi*, Graphische Bestimmung der optimalen kurzfristigen Finanzierung, in: Industrielle Organisation, 39. Jg. (1970), Nr. 1, S. 14 - 17, insbes. S. 14.

Zwecke verwendet werden. Bezeichnen wir den realisierbaren effektiven oder kalkulatorischen Habenzinssatz für längerfristige anderweitige Verwendung von Kapital mit  $p_{Hl} \left[ \frac{1}{\text{Zeiteinheit}} \right]$ , so ergibt sich ein effektiver oder kalkulatorischer Mehrertrag von

$$\Delta Z_{Hl} = p_{Hl} \cdot \Delta K \cdot T \text{ [DM]}$$

b) Die Habenzinszahlen des Bankkontos verringern sich entsprechend den von links oben nach rechts unten schraffierten Flächen (▨ ; Dimension: DM · ZE). Bezeichnen wir mit  $p_{Hk} \left[ \frac{1}{ZE} \right]$  den mit der Bank vereinbarten Zinssatz für Guthaben auf Konten in laufender Rechnung (er wird in vielen Fällen Null sein), so entspricht der durch Entnahme von  $\Delta K$  verursachte Minderertrag an Habenzinsen

$$\Delta Z_{Hk} = p_{Hk} \cdot \text{▨} \text{ [DM]}$$

c) Die Sollzinsszahlen erhöhen sich entsprechend den von links unten nach rechts oben schraffierten Flächen (▩ ; Dimension: DM · ZE). Sind  $p_S \left[ \frac{1}{ZE} \right]$  der zu zahlende Sollzinssatz auf den in Anspruch genommenen Kredit und  $p_U \left[ \frac{1}{ZE} \right]$  die (bei nicht vorhergehender Einräumung einer Kreditlinie i. d. R. zu zahlende) Überziehungsprovision, so entspricht der Minderertrag

$$\Delta Z_S = (p_S + p_U) \cdot \text{▩} \text{ [DM]}$$

d) Berechnet die Bank für die Einräumung eines Kontokorrentkredites eine Bereitstellungsprovision (dann entfällt i. d. R. die Überziehungsprovision); so entsteht für den zusätzlich für die Planungsperiode von  $T$  [ZE] eingeräumten Kredit in Höhe von  $\Delta K$  bei einem Satz von  $p_B \left[ \frac{1}{ZE} \right]$  ein Minderertrag von

$$\Delta Z_B = p_B \cdot \Delta K \cdot T \text{ [DM]}$$

Die gesamte Änderung des Ertrages infolge Abhebung und längerfristiger Anlage des Betrages  $\Delta K$  beträgt

$$\Delta Z = \Delta Z_{Hl} - \Delta Z_{Hk} - \Delta Z_S - \Delta Z_B$$

$$(1) \quad \Delta Z = p_{Hl} \cdot \Delta K \cdot T - p_{Hk} \cdot \text{▨} - (p_S + p_U) \cdot \text{▩} - p_B \cdot \Delta K \cdot T \text{ [DM]}$$

Ist  $\Delta Z$  positiv, tritt eine Ertragserhöhung ein. Das wird insbesondere dann der Fall sein, wenn  $p_{Hl}$  groß ist (das gilt vor allem wenn  $T$  groß

ist) und wenn die Erhöhung der Sollzinszahlen (bzw. die Flächen  $\square$ ) relativ gering ist. Ist  $\Delta Z$  Null bzw. negativ, so ist das Optimum der Kreditaufnahme erreicht bzw. überschritten.

Daraus ergibt sich ein allgemeines, für beliebige Verläufe des prognostizierten Guthabens anwendbares Verfahren zur Bestimmung der zu einer maximalen Ertragserrhöhung führenden Höhe  $\Delta K_{\text{opt}}$  des zu entnehmenden und durch zusätzliche Kreditaufnahme zu kompensierenden Betrages:

1. Der prognostizierte Verlauf des Guthabens wird auf Millimeterpapier gezeichnet.
2. In einem beliebigen Abstand  $\Delta K_1$  wird eine Parallele zur Abszisse gezogen.
3. Die dabei aus dem Kurvenzug neu „herausgeschnittenen“ Flächen werden entsprechend Abb. 2 schraffiert und durch Auszählen oder mechanisches Planimetrieren numerisch bestimmt.
4. Unter Hinzuziehung der anderen relevanten Daten wird aus ihnen nach Gleichung (1) die Ertragsänderung  $\Delta Z_1$  errechnet. Dabei empfiehlt sich eine genaue Berücksichtigung der für die verschiedenen Flächen und Größen gegebenen Dimensionen.
5. Ist  $\Delta Z_1$  positiv, wird in einem beliebigen Abstand  $\Delta K_2$  eine Parallele zu der Linie im Abstand  $\Delta K_1$  gezogen und die Schritte 3. und 4. wiederholt. Die Gesamtänderung des Ertrages ergibt sich als Summe der einzelnen Änderungen  $\Delta Z_1$  und  $\Delta Z_2$ .
6. Die Schritte 5., 3. und 4. werden solange wiederholt, wie der zuletzt errechnete Wert  $\Delta Z_n$  positiv ist. Ist  $\Delta Z_n$  gleich Null und die letzte Änderung  $\Delta K_n$  sehr klein, so ist das Optimum erreicht. Die optimale Kapitalentnahme beträgt:

$$\Delta K_{\text{opt}} = \sum_{i=1}^n \Delta K_i$$

Die dadurch erzielbare Ertragserrhöhung beträgt

$$\Delta Z_{\text{opt}} = \sum_{i=1}^n \Delta Z_i$$

Ist  $\Delta Z_n$  Null und die letzte Änderung  $\Delta K_n$  groß, oder ist  $\Delta Z_n$  negativ, so ist das Optimum bereits überschritten. Man kann dann den letzten Schritt für einen kleineren Wert  $\Delta K_n$  wiederholen oder (unter Berücksichtigung der Änderung der Vorzeichen) von oben nach unten gehend weitere Schritte anfügen.

Nach drei bis vier Iterationsschritten ist das Optimum meist genügend genau erreicht. Das Rechenverfahren ist einfach und läßt sich ohne große Schwierigkeiten auch automatisieren. Ist das durchschnittliche Guthaben groß oder die betrachtete Periode lang, wird der erzielbare zusätzliche Ertrag seinen Einsatz stets rechtfertigen.

### 3. Analytische Ermittlung des Optimums für besondere Verläufe des Guthabens

Eine analoge Anwendung des geschilderten Verfahrens erlaubt für bestimmte zeitliche Verläufe des Guthabens auch eine analytische Lösung, welche, einmal gefunden, die erforderliche Rechenarbeit wesentlich verringert.

#### 3.1 Einmalige Einzahlung zu Beginn und gleichmäßige Auszahlung während der Periode

Das Konto weise zu Beginn der Planungsperiode ein beliebiges Guthaben von  $E - K$  [DM] auf. Im Laufe der Periode werde, gleichmäßig über diese verteilt, ein Betrag in Höhe von  $E$  belastet, so daß am Ende der Periode ein Kontokorrentkredit in Höhe von  $K$  in Anspruch genommen werden muß. Der resultierende Verlauf des Guthabens ist in Abb. 3 dargestellt.

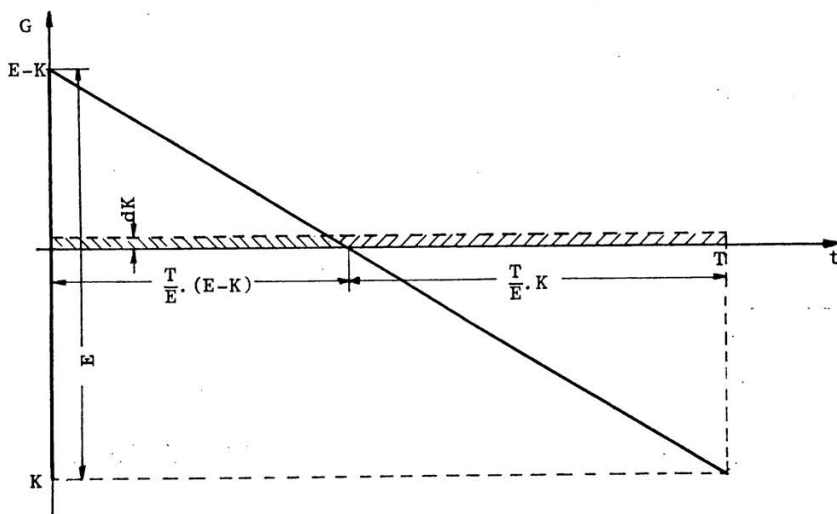


Abb. 3: Verlauf des Guthabens bei gleichmäßiger Auszahlung während der Periode

Eine infinitesimal kleine zusätzliche Geldentnahme und langfristige Anlage  $dK$  zu Beginn der Periode, verbunden mit entsprechend erhöhter Kreditaufnahme bewirkt<sup>2</sup>:

- a) Einen Mehrertrag infolge der langfristigen Anlage von  $dK$

$$dZ_{Hl} = p_{Hl} \cdot dK \cdot T$$

- b) Eine Verringerung der Habenzinsen auf das Guthaben des Kontokorrentkontos um

$$dZ_{Hk} = p_{Hk} \cdot dK \cdot \frac{T}{E} \cdot (E - K)$$

- c) Eine Erhöhung der Sollzinsen um

$$dZ_S = (p_S + p_U) \cdot dK \cdot \frac{T}{E} \cdot K$$

- d) Eine Erhöhung der Kreditbereitstellungsprovision um

$$dZ_B = p_B \cdot dK \cdot T$$

Insgesamt beträgt die Erhöhung des Ertrages

$$dZ = dZ_{Hl} - dZ_{Hk} - dZ_S - dZ_B$$

$$dZ = p_{Hl} \cdot dK \cdot T - p_{Hk} \cdot dK \cdot T \cdot \left(1 - \frac{K}{E}\right) - (p_S + p_U) \cdot dK \cdot T \cdot \frac{K}{E} - p_B \cdot dK \cdot T$$

Die Kreditaufnahme zu Beginn (bzw. am Ende) der Periode ist dann optimal ( $K_{opt}$ ), wenn  $dZ$  gleich Null ist

$$(p_{Hl} - p_B - p_{Hk}) \cdot dK \cdot T - (p_S + p_U - p_{Hk}) \cdot dK \cdot T \cdot \frac{K_{opt}}{E} = 0$$

$$(2) \quad \frac{K_{opt}}{E} = \frac{p_{Hl} - p_B - p_{Hk}}{p_S + p_U - p_{Hk}} \quad ^3$$

<sup>2</sup> Vgl. die allgemeine Herleitung auf S. 2 f.

<sup>3</sup> Die Gleichungen zu b) und c) gelten nur, solange  $K \leq E$ , zu b) und d) nur, solange  $0 \leq K$ . Das errechnete Ergebnis gilt deshalb nur, soweit  $0 \leq K_{opt} \leq E$  bzw.  $0 \leq \frac{K_{opt}}{E} \leq 1$  bzw.  $0 \leq \frac{p_{Hl} - p_B - p_{Hk}}{p_S + p_U - p_{Hk}} \leq 1$ . Fällt der errechnete Wert außerhalb dieses Bereiches, sind entweder die Kreditkosten im Verhältnis zu den Erträgen einer längerfristigen Anlage so niedrig ( $p_{Hl} > p_S + p_U + p_B$ ), daß jede weitere Anlage zusätzlich aufgenommenen Kredites den Ertrag er-

Ist  $K_{\text{opt}}$  größer als die vorauszusehende Kreditinanspruchnahme  $K_0$  am Ende der Periode, empfiehlt sich eine Entnahme und langfristige Anlage des Differenzbetrages zu Beginn der Periode. Ist  $K_{\text{opt}} < K_0$ , empfiehlt sich, soweit möglich, eine Verringerung der Inanspruchnahme des Kontokorrentkredites zulasten anderweitiger langfristiger Kapitalanlage.

Der durch optimale Kreditaufnahme zusätzlich (maximal) erzielbare Kapitalertrag ergibt sich als Integral über  $dZ$  für den Bereich zwischen  $K_{\text{opt}}$  und  $K_0$

$$\begin{aligned} \Delta Z_{\text{opt}} &= \int_{K_0}^{K_{\text{opt}}} [(p_{Hl} - p_B - p_{Hk}) \cdot T \cdot dK - (p_S + p_U - p_{Hk}) \cdot T \cdot \frac{K}{E} \cdot dK] \\ \Delta Z_{\text{opt}} &= \left[ (p_{Hl} - p_B - p_{Hk}) \cdot T \cdot K - (p_S + p_U - p_{Hk}) \cdot T \cdot \frac{K^2}{2E} \right]_{K_0}^{K_{\text{opt}}} \\ \Delta Z_{\text{opt}} &= (p_{Hl} - p_B - p_{Hk}) \cdot T \cdot (K_{\text{opt}} - K_0) \\ &\quad - (p_S + p_U - p_{Hk}) \cdot T \cdot \frac{K_{\text{opt}}^2 - K_0^2}{2E} \\ (3) \quad \frac{\Delta Z_{\text{opt}}}{E} &= (p_{Hl} - p_B - p_{Hk}) \cdot T \cdot \left( \frac{K_{\text{opt}}}{E} - \frac{K_0}{E} \right) \\ &\quad - (p_S + p_U - p_{Hk}) \cdot \frac{T}{2} \cdot \left( \frac{K_{\text{opt}}^2}{E^2} - \frac{K_0^2}{E^2} \right) \end{aligned}$$

### 3.2 Periodische Einzahlung zu Beginn und gleichmäßige Auszahlung während der Periode

Die unter 3.1 hergeleitete Formel für  $\frac{K_{\text{opt}}}{E}$  (Gleichung (2)) gilt auch, wenn der in Abb. 3 dargestellte zeitliche Verlauf des Guthabens nicht während einer einzelnen Periode auftritt, sondern sich periodisch, entsprechend Abb. 4, wiederholt.

---

höhen würde, oder die Differenz zwischen lang- und kurzfristigen Habenzinssätzen ist so gering ( $p_{Hl} < p_{Hk} + p_B$ ), daß es sich nicht lohnt, selbst für ganz kurze Zeit, einen Kredit in Anspruch zu nehmen, auch wenn ein gleich großer Betrag langfristig angelegt werden kann, da bereits der Verlust an Habenzinsen und die Kreditbereitstellungskosten den Ertrag aus einer langfristigen Anlage übersteigen.

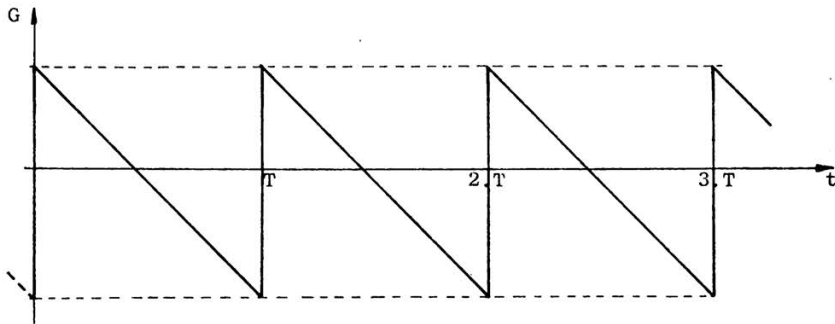


Abb. 4: Zeitlicher Verlauf des Guthabens bei periodischer Einzahlung zu Beginn und gleichmäßiger Auszahlung während der Periode

Dieser Verlauf entspricht dem „typischen Studentenkonto“ und gilt, wenn man die zu Beginn des Monats fälligen größeren Zahlungen für Miete u. ä. von der Einzahlung abzieht, in ähnlicher Form für viele Gehaltskonten, insbesondere wenn die Zahlungen weitgehend mittels Scheck erfolgen.

Der zu Beginn der ersten Periode einmalig abgehobene Betrag kann hier für mehrere Perioden festgelegt werden, bspw. in festverzinslichen Wertpapieren, wodurch eine recht gute Verzinsung erreicht wird. Der Zinsvorteil  $\frac{\Delta Z_{\text{opt}}}{E}$  beträgt im Falle einer Festlegung über  $n$  Perioden und Nichtwiederanlage der Zinserträge das  $n$ -fache des unter 3.1 (siehe Gleichung (3)) errechneten Wertes.

### 3.3 Periodische Auszahlung zu Beginn und gleichmäßige Einzahlung während der Periode

Die unter 3.1 und 3.2 abgeleiteten Ergebnisse gelten auch für den Fall periodischer Abhebung zu Beginn (bzw. am Ende) einer Periode und gleichmäßiger Einzahlung während der Periode (vgl. Abb. 5), einen Verlauf, der angenähert für Handelsbetriebe zutrifft, in denen die Zahlungen für Miete, Gehälter und Warenlieferungen sowie Privatentnahmen periodisch vorgenommen und die Umsatzerlöse täglich auf das Konto eingezahlt werden.



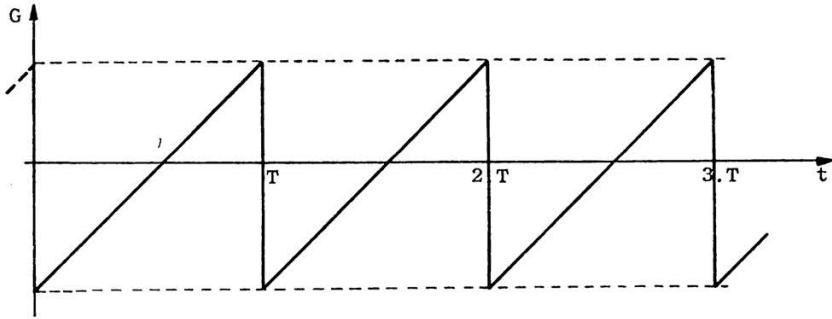


Abb. 5: Zeitlicher Verlauf des Guthabens bei periodischer Auszahlung zu Beginn und gleichmäßiger Einzahlung während der Periode

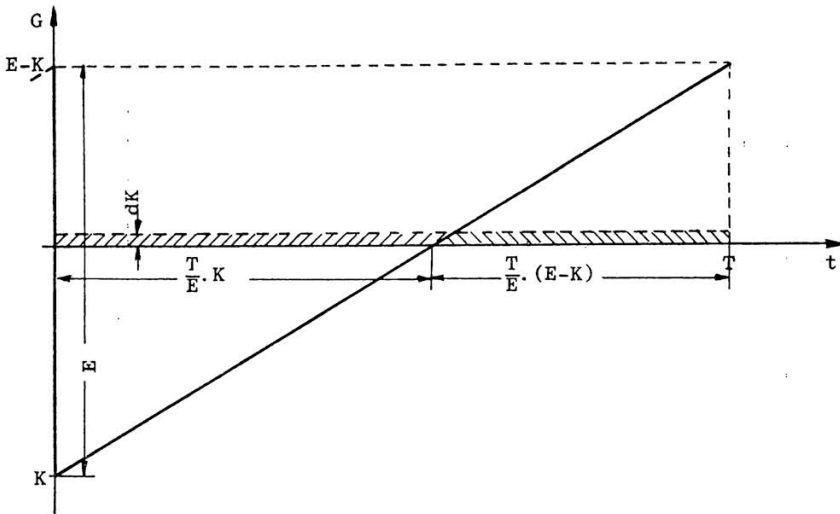


Abb. 6: Verlauf des Guthabens bei einmaliger Auszahlung zu Beginn und gleichmäßiger Einzahlung während der Periode

Man erkennt aus Abb. 6, die den Verlauf des Guthabens während einer Periode darstellt, daß die Änderungen der Soll- und Habenzinszahlen denen in Abb. 3 entsprechen, wenn die Abhebung und längerfristige Anlage von  $dK$  zu Beginn der Periode erfolgt. Deshalb stimmen auch die einzelnen Mehr- und Mindererträge sowie die Formeln für

$\frac{K_{\text{opt}}}{E}$  und  $\frac{\Delta Z_{\text{opt}}}{E}$  mit den unter 3.1 hergeleiteten überein (siehe Gleichungen (2) und (3)). Im Falle eines mehrere Perioden umfassenden Planungszeitraumes (Abb. 5) gelten die Ausführungen zu 3.2 entsprechend.

Eine kleine Modifikation ist jedoch erforderlich: Die bisherigen Aussagen gelten, wie gesagt, für den Fall einer zusätzlichen Abhebung zum Zeitpunkt  $t = 0$ . Da, im Gegensatz zu den Abbildungen 3 und 4, in den Fällen der Abbildungen 5 und 6 das Guthaben im ersten Teil der Periode negativ ist, führt eine etwas spätere Entnahme, wenn das Guthaben positiv wird, zu einer zusätzlichen Erhöhung des Ertrages. Die Bedeutung dieser zeitlichen Verschiebung ist jedoch gering, wenn der Planungszeitraum mehrere Perioden umfaßt.

### 3.4 Sinusförmig schwankendes Guthaben

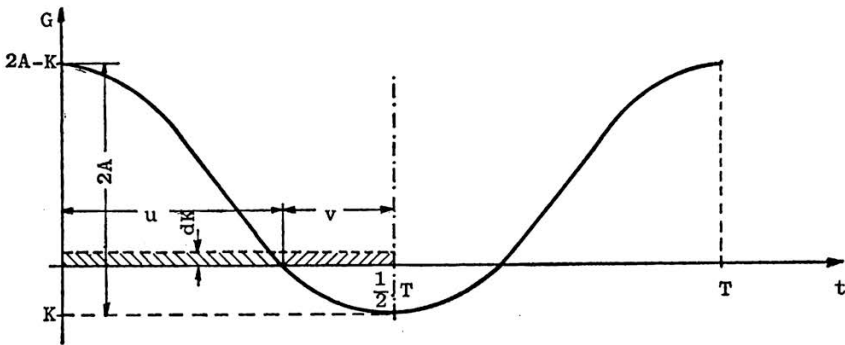


Abb. 7: Sinusförmig schwankendes Guthaben

$$u = \frac{T}{2 \cdot \pi} \cdot \arccos\left(\frac{K}{A} - 1\right)$$

$A =$  Amplitude

$$v = \frac{T}{2} \cdot \left[1 - \frac{1}{\pi} \cdot \arccos\left(\frac{K}{A} - 1\right)\right]$$

Abb. 7 zeigt den Fall eines sinusförmig schwankenden Guthabens. Zur Ableitung der optimalen Kreditinanspruchnahme betrachten wir eine halbe Periode. Wegen der Symmetrie des zeitlichen Verlaufes gilt das Ergebnis auch für die ganze Periode und infolge der Periodizität entsprechend auch für einen mehrere Perioden mit mehreren Schwingungen umfassenden Planungszeitraum.

Die Ertragsänderungen infolge einer infinitesimal kleinen Kapitalentnahme und langfristigen Anlage  $dK$ , verbunden mit entsprechend höherer Kreditaufnahme betragen:

$$\text{a) } dZ_{HI} = p_{HI} \cdot dK \cdot \frac{T}{2}$$

$$\text{b) } dZ_{Hk} = p_{Hk} \cdot dK \cdot \frac{T}{2\pi} \cdot \arccos\left(\frac{K}{A} - 1\right)$$

$$\text{c) } dZ_S = (p_S + p_U) \cdot dK \cdot \frac{T}{2} \cdot \left[1 - \frac{1}{\pi} \cdot \arccos\left(\frac{K}{A} - 1\right)\right]$$

$$\text{d) } dZ_B = p_B \cdot dK \cdot \frac{T}{2}$$

$$dZ = dZ_{HI} - dZ_{Hk} - dZ_S - dZ_B$$

$$dZ = (p_{HI} - p_S - p_U - p_B) \cdot dK \cdot \frac{T}{2} - (p_{Hk} - p_S - p_U) \cdot dK \cdot \frac{T}{2\pi} \cdot \arccos\left(\frac{K}{A} - 1\right)$$

Die Kreditaufnahme führt zu maximalem Ertrag, wenn  $dZ = 0$

$$\arccos\left(\frac{K_{\text{opt}}}{A} - 1\right) = \frac{p_{HI} - p_S - p_U - p_B}{p_{Hk} - p_S - p_U} \cdot \pi$$

$$(4) \quad \frac{K_{\text{opt}}}{A} = \cos\left(\frac{p_{HI} - p_S - p_U - p_B}{p_{Hk} - p_S - p_U} \cdot \pi\right) + 1 \quad 4$$

Auf die analytische Herleitung der optimalen Höhe des Kontokorrentkredites für weitere zeitliche Verläufe soll aus Raumgründen verzichtet werden<sup>5</sup>. Sie kann bei Bedarf im Einzelfalle entsprechend erfolgen.

<sup>4</sup> Der Geometrie der Problemformulierung zufolge besteht die Restriktion  $0 \leq \arccos\left(\frac{K}{A} - 1\right) \leq \pi$ . Diese erfordert  $0 \leq \frac{p_{HI} - p_S - p_U - p_B}{p_{Hk} - p_S - p_U} \leq 1$ . Die Gegebenheiten unter denen diese Bedingung nicht erfüllt ist, entsprechen den in Fußnote 3 erläuterten.

<sup>5</sup> Mit einer der des vorliegenden Beitrags ähnlichen Zielsetzung untersucht *Tschumi* analytisch den Funktionstyp  $G = E - K - E \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^r$ ;  $0 \leq r \leq \infty$  (in der hier verwendeten Kennzeichnungswiese). Siehe O. *Tschumi*, Optimale kurzfristige Finanzierung, in: Industrielle Organisation, 38. Jg. (1969), Nr. 2, S. 60 bis 64. Für  $r = 1$  erhält man als Sonderfall den in Abb. 3 dargestellten geradlinigen Verlauf. Dem Vorteil der größeren Allgemeingültigkeit steht als Nach-

#### 4. Zahlenbeispiel für die optimale Höhe eines Kontokorrentkredites und den erzielbaren Mehrertrag

Um einen Eindruck von der Höhe der optimalen Kreditinanspruchnahme und des erzielbaren Mehrertrages zu bekommen, soll der unter 3.2 i. V. m. 3.1 analytisch behandelte Fall periodischer Einzahlung zu Beginn und gleichmäßiger Auszahlung während der Periode unter Zugrundelegung realistischer Zinskonditionen durchgerechnet werden. Es mögen betragen:

der Habenzinssatz für langfristige Anlage  $p_{Hl} = 0,075 \left[ \frac{1}{\text{Jahr}} \right]$

der Sollzinssatz für Kontokorrentkredite  $p_S = 0,100 \left[ \frac{1}{\text{Jahr}} \right]$

alle anderen Zins- und Provisionsätze  $p_B = p_{Hk} = p_V = 0$

Durch Einsetzen dieser Werte in die in 3.1 hergeleitete Gleichung (2) erhalten wir für die optimale Kredithöhe

$$\frac{K_{\text{opt}}}{E} = \frac{7,5}{10,0} = 0,75$$

Man wird also einen Kontokorrentkredit in Höhe von 75 % der periodischen Einzahlungen beantragen und jeweils am Ende der Perioden voll in Anspruch nehmen.

Zur Errechnung des Mehrertrages nehmen wir als Vergleichsfall das Beispiel  $K_0 = 0$ , den Fall also, daß bisher kein Kredit in Anspruch genommen wurde, wie dies bei Bankkunden mit traditioneller Verhaltensweise häufig zu finden ist. Den durch Inanspruchnahme der optimalen Kredithöhe gegenüber dieser Verhaltensweise erzielbaren Mehrertrag erhalten wir, indem wir die Zinskonditionen sowie die Werte für  $\frac{K_{\text{opt}}}{E}$  und  $K_0$  in Gleichung (3) einsetzen. Betrachten wir einen Zeitraum von  $n \cdot T = 1$  Jahr, erhalten wir:

$$\frac{\Delta Z_{\text{opt}}}{E} = 2,8125 \%$$

Derjenige, der keinen Kredit in Anspruch nimmt, sondern sein Guthaben zum Ende jeder Periode immer nur auf Null absinken läßt, müßte, da sein durchschnittliches Guthaben nur die Hälfte der Einzahl-

teil die Schwierigkeit der analytischen Ermittlung des Wertes  $r$  im konkreten Anwendungsfall gegenüber. Deshalb wurde hier auf eine ausführliche Behandlung dieses Typs verzichtet.

lung beträgt, einen Habenzinssatz von 5,625 % erhalten, um den gleichen Ertrag zu erzielen. Optimale Kreditinanspruchnahme führt somit zu einem höheren Ertrag, als wenn z. B. ein Sparkonto als laufendes Konto „mißbraucht“ würde.

### 5. Variationsmöglichkeiten und weitere Anwendungsmöglichkeiten des Verfahrens

Infolge zugrundeliegender Prämissen wird die praktische Anwendung des erläuterten Verfahrens häufig nur zu einer Suboptimierung des Ertrages führen.

Die erste Prämisse, sie führte bereits in Abschnitt 3.3 zu gewissen Schwierigkeiten, liegt darin, daß der Betrag  $\Delta K_{\text{opt}}$  zu Beginn des Planungszeitraumes entnommen und anderweitig angelegt werde. Diese Vorgehensweise ist jedoch offensichtlich dann nicht sinnvoll, wenn das Guthaben zu Beginn des Planungszeitraumes negativ und der Habenzinssatz für längerfristige Anlage niedriger als der Sollzinssatz für den Kontokorrentkredit ist.

Man kann jedoch diese Prämisse fallenlassen und bei der Optimierung neben der Änderung der Kredithöhe auch den Zeitpunkt der Geldentnahme variieren. Allerdings wird infolge der zusätzlich zu berücksichtigenden Dimension Zeit sowohl die geometrische als auch die analytische Lösung wesentlich erschwert.

Die zweite Prämisse war, daß der entnommene Betrag während des gesamten Planungszeitraumes festgelegt werde. Sie ist in vielen Fällen realistisch, da kurzfristige Anlagemöglichkeiten oft keine attraktive Verzinsung gewährleisten. Gibt es jedoch günstige Anlagemöglichkeiten, deren Fristigkeit mit einem Zeitraum übereinstimmt, in dem das Konto vorübergehend ein Guthaben aufweist, wird man evtl. nur diese ausnutzen und keinen zusätzlichen Kredit in Anspruch nehmen<sup>6</sup>. Durch Berücksichtigung der verschiedenen ausgestatteten Anlagemöglichkeiten mit verschiedener Fristigkeit wird das Optimierungsproblem so komplex, daß nur ein kompliziertes Rechenprogramm zu einer annähernd optimalen Lösung führen wird. Dennoch erscheint auch in diesem Zusammenhange sinnvoll, den geschilderten Verfahren analoge Überlegungen für Teilbereiche des Planungszeitraumes anzustellen.

---

<sup>6</sup> Siehe hierzu D. E. Peterson, *A Quantitative Framework for Financial Management*, Homewood, Illinois, 1969, S. 202 ff.

Eine dritte, in Abschnitt 1. hervorgehobene Prämisse war die der Vorhersehbarkeit der Ein- und Auszahlungen. Oft sind in der Wirklichkeit jedoch höchstens Wahrscheinlichkeitsvorstellungen über den zeitlichen Verlauf des Guthabens vorhanden. Man kann in diesem Falle das erläuterte Verfahren für den wahrscheinlichsten, den ungünstigsten oder einen anderen Verlauf des Guthabens, je nach Risikoverhalten des Entscheidungsträgers, anwenden. Evtl. führt auch eine Heranziehung stochastischer Simulationsverfahren zu einer besseren Transparenz und Lösung des Entscheidungsproblems.

## Zusammenfassung

### Die optimale Höhe eines Kontokorrentkredites

Für den Fall, daß der zeitliche Verlauf des Guthabens eines Kontokorrentkontos (zumindest angenähert) prognostiziert werden kann, wird aufgezeigt, wann und in welchem Umfang durch Abhebung und längerfristige anderweitige Verwendung eines zusätzlichen Betrages, sowie Inanspruchnahme eines entsprechend erhöhten Kontokorrentkredites in den Periodenabschnitten besonderen Geldbedarfs, eine Ertragerhöhung möglich ist.

Nach Erläuterung der relevanten Änderungen an Zinsen und Provisionen und darauf aufbauenden Überlegungen bezüglich der zu erwartenden, von der jeweiligen Geometrie des Guthabenverlaufs abhängigen, Ertragsänderung wird hierfür zunächst ein, auf beliebige Verläufe des Guthabens anwendbares, graphisch-rechnerisches Verfahren entwickelt.

Anschließend erfolgt eine analytische Ermittlung der optimalen Höhe des Kontokorrentkredites für exemplarische Sonderfälle: 1. gleichmäßig sinkendes Guthaben, 2. periodische Einzahlung zu Beginn und gleichmäßige Auszahlung während der Periode, 3. periodische Auszahlung zu Beginn und gleichmäßige Einzahlung während der Periode und 4. sinusförmig schwankender Guthabenverlauf. Ein konkretes numerisches Beispiel zeigt, daß die optimale Kredithöhe und der bei deren Realisierung erzielbare zusätzliche Ertrag recht erheblich sind.

Der Aufsatz schließt mit einer kurzen Behandlung von Variations- und weiteren Anwendungsmöglichkeiten des Verfahrens.

## Summary

### The Optimal Level of Current Account Credit

For the event that the time path of the balance on a current account can be forecast (at least approximately), the article shows when and to what extent a higher yield is attainable by means of withdrawal of an additional amount and

putting it to some other fairly long-term use, and also by taking up a correspondingly higher credit on current account in periods of especially high money requirements.

Following ventilation of the relevant changes in interest and commission rates and, based on the foregoing, deliberations regarding the anticipatable change in yield which is dependent on the geometry of the curve for the balance on the account, a graphic-mathematical method applicable to any time path of the balance is developed for determining yield changes.

Then follows an analytical determination of the optimal level of current account credit for exemplary special cases: 1. uniformly declining balance, 2. periodical in-payment at the beginning and uniform outpayments during the period, 3. periodical withdrawal at the beginning and uniform in-payments during the period, and 4. sinusoidal path of the balance. A concrete numerical example shows that the optimum credit level and the additional yield attainable if that level is realized are quite substantial.

The article closes with a brief treatment of possible variations and other applications of the method.

## Résumé

### Le plafond optimal d'un crédit en compte courant

Au cas où l'on pourrait projeter (approximativement tout au moins) l'évolution dans le temps de l'avoir sur un compte courant, l'auteur explique quand et dans quelle mesure l'on peut accroître le revenu de l'avoir grâce à des prélèvements et au placement à long terme d'autre manière d'un montant complémentaire ainsi que par recours à un crédit en compte courant concurremment plus élevé dans les moments de besoin particulier de liquidités de la période de référence.

Après des éclaircissements sur les modifications adéquates en intérêts et en commissions et des considérations sur les changements à escompter sur le revenu en fonction de la géométrie de l'évolution de l'avoir, l'auteur développe une formule graphique et comptable ajustable à toute évolution d'avoir.

Ensuite, une recherche analytique du plafond optimal du crédit en compte courant est effectuée pour des cas particuliers exemplaires: 1. avoir s'ameuisant régulièrement, 2. versement périodique au début et prélèvements réguliers pendant la période de référence, 3. prélèvement périodique au début et versements réguliers pendant la période considérée, 4. évolution sinusoïdale de l'avoir. Un exemple numérique concret montre que la réalisation de plafonds optimaux de crédit permet d'obtenir d'importants revenus complémentaires.

L'article s'achève sur une brève description de possibilités de variantes et d'autres applications de la formule.