

## **Die Wirkung von Wechselkursvolatilitäten auf das Investitionsverhalten**

### **Eine theoretische und empirische Analyse aus der Perspektive der Realloptionstheorie**

Von Thomas Werner\*, Frankfurt/Main

#### **I. Einleitung**

Seit längerem wird in der ökonomischen Literatur die Frage nach der Wirkung von Unsicherheit auf das Investitionsverhalten untersucht. Hartman zeigte 1972, daß Unsicherheit einen positiven Einfluß auf das Investitionsverhalten haben kann.<sup>1</sup> Hartman unterstellt vollkommene Konkurrenz und reversible Investitionen. Der positive Effekt der Unsicherheit basiert auf der Konvexität der Gewinnfunktion.

Bernanke hat 1983 die Bedeutung von Irreversibilität für die Wirkung von Unsicherheit auf das Investitionsverhalten herausgearbeitet und den Optionscharakter von Investitionen aufgezeigt. Eine irreversible Investition, die zeitlich verzögert werden kann, besitzt einen Optionscharakter. Dies ist der Fall, da die Möglichkeit zu investieren, aber nicht die Verpflichtung, besteht. Die Möglichkeit zu investieren wird, in Analogie zu einer Finanzoption, als Realloption bezeichnet. Trifft der Investor die Entscheidung zu investieren (z. B. eine Fabrik zu bauen), dann wird die Realloption ausgeübt. Da Irreversibilität unterstellt wird, ist die Entscheidung endgültig. Die Möglichkeit, die Investition zeitlich zu verzögern (Option zu warten), besitzt einen Wert, der abhängig von der Unsicherheit ist. Dieser von Bernanke entwickelte Gedanke<sup>2</sup> wurde 1986 von McDonald und Siegel, mit Hilfe der aus der Theorie der Finanzoptionen bekannten

---

\* Der Verfasser dankt einem anonymen Gutachter für wertvolle Anregungen und Hinweise. Insbesondere sind, auf Anregung des Gutachters, die Simulationen im Abschnitt II.2. erweitert worden und der Abschnitt II.3. ist neu aufgenommen worden.

<sup>1</sup> Vgl. Hartman (1972). Hartman untersucht in seinem Modell Preisunsicherheit.

<sup>2</sup> Vgl. Bernanke (1983).

stochastischen Analysis (Ito-Kalkül), mathematisch präzise formuliert.<sup>3</sup> Zunehmende Unsicherheit kann den Wert der Realoption, und damit die Opportunitätskosten der Investition, erhöhen. Unsicherheit kann daher einen negativen Effekt auf das Investitionsverhalten haben, da es bei steigender Unsicherheit optimal ist, mit der Investitionsentscheidung noch zu warten. Basierend auf der Arbeit von McDonald und Siegel wurde in den 90er Jahren die Theorie der Realoptionen entwickelt.<sup>4</sup>

Im Rahmen der Realoptionstheorie wurden die unterschiedlichsten Unsicherheitsarten analysiert. Relativ selten hingegen wurde die Wirkung von Wechselkursunsicherheit auf das Investitionsverhalten betrachtet. Die vorliegende Arbeit liefert einen Beitrag zu diesem Forschungsbereich. Die einzige andere mir bekannte Arbeit, welche die Wirkung von Wechselkursunsicherheit aus der Perspektive der Realoptionstheorie betrachtet, ist die Arbeit von *Darby et al.* (1999). Die Autoren entwickeln ein Modell eines repräsentativen Unternehmens, das als Preisnehmer auf einem Markt mit vollkommener Konkurrenz agiert. Durch Zahlung eines fixen Betrags kann das Unternehmen in den Markt eintreten und beliebig lange eine Einheit eines Produktes produzieren. Die Investitionskosten sind durch den Markteintritt „versunken“. Das Unternehmen produziert für einen Markt im Ausland und ist daher Wechselkursschwankungen ausgesetzt. Von anderen Einflüssen auf die Gewinnunsicherheit wird abstrahiert. Die Autoren untersuchen die Bedingungen, unter welchen eine Erhöhung der Wechselkursvolatilität zu einem Anstieg der Markteintrittsschwelle führt. Je nach Parameterkonstellation führt die Erhöhung der Wechselkursvolatilität zu einer Erhöhung oder Verminderung der Markteintrittsschwelle. Die Wirkung der Wechselkursvolatilität auf das Markteintrittsverhalten ist daher unbestimmt und muß empirisch überprüft werden. Im empirischen Teil ihrer Arbeit schätzen die Autoren für die Länder USA, Deutschland, Frankreich, Italien und Großbritannien jeweils eine Investitionsfunktion. Die Veränderungen der Investitionen werden durch Outputveränderungen und Tobins  $q$  erklärt. Als Maß für die Wechselkursvolatilität wird die Varianz der Wechselkursschwankungen der letzten 8 Quartale verwendet. Für die Länder USA, Deutschland und Frankreich konnten die Autoren einen negativen Effekt der Wechselkursschwankungen auf die Investitionen zeigen. Für Italien und Großbritannien zeigte sich kein Effekt.

---

<sup>3</sup> Vgl. *McDonald und Siegel* (1986).

<sup>4</sup> Eine formale Darstellung dieser Theorie bietet das Lehrbuch von *Dixit und Pindyck* (1994). Eine leicht verständliche Darstellung der Grundideen ist in *Amram und Kulatilaka* (1999) zu finden.

Die folgende Untersuchung unterscheidet sich in vieler Hinsicht von der oben skizzierten Arbeit. Z.B. wird im Abschnitt II. ein Modell entwickelt, das das aus der neueren Literatur zur Kaufkraftparitätentheorie bekannte „pricing to market“-Verhalten berücksichtigt, und es wird im empirischen Teil ein Fehlerkorrekturmodell geschätzt, wobei die Kointegrationsbedingung überprüft und nicht wie bei *Darby et al.* (1999) einfach angenommen wird.

Im zweiten Abschnitt dieser Arbeit wird ein Modell entwickelt, um die Wirkung von Wechselkursvolatilitäten auf das Investitionsverhalten zu untersuchen. Die Abhängigkeit des optimalen Investitionszeitpunkts von der Varianz der Wechselkursschwankungen wird mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation analysiert. Im dritten Abschnitt wird eine Investitionsfunktion für die Bundesrepublik Deutschland (Zeitraum 1968–1994) als Fehlerkorrekturmodell geschätzt. Anschließend werden die Schwankungen der Deutschen Mark gegenüber dem Dollar im Rahmen eines GARCH-Ansatzes modelliert. Die bedingte Varianz des GARCH-Ansatzes fungiert als Volatilitätsmaß und wird zur Überprüfung des Einflusses der Wechselkursvolatilität auf die Investitionen verwendet. Abschließend werden die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefaßt.

## II. Theoretische Analyse

### 1. Das Modell

Im folgenden wird ein Modell entwickelt, um den Einfluß von Wechselkursschwankungen auf das Investitionsverhalten zu untersuchen. Ein inländisches Unternehmen besitzt die Möglichkeit, eine bestimmte Variante eines Produktes, z.B. eine spezielle Computerkomponente, zu produzieren. Das Unternehmen muß, um sein Produkt auch im Ausland anbieten zu können, eine einmalige Investition (Bau einer neuen Fabrik) in der Höhe  $I$  tätigen. Das Unternehmen produziert nur im Inland. Das Produkt wird zu konstanten Grenzkosten  $c$  hergestellt. Die Nachfrage im Ausland ist isoelastisch mit einer Nachfrageelastizität  $\epsilon$ . Die Nachfragefunktion lautet<sup>5</sup>

$$y = p^{-\epsilon} D.$$

---

<sup>5</sup> Eine isoelastische Nachfragefunktion ist analytisch einfach zu handhaben und wird deshalb verwendet.

Die nachgefragte Menge  $y$  hängt vom Preis  $p$  und vom Niveauparameter  $D$  ab. Das Unternehmen setzt den Preis  $p$  im Ausland in ausländischer Währung. Die inverse Nachfragefunktion lautet  $p = y^{-1/\epsilon} D^{1/\epsilon}$ . Das Unternehmen betreibt internationale Preisdiskriminierung<sup>6</sup> und setzt, da die Grenzkosten  $c$  konstant sind, den Preis  $p$  im Ausland so hoch, daß der Gewinn auf diesem Teilmarkt maximiert wird. Der Gewinn  $\Pi$  ergibt sich aus dem Umsatz  $py$  in ausländischer Währung, der mit dem Wechselkurs<sup>7</sup>  $X$  in inländische Währung umgerechnet wird, abzüglich der Produktionskosten  $cy$ . Es gilt somit

$$\Pi = Xpy - cy.$$

Verwendet man die inverse Nachfragefunktion, so folgt

$$(1) \quad \Pi = Xy^{1-1/\epsilon} D^{1/\epsilon} - cy.$$

Die Bedingung erster Ordnung für ein Gewinnmaximum lautet

$$\Pi' = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} XD^{1/\epsilon} y^{-1/\epsilon} - c = 0,$$

und ergibt umgestellt die gewinnmaximale Produktionsmenge  $y^*$

$$y^* = \left( \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \right)^{-\epsilon} X^{\epsilon} D c^{-\epsilon}.$$

Die Preiselastizität der Nachfrage  $\epsilon$  muß größer als Eins sein, sonst wäre die optimale Produktionsmenge negativ.

Einsetzen von  $y^*$  in die Gleichung 1 und Umstellungen ergeben die Gewinnfunktion

$$(2) \quad \Pi = ((\epsilon - 1)^{\epsilon - 1} \epsilon^{-\epsilon} c^{1 - \epsilon}) X^{\epsilon} D.$$

Der Gewinn hängt somit vom Wechselkurs  $X$  und dem Niveauparameter  $D$  sowie den Grenzkosten  $c$  und der Preiselastizität  $\epsilon$  ab. Da die Grenzkosten  $c$  und die Preiselastizität  $\epsilon$  als konstant angenommen werden, kann die Gewinnfunktion auch als  $\Pi = kZ$ , mit

<sup>6</sup> Diese entspricht der Literatur zum „pricing to market“. Einen Überblick über die Literatur zu diesem Gebiet bieten *Goldberg* und *Knetter* (1997).

<sup>7</sup> Der Wechselkurs  $X$  (Exchange) wird in Preisnotierung verwendet. Er gibt den Preis einer Einheit ausländischer Währung in Einheiten inländischer Währung an. Steigt  $X$ , so bedeutet dies eine Abwertung der inländischen Währung.

$k = (\epsilon - 1)^{\epsilon - 1} \epsilon^{-\epsilon} c^{1 - \epsilon}$  und  $Z = X^\epsilon D$ , geschrieben werden. Da  $\epsilon > 1$  ist, ist der Gewinn eine konvexe Funktion des Wechselkurses.

Wird ab einem Zeitpunkt  $t$  produziert, dann fällt ab diesem Zeitpunkt der Gewinn  $\Pi$  unendlich lange an. Es ist daher nötig, den Gegenwartswert  $V$  des Gewinnstroms zum Zeitpunkt  $t$  zu ermitteln. Dieser Wert ist abhängig vom Wert  $Z$  zum Zeitpunkt  $t$ ,  $Z(t) = z$ . Er lautet<sup>8</sup>

$$(3) \quad V(z) = E_t \int_t^\infty \Pi(Z(s)) e^{-\rho(s-t)} ds.$$

Hierbei ist  $\rho$  die Diskontrate. Es müssen nun Annahmen über die Entwicklung des Nachfrageniveaus  $D$  und des Wechselkurses  $X$  getroffen werden. Da die Untersuchung von Wechselkursunsicherheit im Vordergrund der Betrachtungen steht, wird angenommen, daß sich die Nachfrage deterministisch erhöht. Die Veränderung der Nachfrage ist daher

$$dD = \alpha D dt.$$

Die Nachfrage wächst mit der Rate  $\alpha$ . Der Wechselkurs entwickelt sich stochastisch ohne Trend<sup>9</sup> mit

$$dX = \sigma X dB.$$

Die Höhe von  $\sigma$  gibt die Stärke der Wechselkursschwankungen an, da sie die Gewichtung der Zuwächse  $dB$  der Brownschen Bewegung  $B$  bestimmt. Die Variable  $Z$  ist eine Funktion der Variablen  $X$  und  $D$  mit  $Z = Z(X, D) = X^\epsilon D$ . Unter Verwendung der mehrdimensionalen Ito-Regel<sup>10</sup> folgt

$$dZ = \frac{\partial Z}{\partial X} dX + \frac{\partial Z}{\partial D} dD + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial X^2} (dX)^2 + \frac{\partial^2 Z}{\partial D^2} (dD)^2 + 2 \frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial D} dX dD \right).$$

Mit Hilfe der Ausdrücke  $(dX)^2 = \sigma^2 X^2 dt$ ,  $(dD)^2 = 0$  und  $(dX)(dD) = 0$  folgt

<sup>8</sup>  $E_t$  steht für den Erwartungswert zum Zeitpunkt  $t$ , das heißt, daß alle zum Zeitpunkt  $t$  vorliegenden Informationen bei der Erwartungswertbildung berücksichtigt werden.

<sup>9</sup> Der Wechselkurs wird als Brownsche Bewegung (kontinuierliches Pendant zum Random Walk) modelliert. Da die Wirkung der Wechselkursschwankungen und nicht des Wechselkursniveaus untersucht werden soll, wird angenommen, daß der Wechselkurs keinen Trend hat.

<sup>10</sup> Zur mehrdimensionalen Ito-Regel vgl. Øksendal (1995, S. 45–46).

$$\begin{aligned} dZ &= \epsilon X^{\epsilon-1} D\sigma X dB + X^\epsilon \alpha Ddt + \frac{1}{2} \epsilon(\epsilon-1) X^{\epsilon-2} D\sigma^2 X^2 dt \\ &= \left( \alpha + \frac{1}{2} \epsilon(\epsilon-1) \sigma^2 \right) Z dt + \epsilon \sigma Z dB. \end{aligned}$$

Die Variable  $Z$  folgt daher einer geometrischen Brownschen Bewegung (spezieller Ito-Prozeß)

$$dZ = \mu_Z Z dt + \sigma_Z Z dB,$$

mit  $\mu_Z = \alpha + \frac{1}{2} \epsilon(\epsilon-1) \sigma^2$  und  $\sigma_Z = \epsilon \sigma$ . Es läßt sich zeigen, daß für  $s > t$

$$E_t(Z(s)) = Z(t) \exp\left(\left(\alpha + \frac{1}{2} \epsilon(\epsilon-1) \sigma^2\right)(s-t)\right)$$

gilt.<sup>11</sup> Unter Anwendung des Satzes von Fubini<sup>12</sup> kann man in Gleichung 3 den Erwartungswertoperator unter das Integral ziehen und erhält so<sup>13</sup>

$$\begin{aligned} V(Z(t)) &= V(z) = k \int_t^\infty E_t(Z(s)) e^{-\rho(s-t)} ds \\ &= kz \int_t^\infty e^{\left(\alpha + \frac{1}{2} \epsilon(\epsilon-1) \sigma^2\right)(s-t)} e^{-\rho(s-t)} ds \\ &= \frac{zk}{\rho - \alpha - \frac{1}{2} \epsilon(\epsilon-1) \sigma^2} = \frac{zk}{\rho - \mu_Z}. \end{aligned}$$

Man sieht, daß eine höhere Wechselkursvolatilität, also ein größeres  $\sigma$ , zu einem höheren Gegenwartswert der Gewinne führt. Dieses Resultat ist eine Konsequenz der Konvexität von  $\Pi$  bezüglich  $X$ .

Da die Investition (Bau der Fabrik) als irreversibel angenommen wird, investiert das Unternehmen nicht sofort, wenn der Gegenwartswert der Gewinne  $V$  gleich den Investitionskosten  $I$  ist, sondern bestimmt den optimalen Investitionszeitpunkt mit Hilfe der dynamischen Programmierung. Der Wert der Möglichkeit, das Investitionsprojekt zu realisieren,

<sup>11</sup> Vgl. Øksendal (1995, S. 59–61).

<sup>12</sup> Vgl. Williams (1991) Kapitel 8.

<sup>13</sup> Das Integral hat die Struktur  $\int_t^\infty e^{(a-\rho)(s-t)} ds$  mit  $a = \alpha + \frac{1}{2} \epsilon(\epsilon-1) \sigma^2$ . Es folgt  $\int_t^\infty e^{(a-\rho)(s-t)} ds = e^{-(a-\rho)t} \left[ \frac{1}{a-\rho} e^{(a-\rho)s} \right]_t^\infty$ . Damit das Integral konvergiert, muß  $\rho > a$  sein, also ist  $a - \rho < 0$ . Die obere Grenze der Stammfunktion geht dann gegen null und das Integral nimmt den Wert  $\frac{1}{\rho - a}$  an.

wird mit  $W$  bezeichnet. Dieser Wert kann auch dann positiv sein, wenn der Gegenwartswert der zukünftigen Gewinne  $V$  kleiner als die Investitionskosten  $I$  ist. Die Gewinnentwicklung könnte sich ja in Zukunft verbessern und die Investition noch profitabel machen. Die Investitionsmöglichkeit ist daher eine Realoption. Diese kann analog zu einer Finanzoption einen positiven Wert haben, auch wenn sie „aus dem Geld“ ist. Der Wert  $W$  der Realoption ergibt sich aus dem Maximierungsproblem

$$W(Z(t)) = \max_{\tau} E_t((V(Z(\tau)) - I)e^{-\rho(\tau-t)}).$$

Die Hamilton-Jacobi-Bellman(HJB)-Gleichung für dieses Problem lautet<sup>14</sup>

$$(4) \quad \rho W(Z)dt = E\{dW(Z)\}.$$

Die HJB-Gleichung resultiert aus dem zugrundeliegenden dynamischen Optimierungsproblem. Es wird ein optimales  $Z^*$  gesucht, so daß investiert wird, wenn  $W(Z^*) < V(Z^*) - I$  gilt. Die rechte Seite gibt den Nettogegenwartswert der Investition an, und die linke Seite entspricht dem Wert der Option, mit der Investitionsentscheidung noch zu warten. Wenn dieser Wert größer als der Nettogegenwartswert der Investition ist ( $W(Z^*) > V(Z^*) - I$ ), dann ist es optimal, mit der Investitionsentscheidung noch zu warten. Die Gleichung 4 beschreibt in diesem Fall die Entwicklung von  $W(Z)$ . Die linke Seite kann als gewünschte „Verzinsung“ ( $\rho$  ist die Diskontrate, die z.B. aus der Verzinsung einer alternativen Anlagemöglichkeit resultiert) interpretiert werden, und die rechte Seite entspricht dem erwarteten Wertzuwachs der Option zu warten. Entwickelt man die rechte Seite von Gleichung 4 mit Hilfe der Ito-Regel und bildet den Erwartungswert, so erhält man

$$\frac{1}{2} \sigma_Z^2 Z^2 W''(Z) + \mu_Z Z W'(Z) - \rho W = 0.$$

Analog zum McDonald-Siegel-Modell<sup>15</sup> hat diese Gleichung eine Lösung in der Form

$$W(Z) = aZ^\beta,$$

<sup>14</sup> Eine heuristische Einführung in die stochastische Kontrolltheorie und die HJB-Gleichung ist in *Dixit und Pindyck* (1994) Kapitel 4 zu finden. Eine mathematisch präzisere Darstellung liefern *Korn und Korn* (1999, S. 259–274).

<sup>15</sup> Das McDonald-Siegel-Modell wird in *Dixit und Pindyck* Kapitel 5 ausführlich erklärt und gelöst.

mit

$$(5) \quad \beta = \frac{1}{2} - \frac{\mu_Z}{\sigma_Z^2} + \sqrt{\left[\frac{\mu_Z}{\sigma_Z^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2\rho}{\sigma_Z^2}}$$

Um den Koeffizienten  $a$  und den optimalen Schwellenwert  $Z^*$  zu bestimmen, sind die folgenden Randwertbedingungen zu berücksichtigen:

1.  $W(0) = 0$
2.  $W(Z^*) = V(Z^*) - I$
3.  $W'(Z^*) = V'(Z^*)$

Die erste Randwertbedingung resultiert aus der Tatsache, daß  $Z$  einer geometrischen Brownschen Bewegung folgt. Nimmt  $Z$  den Wert Null an, dann bleibt  $Z$  immer Null. Es gibt also eine Absorptionsbarriere bei Null. Inhaltlich ist diese Eigenschaft wichtig, da sie negative Werte von  $Z$ , und damit negative Wechselkurse, ausschließt. Die zweite Randwertbedingung ist intuitiv sehr einleuchtend. Sie fordert, daß im Zeitpunkt der Investition der Wert der Realloption  $W$  gleich dem Gegenwartswert des Gewinnstroms, abzüglich der Investitionskosten  $I$ , ist. Wäre  $W > V - I$ , dann würde es sich rentieren, mit der Investition noch zu warten, da die Realisation der Investition mit der Aufgabe der Realloption verbunden ist. Im anderen Fall, bei  $W < V - I$ , hätte man mit der Realisation zu lange gewartet. Die dritte Randwertbedingung ist die sogenannte „smooth fit“-Bedingung.<sup>16</sup>

Mit  $W'(Z^*) = \beta a(Z^*)^{\beta-1}$  und  $V'(Z^*) = \frac{k}{\rho - \mu_Z}$  folgt aus der Randwertbedingung 3

$$a = \frac{k(Z^*)^{1-\beta}}{\beta(\rho - \mu_Z)}$$

Dies ergibt zusammen mit Randwertbedingung 2

$$\begin{aligned} I = V(Z^*) - W(Z^*) &= \frac{kZ^*}{(\rho - \mu_Z)} - \frac{k(Z^*)^{1-\beta}}{\beta(\rho - \mu_Z)} (Z^*)^\beta \\ &= \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \frac{k}{\rho - \mu_Z} Z^* \end{aligned}$$

Umgestellt nach  $Z^*$  folgt

$$(6) \quad Z^* = \frac{\beta}{\beta - 1} \frac{(\rho - \mu_Z)}{k} I$$

<sup>16</sup> Vgl. Dixit und Pindyck (1994, S. 130-132).



Für das Unternehmen ist es optimal, dann zu investieren, wenn der Profitabilitätsindex  $Z$  den Schwellenwert  $Z^*$  übersteigt. Wäre der Wechselkurs konstant, dann würde  $Z$  deterministisch steigen, da eine deterministische Zunahme der Nachfrage im Ausland angenommen wurde. Die Wechselkursschwankungen führen jedoch zu Gewinnunsicherheit und generieren daher einen Optionswert. Die Realoption besteht in der zeitlichen Wahl der Investition. Schreibt man die letzte Gleichung in der Form

$$\frac{kZ^*}{\rho - \mu_Z} = \frac{\beta}{\beta - 1} I,$$

sieht man, daß die linke Seite der Gleichung den Gegenwartswert der Gewinne repräsentiert. Da  $\frac{\beta}{\beta - 1} > 1$  ist,<sup>17</sup> muß, damit investiert wird, der Gegenwartswert größer als die Investitionskosten  $I$  sein.

Um festzustellen, wie sich der Schwellenwert  $Z^*$  mit steigender Unsicherheit verändert, ist die Analyse der Gleichung 6 erforderlich. Wenn  $\sigma$  steigt, dann steigt  $\mu_Z$ . Dies resultiert aus der konvexen Gewinnfunktion.<sup>18</sup> Ein höheres  $\mu_Z$  erhöht den Gegenwartswert des Gewinnstroms und führt daher zu einem Investitionsanreiz. Andererseits erhöht die Unsicherheit den Optionswert, das heißt den Wert der Option, die Investition zu verschieben. Formal zeigt sich dieser Effekt im positiven Zusammenhang von  $\frac{\beta}{\beta - 1}$  und  $\sigma$ . Steigt  $\sigma$ , so steigt  $\frac{\beta}{\beta - 1}$ .<sup>19</sup>

Eine numerische Analyse der Gleichung 6 zeigt, daß  $Z^*$  eine steigende Funktion von  $\sigma$  ist. Dies bedeutet jedoch nicht, daß auch im Durchschnitt zeitlich später investiert wird. Steigt der Schwellenwert  $Z^*$ , dann ist eine höhere Profitabilität erforderlich, um die Investition auszulösen. Dies bedeutet bei einem im Zeitverlauf steigenden  $Z$  (*ceteris paribus*), einen späteren Investitionszeitpunkt. Man muß allerdings berücksichtigen, daß mit  $\sigma$  die Schwankungen von  $Z$  zunehmen, und daher wäre es denkbar, daß die höhere Schwelle  $Z^*$  zeitlich früher übertroffen wird. Dieser Aspekt wird in der Literatur häufig vernachlässigt. Um diese Frage zu analysieren, ist es erforderlich, den Erwartungswert der Stoppzeit  $\tau$  zu bestimmen. Da dies analytisch außerordentlich schwierig, und

<sup>17</sup> Vgl. die Ausführungen zum McDonald-Siegel-Modell in *Dixit und Pindyck* (1994) Kapitel 5.

<sup>18</sup> Dieser Effekt wird in *Varian* (1992, S. 43) erklärt. Er basiert auf der Jensen'schen Ungleichung.

<sup>19</sup> Vgl. *Dixit und Pindyck* (1994, S. 144).

in den meisten Fällen nur numerisch approximierbar ist, bietet sich eine Monte-Carlo-Simulation des Modells an.

## 2. Monte-Carlo-Simulation

Die relative Veränderung der Profitabilitätsvariablen  $Z$  folgt einer (gewöhnlichen) Brownschen Bewegung mit

$$\frac{dZ}{Z} = \mu_Z dt + \sigma_Z dW.$$

Die diskrete Version dieser Gleichung kann wie folgt geschrieben werden:

$$(7) \quad \frac{\Delta Z}{Z} = \mu_Z \Delta t + u \sigma_Z \sqrt{\Delta t}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung lassen sich Pfade von  $Z$  simulieren, wenn Realisationen der standard-normalverteilten Zufallsvariablen  $u$  simuliert werden.

In Computersimulationen werden sogenannte Pseudo-Zufallszahlen-Generatoren verwendet. Diese Generatoren „errechnen“ mit speziellen Algorithmen Zahlenreihen, die möglichst viele statistische Eigenschaften haben, die echten Zufallszahlen entsprechen. In der folgenden Simulation wird der in dem Mathematikprogramm Mathematica 3.0 integrierte Zufallsgenerator verwendet. Dieser Generator hat sehr gute Eigenschaften.<sup>20</sup>

Wenn die Varianz der Wechselkurse  $\sigma^2$  steigt, entstehen zwei Effekte. Erstens steigt die Wachstumsrate und die Varianz von  $Z$ , da  $\mu_Z = \alpha + \frac{1}{2}\epsilon(\epsilon - 1)\sigma^2$  und  $\sigma_Z = \epsilon\sigma$  gilt.<sup>21</sup> Die höhere Wachstumsrate von  $Z$  führt (*ceteris paribus*) zu einer früheren Investition, da  $Z^*$  im Durchschnitt früher erreicht wird. Dieser Effekt tritt nur bei  $\epsilon > 1$ , also einer konvexen Gewinnfunktion, auf.

Zweitens führt die zunehmende Varianz der Wechselkurse aber auch zu einem Anstieg von  $Z^*$ . Dies ist der Optionseffekt. Die Realloption, mit der Investitionsentscheidung noch zu warten, gewinnt mit zunehmender Unsicherheit an Wert. Da die Realisierung der Investition einer Ausübung (und damit Vernichtung) der Realloption entspricht, erhöhen sich

<sup>20</sup> Vgl. *Belsley* (1996, S. 376–380).

<sup>21</sup> Man beachte, daß  $\epsilon > 1$  ist.

die Opportunitätskosten der Investition. Die Investition wird verzögert. Welcher der Effekte dominiert, kann nur mit Hilfe einer Simulation ermittelt werden. In der Simulation wurde ein Zeithorizont von 10 Jahren betrachtet. Ein Pfad wurde mit 120 Punkten approximiert. Jeder Punkt entspricht daher einem Monat. Die Investitionskosten wurden mit  $I = 10$  angenommen und der Startwert des Profitabilitätsindex wurde auf  $Z(0) = 1$  gesetzt. Die restlichen Parameter sind auf die Werte  $\alpha = 0,03$ ,  $\rho = 0,1$ ,  $\epsilon = 1,5$  und  $k = 1$  gesetzt worden. Die Tabelle 1 zeigt die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation. Es wurde mit einer Standardabweichung  $\sigma = 0,1$  begonnen. Der Schwellenwert  $Z^*$  beträgt bei dieser Standardabweichung 1,24. Mit  $\sigma = 0,1$  wurden 5000 Pfade simuliert. Für jeden Pfad wurde der erste Zeitpunkt, an dem der Wert  $Z^*$  überschritten wurde, registriert. Da bei manchen Pfaden innerhalb des betrachteten Zeitraums (10 Jahre) überhaupt nicht investiert wird, kann der Mittelwert der Investitionszeitpunkte nicht ermittelt werden. Deshalb wurde der Median der Investitionszeitpunkte ermittelt. Bei einem  $\sigma$  von 0,1 ergab sich ein Median von 3,92 Jahren. In 50 % der Fälle wurde nach 3,92 Jahren oder früher investiert und in 50 % der Fälle wurde nach 3,92 Jahren oder später investiert. Der Median der Stichprobe (5000 Simulationen) ist natürlich zufällig. Es wurden daher Konfidenzintervalle zum 90%-Niveau ermittelt. Die Konfidenzintervalle wurden mit Hilfe eines „Bootstrap“ bestimmt.<sup>22</sup> Es sind sogenannte Bootstrap-Perzentil-Intervalle. Aus der Stichprobe der 5000 Zeitpunkte werden hierbei (z.B. 200) neue Stichproben gleichen Umfangs durch Ziehen mit Zurücklegen generiert. Von diesen Bootstrap-Medianen wird das 5%-Perzentil und das 95%-Perzentil ermittelt. Sie bilden die Unter- und Obergrenze des Konfidenzintervalls.

Tabelle 1  
Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für  $\alpha = 0,03$

$\sigma$	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2
$Z^*$	1,24	1,32	1,40	1,48	1,58	1,67
Median	3,92	4,75	5,58	6,17	6,87	7,75
Bootstrap KI	(3,75;4,0)	(4,67;5,0)	(5,33;5,75)	(5,92;6,5)	(6,58;7,25)	(7,42;8,33)

<sup>22</sup> Zum Bootstrap-Verfahren vgl. *Efron und Tibshirani (1993)*.

*Tabelle 2*  
**Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für  $\alpha = 0,04$**

$\sigma$	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2
$Z^*$	1,21	1,28	1,36	1,44	1,53	1,62
Median	2,92	3,5	4,13	5,08	5,75	6,5
Bootstrap KI	(2,83;3,0)	(3,33;3,67)	(3,9;4,25)	(4,87;5,25)	(5,5;6,08)	(6,17;6,9)

*Tabelle 3*  
**Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation für  $\alpha = 0,05$**

$\sigma$	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2
$Z^*$	1,18	1,25	1,33	1,4	1,49	1,58
Median	2,25	2,75	3,25	3,92	4,5	5,25
Bootstrap KI	(2,17;2,3)	(2,58;2,83)	(3,17;3,42)	(3,75;4,08)	(4,4;4,75)	(5,0;5,5)

Diese Simulation wurde mit höheren  $\sigma$ -Werten erneut durchgeführt. Die Tabelle 1 zeigt die Ergebnisse. Mit steigendem  $\sigma$  nimmt der Median der Investitionszeitpunkte zu. Die Investition wird zeitlich verzögert. Die Tabellen 2 und 3 geben weitere Simulationsergebnisse, mit anderen Parameterkonstellationen, wieder. In der Tabelle 2 sind die Simulationsergebnisse für  $\alpha = 0,04$  angegeben (alle anderen Parameter sind identisch). Man sieht, daß im Vergleich zum Fall  $\alpha = 0,03$  die Investitionszeitpunkte (bei gleicher Varianz) früher liegen. Dies ist intuitiv leicht verständlich, da  $\alpha$  die Wachstumsrate der Nachfrage ist. Wächst die Nachfrage mit 4% statt mit 3%, dann ist die Investition früher rentabel. Ein Anstieg der Unsicherheit führt auch in diesem Fall zu zeitlich späteren Investitionen. In Tabelle 3 sind Simulationsergebnisse für  $\alpha = 0,05$  angegeben. Die Interpretation ist hier analog.

### 3. Kritische Diskussion des Modells

Das oben entwickelte Modell ist bewußt stilisiert, um die wichtigsten Aspekte herauszuarbeiten. Zu beachten ist die Annahme, daß das Unternehmen risikoneutral ist. Mit dieser Annahme ist es möglich, zwei Aspekte der Unsicherheit zu diskutieren, die unabhängig von der Risikoeinstellung vorhanden sind. Dies ist zum einen der Effekt der Jensen'schen Ungleichung, resultierend aus der Konvexität der Gewinnfunktion, und zum anderen der Realloptionseffekt. Risikoaversion kann mit Hilfe einer konkaven Risikonutzenfunktion, mit der die Gewinne gewichtet werden, modelliert werden. Dieser Effekt könnte den aus der konvexen Gewinnfunktion resultierenden Effekt abschwächen oder überkompensieren. Am Ergebnis würde sich nichts ändern, da gezeigt wurde, daß der negativ wirkende Effekt der Option zu warten den Effekt der konvexen Gewinnfunktion überwiegt. Wäre hingegen das Unternehmen stark risikofreudig, dann können steigende Wechselkursschwankungen die Investitionsschwelle vermindern und so die Investitionstätigkeit verstärken.

Das Modell ist in bezug auf einen weiteren Aspekt stark stilisiert. Es wird nur die zeitliche Wahl einer einmaligen Investition modelliert. Realistischer ist der graduelle Kapazitätsaufbau und Kapazitätsabbau. Die Modellierung eines entsprechenden Modells ist aber erheblich komplizierter und sehr technisch, so daß die wichtigen Elemente nicht mehr sichtbar sind. Für den Fall der Nachfrageunsicherheit wurde ein Modell dieser Art von *Abel* und *Eberly* (1996) entwickelt. Sie zeigen, daß es zwei optimale Aktionsschwellen gibt. Erreicht die Profitabilität eine bestimmte obere Schwelle, dann wird der Kapitalstock erweitert. Wenn die Profitabilität eine gewisse untere Schwelle unterschreitet, wird der Kapitalstock vermindert. Innerhalb der zwei Schwellen bleibt das Unternehmen inaktiv. *Abel* und *Eberly* konnten zeigen, daß eine Erhöhung der Unsicherheit zu einer Vergrößerung des Inaktivitätsbereichs führt. Das Ergebnis der temporären Verzögerung der Investitionen, ausgelöst durch steigende Unsicherheit, ist daher auf den allgemeineren Fall der graduellen Kapazitätserweiterung übertragbar.

Ein weiterer Punkt ist der temporäre Charakter der Investitionsreaktion. Das Modell zeigt, daß ein Anstieg der Unsicherheit zu einer zeitlichen Verzögerung der Investitionen führt. Diese heißt nicht, daß langfristig weniger investiert wird. In einer neueren Arbeit zeigen *Abel* und *Eberly* (1999), daß der Effekt von Unsicherheit auf die langfristige Kapitalakkumulation unbestimmt ist. Im empirischen Teil dieser Arbeit wird der Effekt der Wechselkursunsicherheit im Fehlerkorrekturmodell, das

heißt in der Modellierung des kurzfristigen Investitionsverhaltens, und nicht in der Kointegrationsbeziehung berücksichtigt.

### III. Empirische Analyse

#### 1. Fehlerkorrekturmodell der Investitionen

Um den Einfluß der Wechselkursunsicherheit auf das Investitionsverhalten zu überprüfen, muß zunächst eine Investitionsfunktion modelliert und geschätzt werden. Würde man einfach die Investitionen durch ein Volatilitätsmaß erklären, wäre unklar, ob das Ergebnis nicht auf einer Fehlspezifikation beruht. Um solche Fehler zu vermeiden, wird im folgenden eine Investitionsfunktion modelliert, in der die wichtigsten theoretischen Einflußfaktoren berücksichtigt werden und die statistischen Stabilitätstests genügt.

##### a) Die verwendeten Zeitreihen

Die wichtigsten Investitionstheorien, die Akzelerator Theorie und die  $q$ -Theorie, legen eine Outputvariable (Produktion) und eine  $q$ -Variable als erklärende Einflußgrößen zur Aufnahme in die Investitionsgleichung nahe.

Für die Investitionen und die Produktion werden Quartalsdaten der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung verwendet.<sup>23</sup> Die Daten beziehen sich auf das Gebiet der früheren Bundesrepublik Deutschland von 1968 bis 1994. Die Daten werden, wie in zeitreihenökonometrischen Untersuchungen üblich, in logarithmierter Form untersucht. Wie weiter unten gezeigt wird, sind die ersten Differenzen der logarithmierten Größen stationär. Die logarithmierten Größen sind daher  $I(1)$ -Variablen. Da die Differenzen von logarithmierten Größen approximativ Wachstumsraten entsprechen, impliziert dies stationäre Wachstumsraten. Die Wachstumsraten verändern sich daher stochastisch um einen festen Wert (durchschnittliche Wachstumsrate).<sup>24</sup> Als Produktions- oder Outputvariable wurde das Bruttoinlandsprodukt (BIP) abzüglich der Investitionen ver-

<sup>23</sup> Die Zeitreihen sind dem Segment 991 (Werte in laufenden Preisen) und dem Segment 2281 (Werte in Preisen von 1991) des elektronischen Zeitreihendienstes des Statistischen Bundesamtes entnommen.

Die Internetadresse ist: <http://www.statistik-bund.de>.

<sup>24</sup> Zur genaueren Diskussion der Logarithmierung makroökonomischer Zeitreihen vgl. *Banerjee et al.* (1993, S. 192–199).

wendet. Da die Investitionen Bestandteil des BIP sind, wurden die Investitionen abgezogen, um Scheinkorrelationen zu vermeiden.<sup>25</sup> Als Proxy für Tobins  $q$  wird häufig ein realer Aktienkursindex verwendet.<sup>26</sup> Er ist das Verhältnis eines Aktienkursindex zum Preisindex der Investitionsgüter. Als Aktienkursindex wird hier ein rückverketteter DAX-Index verwendet.<sup>27</sup> Als Preisindex der Investitionsgüter wird der implizite Deflator (Verhältnis aus nomineller und realer Größe) der Investitionen verwendet.

#### b) Unit-Root-Tests

Um festzustellen, ob die Zeitreihen I(1)-Variablen sind, wird ein sogenannter Augmented-Dickey-Fuller-Test (ADF) durchgeführt. Zuerst werden für die jeweiligen Zeitreihen Gleichungen der Form<sup>28</sup>

$$y_t = \delta_1 D_{1t} + \delta_2 D_{2t} + \delta_3 D_{3t} + \delta_4 D_{4t} + \hat{y}_t$$

*Tabelle 4*  
**ADF-Testergebnisse**

	Originalreihen	Erste Differenzen
Y	-2,63	-3,85**
I	-3,04	-3,21**
Q	-2,33	-4,66**

<sup>25</sup> Verwendet man das BIP als Outputindikator, dann wird der geschätzte Koeffizient der Veränderungen des Outputs auf die Veränderungen der Investitionen (im Fehlerkorrekturmodell) größer. Dies ist zu erwarten, da die Investitionen einen großen Teil der Schwankungen des BIP ausmachen. Eine Kontrollrechnung ergab, daß das GARCH-Maß der Wechselkursschwankungen, auch in diesem Fall, negativ signifikant zum 5 %-Niveau ist. Die Ergebnisse sind daher nicht abhängig von der Wahl des Outputindikators.

<sup>26</sup> Vgl. *Döpke* (1994, S. 341) und *Funke* (1992, S. 93–95).

<sup>27</sup> Der Index ist der CD-ROM „Fünfzig Jahre Deutsche Mark“ der Deutschen Bundesbank (veröffentlicht im Verlag Vahlen, München 1998) entnommen. Die Zeitreihe hat auf der CD-ROM die Nummer WU 3141.

<sup>28</sup> Im Anhang (Abschnitt A) wird mit Hilfe eines geeigneten Tests gezeigt, daß es bei den vorliegenden Zeitreihen angemessen ist, eine konstante Saisonfigur zu unterstellen. Die Saisonalität wird daher mit Hilfe saisonaler Dummy-Variablen ( $D_{1t}$  usw.) modelliert.

geschätzt, und dann wird mit den Residuen  $\hat{y}_t$ <sup>29</sup> ein ADF-Test durchgeführt.<sup>30</sup> Die Testwerte des ADF-Tests sind die  $t$ -Werte des Parameters  $\gamma$  in der Gleichung

$$\Delta\hat{y}_t = \gamma\hat{y}_{t-1} + \alpha T_t + \sum_{i=1}^4 \beta_i \Delta\hat{y}_{t-i} + \epsilon_t.$$

Die Nullhypothese der Nichtstationarität (Unit-Root) entspricht  $\gamma = 0$ . Die Gegenhypothese der Stationarität entspricht  $\gamma < 0$ . Die Tabelle 4 enthält die Ergebnisse des jeweiligen Tests.<sup>31</sup> Die Ergebnisse zeigen, daß die Unit-Root-Hypothese in den Originalreihen nicht verworfen werden konnte. In den ersten Differenzen konnte die Unit-Root-Hypothese verworfen werden. Die Zeitreihen sind daher I(1)-Reihen.

### c) Kointegrationstest und Fehlerkorrekturmodell

Für die Zeitreihen  $y_t$  und  $x_t$  sieht ein Fehlerkorrekturmodell wie folgt aus<sup>32</sup>

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \alpha_1(y_t - \beta x_t) + \Delta x_t + \epsilon_t.$$

Die Veränderungen von  $y_t$  werden mit den Veränderungen von  $x_t$  und den Abweichungen vom langfristigen Gleichgewicht  $y_t - \beta x_t$  erklärt. Diese Modellierung ist aber nur dann legitim, wenn der Fehlerkorrekturterm  $y_t - \beta x_t$  stationär ist. Dieser ist eine Linearkombination von  $y_t$  und  $x_t$ . Man sagt, daß eine Gruppe von I(1)-Variablen kointegriert ist, wenn eine stationäre Linearkombination existiert. Inhaltlich bedeutet dies einen langfristigen Zusammenhang zwischen kointegrierten Variablen. Wenn mehr als zwei Variablen betrachtet werden, ist es möglich, daß mehr als eine Kointegrationsbeziehung existiert. In diesem Fall müßte

<sup>29</sup> Dies sind die Zeitreihenwerte ohne Saisonalität.

<sup>30</sup> Zur Legitimität dieser Vorgehensweise vgl. *Enders* (1995, S. 229–230). Im Kapitel 4 von *Enders* (1995) ist eine einfache Einführung in den ADF-Test zu finden.

<sup>31</sup> Dieser Test und alle weiteren ökonometrischen Berechnungen wurden mit dem Programm Eviews (Micro TSP) durchgeführt. Die kritischen Werte betragen –3,45 (5%-Niveau) und –3,15 (10%-Niveau) der Originalreihen. Beim Test der ersten Differenzen wurde kein Zeittrend in der ADF-Gleichung verwendet, da die ersten Differenzen keinen Trendverlauf aufweisen. Die kritischen Werte betragen dann –2,89 (5%-Niveau) und –2,58 (10%).

<sup>32</sup> Zu einer Modellierung der Investitionsfunktion als Fehlerkorrekturmodell, am Beispiel von England (Vereinigtes Königreich), vgl. *Cuthbertson* und *Gasparro* (1995).



ein Mehrgleichungsverfahren verwendet werden. Im Abschnitt B des Anhangs wird mit Hilfe des Johansen-Tests gezeigt, daß zwischen den Variablen I, Y und Q genau eine Kointegrationsbeziehung existiert.

Da nur eine Kointegrationsbeziehung existiert, kann in der weiteren Analyse ein Eingleichungsverfahren verwendet werden. Naheliegend ist das zweistufige Verfahren von Engle und Granger.<sup>33</sup> Betrachtet man die Variablen  $y_t$ ,  $x_t$  und  $z_t$ , dann wird in der ersten Stufe die Kointegrationsgleichung

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \beta_2 z_t + \delta D_t + \epsilon_t$$

geschätzt. Die saisonalen Dummy-Variablen sind in  $D_t$  zusammengefaßt. Die geschätzten Störterme  $\epsilon_t$  sind die Abweichungen vom langfristigen Gleichgewicht und werden mit  $ECM_t$  bezeichnet. Sie gehen mit in die Fehlerkorrekturgleichung

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \gamma ECM_t + \alpha_1 \Delta x_t + \alpha_2 \Delta z_t$$

ein. Der Parameter  $\gamma$  ist ein Maß für die Anpassungsgeschwindigkeit an das langfristige Gleichgewicht. Die Parameter  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  messen die kurzfristigen Anpassungsvorgänge. In die Fehlerkorrekturgleichung können zusätzlich verzögerte Werte von  $\Delta y_t$ ,  $\Delta x_t$  oder  $\Delta z_t$  aufgenommen werden, um die Modellierung der kurzfristigen Dynamik zu verbessern.

Die OLS-Schätzung der Kointegrationsgleichung für die Anlageinvestitionen ergab

$$I = 0,45 Y + 0,05 Q + 1,47 D1 + 1,69 D2 + 1,67 D3 + 1,72 D4.$$

(12,19)
(2,33)
(6,56)
(7,57)
(7,43)
(7,60)

Die Variablen D1 bis D4 sind saisonale Dummy-Variablen und die Werte in Klammern unter den geschätzten Parameterwerten sind die  $t$ -Werte. Die  $t$ -Statistiken sind, da die betrachteten Variablen I(1) sind, nicht normalverteilt. Für praktische Anwendungen ist, insbesondere bei großen Stichprobenumfängen, eine vorsichtige Anwendung der Normalverteilungsannahme auf die geschätzten Parameter der Kointegrationsgleichung aber gerechtfertigt.<sup>34</sup> Für den langfristigen Einfluß auf die Investitionen ist sowohl die Outputvariable Y als auch die q-Variable Q

<sup>33</sup> Vgl. *Enders* (1995, S. 373–381), oder *Banerjee et al.* (1993) Kapitel 7.

<sup>34</sup> Vgl. *Hansen* (1993, S. 144).

signifikant. Die Residuen dieser Gleichungen werden mit ECM bezeichnet. Die ECM-Gleichung für die Anlageinvestitionen sieht wie folgt aus:

$$(8) \quad \begin{aligned} D.I = & -0,18 \underset{(-5,04)}{ECM(-1)} + 0,66 \underset{(3,18)}{D.Y} + 0,05 \underset{(1,20)}{D.Q} \\ & + 0,55 \underset{(2,19)}{D.Y(-2)} + 0,48 \underset{(4,97)}{D.I(-4)} + \text{seasonale Dummies} \end{aligned}$$

Die Werte in den Klammern sind die t-Werte der geschätzten Parameter. D steht für Differenz, das heißt, D.Y bedeutet  $\Delta Y$ . Bis auf D.Q sind alle Variablen signifikant. Die verzögerten Werte D.Y(-2) und D.I(-4) wurden aufgenommen, um die kurzfristige Anpassungsdynamik besser zu modellieren bzw. die Autokorrelation der Residuen zu vermindern. Die empirische partielle Autokorrelationsfunktion der Residuen zeigt keine Anzeichen auf Autokorrelation der Residuen. Ein White-Test auf Heteroskedastie und ein LM-Test auf Autokorrelation konnten das Vorliegen von Heteroskedastie und Autokorrelation der Residuen allerdings nicht ausschließen.<sup>35</sup> Um keine Fehlurteile bei den Signifikanztests zu riskieren, wurden daher die heteroskedastie- und autokorrelationskonsistenten Standardfehler nach Newey-West verwendet.<sup>36</sup> Eine rekursive Schätzung der Parameter und ein CUSUM-Test zeigten Parameterstabilität an.

## 2. GARCH-Modell der Wechselkursvolatilität

Um den Einfluß der Wechselkursvolatilitäten auf das Investitionsverhalten zu überprüfen, wird der Wechselkurs der Deutschen Mark im Verhältnis zum Dollar mit Hilfe eines AR(2)-GARCH(1,1)-Ansatz modelliert.<sup>37</sup> Bei diesem Verfahren werden die Niveauewerte einer Zeitreihe  $y_t$  als AR(2)-Prozeß der Form

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \epsilon_t$$

modelliert, wobei  $\epsilon_t = \nu_t \sqrt{h_t}$  mit  $E(\nu_t) = 0$ ,  $E(\nu_t^2) = 1$  und  $E(\nu_s \nu_t) = 0$  (wenn  $t \neq s$ ) gilt. Die bedingte Varianz  $h_t$  von  $\epsilon_t$  ist zeitabhängig und wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

<sup>35</sup> Zum White-Test auf Heteroskedastie und zum LM-Test auf Autokorrelation vgl. Johnston und Dinardo (1997) Kapitel 6.

<sup>36</sup> Vgl. Newey und West (1987).

<sup>37</sup> GARCH-Modelle werden in Hamilton (1994) Kapitel 21 ausführlich dargestellt.

Dieser Ansatz erlaubt die Modellierung von Volatilitätsclustern. Ist nämlich  $\beta_1$  positiv, so folgt einer hohen Volatilität der Vorperiode ( $h_{t-1}$ ) eine hohe Volatilität der aktuellen Periode ( $h_t$ ). Es läßt sich zeigen, das GARCH-Modelle mit zunehmend kleineren Zeitabständen gegen Ito-Prozesse konvergieren.<sup>38</sup> Da im theoretischen Teil dieser Arbeit die Wechselkursschwankungen als Ito-Prozeß modelliert wurden, bietet sich die Verwendung von GARCH-Modellen für die empirische Überprüfung der Aussagen an. Ein weiterer Vorteil der Verwendung von GARCH-Modellen liegt in der vorwärts gerichteten Perspektive. Deskriptive Unsicherheitsmaße, wie z.B. die Varianz einer vergangenen Periode, sind nicht immer gute Indikatoren für die aktuelle (unbeobachtbare) Varianz. Mit Hilfe von GARCH-Modellen wird die zeitliche Entwicklung der Varianz modelliert, und die bedingte Varianz der aktuellen Periode ist die, unter Berücksichtigung aller bis zur aktuellen Periode vorliegenden Informationen, optimale Schätzung der aktuellen (unbeobachtbaren) Varianz.

Im folgenden werden die Ergebnisse der GARCH-Modellierung des bilateralen Wechselkurses (Devisenkurs) Deutschland/USA dargestellt. Die Tabelle 5 zeigt die Schätzergebnisse eines AR(2)-GARCH(1,1)-Modells für den DM/\$-Wechselkurs.<sup>39</sup> In der Tabelle 5 sind die Koeffizienten der Varianzgleichung  $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$  wiedergegeben. Die Parameter C, ARCH(1) und GARCH(1) entsprechen den Parametern  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  und  $\beta_1$ . Die Abbildung 1 zeigt die bedingte Varianz  $h_t$  (GARCH\_US). Sie ist ein Maß für die Wechselkursunsicherheit bzw. die Wechselkursvolatilität. Es fällt auf, daß die Wechselkursvolatilität nach 1972 stark zunimmt. Dies resultiert aus dem Zusammenbruch des Systems von Bretton Woods.

### 3. Der Einfluß der Wechselkursvolatilität

Um den Einfluß der Wechselkursunsicherheit auf die Investitionen zu überprüfen, wird in das ECM-Regressionsmodell der Investitionen (Gleichung 8) das GARCH-Unsicherheitsmaß aufgenommen.<sup>40</sup> Die Tabelle 6

<sup>38</sup> Vgl. *Gouriroux* (1997) Abschnitt 5.2.

<sup>39</sup> Der Wechselkurs wurde logarithmiert. Diese, in der Literatur übliche, Vorgehensweise verhindert Probleme, die sich aus dem Paradoxon von Siegel ergeben. Vgl. *de Vries* (1994, S. 350). Die Differenzen logarithmierter Werte entsprechen ungefähr Zuwachsraten. Die verwendeten Zeitreihen auf Monatsbasis (Devisenkurse an der Frankfurter Börse, Kassa-Mittelkurse) stammen aus dem Segment 952 des elektronischen Zeitreihendienstes des Statistischen Bundesamtes (Statis-Bund).

<sup>40</sup> Die bedingten Varianzen des GARCH-Modells wurden auf Monatsbasis ermittelt. Um sie in die ECM-Gleichung, die auf Quartalsdaten basiert, aufnehmen zu können, wurden die Quartalsmittelwerte der bedingten Varianzen berechnet.

Tabelle 5

**AR(2)-GARCH(1,1)-Modell für den Wechselkurs USA-Deutschland**

Dependent Variable: LOG_KURS_US				
Method: ML – ARCH				
Sample(adjusted): 1968:03 1994:12				
Included observations: 322 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 5 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LOG_KURS_US(-1)	1.285942	0.060664	21.19776	0.0000
LOG_KURS_US(-2)	-0.289462	0.060480	-4.786091	0.0000
Variance Equation				
C	2.61E-05	1.01E-05	2.594110	0.0095
ARCH(1)	0.092464	0.027921	3.311637	0.0009
GARCH(1)	0.869684	0.035400	24.56754	0.0000
$R^2 = 0.992102$				

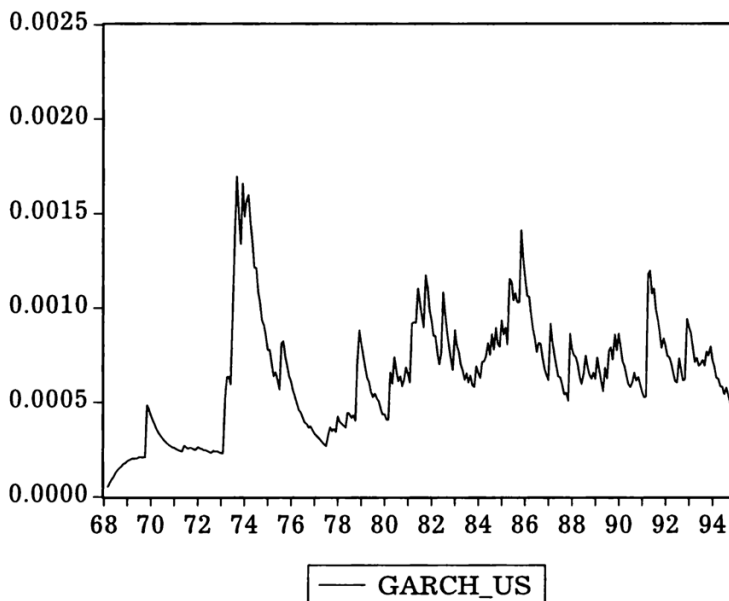


Abbildung 1: Wechselkursvolatilität (USA)

*Tabelle 6*  
**Einfluß der Wechselkursunsicherheit (USA)**

Method: Least Squares				
Sample(adjusted):1969:2 1994:4				
Included observations: 103 after adjusting endpoints				
Newey-West HAC Standard Errors & Covariance				
Dependent Variable: D_I				
Variable	Coefficient	t-Statistic	Prob.	$\beta$ -Coefficient
ECM(-1)	-0,183995	-5,667609	0,0000	-0,078602
D_Y	0,628506	3,105400	0,0025	0,108923
D_Q	0,058746	1,532904	0,1287	0,027367
GARCH_US	-26,93447	-2,957918	0,0039	-0,046580

stellt die Ergebnisse für die Wechselkursunsicherheit USA dar. Der Einfluß der Wechselkursunsicherheit (GARCH\_US) auf die Investitionen ist negativ und zum 1%-Niveau signifikant. Um den Effekt der Wechselkursunsicherheit auf die Investitionen quantitativ beurteilen zu können, wurden in der Tabelle 6 die geschätzten Koeffizienten der anderen Einflußfaktoren mit aufgenommen. Die Koeffizienten sind aber in ihrer Größe nicht direkt vergleichbar, da die Variablen unterschiedlich skaliert sind und unterschiedlich streuen. Um die Koeffizienten in ihrer Größe zu vergleichen und damit eine Einschätzung der quantitativen Bedeutung der Variablen zu bekommen, werden häufig standardisierte Koeffizienten ( $\beta$ -Koeffizienten) gebildet.<sup>41</sup> Sind die  $\hat{\beta}_j$  die gewöhnlichen Regressionskoeffizienten, dann ermittelt man die standardisierten Koeffizienten  $\hat{\beta}_j^*$  mit  $\hat{\beta}_j^* = \hat{\beta}_j \frac{s_{x_j}}{s_y}$ . Hierbei ist  $s_{x_j}$  die Standardabweichung der j'ten exogenen Variablen und  $s_y$  die Standardabweichung der erklärten Variablen.

Aus der Tabelle 6 ist ersichtlich, daß die Veränderungen der Outputgröße (D\_Y) den stärksten Einfluß auf die Veränderungen der Investitionen haben. Der Einfluß der Wechselkursunsicherheit ist quantitativ nicht zu vernachlässigen. Der standardisierte Koeffizient der Wechselkursunsicherheit (GARCH\_US) ist fast halb so hoch wie der entsprechende Koeffizient der Outputveränderung (D\_Y).

<sup>41</sup> Vgl. *Pindyck und Rubinfeld* (1981, S. 90–91).

## IV. Zusammenfassung

Im theoretischen Teil dieser Arbeit wurde ein Modell zur Analyse der Wirkung von Wechselkursunsicherheit auf das Investitionsverhalten entwickelt. Dieses Modell basiert auf der Theorie der Realloptionen. Es wird angenommen, daß die Realisation eines irreversiblen Investitionsprojekts erforderlich ist, um einen ausländischen Markt zu bedienen. Die Wechselkursvolatilitäten erzeugen Gewinnunsicherheit und generieren einen Wert der Option, mit der Investitionsentscheidung noch zu warten. Die optimale Gewinnschwelle, die erforderlich ist, damit investiert wird, steigt mit der Wechselkursunsicherheit. Bei höherer Unsicherheit wäre es aber denkbar, daß diese Schwelle zeitlich früher erreicht wird. Eine Monte-Carlo-Simulation hat allerdings gezeigt, daß eine höhere Wechselkursunsicherheit den optimalen Investitionszeitpunkt im Durchschnitt nach hinten verschiebt. Hohe Wechselkursvolatilitäten können daher zu temporären Investitionsverminderungen führen.

Im empirischen Teil dieser Arbeit wurden die Wechselkursschwankungen des Dollars in bezug auf die Deutsche Mark mit Hilfe eines GARCH-Ansatzes modelliert. Für die Investitionen der Bundesrepublik Deutschland wurde ein Fehlerkorrekturmodell geschätzt, welches durch einen Kointegrationstest fundiert wurde. Es zeigte sich, daß die Volatilitäten des DM/Dollar-Kurses einen signifikant negativen Einfluß auf die Investitionen haben. Der modelltheoretische Effekt der negativen Wirkung konnte daher empirisch bestätigt werden.

## Anhang

### A. Die Modellierung der Saisonalität

In diesem Abschnitt werden zwei weit verbreitete Methoden zur Modellierung von Saisonalitäten dargestellt. Anschließend wird getestet, welche der Methoden für die in dieser Arbeit untersuchten Zeitreihen die angemessene ist.

Eine der Methoden besteht darin, die Differenz zum Vorquartal zu betrachten. Formal bedeutet dies, daß der Operator  $\Delta_4$  auf die Zeitreihe  $y_t$  angewendet wird. Der Operator  $\Delta_4$  entspricht dem Operator  $(1 - L^4)$ .<sup>42</sup>

---

<sup>42</sup> Der Lag-Operator  $L^n$  „verschiebt“ eine Zeitreihe um  $n$  Perioden nach hinten. Das heißt, aus  $y_t$  wird  $y_{t-n}$  oder formal ausgedrückt  $L^n y_t = y_{t-n}$ .

Die Anwendung des Operators  $\Delta_4$  auf die Zeitreihe  $y_t$  ist legitim, wenn die Zeitreihe approximativ dem Prozeß

$$(9) \quad y_t = y_{t-4} + \epsilon_t$$

entspricht. Als Alternative zur in Gleichung 9 dargestellten Modellierung schlägt Miron die folgende Modellierung vor<sup>43</sup>:

$$(10) \quad \Delta_1 y_t = \delta_1 D_{1t} + \delta_2 D_{2t} + \delta_3 D_{3t} + \delta_4 D_{4t} + \epsilon_t$$

Die Zeitreihe  $y_t$  ist eine gewöhnliche I(1)-Reihe (nichtsaisonale Unit-Root) mit deterministischer Saisonfigur.

Die Entscheidung zwischen den Ansätzen 9 und 10 erfolgt mit Hilfe eines von Hylleberg, Engle, Granger und Yoo (HEGY) entwickelten Tests auf saisonale Unit-Roots<sup>44</sup> und eines von Ghysels, Lee und Noh erweiterten HEGY-Tests.<sup>45</sup> In der Tabelle 7 sind die Testergebnisse zusammengefaßt.<sup>46</sup> Ein Stern hinter den Werten signalisiert, daß die entsprechende Nullhypothese zum 10%-Niveau verworfen werden kann. Zwei Sterne entsprechen dem 5%-Niveau. Das Vorliegen von saisonalen Unit-Roots mit jährlichem Zyklus ( $F_{34}$ ) kann für beide Reihen ausgeschlossen werden. Die Hypothese, daß eine Modellierung nach Gleichung 9 angemessen ist ( $F_{1234}$ ), kann für beide betrachteten Zeitreihen ausgeschlossen werden. Die Ergebnisse legen daher eine Modellierung nach Gleichung 10 nahe.

*Tabelle 7*  
**HEGY-Testergebnisse**

Testing for Seasonality. Sample from 1968:01 to 1994:04.							
	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_3$	$\pi_4$	$F_{34}$	$F_{234}$	$F_{1234}$
Y	-1,769	-2,776*	-2,868	-1,113	4,871	6,232**	5,757*
I	-3,210	-2,318	-3,203	-1,025	5,753*	5,791*	6,933**

<sup>43</sup>  $D_{1t}, D_{2t}, D_{3t}, D_{4t}$  sind saisonale Dummy-Variablen.

<sup>44</sup> Vgl. Hylleberg et al. (1990).

<sup>45</sup> Vgl. Ghysels et al. (1994).

<sup>46</sup> Der HEGY-Test wurde mit der Prozedur HEGY und dem ökonometrischen Programm RATS durchgeführt. Die Prozedur HEGY ist auf der Homepage der Firma Estima (<http://www.estima.com>) zu finden.

### B. Johansen test auf Kointegration

Betrachtet man mehr als zwei Zeitreihen, dann können mehrere Kointegrationsbeziehungen existieren.<sup>47</sup> Die Kointegration von mehr als zwei Variablen erfordert die Formulierung eines vektorautoregressiven Modells (VAR-Modell).

Ein vektorautoregressives Modell mit  $k$  nichtstationären I(1)-Variablen der Ordnung  $p$  hat die Form

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \epsilon_t.$$

Der Vektor  $y_t$  enthält  $k$  Variablen. Stellt man dieses VAR-Modell als Fehlerkorrekturmodell dar, erhält man

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta y_{t-i} + \epsilon_t.$$

Tabelle 8

#### Johansen-Kointegrationstest

Sample: 1968:1 1994:4				
Included observations: 100				
Series: I Q Y				
Exogenous series: D1 D2 D3				
Lags interval: 1 to 7				
Eigenvalue	Likelihood Ratio	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value	Hypothesized No. of CE(s)
0.190134	34,93892	29,68	35,65	None*
0.128119	13,85030	15,41	20,04	At most 1
0.001400	0,140091	3,76	6,65	At most 2
*(**) denotes rejection of the hypothesis at 5% (1% ) significance level				
L.R. test indicates 1 cointegrating equation(s) at 5% significance level				

<sup>47</sup> Die folgenden Ausführungen skizzieren die Kointegrationsanalyse in VAR-Modellen. Eine mathematisch präzise Darstellung ist sehr aufwendig und schwierig und in *Johansen* (1995) zu finden. Eine kurze und stark vereinfachte Darstellung bietet *Enders* (1995) Kapitel 6.



Das Repräsentationstheorem von Granger zeigt einen Zusammenhang zwischen dem Rang der Matrix  $\Pi$  und der Kointegration der Komponenten von  $y_t$ .<sup>48</sup>

Die Tabelle 8 gibt die Ergebnisse des Johansen-Kointegrationstests für die Anlageinvestitionen der Outputgröße und den  $q$ -Proxy wieder. Die Hypothese, daß keine Kointegrationsbeziehung zwischen den betrachteten Variablen besteht, kann zum 5%-Niveau verworfen werden. Die Hypothese, daß höchstens eine Kointegrationsbeziehung besteht, kann nicht verworfen werden.

### Literatur

- Abel, Andrew B. und Eberly, Janice C. (1996): Optimal investment with costly reversibility. *Review of Economic Studies*, Bd. 63, S. 581–593. – Abel, Andrew B. und Eberly, Janice C. (1999): The effects of irreversibility and uncertainty on capital accumulation. *Journal of Monetary Economics*, Bd. 44, S. 339–377. – Amram, Marta und Kulatilaka, Nalin (1999): *Real Options*. Harvard Business School Press, Boston, Massachusetts. – Banerjee, Aninday, Dolado, Juan, Galbraith, John W. und Hendry, David F. (1993): *Co-Integration, Error-Correction, and the Econometric Analysis of Non-Stationary Data*. Oxford University Press, Oxford. – Belsley, David (1996): Doing monte carlo studies with mathematica. In *Varian, Hal R., Hg., Computational Economics and Finance*. Springer. – Bernanke, Ben S. (1983): Irreversibility, uncertainty, and cyclical investment. *Quarterly Journal of Economics*, S. 85–106. – Cuthbertson, K. und Gasparro, D. (1995): Fixed investment decisions in uk manufacturing: The importance of tobin's  $q$ , output and debt. *European Economic Review*, Bd. 39, S. 919–941. – Darby, Juli, Hallett, Andrew Hughes, Ireland, Jonathan und Piscitelli, Laura (1999): The impact of exchange rate uncertainty on the level of investment. *Economic Journal*, Bd. 109, S. C55–C67. – de Vries, Casper G. (1994): Stylized facts of nominal exchange rate returns. In *van der Ploeg, Frederick, Hg., The Handbook of International Macroeconomics*. Blackwell, Cambridge, Massachusetts. – Dixit, Avinash K. und Pindyck, Robert S. (1994): *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press, Princeton. – Döpke, Jörg (1994): Sachkapitalrendite und Investitionstätigkeit in Westdeutschland. *Die Weltwirtschaft*, S. 334–348. – Efron, Bradley und Tibshirani, Robert J. (1993): *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall, New York. – Enders, Walter (1995): *Applied Econometric Time Series*. Wiley, New York. – Funke, Michael (1992): Tobin's  $Q$  und die Investitionsentwicklung in den Wirtschaftszweigen des Unternehmenssektors in der Bundesrepublik Deutschland. *Dunker & Humblot*, Berlin. – Ghysels, Eric, Lee, Hahn S. und Noh, Jaesum (1994): Testing for unit roots in seasonal time series. *Journal of Econometrics*, Bd. 62, S. 415–442. – Goldberg, P. K. und Knetter, M. M. (1997): Goods prices and exchange rates: What have we learned. *Journal of Economic Literature*, Bd. 35, S. 1243–1272. – Gouriroux, Christian (1997): *ARCH Models and Financial Applications*. Springer,

<sup>48</sup> Vgl. Johansen (1995, S. 49).

New York. – *Hamilton*, James D. (1994): *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton. – *Hansen*, Gerd (1993): *Quantitative Wirtschaftsforschung*. Verlag Vahlen, München. – *Hartman*, Richard (1972): The effects of price and cost uncertainty on investment. *Journal of Economic Theory*, Bd. 5, S. 258–266. – *Hylleberg*, S., *Engle*, R. F., *Granger*, C. W. J. und *Yoo*, B. S. (1990): Seasonal integration and cointegration. *Journal of Econometrics*, Bd. 44, S. 215–238. – *Johansen*, Søren (1995): *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*. Oxford University Press, Oxford. – *Johnston*, Jack und *Dinardo*, John (1997): *Econometric Methods*. McGraw-Hill, New York, 4. Aufl. – *Korn*, Ralf und *Korn*, Elke (1999): *Optionsbewertung und Portfolio-Optimierung*. Vieweg/Gabler, Braunschweig/Wiesbaden. – *McDonald*, Robert und *Siegel*, Daniel (1986): The value of waiting to invest. *Quarterly Journal of Economics*, S. 707–727. – *Newey*, Whitney und *West*, Kenneth (1987): A simple positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, S. 703–708. – *Øksendal*, Bernd (1995): *Stochastic Differential Equations*. Springer, New York, 4. Aufl. – *Pindyck*, Robert S. und *Rubinfeld*, Daniel L. (1981): *Econometric Models and Economic Forecasts*. McGraw-Hill, Singapore, 2. Aufl. – *Varian*, Hal R. (1992): *Microeconomic Analysis*. W. W. Norton, New York, 2. Aufl. – *Williams*, David (1991): *Probability with Martingales*. Cambridge University Press, Cambridge, 2. Aufl.

## Zusammenfassung

### Die Wirkung von Wechselkursvolatilitäten auf das Investitionsverhalten

#### Eine theoretische und empirische Analyse aus der Perspektive der Realloptionstheorie

Im theoretischen Teil dieser Arbeit wird ein Modell zur Analyse der Wirkung von Wechselkursunsicherheit auf das Investitionsverhalten entwickelt. Dieses Modell basiert auf der Theorie der Realloptionen. Die Wechselkursvolatilitäten erzeugen Gewinnunsicherheit und generieren einen Wert der Option, mit der Investitionsentscheidung noch zu warten. Eine Monte-Carlo-Simulation zeigt, daß eine höhere Wechselkursunsicherheit den optimalen Investitionszeitpunkt im Durchschnitt nach hinten verschiebt. Hohe Wechselkursvolatilitäten können daher zu temporären Investitionsverminderungen führen. Im empirischen Teil dieser Arbeit werden die Wechselkursschwankungen des Dollars in bezug auf die Deutsche Mark mit Hilfe eines GARCH-Ansatzes modelliert. Für die Investitionen der Bundesrepublik Deutschland wird ein Fehlerkorrekturmodell geschätzt. Es wird gezeigt, daß die Volatilitäten des DM/Dollar-Kurses einen signifikant negativen Einfluß auf die Investitionen haben. (JEL E 22, F 32)

## Summary

### **The Effects of Exchange-Rate Volatilities on Investment Behaviour**

#### **A Theoretical and Empirical Analysis from the Perspective of the Real Options Theory**

In the theoretical part of this contribution a model has been developed for analysing the effects of exchange-rate volatilities on investment behaviour. This model is based on the theory of real options. Exchange-rate volatilities produce uncertain profit expectations and attach some value to the option to still wait with taking the respective investment decision. A Monte-Carlo simulation shows that the greater the exchange-rate volatility, the longer the average period for which the optimum investment decision is delayed. Strong exchange-rate volatilities may therefore result in temporary decreases in the investment volume. In the empirical part of this contribution, a model has been built for the exchange-rate fluctuations of the dollar against the D-mark with the help of the GARCH approach. For the investments in the Federal Republic of Germany, an error correction model has been estimated. It is demonstrated that the negative effect of the D-mark/dollar rate volatilities on investments is significant.

## Résumé

### **L'impact des volatilités des taux de change sur le comportement d'investissement**

#### **Une analyse théorique et empirique dans la perspective de la théorie des options réelles**

Dans la partie théorique de ce travail, un modèle est développé pour analyser l'impact de l'incertitude des taux de change sur le comportement d'investissement. Ce modèle se base sur la théorie des options réelles. Les volatilités des taux de change occasionnent une incertitude sur la réalisation des bénéfices attendus. Cela génère une valeur de l'option qui provoque à son tour un retardement dans la prise de décision d'investir. Une simulation de Monte-Carlo montre qu'une incertitude plus élevée des taux de change repousse en moyenne le moment optimal de l'investissement. Des volatilités élevées peuvent donc réduire temporairement les investissements. Dans la partie empirique de ce travail, les variations des taux de change du dollar par rapport au mark allemand sont modélées à l'aide d'un calcul du type GARCH. Un modèle de correction des erreurs est estimé pour les investissements de la République Fédérale d'Allemagne. Il y est montré que les volatilités des taux de change dollar/DM ont une importante influence négative sur les investissements.