

# Ökonomische Aspekte der Portfolio-Selection-Theorie

Von Wolf Steinbach und Axel Fromm, Göttingen

Die zunehmende Bedeutung der Portfolio-Selection-Theorie hat in letzter Zeit eine Fülle von Stellungnahmen hervorgerufen. Allzu oft jedoch wird dem interessierten Praktiker wegen der durchweg mathematischen Konzeption der vorliegenden Veröffentlichungen der Blick für die Beurteilung wirtschaftlicher Anwendungsmöglichkeiten verstellt. Mit diesem Beitrag soll versucht werden, das Grundmodell der Portfolio-Selection-Theorie transparenter zu gestalten, indem mathematischen Formulierungen ein ökonomischer Gehalt beigegeben wird. Auf diesen Ergebnissen basierend erfolgt eine kritische Stellungnahme bezüglich der Praktikabilität vorhandener Ansätze.

## Einleitung

Der augenblickliche Stand der Forschung in der Portfolio-Selection-Theorie läßt sich trotz vielfältiger Modellbildungen auf den Ansatz von *Markowitz* zurückführen (1). Die Erklärungsfunktion der Portfolio Selection-Modelle beruht auf der Verhaltensweise von Investoren, die jede in Betracht kommende Gewinnerwartung mit möglichst geringem Risiko zu realisieren versuchen. Die iterative Vorgehensweise des *Markowitz*-Algorithmus, der in dieser oder jener modifizierten Form gleichsam allen Modellen als parametrisch quadratischer Programmteil zugrunde liegt, verschafft dem Investor eine Vielzahl von Entscheidungsalternativen, die als gleichwertig anzusehen sind. In der Wahl einer ganz bestimmten individual-optimalen Depotzusammensetzung verkörpert sich dann die Entscheidung des Investors. Grundsätzlich ist nicht auszuschließen, daß die gleiche Risiko-Ertrags-Relation durch verschiedenartig kombinierte Zusammensetzungen mehrfach zu erzielen ist, der Algorithmus führt jedoch immer nur zu genau einer Effizienzgrenze (kritische Linie) (2, 3). Durch diesen Tatbestand hat sich die operationsanalytische Verfahrenstechnik einerseits selbst eine Grenze gesetzt; wenn diese Effizienz auch mathematisch exakt ist, sie darf dennoch nicht darüber hinwegtäuschen, daß andererseits die Grenze zur ökonomischen

Effizienz bereits im Stadium der Datenerfassung erkannt werden muß. Wirtschaftlichkeitsüberlegungen und zeitliche Relevanz setzen einer unbegrenzten Sammlung und Aufbereitung von Daten eine Schranke. Zudem ist schon manch „gute“ Prognose auf dem Wertpapiermarkt von der Börsenentwicklung ad absurdum geführt worden. Probleme der Marktenge, der Datenänderung in der Zeit, der Teilbarkeit u. a. verkomplizieren erheblich die Realisierung einer vorausberechneten Planungsalternative.

Der verhältnismäßig junge Wissenschaftszweig der Portfolio-Selection-Theorie läßt eingehende empirische Untersuchungen weitgehend vermissen. Neben den Arbeiten von *Sharpe* (4), *Cohen/Pogue* (5) und *Friend/Vickers* (6) sind kaum bemerkenswerte Ansätze zu verzeichnen, und auch die Genannten nehmen eher Bezug auf den Vergleich unterschiedlich modifizierter Modellstrukturen als „herkömmliche“ Methoden den Verfahren neueren Ursprungs gegenüberzustellen.

Daß ein umfangreiches Quantum an sorgfältiger Vorarbeit, die in einer Wertpapieranalyse besteht, zu absolvieren ist, muß ausdrücklich betont werden, denn mit dem Grad an Exaktheit und Vollständigkeit einer derartigen Analyse werden die Ergebnisse der weiteren Untersuchung entscheidend geprägt. Im Rahmen dieses Beitrags werden Fragen der Wertpapieranalyse als vorgelagert angesehen und gehen somit als Datum in die jeweiligen Modelle ein.

## 1. Formulierung des Grundmodells

Aus Gründen der besseren Übersicht ist es üblich, eine mathematische Schreibweise zu verwenden. Wenn auch eine derartige Konzeption nicht im Sinne der Zielsetzung dieser Arbeit liegt, kann dennoch auf die mathematische Darstellung der grundlegenden Zusammenhänge nicht verzichtet werden.

### 1.1 Einflußgrößen

Alle aus der oben genannten Wertpapieranalyse (Fundamentalanalyse, technische Analyse) resultierenden Renditenkomponenten werden für jede Wertpapierart ( $i$ ) in einer Größe ( $e_i$ ) zusammengefaßt. Die Summe dieser Einzelrenditen wird mit dem in dem späteren Rechenvorgang zu bestimmenden Anteil ( $x_i$ ) der jeweiligen Wertpapierart gewichtet. So ergibt sich als Rendite des gesamten Portefeuilles ( $E$ )<sup>1</sup>:

<sup>1</sup> Die unterschiedlichen Wertpapiergruppen werden durch einen Index ( $i$ ) unterschieden, der die Werte von 1 (Anfangswert) bis  $\bar{i}$  (Endwert) durchläuft.

$$(1.0) \quad E = x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_3 e_3 + \dots + x_{\bar{i}} e_{\bar{i}}$$

oder zusammengefaßt

$$E = \sum_{i=1}^{\bar{i}} x_i e_i \quad (i = 1, \dots, \bar{i})$$

Es wird unterstellt, daß das insgesamt zur Verfügung stehende Kapital für Wertpapierkäufe verwendet wird. Dann gilt:

$$(1.1) \quad x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{\bar{i}} = 1$$

oder zusammengefaßt

$$\sum_{i=1}^{\bar{i}} x_i = 1 \quad (i = 1, \dots, \bar{i})$$

Der Wert 1 entspricht 100 % des investierten Kapitals. Es handelt sich somit um eine Darstellung in relativen Größen (Prozentsätzen). Wenn also genau 100 % des vorhandenen Kapitals investiert werden, dann wird weder etwas in liquider Form einbehalten, noch über Kreditaufnahme finanziert. Derartige Überlegungen zählen zu den speziellen Aufgabenstellungen in der Portfolio-Selection-Theorie.

Das mit einer Wertpapieranalyse verbundene Risiko wird dadurch hervorgerufen, daß die erwarteten Einzelrenditen ( $e_i$ ) aus der Sicht des Analytikers zwar das wahrscheinlichste Ergebnis darstellen, jedoch sind mehr oder weniger starke Abweichungen von diesem Wert nicht ausgeschlossen. Mit dem Ansatz einer Schätzung für einen zukünftigen Zeitraum verbindet sich ein Unsicherheitsmoment, das Abweichungen positiver und negativer Art in sich birgt. Positive Abweichung bedeutet über die Gewinnerwartung hinaus die Wahrnehmung zusätzlicher Ertragschancen, während der negative Ausschlag den unerwünschten Verlust kennzeichnet.

Zur quantitativen Messung dieser als Risiko bezeichneten Streuung um einen erwarteten Wert bietet sich aus der Vielzahl statistischer Streumaße die Varianz ( $\sigma_{ii}$ ) an<sup>2</sup>.

Der Analogieschluß, ähnlich wie die Portefeullerrendite auch das Portefeullerisiko zu formulieren, ist nicht zulässig. Das Risiko (Varianz) eines aus mehreren Wertpapierarten zusammengesetzten Portefeulles läßt sich nicht nur durch die lineare Kombination der mit den Anteilen

---

<sup>2</sup> Auf die Ableitung der Formel für die Varianz wird hier nicht eingegangen.

( $x_i$ ) gewichteten Einzelvarianzen beschreiben. Der Realität entsprechend muß berücksichtigt werden, daß die Kursentwicklung der Wertpapiere nicht völlig unabhängig voneinander verläuft. „Beachtet man die Tatsache, daß alle Branchen einer Volkswirtschaft in ein Interaktionssystem gegenseitigen Leistungsaustausches eingespannt sind, dann erscheint es unwahrscheinlich, daß sich die Entwicklung der Aktienrendite eines einzelnen Unternehmens von der Ertragslage anderer Unternehmen und dem Trend makroökonomischer Aggregate, wie Beschäftigung und Volkseinkommen, emanzipiert“ (7).

Eine graduelle Gleichrichtung in der Kursentwicklung beschreibt diese Annahme wohl realistisch genug. Mehr theoretischer Natur — aber in Einzelfällen durchaus denkbar — ist ein konträrer Verlauf der Kurse verschiedener Wertpapierarten aufgrund einer Abhängigkeit, oder aber es besteht völlige Unabhängigkeit. Diese Tatbestände finden Berücksichtigung durch die Ermittlung von Korrelationskoeffizienten ( $k_{ij}$ ), durch den die Stärke des Zusammenhangs eines Wertepaares gemessen wird<sup>3</sup>.

Für einen Zeitraum von 1954 - 1966 ergab sich aus empirischen Untersuchungen für die Korrelationskoeffizienten 20 deutscher Aktien eine Größenordnung zwischen + 0,3 und + 0,99 (9).

Nach Ermittlung dieser Zusammenhänge wird durch Verknüpfung der nun vorhandenen Bestimmungsgrößen eine weitere für das Portfolio-Selektion-Problem wesentliche Maßzahl errechnet. Die Kovarianz ( $\sigma_{ij}$ ) ist die zweite Risikokomponente des Systems.

In weitaus höherem Maße als die Varianzen entscheiden die Kovarianzen über das Niveau des Portefeullerisikos, zumal die Mehrzahl der Papiere positiv korreliert ist (9). Wenn durch „Diversifikation“, d. h. systematische Anlagestreuung, versucht wird, das Risiko gering zu halten, so wird dieser Effekt bei vollkommen voneinander unabhängigen Wertpapierarten ( $k_{ij} = 0$ ) durchaus erzielbar sein. Jedoch ist diese Aussage nicht haltbar, unterstellt man positive Korrelationen. Im Extremfall ( $k_{ij} = + 1$ ) wäre das Mittel der Anlagestreuung sinnlos, da die völlige Gleichentwicklung der Kurse zwar sehr hohe Ertragschancen induziert, ihnen stehen allerdings entsprechend hohe Risiken eines Kapitalverlustes gegenüber. Das andere Extrem ( $k_{ij} = - 1$ ), gleichbedeutend mit einer total gegenläufigen Entwicklung der Wertpapierkurse, ist

---

<sup>3</sup> Diese Größe läßt sich normieren, so daß nur Werte auftreten können, die zwischen - 1 und + 1 liegen.

ebenso wirkungslos. Läßt sich nun durch „Diversifikation“ das Risiko gänzlich eliminieren, so ist auf der anderen Seite die Möglichkeit der Ertragszielung ebenso ausgeschaltet. Empirische Untersuchungen belegen, daß die Extrema sehr selten bzw. überhaupt nicht auftreten (9); dennoch tritt gerade durch das Vorhandensein spezifischer Abhängigkeiten innerhalb der vorgegebenen Grenzen ein bedeutender Einflußfaktor für die Portfolio-Selection-Theorie in den Vordergrund. Mit gezielter Anlagenstreuung kann das Gesamtrisiko zwar nicht ausgeschaltet, aber doch begrenzt und gleichzeitig mit dem gewünschten Gesamtertrag in einem günstigen Verhältnis kombiniert werden (10).

Es wurde nachgewiesen, daß bei einer genügend großen Zahl voneinander unabhängiger Einzelanlagen das durchschnittliche Portefeuille-Risiko relativ unbedeutend wird (2). Hinter dem Hinweis auf die immense Bedeutung der Kovarianzen für das Risikoniveau des Portefeuilles steht die Tatsache, daß ihr Einfluß gewissermaßen den Teil des Risikos überlagert, der den Varianzen der Einzelanlagen zuzuordnen ist.

Das Portefeuillerisiko ( $V$ ) setzt sich sowohl aus der Summe aller mit den Anteilen ( $x_i$ ) gewichteten Varianzen als auch Kovarianzen zusammen.

In der zusammengefaßten Schreibweise lautet die Formel<sup>4</sup>:

$$(1.2) \quad V = \sum_{i=1}^{\bar{i}} \sum_{j=1}^{\bar{j}} x_i x_j \cdot \sigma_{ij} \quad (i = 1, \dots, \bar{i}; \quad j = 1, \dots, \bar{j})$$

Schließlich muß die Forderung, daß die zu berechnenden Portefeuilleanteile ( $x_i$ ) nicht negativ sein dürfen, ständig erfüllt sein, d. h.:

$$(1.3) \quad x_i \geq 0$$

Wenn — wie oben angedeutet — durch gezieltes Mischen der vorhandenen Wertpapierarten die Möglichkeit besteht, für einen vorgewählten Prozentsatz der Renditenerwartung jeweils das geringste Risiko zu bestimmen, handelt es sich um ein Optimierungsproblem: Eine quadratische Zielfunktion ist unter linearen Restriktionen zu minimieren.

## 1.2 Ermittlung effizienter und optimaler Portefeuilles

Der von *Markowitz* entwickelte Lösungsvorschlag erlangte grundlegende Bedeutung (1). So bestechend dieser Ansatz auch anmuten mag,

<sup>4</sup> Die ausführliche Schreibweise ist dem Teil 1.3 zu entnehmen.

er darf nicht darüber hinwegtäuschen, daß die Brauchbarkeit des Ergebnisses entscheidend von der Qualität der Eingabedaten geprägt wird.

Grundsätzlich läßt sich das Problem auch mit anderen Verfahren der quadratischen Programmierung lösen. Die Struktur der Portfolio-Selection-Theorie ist jedoch ungeeignet, eines der allgemeinen Verfahren sinnvoll anzuwenden, zumal der Aufbau der Lösungsalgorithmen i. a. derart gestaltet ist, daß auf möglichst schnelle Weise von einer zulässigen Ausgangslösung das Optimum angestrebt wird.

*Markowitz* geht von der Annahme aus, daß die Problemstellung quasi eine Vielzahl von Suboptima aufweist. Ein Suboptimum liegt dann vor, wenn einem bestimmten Ertragswert das minimale Risiko zugeordnet wird. Die Gesamtheit der Kombinationen, die dieses Kriterium erfüllt, beinhaltet die sogenannten effizienten Lösungen, die aus wertfreier Sicht als gleichrangig gelten müssen.

Das Verfahren von *Markowitz* gewährleistet durch das iterative Vorgehen die Berechnung der unterschiedlichen Anlagealternativen, die dem Investor als Entscheidungshilfe dienen sollen.

Es zeigen sich zunächst nur die prozentualen Anteile ( $x_i$ ) der betrachteten Effekten in einer Reihe von Portefeuilles, die sich durch die Höhe der Ertragserwartung und dem damit verbundenen Risiko unterscheiden. Über die genaue Anzahl der Portefeuilles kann a priori keine Aussage getroffen werden, da im wesentlichen die Risikostruktur und zusätzlich die jeweilige Risiko-Ertrags-Relation entscheidend diese Anzahl beeinflussen.

Tritt der Fall ein, daß zwei benachbarte Portefeuilles ein Ertragsintervall trennt, wobei die geplante Ertragsfixierung des Investors in dieses Intervall fällt, so läßt sich durch lineare Interpolation für den „gewünschten“ Ertrag das entsprechende Portefeuille determinieren. Der lineare Zusammenhang benachbarter Depots ist durch die Vorgehensweise des Algorithmus bedingt. Von einem Schritt zum nächsten wird entweder eine Hyperebene zusätzlich erfaßt oder eine fallengelassen. Das bedeutet ökonomisch, daß bei einem Vergleich von zwei nebeneinander befindlichen Mischungen immer nur ein Wertpapier mehr oder eines weniger berücksichtigt wird, während alle anderen — wenn auch anteilig anders bewertet — weiterhin Elemente der Mischung darstellen.

Die errechneten Werte ( $x_i$ ) lassen durch Einsetzen in die Beziehungen (1.0) und (1.2) Wertepaare entstehen, die in Form einer Funktion  $V = V(E)$  graphisch dargestellt werden können. Die Tatsache, daß

sich — zumindest theoretisch — jede effiziente Kombination zwischen dem ertragsmaximalen und varianzminimalen Portefeuille realisieren läßt, begründet auch den in Abbildung 1 wiedergegebenen stetigen Verlauf.

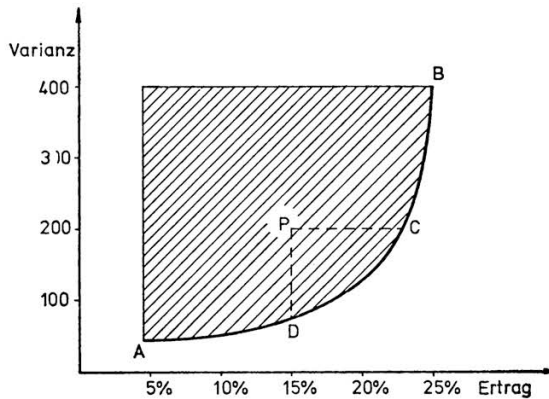


Abbildung 1

Das rationale Verhalten eines Investors zeigt sich in der Auswahl effizienter Kombinationen, und so werden die Mischungen ausgeschlossen, die für den gleichen Erwartungsgewinn eine höhere Varianz und für die gleiche Varianz einen geringeren Erwartungsgewinn aufweisen. In Abbildung 1 ist Punkt P zwar zulässig, jedoch sind die Punkte C oder D vorzuziehen. Der geometrische Ort aller effizienten  $V$ - $E$ -Paare befindet sich auf dem Kurvenzug AB, wobei A Ausdruck des varianzminimalen und B des ertragsmaximalen Portefeuilles ist.

Um Aussagen darüber treffen zu können, für welche Depotzusammensetzung sich ein Investor letztlich entscheiden wird, ist seine individuelle Einstellung — Risikosympathie oder Risikoaversion — bedeutsam. Die endgültige Entscheidung des Investors fällt auf das individualoptimale Portefeuille (9).

### 1.3 Geometrische Lösung

Den *Markowitz*-Algorithmus in seinen Einzelheiten zu beschreiben, widerspricht der gestellten Thematik. Es soll lediglich eine geometrische Interpretation der Vorgehensweise zur Ermittlung effizienter Portefeuilles gezeigt werden.

Modelle mit maximal vier Variablen können graphisch erklärt werden. Ein- und Zwei-Wertpapiermodelle tragen nicht sonderlich zur Erläuterung der Problematik bei; auf sie kann hier verzichtet werden. Es wird das Drei-Wertpapiermodell betrachtet, da es wesentliche Grundzüge der Portfolio-Selection-Theorie zu zeigen vermag.

Die relativen Anteile dreier Wertpapierarten am Portefeuille seien:

$$X_1, X_2, X_3 .$$

Dies sind die Unbekannten des Systems, die durch Anwendung bestimmter Rechenvorschriften ermittelt werden sollen.

Als Erwartungsgewinne wurden bestimmt:

$$e_1, e_2, e_3 .$$

Die Problemformulierung lautet (2):

$$(2.0) \quad V = X_1^2 \sigma_{11} + X_2^2 \sigma_{22} + X_3^2 \sigma_{33} + 2X_1 X_2 \sigma_{12} + 2X_1 X_3 \sigma_{13} + 2X_2 X_3 \sigma_{23}$$

Die  $\sigma_{ij}$ -Werte stellen die Risikokomponenten (Varianzen und Kovarianzen) dar.

$$(2.1) \quad E^* = X_1 e_1 + X_2 e_2 + X_3 e_3$$

$$(2.2) \quad X_1 + X_2 + X_3 = 1$$

$$(2.3) \quad X_1 \geq 0; \quad X_2 \geq 0; \quad X_3 \geq 0$$

Die lineare Kombination (2.2) läßt sich derart umformen, daß eine der drei Unbekannten durch die beiden anderen substituiert werden kann. Dadurch ist noch eine graphische Darstellung im zweidimensionalen System möglich (2). Wird ein  $X_1$ - $X_2$ -Koordinatensystem bevorzugt, muß  $X_3$  durch die übrigen Größen ersetzt werden:

$$(2.21) \quad X_3 = 1 - X_1 - X_2$$

Daraus werden Varianz und Renditenerwartung umformuliert, indem in (2.0), (2.1) und (2.2) jeweils die Beziehung (2.21) eingesetzt wird.

Trägt man  $X_2$  auf der Ordinate und  $X_1$  auf der Abszisse ab, so ergibt sich der in Abbildung 2 ersichtliche Restriktionsbereich  $\Delta P_1 P_2 P_3$ . Dieser Lösungsbereich wird von einer Schar Iso-Erwartungsgewinngeraden, deren Lage von  $E^*$  und deren Richtung von  $e_1, e_2, e_3$  determiniert wird, überdeckt.



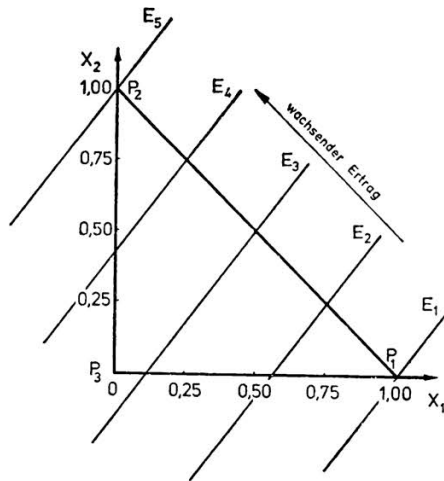


Abbildung 2

Die Steigung der Iso-Erwartungsgewinneraden hängt einmal davon ab, in welcher Größenordnung sich  $e_1$ ,  $e_2$  und  $e_3$  zueinander verhalten<sup>5</sup>, und zum anderen, wie die Achsen des Koordinatensystems gewählt werden<sup>6</sup>.

Abbildung 3 zeigt die Steigungsveränderung für Variationen der Koordinatenbezeichnung durch die Variablen unter Beibehaltung einer  $e_1 : e_2 : e_3$ -Relation.

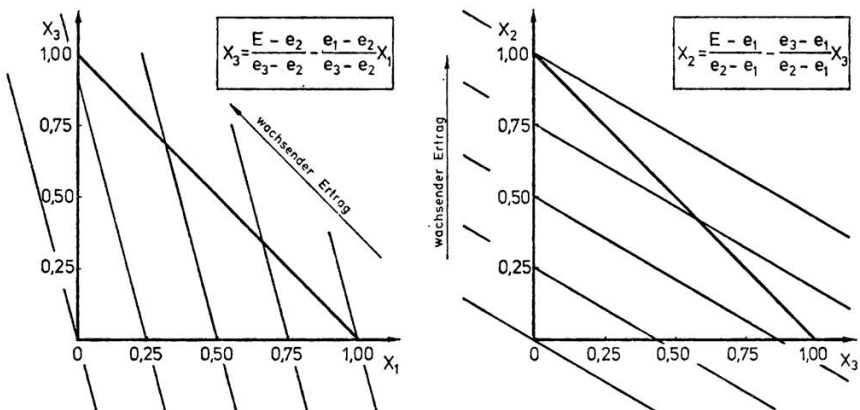


Abbildung 3

Der gleiche Ertrag kann durch verschiedene Kombinationen der drei Anteile erzielt werden. Die Zielsetzung stellt darauf ab, einem Ertrag die minimale Varianz zuzuordnen. Das Risiko genügt einer quadratischen Funktion, deren geometrische Form als Ellipse darstellbar ist. Für unterschiedliche  $V$ -Werte entsteht eine Schar konzentrischer Iso-Ellipsen, die in Form und Lage durch die Varianzen und Kovarianzen gekennzeichnet sind (Abb. 4) (2). Es ist leicht einzusehen, daß von allen Wertpapierkombinationen gleichen Erwartungsgewinns nur eine Lösung mit minimaler Varianz existiert.

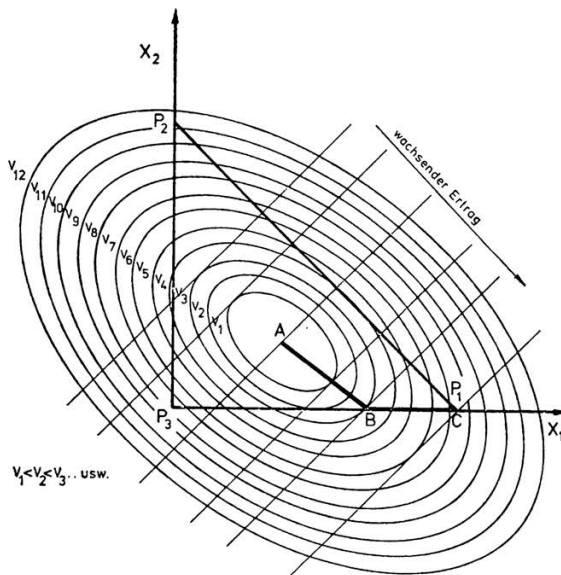


Abbildung 4

Sie wird durch den Tangentialpunkt realisiert, den eine Erwartungsgewinngerade mit einer Varianzellipse bildet (Abb. 4). Eine derartige Zuordnung gilt als effizient (2).

Zusammenfassend kann ein effizientes Portefeuille folgendermaßen charakterisiert werden:

<sup>5</sup> Hier gelte:  $e_2 > e_3 > e_1$  .

<sup>6</sup> Ebenso wie  $x_3$  lassen sich auch  $x_1$  bzw.  $x_2$  jeweils durch die beiden übrigen Variablen substituieren.

- es liegt im zulässigen Bereich
- jedes andere zulässige Portefeuille mit einem größeren Erwartungsgewinn weist eine höhere Varianz auf
- jedes andere zulässige Portefeuille mit geringerer Varianz erzielt einen niedrigeren Erwartungsgewinn.

*Markowitz* weist nach, daß die Reihe aller effizienten Portefeuilles auf einem Linienzug zu finden ist, der als „kritische Linie“ bezeichnet wird (2). Das Portefeuille mit der absolut geringsten Varianz liegt genau im Zentrum der Iso-Varianzellipsenschar<sup>7</sup>, das mit dem höchsten Erwartungsgewinn in dem Eckpunkt des Dreiecks  $P_1 P_2 P_3$ , in dem die Einzelanlage  $x_i$  mit dem höchsten Wert für  $e_i$  sämtliche Anteile (100 %) des Portefeuilles stellt<sup>8</sup>. Die übrigen effizienten Portefeuilles liegen auf einer Geraden, die vom oben beschriebenen Zentrum startet, alle zulässigen Tangentialpunkte erfaßt, dort abknickt, wo der Beschränkungsbereich einen geradlinigen Verlauf nicht weiter zuläßt, und schließlich in einem realisierbaren Eckpunkt endet. Abbildung 4 zeigt den Verlauf der kritischen Linie von Punkt A über B nach C.

Eine besondere Eigenschaft zeichnet die Eckpunkte der „kritischen Linie“ aus:

Werden im Punkt A noch die Wertpapierarten 1, 2 und 3 kombiniert, so ist im Punkt B der Anteil der Wertpapierart 2 auf Null gesunken. Nur noch Art 1 und 3 stellen die Anteile des Portefeuilles. Im Punkt C ist auch der Anteil der Art 3 gleich Null, so daß die Wertpapierart 1 allein das Portefeuille (ertragsmaximal) bildet.

Die Portefeuilles, die durch die Punkte A, B und C repräsentiert werden, heißen „Eckportefeuilles“. Ihre Ermittlung ist hinreichend zur Bestimmung aller übrigen effizienten Portefeuilles, welche sich aufgrund der linearen Kombination zweier benachbarter Eckportefeuilles durch Interpolation berechnen lassen.

Durch Einführung weiterer Restriktionen wird der zulässige Bereich eingeschränkt. Wenn beispielsweise gefordert wird<sup>9</sup>:

---

<sup>7</sup> Vorausgesetzt, das Zentrum liegt im zulässigen Bereich. Das muß keineswegs der Fall sein. Vgl. (2), S. 137.

<sup>8</sup> Das kann nicht eintreten, wenn  $e_i = e_j$  ist, oder wenn zusätzliche Restriktionen derart bestehen, daß ein Eckpunkt nicht im zulässigen Bereich liegt.

<sup>9</sup> Diese Annahme ist sehr realistisch, dürfen beispielsweise von Investmentgesellschaften nur bis zu 5 % — in Ausnahmefällen 10 % — des Wertes des

$$X_i \leq X_{\max} \quad (X_{\max} = \text{Höchstanteil einer Wertpapierart am Portfeuille})$$

$$X_i \geq X_{\min} \quad (X_{\min} = \text{Mindestanteil einer Wertpapierart am Portfeuille})$$

Höchst- und Mindestanteil jeder für das Portfeuille vorgesehenen Wertpapierart sind damit festgelegt. Aus Abbildung 5 wird für verschiedene Mindest- und Höchstsätze die Struktur des Lösungsbereiches ersichtlich. Die oben formulierte Aussage über die Bestimmung der Eckportefeuilles erfährt insofern eine Korrektur, als nur beim Wirksamwerden einer dieser Restriktionen bzw. bei Aufhebung der Wirkung einer bisher wirksamen Restriktion weitere Eckportefeuilles entstehen.

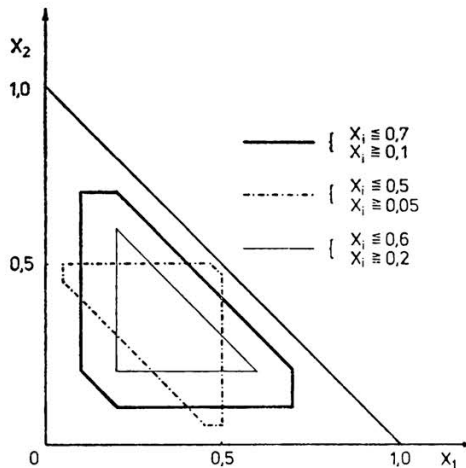


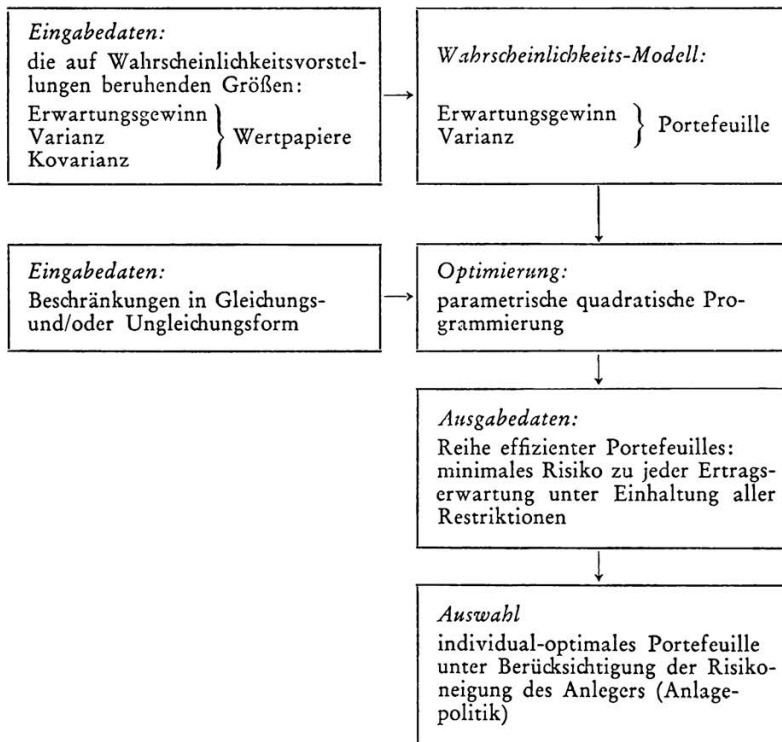
Abbildung 5

#### 1.4 Darstellung in Form eines Blockdiagramms

Die in den vorhergehenden Abschnitten angestellten Überlegungen können in Form eines Blockdiagramms anschaulich dargeboten werden. Der Gesamtkomplex läßt sich folgendermaßen charakterisieren (10):

---

Sondervermögens von jeweils einem Aussteller erworben werden (§ 8 Abs. III KAGGes.). Ein Portfeuille muß folglich aus mindestens 20 (bzw. 10) Anteilen bestehen, um diesen Anforderungen zu genügen.



## 2. Modellmodifikationen

### 2.1 Indexmodelle

Die Bedeutung der Abhängigkeit der Wertpapiere untereinander — gemessen durch die Kovarianz — wurde bereits oben herausgestellt. Der Einfluß der Kovarianzen auf das Risikoniveau des Portefeuilles überlagert gewissermaßen den Teil des Risikos, der den Varianzen zuzuordnen ist. Bei höher dimensionierten Problemen verursacht jedoch die explizite Ermittlung sämtlicher Abhängigkeiten erhebliche Schwierigkeiten, da mit zunehmender Anzahl der Wertpapierarten im Depot die Zahl der Kovarianzen überproportional wächst. Tabelle 1 zeigt eine Übersicht des Rechenumfanges bei steigender Anzahl der Wertpapiere. Allgemein wird die Anzahl der Kovarianzen nach der Beziehung:

$$\text{Zahl der Kovarianzen} = \frac{\bar{i}(\bar{i} - 1)}{2},$$

die Anzahl der Daten insgesamt nach der Beziehung:

$$\text{Zahl der Daten} = \frac{\bar{i}(\bar{i} + 3)}{2}$$

ermittelt.

Tabelle 1

Anzahl der Wertpapierarten	Ertrags- erwartung	Varianzen	Kovarianzen	Daten insgesamt
50	50	50	1 225	1 325
100	100	100	4 950	5 150
150	150	150	11 175	11 475
500	500	500	124 750	125 750
1 000	1 000	1 000	499 500	501 500
2 000	2 000	2 000	1 999 000	2 003 000

Es liegt auf der Hand, daß der mit der Ermittlung und Verarbeitung der Eingabedaten bei größerem Umfang der Problemstellung zusammenhängende Aufwand in keinem Verhältnis zu einer auf dieser Basis gefundenen mathematisch exakten Lösung steht. Schon *Markowitz* ist deshalb der Ansicht, die Beziehungen der Wertpapiere nicht direkt, sondern über einen Index zu bestimmen (2). Den grundlegenden Ansatz liefert *Sharpe* zu dieser Problematik (4). Die Ziele seiner Überlegungen gipfeln darin, den Rechenaufwand durch eine Änderung der Kovarianzbeziehungen entscheidend zu reduzieren, ohne daß die Qualität der Eingabedaten und die Genauigkeit des Ergebnisses darunter leiden.

### 2.1.1 Mono-Indexmodell (Diagonalmodell)

Das Prinzip des Mono-Indexmodells beruht auf der Annahme, daß alle für eine Portfeuilleanalyse betrachteten Wertpapiere in Beziehung zu einem allgemeinen Index stehen. Ertrags- und Risikoentwicklung der Wertpapiere werden somit indirekt bestimmt. Insbesondere fällt die explizite Ermittlung der paarweisen Kovarianzbeziehungen — wie sie beim *Markowitz*-Modell erforderlich ist — fort. Neben die Varianzen der Wertpapiere tritt statt der Kovarianzen die Varianz des Indexes. Aufgrund der linearen Abhängigkeit von Wertpapieren und Index las-

sen sich sämtliche Kovarianzen auch auf rechnerischem Wege bestimmen. Somit kann eine Varianz-Kovarianz-Struktur verwendet werden, wie sie auch im Standardfall zu finden ist. Die Gesamtheit der Eingabedaten reduziert sich somit von  $\frac{\bar{i}(\bar{i}+3)}{2}$  auf  $(3\bar{i}+2)$  Werte. Es ergeben sich beispielsweise bei Einbeziehung von 100 Werten in die Planung statt 5150 zu bestimmenden Ausgangsdaten lediglich 302 Ausgangsdaten.

So gesehen scheint das Mono-Indexmodell das vorteilhaftere Verfahren gegenüber der Formulierung im Sinne von *Markowitz* zu sein. Jedoch darf der Blick nicht dafür verstellt werden, daß möglicherweise die Formulierung des Indexmodells von zu vereinfachten Prämissen ausgeht. Die Gefahr des Verlustes wesentlicher Beziehungen von Wertpapieren untereinander ist durchaus gegeben. Es wirft sich die Frage auf, inwieweit eine Vereinfachung des *Markowitz*-Modells in Form des Indexmodells vertretbar ist, ohne daß die Portefeuilleanalyse hinsichtlich des Exaktheitsgrades wesentliche Einbußen erleidet.

Zweifellos liefert die Varianz-Kovarianz-Form genauere Ergebnisse, allerdings ist mit der Ermittlung der Ausgangsdaten ein erheblich höherer Aufwand verbunden als bei der Bestimmung der Eingabegrößen aufgrund des Diagonalmodells. *Cohen* und *Pogue* eruierten, daß die Rechenzeit bei Verwendung des Indexmodells lediglich ca. 1 % der Zeit bei Zugrundelegung des *Markowitz*-Modells ausmacht (5). Es muß an dieser Stelle ausdrücklich herausgestellt werden, daß die Reduktion der Eingabedaten einen nicht unerheblichen rechnerischen Vorteil hervorruft, der eine entscheidende Verminderung der gesamten Kosten — sowohl Datenerfassungs- als auch Rechenkosten — bewirkt.

Die zeitliche Dimension der verkürzten Rechenzeit und des verminderten Datenerfassungsaufwandes ist, abgesehen von der kostenmäßigen Betrachtung, zusätzlich ein sehr wesentliches Beurteilungskriterium für den Verfahrensvergleich. Die Zeiteinsparungen führen zu einer wesentlichen Vergrößerung des Aktions- bzw. Reaktionsspielraumes, der insbesondere bei dynamischer Betrachtungsweise erhebliche Bedeutung gewinnt. Die für den Planungs- und Entscheidungsprozeß aufbereiteten Ergebnisse dürfen nicht auf historischen Informationen basieren; sonst wäre jede Aktion bzw. Reaktion des Entscheidenden auf veränderte Datenkonstellationen mehr oder weniger sinnlos, eine Anpassung mit dem Ziel einer bestmöglichen Erreichung des gesteckten Zieles nur sehr unvollständig realisierbar. Vielmehr gilt es, so rechtzeitig *aktuelle* Ent-

scheidungshilfen zu geben, daß noch *aktiv* in den betroffenen Ablauf eingegriffen werden kann.

Alein empirische Untersuchungen können eine Antwort dafür liefern, ob ein hoher Aufwand, verbunden mit der Ermittlung relativ genauer Einflußgrößen, erstrebenswert scheint, oder ob Reduktion des Ermittlungsaufwandes und der Rechenzeit bei möglichen Qualitätsabstrichen und Gewinnung eines zusätzlichen Aktionsspielraumes ausschlaggebend für die Wahl des einen oder anderen Modells sind.

### 2.1.2 Multi-Indexmodell

Die möglicherweise zu starke Simplifizierung der Problematik im Modell von *Sharpe* führte zu einer weiteren Variante eines Portfolio-Selection-Modells. Die Tatsache, daß es einerseits grundsätzlich verschiedene Arten von Wertpapieren gibt und andererseits Wertpapiere gleicher Branchen oder Firmengruppen, wenn auch nicht immer eindeutig, so doch immerhin als „zugehörig“ klassifiziert werden können, führt zur Bildung typischer Indizes, um die Gleichartigkeit einzelner Gruppen besser zu erfassen (5).

Die verschiedenen Indizes sind in gewissem Grade selbst untereinander abhängig. Ihre Korrelationen zu erfassen, ist vom Umfang her leichter möglich, als die explizite Bestimmung der Korrelationen aller Wertpapierpaare durchzuführen. Wird dennoch auf die direkte Ermittlung der Kovarianzen aller Indizes verzichtet, kann alternativ eine indirekte Beziehung aller Klassenindizes zu einem übergeordneten Index herge-

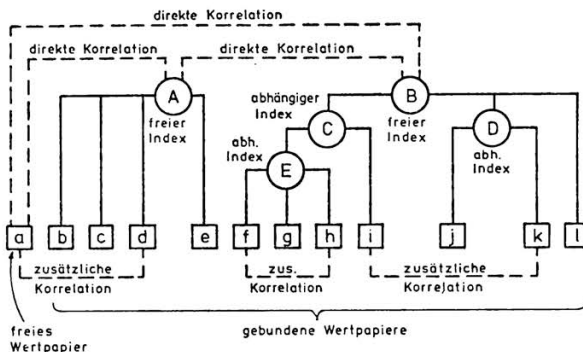


Abbildung 6



stellt werden (5). Das Multi-Indexmodell kann folglich in zwei Varianten dargestellt werden:

- Kovarianz-Form
- Diagonal-Form

Abb. 6 charakterisiert die Zusammenhänge eines umfassenden Multi-Indexmodells (10).

### 3. Kritische Beurteilung der Anwendungsmöglichkeiten

#### 3.1 Vergleich und Kritik an den Modellen

Der Versuch einer systematischen Ordnung der bisher abgehandelten Modelltypen läßt sich in folgendem Ergebnis zusammenfassen. Stellt das Diagonal-Modell in der ursprünglichen Formulierung von *Sharpe* in seiner Struktur quasi das Gegenstück des Modells von *Markowitz* dar, so sind die Überlegungen von *Coben* und *Pogue* auf Kombinationen des Gedankengutes, das diesen beiden Modellen zugrundeliegt, aufgebaut. Auf die Vor- und Nachteile sowie die Problematik des Mono-Indexmodells wurde bereits hingewiesen. Es bleibt nachzuhalten, daß empirische Untersuchungen die Ergebnisse nach der Methode von *Sharpe* als hinreichende Approximation an die Ergebnisse nach dem Vorgehen von *Markowitz* rechtfertigen, solange lediglich Aktien in einem Depot gemischt werden (4).

Die Erweiterung einer Portefeuilleanalyse um andere Wertpapiere als nur Aktien allein erfordert nach Angaben von *Coben* und *Pogue* eine Verfeinerung des Modellansatzes (5). „Es dürfte keine stets realitätsabbildende Annahme sein, daß ein einziger Index der Marktentwicklung eine adäquate Grundlage für Erwartungsbildungen über die zukünftige Entwicklung von Stammaktien, Vorzugsaktien, Festverzinslichen Wertpapieren, Wandelobligationen und anderen Arten von Kapitalanlagen (11) oder für die Aktien verschiedenen Branchen angehörender Unternehmen darbieten kann“ (9).

Die Frage, ob nun die Anwendung dieser oder jener Variante des Multi-Indexmodells zweckmäßiger erscheint, kann nur im Hinblick auf die Zielsetzung des Investors erfolgen. Ein in dieser Hinsicht entscheidendes Kriterium besteht bereits in der Vorplanung bei der Bildung von Branchen- bzw. Klassenindizes. Welches Ausmaß die „Diversifikation“ der Indexgruppen annehmen soll, hängt von der Homogenität der in

einer Risikoklasse zusammengefaßten Wirtschaftseinheiten ab (7, 14). Wenn auch die Erfassung der Anlagerisiken in den Indexmodellen weit- aus komplexer Natur ist, so steht dem Investor doch ein flexibles Pla- nungsinstrument zur Verfügung, stellt man auf die sich möglicherweise häufig ändernden Marktverhältnisse ab.

„Rückt man den dynamischen Aspekt der Errechnung neuer *E-V*- Kombinationen und der dann einsetzenden Budgetrevision in den Vor- dergrund und beachtet man den Rechenumfang, der sich mit den einzel- nen Modellen verbindet, dann wird unmittelbar ersichtlich, daß der Grad der Anpassungsfähigkeit an Änderungen der Kurs- und Gewinn- entwicklung mit der Komplexität der Modelle abnimmt“ (7). Wird allerdings ein gegenüber dem *Markowitz*-Modell eintretender Effizienz- verlust durch die Vorteile der Indexmodelle überkompensiert, so recht- fertigt dieses Argument ihre Einbeziehung in den Planungsprozeß.

Eine unter ertragswirksamen Gesichtspunkten vorzunehmende Finanz- planung muß auf ein Instrumentarium Bezug nehmen können, das einer- seits eine ausreichende Realitätsnähe aller Einflußgrößen garantiert und andererseits trotz des Einsatzes elektronischer Rechanlagen einen ver- tretbaren Rechenaufwand ermöglicht (8). Daß die Multi-Indexmodelle dieses Instrumentarium bisher am besten zu repräsentieren vermögen, steht nach den Ergebnissen der Untersuchungen von *Sharpe*, *Cohen* und *Pogue* außer Zweifel, wenn auch *Friend* und *Vickers* in ihrer Studie die Überlegenheit systematisch geplanter Portefeuilles anderen gegenüber verneinen (6). Immerhin ist nachgewiesen worden, daß die Effizienz- grenze der Indexmodelle nur geringfügig von der des Standardmodelles abweicht (5). Die oben herausgestellten Vorteile überkompensieren somit einen unwesentlichen Effizienzverlust. Bemerkenswert scheint der Hin- weis, daß gerade dem praktischen Finanzanalytiker die Indexmodelle wegen der Datenerfassung weitgehend entgegenkommen.

Eingehende Untersuchungen, die sich auf den Einfluß von Ertrags- und Risikoänderungen im Zeitablauf beziehen, führen zu folgendem Ergebnis: Portfolio-Selection-Modelle reagieren Veränderungen gegen- über äußerst sensitiv, stellt man auf die Effizienz der jeweiligen Lösung ab.

Demzufolge würde jede noch so geringe Einflußdatenänderung einen Umschichtungsprozeß einleiten. Aus ökonomischer Sicht jedoch erscheint die Berücksichtigung geringfügiger Änderungen wenig sinnvoll. Auf der anderen Seite deuten grobe Abweichungen von den Plandaten auf eine Fehldisposition hinsichtlich der Depotzusammensetzung hin. Eine Revi-

sion der ursprünglich getroffenen Entscheidung ist dann unumgänglich. Zwischen diesen Polen liegt gewissermaßen ein Entscheidungsintervall, dessen Bandbreite sich an der jeweiligen Geschäftspolitik orientiert. Es gilt also abzuwägen, ob die Beibehaltung einer Ertrags-, Risiko- und Effizienzdifferenz der Depotmischung zweckmäßiger erscheint als die mit Umschichtungskosten und Neuberechnungen verbundene Realisierung einer effizienten Lösung im oben definierten Sinne.

Wenn in dieser Richtung keine rezeptartigen Empfehlungen möglich sind, so könnte doch das um die Ertragserwartung berechnete Streuungsmaß (Varianz) einen Indikator für die Breite dieses Intervalls darstellen. Je nach Zielsetzung kann dieses Intervall durch einen Faktor ( $f$ ), der mit dem Streuungsmaß verknüpft ist, verändert werden. Der Faktor ist sozusagen eine Bestimmungsgröße für die Konsistenz bzw. Inkonsistenz der Depotzusammensetzung.

Wird ein kleiner Faktor gewählt (beispielsweise  $0 < f < 1$ ), so existiert ein Intervall, das geringer ist als ein Intervall, welches an der einfachen Varianz gemessen wird.

Es besteht bei kleiner werdendem  $f$  die Tendenz zunehmender Umschichtungsaktivität. Bewirkt die Wahl des Faktors  $f$ , daß ein Vielfaches der Abweichungsmaßgröße die Bandbreite ausmacht, so sind einschneidende Änderungen in der Datenkonstellation notwendig, um eine bestehende Mischung durch eine neue zu ersetzen.

Wirtschaftlichkeitsüberlegungen und Aspekte der Praktikabilität stehen der Forderung nach unbedingter Effizienz entgegen. Für welche Alternative sich der Investor entscheidet, hängt nicht nur ab von Stabilitätsmaßstäben, Kosten- und organisatorischen Fragen, sondern auch von Problemen der Marktengde und ähnlichen Faktoren. Ein allgemeingültiges Schema zu liefern ist nicht möglich, da das subjektive Ermessen eines Investors eine objektiv unbestimmbare Entscheidungsvariable darstellt.

### 3.2 Einsatz elektronischer Rechanlagen

Die vergangenen Jahre haben eine Reihe von Computerprogrammen hervorgebracht, die nahezu ausnahmslos durch Indexmodelle in dieser oder jener modifizierten Form charakterisiert sind. Das ist darauf zurückzuführen, daß inzwischen der Ansatz von *Markowitz* mehr grundlegende Bedeutung erlangt hat. Da die genannten Modelle Weiterentwicklungen dieses Ansatzes sind, wird man aus Verständnisgründen auch in Zukunft nicht auf diese Form der Darstellung verzichten können.

Tabelle 2

Merkmals- Nummer	Merkmalsbezeichnung	Anzahl der Zeichen Art der Daten N = numerisch A = alphanumerisch	Speicherplatz- belegung p = gepacktes Feld
1	Ordnungsmerkmal	4 N	4 B
2	Adressen von evtl. Bezugsrechten und jungen Aktien		
2a	Erste Adresse	4 N	4 B
2b	Zweite Adresse	4 N	4 B
2c	Dritte Adresse	4 N	4 B
2d	Vierte Adresse	4 N	4 B
3	Kennzeichen Anlagetyp	3 N	3 B
4	Wertpapierkennnummer	6 N	6 B
5	Alphanumerische Bezeichnung des Papiers	50 A	50 B
6	Kontierungsnummer	6 N	6 B
7	Beginn des Geschäftsjahres der Gesellschaft	2 N	2 B
8	Stückelung bzw. Anteil	4 N	4 B
9	Letzter Dividendsatz pro Stück	2,1 N	2 B p
10	Letzter Bonussatz pro Stück	2,1 N	2 B p
11	Termin und Betrag der letzten Dividendenzahlung		
11a	Datum Zahlungseingang	6 N	4 B p
11b	Betrag pro Aktie	5,2 N	4 B p
12	Gekaufte Stückzahl insgesamt	9 N	5 B p
13	Verkaufte Stückzahl insgesamt	9 N	5 B p
14	Anschaffungskosten insgesamt	13,2 N	8 B p

15	Durchschnittlicher Einstandskurs	4,1 N	3 B P
16	Verkaufserlös	13,2 N	8 B P
17	Durchschnittlicher Verkaufskurs	4,1 N	3 B P
18	Tageskurs		
18a	Angabe des Tageskurses	4,1 N	3 B P
18b	Datum des Tageskurses	6 N	4 B P
19	Buchwert des aktuellen Bestandes	9,2 N	6 B P
20	Buchkurs des aktuellen Bestandes	4,3 N	4 B P
21	Anzahl der verkauften Stücke im laufenden Jahr	7 N	4 B P
22	Buchwert der verkauften Stücke des laufenden Jahres	11,2 N	7 B P
23	Verkaufserlös im laufenden Jahr	9,2 N	6 B P
24	Anzahl der gekauften Stücke im laufenden Jahr	7 N	4 B P
25	Anschaffungskosten des laufenden Jahres	11,2 N	7 B P
26	Bilanzwert des Vorjahres	9,2 N	6 B P
27	Bilanzwert aktuell	9,2 N	6 B P
28	Realisierungsgewinn im laufenden Jahr	9,2 N	6 B P
29	Ertragsplan		
29a	Erwarteter Zahlungstermin	4 N	3 B P
29b	Plan-Dividendensatz pro Stück	2,1 N	2 B P
29c	Plan-Bonussatz pro Stück	2,1 N	2 B P
29d	Plan-Ertrag pro Aktie in DM	5,2 N	4 B P
30	Ist-Ertrag des laufenden Jahres	9,2 N	6 B P
31	Verteilung des aktuellen Bestandes auf die Depotbanken		
31a	Bankenschlüssel	2 N	2 B P
31b	Stückzahl	7 N	4 B P

Die Programme sind im allgemeinen derart aufbereitet, daß sie ohne Kenntnis der mathematischen Grundlagen im einzelnen verwendet werden können. Die Daten der vorangegangenen „sorgfältigen“ Wertpapieranalyse können relativ einfach zu Eingabedaten des jeweiligen Programms umfunktioniert werden. Ausführliche Eingabebeschreibungen leisten dabei wertvolle Hilfe. Auch die Form der Ausgabedaten entspricht einer Darstellungsweise, die dem mit der Problematik hinreichend vertrauten Wertpapierdisponenten keine Schwierigkeiten bereiten dürfte.

Da zudem die Entwicklung in eine Richtung tendiert, wo auch die wertpapierorientierten Branchen nicht mehr auf den Einsatz von EDV-Anlagen verzichten können, läßt sich der Problembereich der Effektauswahl ohne allzu großen zusätzlichen Aufwand in die Planungsüberlegungen aufnehmen.

*Wirth* (12) verweist auf folgende Schwerpunktbereiche, in denen namentlich in den USA und in England der Computer bei der Wertschriftenanalyse eingesetzt wird:

- als Datenbank für die Beschaffung von Vergangenheitszahlen,
- in der Vorselektion von kauf- und verkaufswürdigen Titeln,
- in der Analyse des Kursverlaufes und dem sogenannten Timing,
- in der Bewertung von Wertschriften.

Prognosemodelle und Datenbanken mit den entsprechenden Management-Informationen werden auf Sicht die Anwendungsmöglichkeiten der elektronischen Datenverarbeitung in diesem Rahmen erweitern.

Die Organisation dieser Dateien hat komplexen Charakter. Sie sind als Basisdateien mit Basisinformationen für unterschiedliche Verdichtungs- und Selektionsfunktionen im Rahmen der Aufgaben der Wertpapierverwaltung, Wertpapieranalyse, Finanz- und Liquiditätsplanung u. a. nur im Zusammenhang mit dem Gesamtsystem zu betrachten.

Die Datenbeschaffung, -bereitstellung und -aufbereitung stellen insofern also ein abtrennbares Teilproblem der Fondsoptimierung dar und sind deshalb besonderen Spezialisten zu übertragen. Allerdings ist darauf hinzuweisen, daß bei der Programm- und Dateipflege und -kontrolle ein sehr enger Kontakt zwischen Beschaffung, Analyse und Optimierung gehalten wird.

Der Aufbau einer derartigen Datenbasis sei exemplarisch an einer „Wertpapierdatei“ demonstriert (Tab. 2), die etwa als Grundlage einer „Wertpapierverwaltung“ dienen könnte und neben der natürlich weitere

Basisinformationen z. B. über Indexdaten und Branchendaten in anderen Dateien abgelegt sind.

Analog dem dargestellten Merkmalsatz für Aktien und Investmentzertifikate lassen sich Satztypen für Öffentliche Anleihen, Obligationen, Pfandbriefe, Wandelanleihen, Darlehen und Festgelder leicht definieren. Auf ihre Darstellung wird hier aus Platzgründen verzichtet.

### *3.3 Kosten und Organisation*

Auf der personellen Seite bedarf es der ständigen Mitarbeit und Beratung von Wertpapieranalytikern. Ihnen obliegt es, das nicht unerhebliche Pensum der „Vorarbeit“ zu absolvieren. Ein „guter Wertpapieranalytiker“ kann ca. 20 Werte wirkungsvoll betreuen. In der Praxis — es handele sich beispielsweise um die Wertpapierberatungsabteilung einer Bank — werden die Arbeitsbereiche häufig nach sog. Märkten aufgegliedert, so daß sich unter Umständen eine günstigere Relation von Betreuer und Anzahl der betreuten Papiere ergeben kann. Hier zeigt sich eine Quelle hoher Kostenverursachung, wenn man berücksichtigt, daß im allgemeinen die Wertpapierberatung bei den Kreditinstituten heute noch größtenteils kostenlos erfolgt. Die Kosten für die Inanspruchnahme von Wertpapieranalytikern für ein Portfolio-Selection-Projekt müssen also durch den Erfolg, der durch diese Maßnahme hervorgerufen werden soll, überkompensiert werden. Ein Erfolgsbeteiligungssystem bietet qualifizierten Fachkräften möglicherweise einen sinnvollen Anreiz.

Eine weitere Kostenabhängigkeit ist in der Rechenzeit des verwendeten Programms begründet. Es ist nicht nur von Bedeutung, welches Programm, sondern auch was für eine Rechenanlage zur Verfügung steht. Wenn auch hier eine Schätzung *ex-ante* äußerst schwierig erscheint, lassen sich doch grundsätzliche Aussagen machen. Die gesamte Rechenzeit ist eine Funktion der Anzahl der berechneten und ausgedruckten Portefeuilles. Die Anzahl der Portefeuilles hängt wiederum von der Gesamtheit der einbezogenen Wertpapierarten und von den Restriktionen ab. Soweit es im Programm vorgesehen ist, kann der Output beliebig erweitert werden. So können beispielsweise Vergleiche eines derzeitigen Wertpapierbestandes mit einem geplanten durchgeführt werden. Am Ergebnis läßt sich ablesen, ob die Notwendigkeit einer Portefeuille-Umschichtung vorliegt. Nicht zuletzt tritt hier nämlich die Frage auf, daß die durch den Umschichtungsvorgang hervorgerufenen Kosten durch den geplanten Mehrgewinn mindestens aufgefangen werden müssen. Anderenfalls erwiese sich ein Umschichtungsvorhaben als illusorisch.

Neben den jeweils von der Problemstellung determinierten variablen Kostengrößen besteht ein überwiegend fixer Kostenanteil in der Depotverwaltung, die unabhängig von der Höhe der Effektenposten ist. Zusätzlich treten Kosten der Informationsbeschaffung auf, die notwendig für die möglichst exakte Ermittlung der Prognosedaten sind. Daß zwischen Ermittlungsaufwand und Aussagekraft der Daten ein ausgewogener Kompromiß letztlich unentbehrlich wird, liegt auf der Hand, wenn auch die Effizienz aller Portfolio-Selection-Modelle — wie immer wieder betont werden muß — vom Grad der Genauigkeit der Prognosedaten geprägt wird.

Schließlich bleibt zu vermerken, daß die Kostenhöhe nicht unwesentlich durch die Häufigkeit von Bewegungen, die das Depot betreffen beeinflusst wird.

#### 4. Schlußbetrachtung

Wenn trotz der angedeuteten Vorbehalte die Anwendung eines Portfolio-Selektion-Modells befürwortet wird, so stützt sich die Argumentation im wesentlichen auf folgenden Vergleich.

Von zwei gleichgestellten Investoren, welche Finanzinvestitionen in Form eines Wertpapier-Portefeuilles planen, wobei sich beide gegenüber den Zielvariablen Risiko und Ertrag indifferent verhalten, wird derjenige, der in der Lage ist, sein Portefeuille nach Effizienzkriterien zu mischen, dem anderen gegenüber bessere Ergebnisse erwarten können (3). Als Instrumentarium empfiehlt sich eine der Varianten des Multi-Indexmodells, da sie in ihrer Eigenschaft als „flexibelste“ Ausprägung der vorhandenen Portfolio-Selektion-Modelle den Kompromiß zwischen mathematischer und ökonomischer Effizienz am vorteilhaftesten zu lösen vermag.

Diese These wird dadurch unterstützt, daß die Struktur der Indexmodelle der Vorgehensweise von Wertpapieranalytikern weitgehend entgegenkommt und somit gleichsam eine Brücke zwischen mathematischer Formulierung und wirtschaftswissenschaftlicher Terminologie geschaffen ist.

#### Zusammenfassung

##### Ökonomische Aspekte der Portfolio-Selektion-Theorie

Die Ermittlung effizienter und optimaler Portefeuilles wird unter dem Aspekt einer wirtschaftlichen Anwendung untersucht.



Die verschiedenen Modelltypen als Verfahrenstechniken werden dargestellt und unter ökonomischen Gesichtspunkten interpretiert. Dabei wird der Versuch unternommen, die einzelnen Modellvariationen hinsichtlich ihrer wirtschaftlichen und zeitlichen Vor- bzw. Nachteile zu vergleichen, um dadurch Hinweise für praktische Anwendungs- bzw. Durchführungsmöglichkeiten zu erhalten. Es wird festgestellt, daß rezeptartige Empfehlungen nicht ausgesprochen werden können. Die verfahrenstechnischen Hilfsmittel reagieren auf Datenänderungen derart empfindlich, daß das Dilemma zwischen wirtschaftlichem Einsatz und Praktikabilität einerseits und mathematischer Effizienz andererseits stets nur im subjektiven Ermessensspielraum eines Investors gelöst werden kann.

Weiter wird auf den Einsatz der elektronischen Datenverarbeitung als organisationstechnisches Hilfsmittel eingegangen. Als Beispiel für eine umfangreiche Datenbasis zur computer-gestützten Datenverwaltung, Datenbereitstellung und Datenaufbereitung sowie zur Analyse und Optimierung werden Struktur und Inhalt einer sogenannten Wertpapierdatei dargestellt. Kosteneinflußgrößen und organisatorische Fragen insbesondere im Zusammenhang mit dem Computereinsatz werden abschließend erörtert und geben weitere Hinweise auf die ökonomische Relevanz und praktische Einsatzmöglichkeit von Portfolio-Selection-Modellen.

## Summary

### Economic Aspects of Portfolio Selection Theory

This study investigates the selection of efficient and optimal portfolios from the standpoint of its economic application.

The various types of models, as procedural techniques, are described and interpreted in the light of economic aspects. An attempt is made to compare the various model variations in respect of their economic and temporal advantages and disadvantages in order to obtain pointers for practical possibilities for their application and execution. It is established that no recommendations in the nature of recipes can be given. The technical procedural aids respond so sensitively to changes in data that the dilemma between economic use and practicability on the one hand and mathematical efficiency on the other can invariably be solved only within the scope of an investor's subjective discretion.

The use of electronic data processing as a technical, organizational aid is also dealt with. The structure and contents of a so-called securities data bank are described as an example of a comprehensive data basis for computer-assisted administration, supply and processing of data, and for analysis and optimization. In conclusion, cost determinants and organization questions, especially in connection with the use of computers, are discussed, and further

indications are given as to the economic relevance and potential practical use of portfolio selection models.

## Résumé

### Aspects économiques de la théorie de la sélection de portefeuilles-titres

L'établissement de portefeuilles efficaces et optimaux est examinée sous l'aspect d'une application économique.

Les divers modèles-types sont décrits comme techniques de procédure et sont interprétés dans un contexte économique. L'on entreprit par la même occasion de tenter de comparer les diverses variations-modèles sous l'aspect de leurs avantages et désavantages économiques et temporels afin de dégager des indications pour les possibilités pratiques d'application. Il fut établi qu'il ne convenait pas de formuler des recommandations du type recettes. Les instruments d'aide technique réagissent à des modifications de données de manière sensible, c. à. d. que le dilemme entre l'opération économique et la praticabilité d'une part et l'efficacité mathématique d'autre part ne peut être tranché que dans la liberté subjective de décision de l'investisseur.

L'on examine ensuite l'intervention de l'appareillage électronique comme instrument d'organisation technique. A titre d'exemple d'une large base de données fondée sur une gestion, une communication, l'on dissèque la structure du ordinateur, ainsi que pour l'analyse et l'optimisation, l'on dissèque la structure et le contenu d'une « cartothèque de données » électronique.

Les volumes influençant les coûts et les problèmes d'organisation sont analysés en conclusion, en particulier en relation avec l'intervention de l'ordinateur, et donnent des indications complémentaires sur l'intérêt économique et la possibilité pratique de modèles de sélection de portefeuilles.

## Literaturhinweise

- (1) H.-M. *Markowitz*, Portfolio Selection, *JoF*, Vol. 3 (1952), S. 77 - 91. —
- (2) H.-M. *Markowitz*, Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments, New York-London 1959. —
- (3) H. *Müller*, Portfolio Selection als Entscheidungsmodell deutscher Investmentgesellschaften, in: Schriftenreihe für Kreditwirtschaft und Finanzierung, Bd. 10, Hrsg. K. F. *Hagenmüller*, Wiesbaden 1970. —
- (4) W. F. *Sharpe*, A Simplified Model for Portfolio Analysis, in: *MS*, Vol. 9 (1963), S. 277 - 293. —
- (5) K. J. *Cohen* and J. A. *Pogue*, An Empirical Evaluation of Alternative Portfolio-Selection Models, in: *JoB*, Vol. 40 (1967), S. 166 - 193. —
- (6) I. *Friend* and D. *Vickers*, Re-Evaluation of Alternative Portfolio-Selection Models, in: *JoB*, Vol. 41, No. 2 (1968), S. 174 - 179. —
- (7) W. *Neubaus*, Zur Planung effizienter Wertpapierportefeuilles, Diss., Köln 1968. —
- (8) W. *Neubaus*, Indexmodelle zur Planung effi-

zienter Wertpapierportefeuilles, in: ZfB, 39. Jahrgang (1969) Nr. 12, S. 801 bis 820. — (9) U. *Hielscher*, Das optimale Aktienportefeuille, Grundlagen der Kapitalanlagenplanung am Aktienmarkt, Darmstadt 1969. — (10) H. E. *Büschgen*, Zum Problem der Planung von Wertpapierbeständen, insb. durch Kreditinstitute und Investmentgesellschaften, in: Kredit und Kapital, 2. Jahrgang (1969), Heft 1, S. 1 - 59. — (11) *IBM*, Portfolio Selection Program (IB PS 90), IBM 7090 Program No. 7090 — FI — 03 X, Preliminary Manual, o. O. (New York), 1962. — (12) H. E. *Büschgen*, Wertpapieranalyse, Die Beurteilung von Kapitalanlagen in Wertpapieren, Stuttgart 1966. — (13) W. *Wirth*, Quantitative Wertschriftenanalyse und Portefeuille-Optimierung, in: Die Unternehmung, (Schweizerische Zeitschrift für Betriebswirtschaft), 24. Jahrgang (1970), Nr. 1, S. 14 - 34. — (14) H. E. *Büschgen*, Wissenschaftliche Unternehmensführung und operations research im Bankbetrieb — III. Teil, in: Bankbetrieb, 10. Jahrgang (1970), Heft 2, S. 53 - 61.