

## Outperformance-Zertifikate auf Aktienindizes in Fremdwährungsräumen

Von Marco Wilkens, Oliver Entrop, Ingolstadt,  
und Hendrik Scholz, Göttingen\*

### I. Merkmale klassischer Indexzertifikate und innovativer Outperformance-Zertifikate

Seit geraumer Zeit verkaufen europäische Kreditinstitute Indexzertifikate auf in Euroland heimische Aktienindizes wie den DAX oder den DJ Euro Stoxx 50. In der Grundform verbriefen derartige Finanztitel das Recht auf eine Zahlung in Abhängigkeit von dem Stand des jeweiligen Index bei Fälligkeit des Zertifikates. Bezieht sich das Zertifikat auf eine Indexeinheit, erfolgt die Euro-Zahlung in Höhe des Indexstandes.<sup>1</sup> Der Emissionspreis dieser Produkte entspricht in der Regel dem aktuellen Stand des entsprechenden Index zum Zeitpunkt der Emission.

Ende 2000 konnten Anleger allein am deutschen Kapitalmarkt zwischen circa 350 Zertifikaten auswählen. Die Tendenz ist steigend.<sup>2</sup> Der außerordentliche Erfolg von Zertifikaten auf Aktienindizes liegt aus Anlegersicht insbesondere darin, daß sie ein gegenüber einer Direktinvestition in Aktien einfaches, relativ kostengünstiges und zugleich breit diversifiziertes synthetisches Aktieninvestment ermöglichen. Bei kurzfristigen Engagements besteht beim Erwerb von Indexzertifikaten ein Transaktionskostenvorteil gegenüber klassischen indexorientierten Fonds, die oft Ausgabeaufschläge von 2 bis 5 Prozent aufweisen.<sup>3</sup> Dar-

---

\* Wir danken dem anonymen Gutachter für wertvolle Hinweise und Verbesserungsvorschläge.

<sup>1</sup> Abweichend hiervon werden auch Zertifikate auf einen Bruchteil beziehungsweise ein Vielfaches des Index angeboten. Dann verbriefen beispielsweise 10 Zertifikate auf den DAX das Recht auf eine Zahlung in Höhe des DAX-Standes bei Fälligkeit.

<sup>2</sup> Vgl. zu Indexzertifikaten zum Beispiel *Beike* (1999) und *Grohmann* (1999). Aktuelle Übersichten über am Kapitalmarkt gehandelte Indexzertifikate finden sich beispielsweise unter [www.onvista.de](http://www.onvista.de) und [www.zertifikateweb.de](http://www.zertifikateweb.de).

<sup>3</sup> Zu differenzierten Vergleichsrechnungen der Performance von Indexzertifikaten und indexorientierten Fonds siehe zum Beispiel *Röder* (1997) und *Spörk* (1999). Dieser Vorteil besteht jedoch nicht gegenüber börsengehandelten Index-

über hinaus können Zertifikate in der Regel problemlos verkauft werden, da die Emissionshäuser häufig relativ enge Geld-Brief-Spannen<sup>4</sup> quotieren und für eine angemessene Liquidität in diesem Marktsegment sorgen.

In jüngster Zeit werden zunehmend Zertifikate auf Indizes außerhalb Eurolands emittiert, wie zum Beispiel auf den Nikkei- oder den Swiss Market Index. Diese Finanzinnovationen bieten Anlegern somit relativ einfache Möglichkeiten zur internationalen Diversifikation. Bei entsprechenden klassischen Zertifikaten ergeben sich regelmäßig Emissionspreis und Rückzahlung in Euro durch Multiplikation des Standes des gewählten Index in der entsprechenden Fremdwährung mit dem jeweils gültigen Wechselkurs. Bei Quanto- beziehungsweise Outperformance-Zertifikaten bestimmen sich der Emissionspreis und die Rückzahlung hingegen wie bei den Zertifikaten auf heimische Indizes direkt über den Stand des gewählten Index in Euro. Wechselkursveränderungen der jeweiligen Fremdwährung besitzen hier keinen Einfluß auf die Höhe der Rückzahlung. Da damit die zuletzt genannten Produkte frei von Währungsrisiken<sup>5</sup> sind, werden sie im weiteren auch als währungsgesichert bezeichnet. Der Clou besteht darüber hinaus darin, daß der Anleger im Gegensatz zu Zertifikaten auf heimische Aktienindizes am Laufzeitende zum Teil ein Vielfaches des jeweiligen Index in Euro erhält.<sup>6</sup> Der Produktname Outperformance-Zertifikat spiegelt somit wider, daß derartige Konstruktionen eine höhere Performance erzielen als der jeweils zugrundeliegende Index.

Zur Veranschaulichung der Outperformance-Eigenschaft dieser Zertifikate sind in Abbildung 1 die Rückzahlungsprofile zweier beispielhafter

---

fonds, den Indexaktien, die in Europa erstmalig im April 2000 an der Deutschen Börse notiert wurden. Vgl. *Hamich* (2000).

<sup>4</sup> Für liquide Indizes wie den DAX und den CAC 40 liegt der Spread regelmäßig unter 0,5 Prozent, für andere Indizes wie den Nemax-All-Share und den ATX sind allerdings Spreads um bis zu 4 Prozent zu beobachten. Bei der Beurteilung der Zertifikate ist darüber hinaus das Pricingrisiko zu berücksichtigen. Der faire Wert der Zertifikate liegt nicht immer innerhalb der Geld-Brief-Spanne. Zum Pricingrisiko siehe *Wilkens/Scholz* (2000). Zu empirisch beobachteten Abweichungen der Marktpreise verschiedener Financial-Engineering-Produkte von den jeweils fairen Werten siehe zum Beispiel *Dravid/Richardson/Sun* (1993), *Breuer/Gürtler* (1997), *Burth/Kraus/Wohlwend* (2000), *Fischer/Keber/Maringer* (2000).

<sup>5</sup> Mit dem Begriff Währungsrisiko wird in der Literatur regelmäßig die zusätzliche Volatilität bezeichnet, die durch Umrechnen der lokalen Renditen einer Auslandsanlage in die jeweilige Referenzwährung entsteht. Vgl. unter anderem *Drummen/Zimmermann* (1992), S. 82 f., und *Grimm* (1998), S. 462 f.

<sup>6</sup> Anstelle der Zahlung eines Vielfachen des Index am Laufzeitende, kann die Emission auch zum Diskont, das heißt mit einem Abschlag auf den aktuellen Indexstand erfolgen. Outperformance-Zertifikate auf Indizes werden hier auch stellvertretend für vergleichbare Zertifikate auf einzelne Aktien und Aktienkörbe behandelt.

Indezertifikate mit einer Laufzeit von je 10 Jahren auf den DAX und auf den Nikkei-Index in Abhängigkeit vom jeweiligen Indexstand bei Fälligkeit abgetragen. Die fairen Emissionspreise beider Zertifikate entsprechen dem aktuellen Stand des jeweiligen Index bei Emission (hier:  $DAX_0 = 7.000$ ,  $NIK_0 = 16.000$ ). Während beim „klassischen“ DAX-Zertifikat bei Fälligkeit exakt der Stand des DAX in Euro gezahlt wird, erhält der Inhaber des Nikkei-Outperformance-Zertifikates hier das 1,73fache<sup>7</sup> des Nikkei-Index in Euro ausgezahlt. Anders ausgedrückt entspricht die jeweilige Rückzahlung des Zertifikates in Euro gerade dem Produkt aus dem dann gültigen Stand des entsprechenden Index und dem zugehörigen Multiplikator  $M_{DAX,\epsilon} = 1$  beziehungsweise  $M_{NIK,\epsilon} = 1,73$ . Wird beispielsweise unterstellt, daß beide Indizes bei Fälligkeit unveränderte Stände aufweisen, so beträgt die Rückzahlung des DAX-Zertifikates 7.000 Euro, die des Nikkei-Outperformance-Zertifikates hingegen 27.860 Euro.

Outperformance-Zertifikate besitzen somit für Anleger, die in entsprechende ausländische Märkte investieren wollen, zwei zentrale Eigenschaften, die zunächst überaus attraktiv erscheinen: erstens die im Vergleich zu Zertifikaten auf heimische Aktienindizes durch einen Multiplikator größer als Eins bedingte erhöhte Rückzahlung und zweitens den Ausschluß des Währungsrisikos.

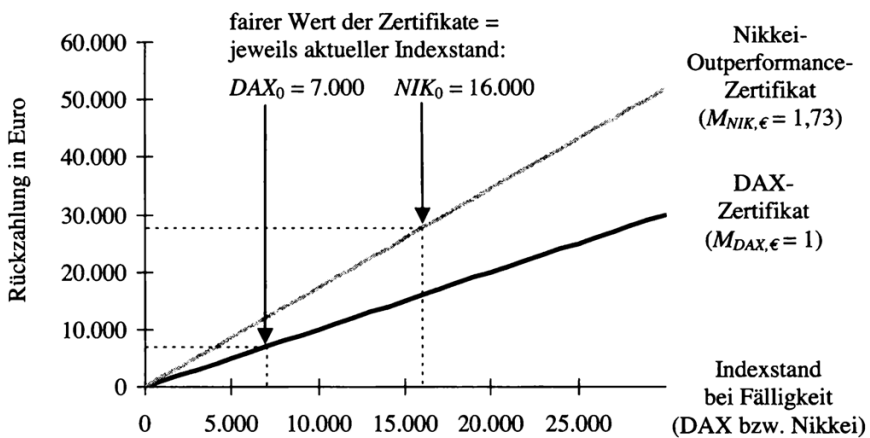


Abbildung 1: Rückzahlungsprofile zweier Indezertifikate

<sup>7</sup> Der Multiplikator von 1,73 ist hier so gewählt, daß der faire Emissionspreis auf Basis der in Tabelle 1 angegebenen beispielhaften Marktdaten dem heutigen Stand des Nikkei-Index in Euro entspricht.

Um diese Eigenschaften von Outperformance-Zertifikaten genauer untersuchen und die verbundenen Vor- und Nachteile herausarbeiten zu können, wird im folgenden ein auf der *Black/Scholes/Merton*-Welt aufbauendes Bewertungsmodell für Outperformance-Zertifikate dargestellt und in ökonomischer Hinsicht interpretiert. Ein Schwerpunkt liegt dabei auf der Betrachtung der im Rahmen der risikoneutralen Bewertungssystematik verwendeten relevanten geometrischen Brownschen Bewegung für die Dynamik des jeweiligen Index aus Eurolandsicht. Anschließend wird auf der Grundlage des Bewertungsmodells die Wirkung der besonderen preisbestimmenden Faktoren auf den fairen Wert dieser innovativen Finanztitel über Sensitivitätsanalysen erklärt und veranschaulicht. So kann unter anderem die Frage untersucht werden, ob es sich bei den beiden genannten „attraktiven Eigenschaften“ der Produkte um „echte Vorteile“ handelt.

## II. Bewertung von Indexzertifikaten

### 1. Beispielhafte Marktdaten und Ausstattungsmerkmale stilisierter Indexzertifikate

Die Beispiele basieren auf den in Tabelle 1 zusammengefaßten, hinsichtlich der Größenordnungen realistischen Marktdaten. Um die zentralen Zusammenhänge herausarbeiten zu können, wird – wie bei derartigen Bewertungsfragen üblich – unterstellt, daß keine Bonitätsrisiken,<sup>8</sup> Geld-Brief-Spannen, Transaktionskosten und Steuern zu berücksichtigen sind. Eine Aufhebung dieser Annahmen erfordert Modifikationen des hier beschriebenen Vorgehens, ändert aber nichts an den dargestellten grundsätzlichen Zusammenhängen.

Die folgenden Darstellungen beginnen mit der Betrachtung eines klassischen DAX-Zertifikates. Zunächst wird der Forwardpreis des DAX bei Fälligkeit des Zertifikates ermittelt, der dann verwendet wird, um den fairen Wert des DAX-Zertifikates zu bestimmen. Diese Vorgehensweise wird anschließend auf ein währungsrisikobehaftetes und dann auf ein währungsgesichertes Nikkei-Zertifikat mit Multiplikatoren von jeweils

---

<sup>8</sup> Ein wesentlicher preisbestimmender Faktor für viele Finanztitel ist das Bonitätsrisiko des Emittenten. Auf die hier behandelten Zertifikate bezogen hat dies beispielsweise zur Folge, daß auch der faire Wert eines klassischen DAX-Zertifikates in Abhängigkeit von der Bonität des Emittenten gegebenenfalls deutlich unter dem aktuellen Indexstand liegt. Zu einer Möglichkeit der Berücksichtigung des Bonitätsrisikos in diesem Zusammenhang siehe *Hull/White* (1995).

**Tabelle 1**  
**Beispielhafte Marktdaten**

	Deutschland (DAX)	Japan (Nikkei)
kontinuierliche Spot Rate für zehn Jahre $r_{\text{€}}$ bzw. $r_{\text{¥}}$	6 %	1 %
aktueller Index-Stand $DAX_0$ bzw. $NIK_0$	7.000	16.000
Volatilität der kontinuierlichen Index-Renditen $\sigma_{DAX}$ bzw. $\sigma_{NIK}$	30 %	30 %
kontinuierliche Dividendenrendite <sup>9</sup> $\delta_{DAX}$ bzw. $\delta_{NIK}$	0 %	0,5 %

aktueller Euro/Yen-Wechselkurs $WK_0$	0,01 €/¥
Volatilität der kontinuierlichen Wechsel- kursveränderungen $\sigma_{WK}$	10 %
Korrelation zwischen den Renditen des Nikkei-Index und den Wechselkursverän- derungen $\rho$	0

Eins übertragen. Sind die fairen Werte dieser Zertifikate bekannt, lassen sich hieraus die fairen Multiplikatoren und zugleich die Algorithmen zur Bewertung von Indexzertifikaten und damit auch von Outperformance-Zertifikaten bei gegebenem Multiplikator ableiten.

Die zur Veranschaulichung der weiteren Darstellungen herangezogenen drei stilisierten Indexzertifikate weisen eine Laufzeit von  $T = 10$  Jahren auf. Die Rückzahlungsbeträge ( $RB$ ) ergeben sich jeweils als Produkt aus dem jeweiligen Multiplikator und dem Stand des Index bei Fälligkeit ( $Index_T$ ). Der Rückzahlungsbetrag in Euro eines Index-Zertifikates auf den DAX beträgt demnach:

$$(1) \quad RB_{DAX, \text{€}} = M_{DAX, \text{€}} DAX_T$$

<sup>9</sup> Die Dividendenrendite des Performanceindex DAX ist Null, da die Dividendenzahlungen der im DAX enthaltenen Aktien bei der Berechnung des DAX berücksichtigt werden. Von der Problematik unberücksichtigter Körperschaftsteuer-gutschriften wird hier und im weiteren – wie üblich – abstrahiert.

Für ein währungsrisikobehaftetes Indexzertifikat auf den Nikkei-Index ergibt sich der Rückzahlungsbetrag in Yen wie folgt:

$$(2) \quad RB_{NIK,Y} = M_{NIK,Y} NIK_T$$

Ein währungsgesichertes (Outperformance-)Zertifikat auf den Nikkei-Index weist folgenden Rückzahlungsbetrag in Euro auf:

$$(3) \quad RB_{NIK,\epsilon} = M_{NIK,\epsilon} NIK_T$$

Die Auszahlungsstruktur der obigen drei Zertifikate kann somit allgemein wie folgt dargestellt werden:

$$(4) \quad RB_{Index} = M_{Index} Index_T$$

## 2. Bestimmung fairer Werte und Multiplikatoren

### a) Vorgehensweise

Im weiteren werden unter anderem die fairen Multiplikatoren  $M_{Index}^{fair}$  bestimmt, die dazu führen, daß der faire Wert der jeweiligen Zertifikate bei Emission in  $t = 0$  (das heißt der heutige Wert der versprochenen Zahlung  $RB_{Index}$  bei Fälligkeit) dem aktuellen Indexstand ( $Index_0$ ) entspricht. Durch Ausnutzen der Beziehung (4) ergeben sich sodann die fairen Multiplikatoren zu:

$$(5) \quad M_{Index}^{fair} = \frac{Index_0}{\text{heutiger fairer Wert der in } T \text{ erfolgenden Zahlung } Index_T}$$

Damit entspricht der faire Multiplikator dem Quotienten aus dem heutigen Indexstand und dem heutigen fairen Wert eines Zertifikates mit einem Multiplikator von Eins. Da der aktuelle Stand von Indizes bekannt ist, kann die Bestimmung fairer Multiplikatoren auf die Frage reduziert werden, wie hoch die heutigen fairen Werte der in  $T$  erfolgenden Zahlungen in Höhe von  $DAX_T$  in Euro,  $NIK_T$  in Yen beziehungsweise  $NIK_T$  in Euro sind. Zur Bestimmung dieser fairen Werte werden zunächst die entsprechenden Forwardpreise (die sogenannten antizipierten Werte) der in  $T$  erfolgenden Zahlungen bestimmt. Der Forwardpreis ist gerade der Lieferpreis, bei dem der Forwardkontrakt einen (Bar-)Wert von Null aufweist.<sup>10</sup>

<sup>10</sup> Vgl. zum Beispiel Hull (2000), S. 664. Ein Forward ist ein Termingeschäft mit der Vereinbarung, ein bestimmtes Gut zu einem fixierten Preis, dem Lieferpreis,

Der heutige Wert (in Euro) einer in  $T$  erfolgenden Zahlung in Höhe von  $Index_T$  entspricht dem mit dem jeweils relevanten Zinssatz abgezinsten, gegebenenfalls in Euro umgerechneten Forwardpreis.<sup>11</sup> Aufgrund von Duplikationsüberlegungen ist es unter den getroffenen Annahmen unerheblich, ob per  $T$  der Forwardpreis vereinbart oder per heute der mit dem risikofreien Zinssatz abgezinste Forwardpreis gezahlt wird. Setzt man den zweiten Wert in den Nenner des Quotienten in Gleichung (5) ein, so ergibt sich der faire Multiplikator. Das Problem der Bestimmung fairer Multiplikatoren kann somit zunächst auf die Ermittlung der jeweiligen Forwardpreise reduziert werden.

### b) Klassische DAX-Zertifikate

Im folgenden wird unter anderem zur Veranschaulichung und Motivation der weiteren Vorgehensweise zunächst der Forwardpreis eines Indexzertifikates auf den DAX bestimmt. Auf der Basis von Duplikationsüberlegungen müssen folgende Positionen, die heute (in  $t = 0$ ) zu keiner Zahlung führen, in  $T$  den gleichen Wert aufweisen:<sup>12</sup>

- Heutiger Verkauf eines (Euro-)Zerobonds mit dem Barwert  $DAX_0$ , das heißt mit dem Nominalwert  $DAX_0 e^{r_e T}$ , und zeitgleicher Kauf des DAX zu  $DAX_0$ ; in  $T$  hält man den DAX mit dem Wert  $DAX_T$  und kauft den Zerobond zum Wert von  $DAX_0 e^{r_e T}$  zurück.<sup>13</sup>
- Heutiger Kauf eines Forwards auf den DAX mit dem Erfüllungszeitpunkt  $T$ . In  $T$  erhält man den DAX mit dem Wert  $DAX_T$  und zahlt den heute vereinbarten Lieferpreis.

Da bei beiden Strategien in  $t = 0$  kein Geld eingesetzt wird und man in  $T$  den DAX hält beziehungsweise erwirbt, muß der Forwardpreis, das heißt der faire Lieferpreis der zweiten Strategie, aufgrund von Arbitrageüberlegungen mit dem Nominalwert des Zerobonds ( $DAX_0 e^{r_e T}$ ) der ersten Strategie übereinstimmen. Der heutige Wert der Euro-Zahlung in Höhe von  $DAX_T$  entspricht dem mit  $r_e$  abgezinsten Forwardpreis, im Beispiel gerade  $DAX_0$ . Der faire Wert eines Zertifikates, das in  $T$  zu

---

zu einem bestimmten zukünftigen Zeitpunkt zu kaufen beziehungsweise zu verkaufen.

<sup>11</sup> Vgl. zu diesem allgemeinen Prinzip zum Beispiel *Musiela/Rutkowski* (1997), S. 315.

<sup>12</sup> Vgl. zum Beispiel *Hull* (2000), S. 55 f.

<sup>13</sup> Der „Kauf des DAX“ entspricht dem Kauf der im DAX enthaltenen Aktien mit Wiederanlage der Dividenden. Mit  $r_e$  (beziehungsweise im weiteren mit  $r_{\Psi}$ ) werden die jeweiligen laufzeitkongruenten kontinuierlichen Zinssätze bezeichnet.

einer Euro-Zahlung in Höhe von  $DAX_T$  führt, entspricht somit mit  $DAX_0$  dem aktuellen Stand des DAX. Gemäß (5) ergibt sich hier der faire Multiplikator in Höhe von  $M_{DAX,€}^{fair} = 1$ . In Analogie zu dieser Vorgehensweise werden im weiteren die antizipierten Werte (Forwardpreise) des Nikkei-Index in Yen beziehungsweise in Euro berechnet und anschließend die fairen Werte und Multiplikatoren entsprechender Zertifikate bestimmt.

### c) Währungsrisikobehaftete Nikkei-Zertifikate

Zur Bestimmung fairer Multiplikatoren für Nikkei-Zertifikate, die bei Fälligkeit in  $T$  zu einer Yen-Zahlung in Höhe von  $NIK_T$  führen, ist zunächst der Forwardpreis des Nikkei-Index in Yen zu ermitteln. Dabei ist zu beachten, daß der Nikkei-Index im Gegensatz zum DAX ein Kurs- und kein Performanceindex ist. Deshalb sind während der Laufzeit potentiell anfallende Dividendenzahlungen zu berücksichtigen. Im folgenden wird eine kontinuierliche Dividendenrendite in Höhe von  $\delta_{NIK}$  unterstellt. Da Aktien per  $T$  ohne Anspruch auf zwischenzeitliche Dividendenzahlungen weniger wert sind als entsprechende Aktien per  $T$  mit Anspruch auf Dividenden, ergibt sich gemäß einem zu den obigen Ausführungen analogen Vorgehen als Yen-Forwardpreis  $NIK_0 e^{(r_{\text{¥}} - \delta_{NIK})T}$ .<sup>14</sup> Der heutige faire (Yen-)Preis für die Zahlung  $NIK_T$  in Yen entspricht dem mit  $r_{\text{¥}}$  abgezinnten Forwardpreis und ergibt sich somit zu  $NIK_0 e^{-\delta_{NIK}T}$ . Damit ergibt sich über (5) ein fairer Multiplikator von

$$(6) \quad M_{NIK, \text{¥}}^{fair} = e^{\delta_{NIK}T}.$$

Bei positiver Dividendenrendite ist der faire Multiplikator folglich größer als Eins.<sup>15</sup> In Euro ausgedrückt beträgt der heutige Wert dieser zukünftigen Zahlung des Nikkei-Index in Yen:  $WK_0 NIK_0 e^{-\delta_{NIK}T}$  mit dem heutigen Wechselkurs  $WK_0$ .

<sup>14</sup> Vgl. beispielsweise *Hull* (2000), S. 58 f.

<sup>15</sup> Dies gilt analog für Indexzertifikate auf in Euroland basierende Kursindizes. Der faire Wert eines Zertifikates auf einen Kursindex wie hier den Nikkei-Index, das in  $T$  zu einer Zahlung in Höhe des Index führt, liegt somit unter dem aktuellen Stand des Index in  $t = 0$ . Häufig werden Zertifikate auf Kursindizes mit einem Multiplikator von Eins offeriert, die dann mit Preisnachlaß emittiert werden können.



## d) Währungsgesicherte Nikkei-Zertifikate

Für die Bewertung währungsgesicherter Zertifikate auf den Nikkei-Index wird ein Derivat benötigt, das bei Fälligkeit des Zertifikates eine Euro-Zahlung in Höhe des dann gültigen Nikkei-Standes verbrieft. Derivate, die ein in einer Fremdwährung gehandeltes Underlying besitzen, jedoch zu einer Zahlung in der Heimatwährung führen, gehören zur Familie der Quanto-Derivate<sup>16</sup> und im weiteren Sinn zur Familie der Rainbow-Derivate<sup>17</sup>. Hier ist ein spezieller Forwardkontrakt heranzuziehen, und zwar ein Quanto-Forward.<sup>18</sup>

Wesentliches Ausstattungsmerkmal eines Quanto-Forwards ist ein fixierter Wechselkurs  $WK_{fix}$ , zu dem der Stand des Underlying in Euro umgerechnet wird. Die Auszahlungsstruktur dieses Kontraktes ist folglich  $WK_{fix} NIK_T$ . Es werden daher  $1/WK_{fix}$  Kontrakte benötigt, um eine Auszahlung in Höhe des Nikkei-Standes von  $NIK_T$  in Euro zu realisieren. Ein währungsgesichertes Nikkei-Zertifikat entspricht also einer bestimmten Anzahl von Quanto-Derivaten, weshalb es im folgenden auch als Quanto-Zertifikat bezeichnet wird.

Während „einfache“ Forwardkontrakte – wie dargestellt – leicht über statische Duplikation bewertet werden können und mithin die Eigenschaften der Kursentwicklung des Underlying, wie zum Beispiel die Volatilität, bei der Preisbestimmung grundsätzlich irrelevant sind, ist es bei Quanto-Derivaten regelmäßig notwendig, die Kursentwicklung des Underlying in Verbindung mit der des Wechselkurses zu modellieren. Im allgemeinen Fall ist der Bewertung ein Modell für die gemeinsame Entwicklung von Finanztiteln an den internationalen Kapitalmärkten zugrunde zu legen.<sup>19</sup>

Die Bewertung erfolgt im weiteren in einer verallgemeinerten *Black/Scholes/Merton*-Welt unter den üblichen Annahmen wie Transaktionskosten- und Steuerfreiheit, beliebiger Teilbarkeit von Finanztiteln, Zulassung von Leerverkäufen und kontinuierlichen Handelsmöglichkeiten. Dabei werden insbesondere flache und über die Zeit invariante Zinsstrukturkurven in Euroland und Japan unterstellt. Es wird davon ausge-

<sup>16</sup> Üblich ist auch der Begriff Currency Converted Options.

<sup>17</sup> Einen Überblick über Rainbow-Derivate liefern beispielhaft *Hunziker/Koch-Medina* (1996) und *Sandmann* (1999), S. 90–95.

<sup>18</sup> Andere Bezeichnungen sind Equity Linked Fixed Exchange Rate Forward oder Equity Linked Foreign Exchange Forward.

<sup>19</sup> Vgl. exemplarisch *Frey/Sommer* (1996), *Musiela/Rutkowski* (1997), S. 159–164 u. 420–427, und *Sandmann* (1999), S. 387–407.

gangen, daß der Nikkei-Index und der €/¥-Wechselkurs geometrischen Brownschen Bewegungen folgen und wie üblich die Systematik der risikoneutralen Bewertung<sup>20</sup> angewandt.<sup>21</sup>

Insbesondere seit *Black/Scholes* (1973) und *Merton* (1973, 1974) erfolgt die moderne Derivatbewertung über den Duplikationsansatz. Ist ein selbstfinanzierendes Portfolio<sup>22</sup>, bestehend aus den jeweiligen Basiswerten (Aktien, Zerobonds etc.) bekannt, dessen Wert bei Fälligkeit eines (europäischen) Derivates nach gegebenenfalls geeigneten zwischenzeitlichen dynamischen Umschichtungen stets der Auszahlung des Derivates entspricht, so müssen unter den getroffenen Annahmen aus Arbitragefreiheitsüberlegungen das Portfolio und das Derivat heute identische Werte aufweisen.<sup>23</sup> Die Bewertung ist folglich präferenzfrei und damit unabhängig von der Risikoeinstellung des einzelnen Investors möglich.

Bei der Bewertung kann unter einigen technischen Voraussetzungen die Kenntnis einer konkreten Duplikationsstrategie ersetzt werden durch die Kenntnis eines sogenannten risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaßes (respektive einer risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsverteilung), unter dem die geeignet diskontierten<sup>24</sup> Preisprozesse Martingale sind.<sup>25</sup> Bei geometrischen Brownschen Bewegungen wird dies regelmäßig dadurch gewährleistet, daß die berücksichtigte Driftrate jeweils der von risikoneutralen Investoren geforderten Verzinsung entspricht.<sup>26</sup>

---

<sup>20</sup> Vgl. insbesondere die grundlegende Arbeit von *Harrison/Pliska* (1981) sowie *Musiela/Rutkowski* (1997), *Baxter/Rennie* (1998), *Zimmermann* (1998), *Sandmann* (1999) und *Bingham/Kiesel* (2000).

<sup>21</sup> Der Ansatz folgt damit *Dravid/Richardson/Sun* (1993) und *Piros* (1998) und kann als Spezialfall allgemeinerer Ansätze zur Modellierung internationaler Finanzmärkte, wie zum Beispiel von *Frey/Sommer* (1996) und *Sandmann* (1999), S. 387–407, aufgefaßt werden, die stochastische Zinssätze und zeitabhängige Volatilitäten zulassen.

<sup>22</sup> Dies ist ein Portfolio, bei dem über die Zeit keine Mittel zu- oder abfließen.

<sup>23</sup> Diese Schlußweise wird üblicherweise als law of one price oder single-price law of markets bezeichnet, vgl. exemplarisch *Rubinstein* (1976), S. 408.

<sup>24</sup> Zur Diskontierung wird zurückgehend auf *Harrison/Pliska* (1981) regelmäßig die Entwicklung eines Geldmarktkontos herangezogen. Für alternative Diskontfaktoren und damit verbundene Resultate vgl. *Geman/El Karoui/Rochet* (1995) und *Musiela/Rutkowski* (1997), S. 316–318.

<sup>25</sup> Vgl. die in Fußnote 20 angegebene Literatur. Darüber hinaus sichert die Existenz eines Martingalmaßes im allgemeinen die endogene Arbitragefreiheit des modellierten Marktes.

<sup>26</sup> Für Modelle, bei denen sämtliche Finanztitel (verallgemeinerten) geometrischen Brownschen Bewegungen folgen vgl. *Baxter/Rennie* (1998), S. 186–188, *Musiela/Rutkowski* (1997), S. 248–250, und *Bingham/Kiesel* (2000), S. 184–191.

Dies bedeutet aber nicht, daß tatsächlich von risikoneutralen Investoren ausgegangen wird. Auf der Grundlage der risikoneutralen Bewertungssystematik kann jedoch – eben duplikationstheoretisch begründet – nach dem Übergang vom realen zum risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß so vorgegangen werden, als wären die Investoren risikoneutral. Der heutige Wert eines Derivates ergibt sich im hier betrachteten Fall nicht-stochastischer Zinssätze, indem der auf Basis der risikoneutralen Verteilung gebildete Erwartungswert mit dem risikofreien Zinssatz diskontiert wird.

Der so ermittelte Wert entspricht dem Wert des aus den Basistiteln bestehenden Duplikationsportfolios für das Derivat und ist somit unabhängig von der Risikoeinstellung des einzelnen Investors. Die Kenntnis einer konkreten Duplikationsstrategie ist mithin zur Bewertung nicht erforderlich. Aus der so hergeleiteten Bewertungsvorschrift für das Derivat läßt sich jedoch eine Duplikationsstrategie im allgemeinen über Standardmethoden ableiten.<sup>27</sup> Die einzelnen Bewertungsschritte werden im folgenden ausführlich dargestellt, so daß eine in ökonomischer Hinsicht nachvollziehbare Interpretation der zentralen Zusammenhänge möglich ist.

Euroland-Investoren verlangen im Zuge der risikoneutralen Bewertungssystematik<sup>28</sup> eine erwartete Verzinsung<sup>29</sup> von  $r_e$  für alle in Euro gehandelten Finanztitel, während Investitionen in Japan eine entsprechende Verzinsung in Höhe von  $r_y$  für alle in Yen gehandelten Finanztitel erwarten lassen. Der Nikkei-Index ist zwar kein Element des heimischen Marktes, der in  $t$  mit dem jeweils aktuellen Wechselkurs in Euro umgerechnete Stand des Nikkei-Index in Yen ( $WK_t NIK_t$ ) kann jedoch sehr wohl als (synthetisches) Element des (heimischen) Eurolandmarktes aufgefaßt werden, weshalb dieser Titel risikoneutral unter Berücksichtigung der Dividendenrendite des Nikkei eine erwartete Verzinsung in Höhe von  $r_e - \delta_{NIK}$  aufweisen muß.

Annahmegemäß folgt der Wechselkurs einer geometrischen Brownschen Bewegung, die sich durch eine stochastische Differentialgleichung der Form

$$(7) \quad dWK = x_{WK} WK dt + \sigma_{WK} WK dZ_{WK}$$

<sup>27</sup> Vgl. im Kontext von Quanto-Derivaten exemplarisch *Frey/Sommer* (1996), S. 302 u. 306, und *Piros* (1998), S. 350 f.

<sup>28</sup> Im folgenden wird zum Teil auf den Zusatz risikoneutral verzichtet.

<sup>29</sup> Zur Begriffsproblematik „erwartete Verzinsung“ bei kontinuierlicher Zeit im Zusammenhang mit geometrischen Brownschen Bewegungen vgl. *Hull* (2000), S. 240 f.

mit einer (konstanten) Volatilität<sup>30</sup> von  $\sigma_{WK}$  und einer Standard-Brownschen Bewegung  $Z_{WK}$  darstellen läßt. Zu bestimmen ist die anzusetzende Driftrate  $x_{WK}$ . Der Erwartungswert des Wechselkurses in  $T$  ist  $WK_0 e^{x_{WK}T}$ .<sup>31</sup> Über das Zinsparitätentheorem in Form der Covered Interest Rate Parity (gesicherte Zinsparität)<sup>32</sup> ergibt sich ein antizipierter, das heißt über Duplikation sicherbarer (Forward-)Wechselkurs für zukünftige Zeitpunkte  $T$  in Höhe von  $WK_0 e^{(r_e - r_y)T}$ , so daß die die risikoneutrale Entwicklung des Wechselkurses darstellende geometrische Brownsche Bewegung notwendigerweise eine Driftrate in Höhe von  $x_{WK} = r_e - r_y$  aufweist. Damit ergibt sich hier<sup>33</sup>

$$(8) \quad dWK = (r_e - r_y) WK dt + \sigma_{WK} WK dZ_{WK},$$

und die Dynamik des Wechselkurses ist mit der gesicherten Zinsparität konsistent.

Die bewertungsrelevante Entwicklung des Nikkei-Standes aus Eurolandsicht folgt annahmegemäß ebenfalls einer geometrischen Brownschen Bewegung der Form

$$(9) \quad dNIK = x_{NIK} NIK dt + \sigma_{NIK} NIK dZ_{NIK}$$

mit der Volatilität des Nikkei-Index  $\sigma_{NIK}$  und einer Standard-Brownschen Bewegung  $Z_{NIK}$ , welche eine Korrelation  $\rho$  zu  $Z_{WK}$  aufweist, so daß die Wechselkursveränderungen und die Nikkei-Renditen mit  $\rho$  korreliert sind. Fraglich ist auch hier die zu wählende Driftrate  $x_{NIK}$  und damit die Rendite des Nikkei-Standes, die Euroland-Investoren risikoneutral erwarten.<sup>34</sup>

<sup>30</sup> Als Volatilität wird hier und im folgenden jeweils die annualisierte Standardabweichung der kontinuierlichen Veränderungen (Renditen) bezeichnet.

<sup>31</sup> Beschreibt  $dG = xGdt + \sigma GdZ$  eine geometrische Brownsche Bewegung, so ist der Erwartungswert von  $G$  in  $T$  bekanntlich  $G_0 e^{xT}$ , vgl. zum Beispiel Hull (2000), S. 237–239.

<sup>32</sup> Vgl. zum Beispiel Jarchow/Rühmann (2000), S. 84–86. Zur Einordnung der Covered Interest Rate Parity in eine Systematik unterschiedlicher Varianten der Zinsparität und zur empirischen Relevanz der einzelnen Formen vgl. Jandura (2000), S. 329–391. Die Gültigkeit der Covered Interest Rate Parity ist dabei nicht nur durch Duplikation theoretisch begründet, sondern auch durch zahlreiche Untersuchungen empirisch nachgewiesen, vgl. hierzu insbesondere Jandura (2000), S. 347 f., sowie die dort angegebene Literatur.

<sup>33</sup> Vgl. David/Richardson/Sun (1993), S. 34, Piros (1998), S. 349 f., und verallgemeinernd Sandmann (1999), S. 389, sowie Frey/Sommer (1996), S. 298.

<sup>34</sup> Aus Sicht des auf Yen bezogenen japanischen Investors ist die risikoneutrale Driftrate des Nikkei-Index  $r_y - \delta_{NIK}$ .

Im Gegensatz zur aus Eurolandsicht risikoneutral erwarteten Verzinsung des Nikkei-Standes ist die risikoneutral erwartete Verzinsung des Produktes aus dem Nikkei-Index und dem Wechselkurs zum jeweiligen Zeitpunkt  $t$  ( $WK_t NIK_t$ ) als Element des heimischen Marktes jedoch bekannt. Sie muß hier wie dargelegt  $r_{\epsilon} - \delta_{NIK}$  betragen. Damit ergibt sich unter Berücksichtigung von (8) und (9)

$$(10) \quad d(WK NIK) = (r_{\epsilon} - \delta_{NIK}) WK NIK dt + \sigma_{NIK} WK NIK dZ_{NIK} + \sigma_{WK} WK NIK dZ_{WK}.^{35}$$

Auf der Grundlage der geometrischen Brownschen Bewegung gemäß (10) kann nun auf die risikoneutral erwartete Verzinsung des Nikkei-Index-Standes aus Eurolandsicht geschlossen werden. Dabei ist  $x_{NIK}$  so zu bestimmen, daß unter Berücksichtigung der Driftrate des Wechselkurses (vgl. (8)) das Produkt aus Wechselkurs und Nikkei gerade die Driftrate  $r_{\epsilon} - \delta_{NIK}$  (vgl. (10)) aufweist. Es ergibt sich  $x_{NIK} = r_{\mathfrak{Y}} - \delta_{NIK} - \rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK}$ , das heißt (9) konkretisiert sich zu

$$(11) \quad dNIK = (r_{\mathfrak{Y}} - \delta_{NIK} - \rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK}) NIK dt + \sigma_{NIK} NIK dZ_{NIK}.^{36}$$

Damit entspricht die aus Eurolandsicht risikoneutral erwartete Verzinsung des Nikkei-Standes dem Yen-Zinssatz abzüglich der Dividendenrendite des Nikkei-Index sowie einer Adjustierung in Höhe von  $\rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK}$ , also der Kovarianz zwischen den Renditen des Nikkei-Index und den Veränderungen des Wechselkurses.

<sup>35</sup> Vgl. *Dravid/Richardson/Sun* (1993), S. 34 f. In Verteilung entspricht dies  $d(WK NIK) = (r_{\epsilon} - \delta_{NIK}) WK NIK dt + \sqrt{\sigma_{NIK}^2 + 2\rho \sigma_{NIK} \sigma_{WK} + \sigma_{WK}^2} WK NIK dZ$  mit einer Standard-Brownschen Bewegung  $Z$ . Die Volatilität des Produktes aus dem Nikkei-Index und dem jeweiligen Wechselkurs, das heißt die Volatilität der währungsrisikobehafteten Investition in den Nikkei, beträgt somit  $\sigma_{(WK NIK)} = \sqrt{\sigma_{NIK}^2 + 2\rho \sigma_{NIK} \sigma_{WK} + \sigma_{WK}^2}$ . Die Differenz von  $\sigma_{(WK NIK)} - \sigma_{NIK}$  spiegelt das darin enthaltene Währungsrisiko wider (vgl. Fußnote 5). Auf der Grundlage der gegebenen Marktdaten (siehe Tabelle 1) ergibt sich hier das Währungsrisiko zu  $\sigma_{(WK NIK)} - \sigma_{NIK} = 31,62\% - 30\% = 1,62\%$ .

<sup>36</sup> Vgl. *Dravid/Richardson/Sun* (1993), S. 34 f., unter Vernachlässigung der Dividendenrendite auch *Piros* (1998), S. 349 f., *Sandmann* (1999), S. 389, und in anderer Notation *Baxter/Rennie* (1998), S. 124 f.

Die Wahl der Driftrate  $x_{NIK} = r_{\mathfrak{Y}} - \delta_{NIK} - \rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK}$  ist dabei hier notwendig und hinreichend dafür, daß  $WK NIK$  die geforderte Driftrate  $r_{\epsilon} - \delta_{NIK}$  aufweist, wie sich zum Beispiel mit dem Itô-Lemma nachweisen läßt. Zur Interpretation von Driftraten und dem Begriff „Marktpreis des Risikos“ im Quanto-Kontext vgl. *Baxter/Rennie* (1998), S. 124 f.

Auf der Grundlage der geometrischen Brownschen Bewegung des Nikkei-Standes aus Eurolandsicht gemäß Gleichung (11) wird – wie in Abschnitt II.2.a) erläutert – zunächst der Forwardpreis für den Stand des Nikkei-Index in Euro bestimmt. Der Quanto-Forwardpreis<sup>37</sup> mit fixiertem Wechselkurs  $WK_{fix}$  bestimmt sich über (11) als Erwartungswert von  $WK_{fix} NIK_T$  zu

$$(12) \quad E(WK_{fix} NIK_T) = WK_{fix} E(NIK_T) = WK_{fix} NIK_0 e^{(r_{\text{¥}} - \delta_{NIK} - \rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK})T}.$$

Um den Stand des Nikkei-Index in Euro zu erhalten, sind  $1/WK_{fix}$  dieser Kontrakte notwendig, so daß der Forwardpreis für den Stand des Nikkei-Index in Euro folgendermaßen bestimmt werden kann:

$$(13) \quad E(NIK_T) = NIK_0 e^{(r_{\text{¥}} - \delta_{NIK} - \rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK})T}$$

Der heutige Wert einer Euro-Zahlung in Höhe des Nikkei-Standes in  $T$  ( $NIK_T$ ) entspricht nach der risikoneutralen Bewertungssystematik dem mit  $r_{\text{€}}$  abgezinsten risikoneutralen Erwartungswert, das heißt dem abgezinsten Forwardpreis dieser Zahlung gemäß (13):

$$(14) \quad \begin{aligned} \text{heutiger fairer Wert von } NIK_T \text{ in Euro} &= E(NIK_T) e^{-r_{\text{€}}T} \\ &= NIK_0 e^{-r_{\text{€}}T} e^{(r_{\text{¥}} - \delta_{NIK} - \rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK})T} \\ &= NIK_0 e^{(r_{\text{¥}} - r_{\text{€}} - \delta_{NIK} - \rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK})T} \end{aligned}$$

Bemerkenswert ist, daß der heutige faire Wert von  $NIK_T$  in Euro unabhängig vom gegenwärtigen Wechselkurs, jedoch über die Kovarianz  $\rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK}$  sehr wohl abhängig von den Dynamikeigenschaften des Wechselkurses ist. Letzteres ist auch plausibel, denn für die Duplikation eines Quanto-Forwards ist ein Portfolio von Positionen sowohl in Euroland in Euro als auch in Japan in Yen notwendig, welches über die Zeit dynamisch anzupassen ist und insbesondere stetige Umschichtungen von Euro in Yen oder umgekehrt erfordert. Als Duplikationsstrategie ergibt sich das Halten folgender Finanztitel zu jedem Zeitpunkt  $t$ :  $1/WK_t e^{(r_{\text{¥}} - r_{\text{€}} - \delta_{NIK} - \rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK})(T-t)}$  Einheiten des Nikkei-Index, einer Shortposition in per  $T$  fälligen Yen-Zerobonds mit Nominalwert  $NIK_t/WK_t e^{(2r_{\text{¥}} - r_{\text{€}} - \delta_{NIK} - \rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK})(T-t)}$  und einer Longposition in Euro-Zerobonds mit Nominalwert  $NIK_t e^{(r_{\text{¥}} - \delta_{NIK} - \rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK})(T-t)}$ .<sup>38</sup>

<sup>37</sup> Zur Bestimmung von Forwardpreisen vgl. *Musiela/Rutkowski* (1997), S. 313–318.

<sup>38</sup> Die angegebenen Duplikations- beziehungsweise Hedge-Ratios lassen sich zum Beispiel aus *Sandmann* (1999), S. 399 f., ableiten. Die Positionen in den Zero-

Soll nun ein währungsgesichertes (Outperformance-)Zertifikat auf den Nikkei, das heißt die zukünftige Euro-Zahlung von  $M_{NIK,\epsilon} NIK_T$  zum aktuellen Stand des Nikkei-Index in Euro bei Emission angeboten werden, so läßt sich gemäß (5) und (14) folgender fairer Multiplikator  $M_{NIK,\epsilon}^{fair}$  bestimmen:

$$(15) \quad M_{NIK,\epsilon}^{fair} = e^{(-r_{\text{¥}} + r_{\text{€}} + \delta_{NIK} + \rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK})T}$$

Der faire Multiplikator des Quanto-Zertifikates auf den Nikkei-Index wie auch die Werte von Quanto-Zertifikaten selbst sind also abhängig von der (hier kontinuierlichen) Zinsdifferenz zwischen Euroland und Japan, der Dividendenrendite des Nikkei, den Volatilitäten der Nikkei-Renditen und der Wechselkursveränderungen sowie deren Korrelation und der (Rest-)Laufzeit des Zertifikates.

### III. Ökonomische Interpretation

Im folgenden werden die zentralen Aspekte der Bewertungssystematik auf der Grundlage der in Tabelle 1 aufgeführten Marktdaten veranschaulicht, um ein tiefergehendes ökonomisches Verständnis zu ermöglichen. Zu diesem Zweck wird zunächst die bewertungsrelevante Dynamik des Wechselkurses dargestellt.

Die Abbildung 2 enthält den Erwartungswert und ausgewählte Quantile für den Euro/Yen-Wechselkurs aus heutiger Sicht über die nächsten 10 Jahre auf der Grundlage der risikoneutralen Bewertungssystematik. Es wird die in Gleichung (8) angegebene geometrische Brownsche Bewegung unterstellt. Ausgehend von  $WK_0 = 0,01 \text{ €}/\text{¥}$  steigt der bewertungsrelevante antizipierte (Forward-)Wechselkurs auf Basis der gesicherten Zinsparität gemäß der Driftrate  $r_{\text{€}} - r_{\text{¥}}$  exponentiell über 10 Jahre auf  $0,0165 \text{ €}/\text{¥}$  an (vgl. die hervorgehobene Linie). Dieser Wert wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 56,38% unterschritten.<sup>39</sup> Darüber hinaus sind die 10%-, 30%-, 50%-, 70%- und 90%-Quantile für den Euro/Yen-Wechselkurs in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Demnach wird beispielsweise der zukünftige Wechselkurs in 10 Jahren risikoneutral zu

---

bonds können auch durch Devisenforwards ersetzt werden, vgl. hierzu *Piros* (1998), S. 344.

<sup>39</sup> Die Wechselkurse in  $T$  sind aufgrund der unterstellten geometrischen Brownschen Bewegung des Wechselkurses gemäß (8) lognormalverteilt. Daher unterscheidet sich der risikoneutral antizipierte Wechselkurs (Erwartungswert) von dem entsprechenden Median, also dem Wert, der mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% unter- beziehungsweise überschritten wird.

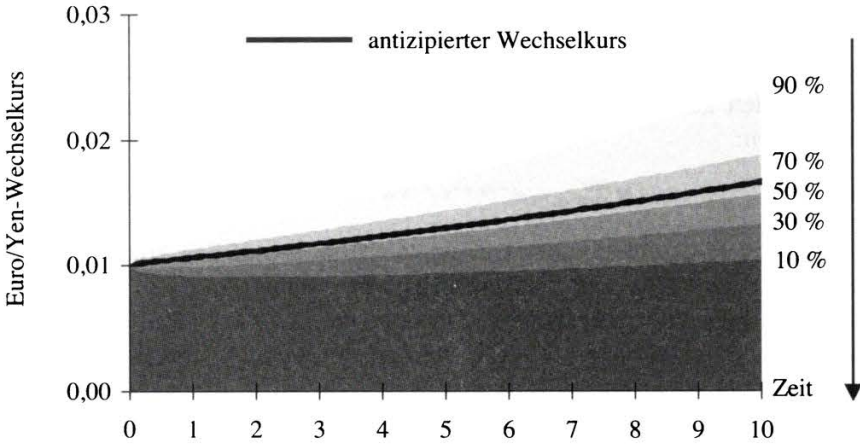


Abbildung 2: Erwartungswert und Quantile für den Euro/Yen-Wechselkurs in Abhängigkeit von der Zeit auf der Grundlage der risikoneutralen Bewertungssystematik

10% geringer als 0,0105, zu 50% geringer als 0,0157 und zu 90% geringer als 0,0235 erwartet. Für die Interpretation des Wertes von Outperformance-Zertifikaten ist auch die Feststellung aufschlußreich, daß aufgrund der positiven Drift die risikoneutrale Wahrscheinlichkeit für eine Verminderung des Euro/Yen-Wechselkurses vergleichsweise gering ist (im Beispiel für 10 Jahre 7,74%).

Im folgenden wird die aus Eurolandsicht bewertungsrelevante Dynamik des Nikkei-Standes mit der Dynamik des mit dem jeweils aktuellen Wechselkurs in Euro umgerechneten, zur besseren Vergleichbarkeit mit  $1/WK_0 = 100$  multiplizierten Nikkei-Standes verglichen.<sup>40</sup>

Abbildung 3 beinhaltet zunächst den Erwartungswert und die Quantile für den Stand des jeweils zum aktuellen Wechselkurs in Euro umgerechneten Nikkei  $WK_t NIK_t$ , multipliziert mit 100. Es wird die in Gleichung (10) angegebene geometrische Brownsche Bewegung für den bewertungsrelevanten Verlauf in Euro unterstellt. Ausgehend von 16.000 Euro in  $t = 0$  steigt der erwartete Stand gemäß der Driftrate  $r_\epsilon - \delta_{NIK}$  exponentiell

<sup>40</sup> Der Stand von  $100 WK_t NIK_t$  entspricht den mit  $WK_t$  in Euro umgerechneten Rückzahlungswerten von 100 währungsrisikobehafteten Nikkei-Zertifikaten mit einem Multiplikator von  $M_{NIK,Y} = 1$  und Fälligkeit  $t$ . Die Dynamik des Nikkei-Standes aus Eurolandsicht entspricht der Dynamik der Rückzahlungswerte von Quanto-Nikkei-Zertifikaten mit einem Multiplikator  $M_{NIK,\epsilon} = 1$  und Fälligkeit  $t$ .



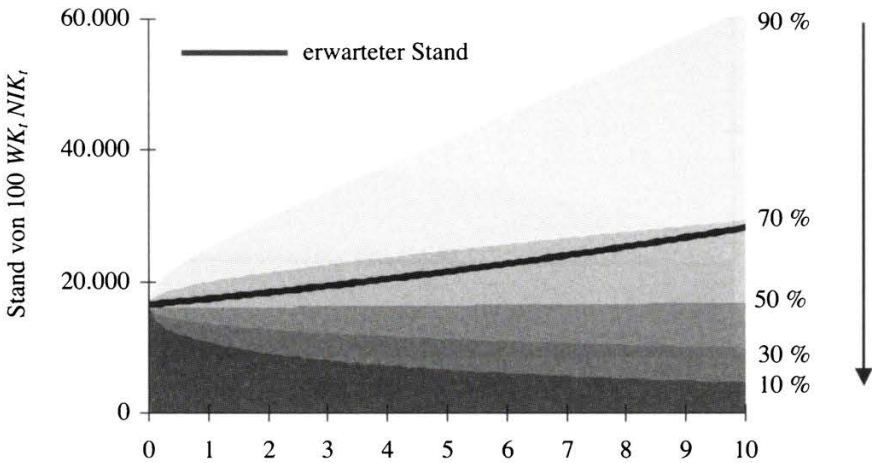


Abbildung 3: Erwartungswert und Quantile für den Stand von  $100 WK_t NIK_t$  in Abhängigkeit von der Zeit auf der Grundlage der risikoneutralen Bewertungssystematik

über die Zeit an (vgl. die hervorgehobene Linie). Für 10 Jahre liegt der erwartete Stand bei 27.732. Dieser Wert wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 69,15 % unterschritten. In 10 Jahren wird  $100 WK_t NIK_t$  (risikoneutral) zu 10 % unter 4.669, zu 50 % unter 16.820 und zu 90 % unter 60.591 liegen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der in 10 Jahren erwartete Stand von  $100 WK_t NIK_t$  den aktuellen Stand unterschreitet, beträgt 48,01 %.

Abbildung 4 zeigt analog den Erwartungswert und die Quantile aus Eurolandsicht für den Nikkei-Stand  $NIK_t$  in Abhängigkeit von der Zeit auf der Grundlage der risikoneutralen Bewertungssystematik, wobei die in Gleichung (11) angegebene geometrische Brownsche Bewegung unterstellt wird. Ausgehend von einem Anfangswert von 16.000 Euro steigt der antizipierte Stand des Nikkei gemäß der Driftrate  $r_{\text{¥}} - \delta_{NIK} - \rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK}$  über 10 Jahre (nur) auf 16.820 an (vgl. die hervorgehobene Linie). Dieser Wert wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,24 % unterschritten. In 10 Jahren wird der Stand des Nikkei aus Eurolandsicht zu 10 % geringer als 3.180, zu 50 % geringer als 10.725 und zu 90 % geringer als 36.175 sein. Die Wahrscheinlichkeit aus Eurolandsicht dafür, daß der Nikkei-Stand in 10 Jahren den aktuellen Nikkei-Stand unterschreitet, beträgt 66,34 %.

Ein Vergleich zeigt, daß sowohl die aus Eurolandsicht erwarteten Stände des Nikkei als auch die dargestellten Quantile (siehe Abbildung 4)

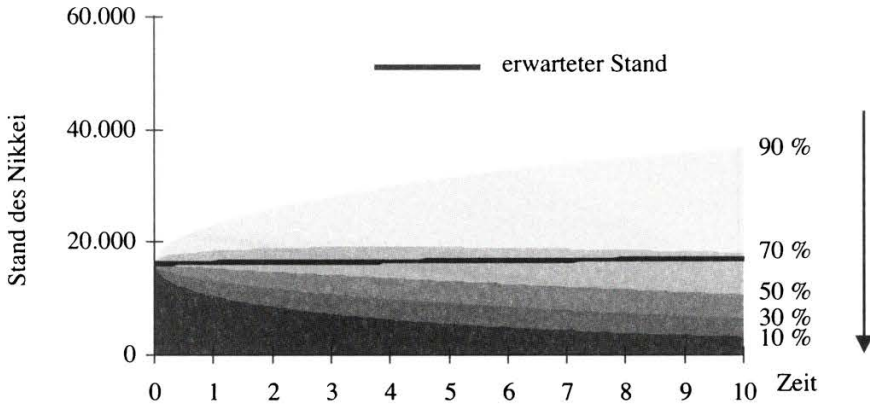


Abbildung 4: Erwartungswert und Quantile für den Stand des Nikkei-Index  $NIK_t$  aus Eurolandsicht in Abhängigkeit von der Zeit auf der Grundlage der risikoneutralen Bewertungssystematik

jeweils niedriger sind als die für  $100 WK_t NIK_t$  (siehe Abbildung 3). Dieser Effekt verstärkt sich offenbar mit zunehmender Zeit. Daher ist es auch plausibel, daß sich die (negative) Wertdifferenz zwischen einem währungsgesicherten Nikkei-Zertifikat und einem vergleichbaren währungsrisikobehafteten Zertifikat mit zunehmender (Rest-)Laufzeit  $T$  weiter erhöht.

Ausgangspunkt der Betrachtung war der Forwardpreis eines klassischen DAX-Zertifikates. Der heutige faire Wert eines Anspruchs auf den DAX in  $T$  entspricht gerade dem heutigen Stand des DAX. Alternativ ist heute auch der Umtausch dieses Euro-Betrages zum aktuellen Wechselkurs in Yen und die anschließende Investition in den Nikkei-Index durchführbar. Anstelle der Investition in ein DAX-Zertifikat können so  $c = DAX_0 / (WK_0 NIK_0 e^{-\delta_{NIK} T})$  Nikkei-Zertifikate<sup>41</sup> mit Fälligkeit  $T$  in Yen erworben werden (im Beispiel  $c = 45,99$  bei  $T = 10$ ). Der Anleger partizipiert dann an der Entwicklung des Nikkei-Index in Yen und erhält somit in  $T$  einen unbestimmten Yen-Betrag, den er zum dann gültigen Wechselkurs in Euro umtauschen kann. Da für diese beiden Anlagealternativen zu Beginn derselbe Kapitalbetrag ( $DAX_0$  in Euro) einzusetzen ist, müssen bei vollkommenem Kapitalmarkt die risikoneutral erwarteten, in

<sup>41</sup> Hierbei wird unterstellt, daß die währungsrisikobehafteten Nikkei-Zertifikate zum fairen Wert erworben werden. Dieser Wert beträgt in Euro  $WK_0 NIK_0 e^{-\delta_{NIK} T}$  (vgl. Abschnitt II.2.c).

Euro angegebenen Werte der Zahlungen in  $T$  von  $DAX_T$  und von  $cWK_T NIK_T$  und damit die erwartete Verzinsung der beiden Positionen identisch sein.

Neben der unterschiedlichen Berücksichtigung von Dividenden beim DAX und beim Nikkei besitzt die Entwicklung des Wechselkurses den entscheidenden Einfluß auf die risikoneutral erwarteten Wertverläufe beziehungsweise Verzinsungen dieser beiden Investitionsmöglichkeiten. Aufgrund der gesicherten Zinsparität ist bei niedrigeren Yen- als Euro-Zinssätzen eine Steigerung des Euro/Yen-Wechselkurses antizipiert. Diese fällt dabei *ceteris paribus* um so größer aus, je höher die Zinsdifferenz ist. Um die Gleichwertigkeit der Zahlungen von  $DAX_T$  und  $cWK_T NIK_T$  zu gewährleisten, muß somit die risikoneutral aus Eurolandsicht erwartete Entwicklung des Nikkei-Standes entsprechend geringer sein als die des DAX.

Bei positiver (negativer) Korrelation zwischen den Wechselkursveränderungen und den Renditen des Nikkei-Index korrespondiert ein hoher Nikkei-Stand tendenziell mit einem hohen (niedrigen) Wechselkurs. Vor diesem Hintergrund ist es unabhängig von dem mathematischen Formalismus ökonomisch plausibel, daß die Korrelation mindernd (steigernd) in der Driftrate des Nikkei-Standes aus Eurolandsicht ( $r_{\text{Y}} - \delta_{NIK} - \rho_{\text{SWK}} \sigma_{NIK}$ ) zu berücksichtigen ist.

Bei währungsgesicherten Zertifikaten mit einer Rückzahlung in Höhe des zukünftigen Nikkei-Index in Euro ist die antizipierte positive Entwicklung des Yen und damit ein vergleichsweise großes Wertsteigerungspotential aus dem währungsrisikobehafteten Nikkei-Zertifikat „künstlich“ herausgelöst. Dies veranschaulichen die Abbildungen 2, 3 und 4. Dementsprechend liegen die fairen Werte von Quanto-, das heißt währungsgesicherten Zertifikaten (mit  $M_{NIK,\epsilon} = 1$ ), also die mit  $r_\epsilon$  abgezinsten in der Abbildung 4 dargestellten erwarteten Stände, auch (deutlich) unter denen vergleichbarer Nikkei-Zertifikate mit Rückzahlung in Yen. Aus diesem Grund ergeben sich regelmäßig faire Multiplikatoren von zum Teil deutlich über Eins. Der Vorteil der Outperformance-Eigenschaft vieler währungsgesicherter Zertifikate wird mithin gerade durch die implizite Festschreibung des Wechselkurses erkaufte. Die für den Anleger auf den ersten Blick attraktive Währungssicherung erweist sich aus ökonomischer Sicht also als Nachteil, da auf die antizipierte Wertsteigerung des Yen verzichtet wird.

Die Bewertung und die Interpretation währungsrisikobehafteter sowie insbesondere währungsgesicherter Zertifikate erfolgte auf Basis der bewertungsrelevanten Dynamiken des Wechselkurses sowie des Nikkei-

Standes aus Eurolandsicht. Die tatsächlichen Veränderungen von Wechselkurs und Nikkei-Index können aber erheblich von den (allein bewertungsrelevanten) antizipierten abweichen. Aus Anlegersicht ist daher ein Vorteilhaftigkeitsvergleich zwischen währungsrisikobehafteten und währungsgesicherten Zertifikaten von Interesse. Abbildung 5 enthält ein Profit/Loss-Diagramm für beide Zertifikatstypen in Abhängigkeit von Wechselkurs und Nikkei-Index bei Fälligkeit. Dabei werden  $1/WK_0 = 100$  währungsrisikobehaftete Nikkei-Zertifikate mit einem fairem Multiplikator von jeweils  $M_{NIK, ¥}^{fair} = e^{\delta_{NIK} T} = 1,05$  (vgl. (6)) und ein Outperformance-Zertifikat mit einem fairem Multiplikator von  $M_{NIK, €}^{fair} = e^{(-r_¥ + r_€ + \delta_{NIK} + \rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK}) T} = 1,73$  (vgl. (15)) verglichen. Beide Positionen haben eine Restlaufzeit von  $T = 10$  Jahren. Die Rückzahlung des Outperformance-Zertifikates ist  $M_{NIK, €}^{fair} NIK_T$  und die Rückzahlung der währungsrisikobehafteten Position in Euro  $1/WK_0 M_{NIK, ¥}^{fair} NIK_T WK_T$ . Beide Positionen weisen einen heutigen Wert in Höhe des Nikkei-Standes von 16.000 Euro auf. Ein Vergleich der beiden Rückzahlungen zeigt, daß das Outperformance-Zertifikat genau dann einen höheren „Gewinn“ beziehungsweise einen niedrigeren „Verlust“ aufweist, wenn der Wechselkurs in  $T$  unter dem um einen Kovarianz-Faktor  $e^{(\rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK}) T}$  adjustierten, heute antizipierten Forwardwechselkurs liegt, das heißt, wenn gilt:

$$(16) \quad WK_0 e^{(r_€ - r_¥) T} e^{(\rho \sigma_{WK} \sigma_{NIK}) T} > WK_T.$$

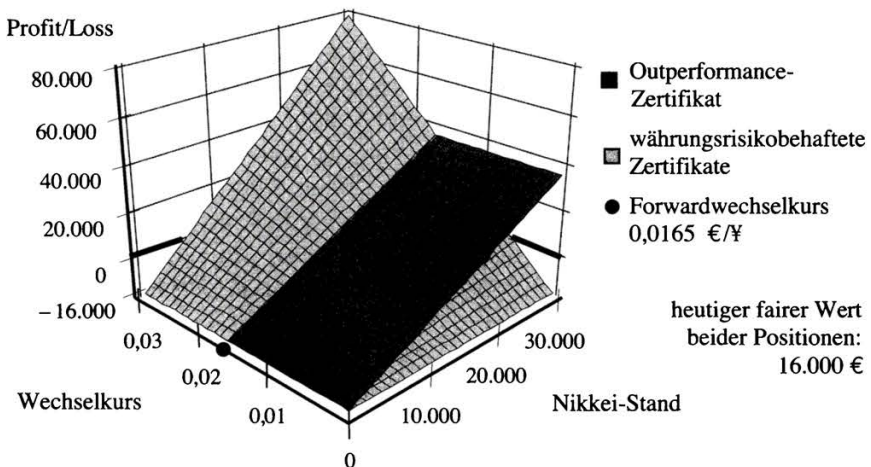


Abbildung 5: Profit-Loss von einem währungsgesicherten und 100 währungsrisikobehafteten Nikkei-Zertifikaten in Abhängigkeit vom Wechselkurs und Nikkei-Stand bei Fälligkeit in  $T = 10$

Im Beispiel (bei  $\rho = 0$ ) dominiert das Outperformance-Zertifikat die währungsrisikobehafteten Zertifikate genau dann, wenn der Wechselkurs in 10 Jahren unter dem heute antizipierten Forwardwechselkurs in Höhe von 0,0165 liegt. Die Profit/Loss-Situation beider Positionen ist identisch, wenn dieser Forwardwechselkurs eintritt. Dies ist ökonomisch auch plausibel, denn der Multiplikator  $M_{NIK,\epsilon}^{fair}$  ist gerade so gewählt, daß der aus der Währungssicherung resultierende Nachteil ausgeglichen wird. Da beide Positionen nun identische Werte aufweisen und der Wechselkurs zum Nikkei unkorreliert ist, können beim Eintritt des antizipierten Wechselkurses beide Positionen nur zu identischen Rückzahlungen führen. Bei einer negativen Abweichung vom Forwardwechselkurs ist die Währungssicherung ex post von Vorteil und ansonsten von Nachteil.

Da sich vom Beispiel abweichend bei  $\rho > 0$  gemäß (15) ein höherer fairer Multiplikator des Outperformance-Zertifikates ergibt, ist es auch plausibel, daß die währungsrisikobehafteten Zertifikate nun erst dann vorteilhaft sind, wenn der Wechselkurs in 10 Jahren hinreichend weit, das heißt den Kovarianz-Faktor kompensierend, über dem heute antizipierten Forwardwechselkurs liegt (vgl. (16)). Eine analoge, jedoch von der Richtung umgekehrte Interpretation ergibt sich für  $\rho < 0$ .

#### IV. Sensitivitätsanalysen

Im Anschluß an die Analyse der bewertungsrelevanten Dynamiken und des Profit/Loss-Diagramms im letzten Abschnitt erfolgt nun eine tiefergehende Betrachtung der Sensitivitäten fairer Werte von Quanto-Zertifikaten mit einem Multiplikator von  $M_{NIK,\epsilon} = 1$  sowie fairer Multiplikatoren entsprechender Outperformance-Zertifikate in bezug auf die preisbestimmenden Faktoren Zinsdifferenz, Laufzeit und Korrelation. Soweit nicht explizit angegeben, werden grundsätzlich die in Tabelle 1 aufgeführten Marktdaten unterstellt.

Da eine positive (negative) Korrelation der Veränderungen des Wechselkurses mit den Renditen des Nikkei-Index einer tendenziell gleichgerichteten (entgegengesetzten) Entwicklung des Nikkei und des Wechselkurses entspricht, ist – wie dargestellt – der Wechselkurs tendenziell immer dann hoch (niedrig), wenn ein im Nikkei investierter Anleger in  $T$  Nikkei-bedingt einen hohen Yen-Betrag umtauscht. Bei Quanto-Zertifikaten ist das auf dem Wechselkurs beruhende Wertsteigerungspotential dieser Position jedoch herausgelöst, weshalb Quanto-Zertifikate ceteris paribus um so weniger (mehr) wert sind, je höher (geringer) die Korrela-

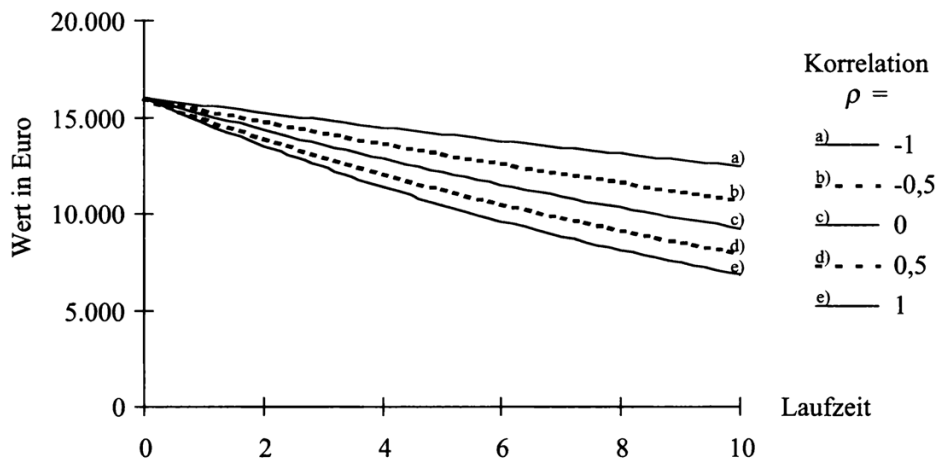


Abbildung 6: Werte währungsgesicherter Nikkei-Zertifikate ( $M_{NIK,\epsilon} = 1$ ) in Euro in Abhängigkeit von der Laufzeit für verschiedene Korrelationen zwischen den Renditen des Nikkei und den Wechselkursveränderungen

tion ist (siehe (14)). Zur Verdeutlichung enthält Abbildung 6 die heutigen fairen Werte von Quanto-Zertifikaten mit dem Multiplikator  $M_{NIK,\epsilon} = 1$  in Abhängigkeit von der Laufzeit für unterschiedliche Korrelationen zwischen den Renditen des Nikkei und den Wechselkursveränderungen bei ansonsten gegebenen Marktdaten gemäß Tabelle 1. Die Wirkung der Korrelation auf den fairen Wert nimmt hier mit steigender Laufzeit des Zertifikates zu.

Neben der Höhe der Korrelation stellt die Zinsdifferenz  $r_\epsilon - r_\chi$  einen wesentlichen Einflußfaktor auf den Wert von Quanto-Zertifikaten dar. Je höher (niedriger) diese Zinsdifferenz ist, desto höher (niedriger) ist der Anteil des Wechselkurses am Wertsteigerungspotential von  $WK_T NIK_T$  und desto geringer (höher) ist folglich der Wert von Quanto-Zertifikaten (vgl. (14)). Mit zunehmender Laufzeit des Zertifikates wird dieser Effekt verstärkt. Dieser Zusammenhang wird in Abbildung 7 veranschaulicht, in der die fairen Werte von Quanto-Zertifikaten auf den Nikkei ( $M_{NIK,\epsilon} = 1$ ) in Abhängigkeit von der Laufzeit für verschiedene Zinsdifferenzen zwischen Euroland und Japan wiedergegeben sind.

Die hier getroffenen Aussagen bezüglich der untersuchten Einflußfaktoren Zinsdifferenz, Korrelation und Laufzeit auf den fairen Wert von Quanto-Zertifikaten lassen sich in umgekehrter Wirkungsrichtung auf die Höhe fairer Multiplikatoren übertragen.<sup>42</sup>

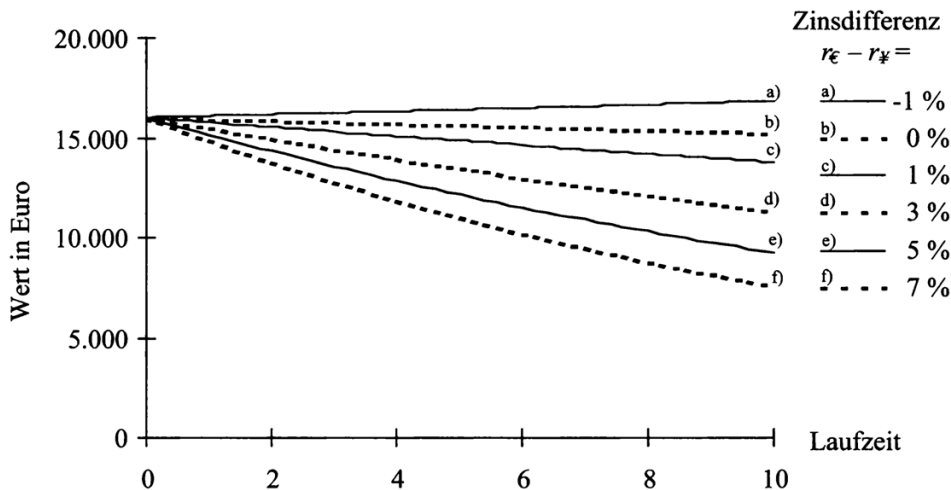


Abbildung 7: Werte währungsgesicherter Nikkei-Zertifikate ( $M_{NIK,\epsilon} = 1$ ) in Euro in Abhängigkeit von der Laufzeit für unterschiedliche Zinsdifferenzen

Durch Kombination der beiden Einflußfaktoren Zinsdifferenz und Korrelation auf den fairen Wert des Quanto-Zertifikates können bei gegebener Zinsdifferenz all jene (impliziten) Korrelationen bestimmt werden, die bestimmte faire (Emissions-)Werte rechtfertigen. Andererseits kann ermittelt werden, bei welcher Zinsdifferenz bestimmte (Emissions-)Werte des Zertifikates in Abhängigkeit von der zugrundeliegenden Korrelation als fair zu bezeichnen sind. In Abbildung 8 sind die Isoquanten verschiedener fairer (Emissions-)Werte währungsgesicherter Zertifikate mit einer Laufzeit von 10 Jahren abgebildet. Interessant ist, daß es beispielsweise auf Basis der gegebenen Marktdaten bei einer Zinsdifferenz von 5% keine Korrelation gibt, die einen fairen Emissionswert in Euro zum aktuellen Stand des Nikkei von 16.000 rechtfertigt.

Die Veranschaulichung der Wirkung unterschiedlicher Einflußfaktoren abschließend, wird nun der Einfluß der Zinsdifferenz auf marktgerechte Multiplikatoren von Quanto-Zertifikaten mit einer Laufzeit von 10 Jahren für unterschiedliche Emissionskurse untersucht. Als marktgerecht wird ein Multiplikator bezeichnet, der zu einem fairen Wert des Zertifikates in Höhe des Emissionspreises führt. In der Abbildung 9 sind für unterschiedliche Emissionspreise die Kombinationen von Zinsdifferenz und Multiplikator abgetragen, die den jeweiligen Emissionspreis

<sup>42</sup> Siehe hierzu auch Tabelle 2.

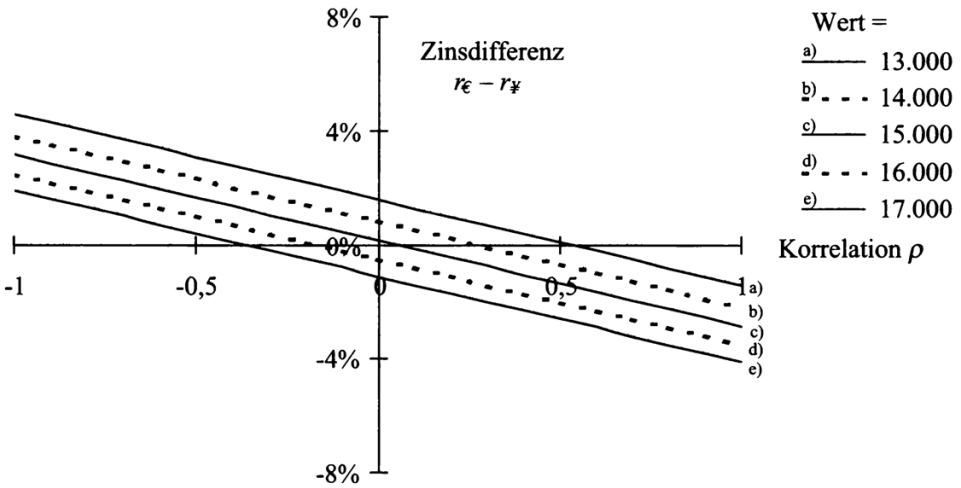


Abbildung 8: Isoquanten für Werte währungsgesicherter Nikkei-Zertifikate ( $M_{NIK,€} = 1, T = 10$ ) in Euro in Abhängigkeit von der Zinsdifferenz und der Korrelation zwischen den Renditen des Nikkei und den Wechselkursveränderungen

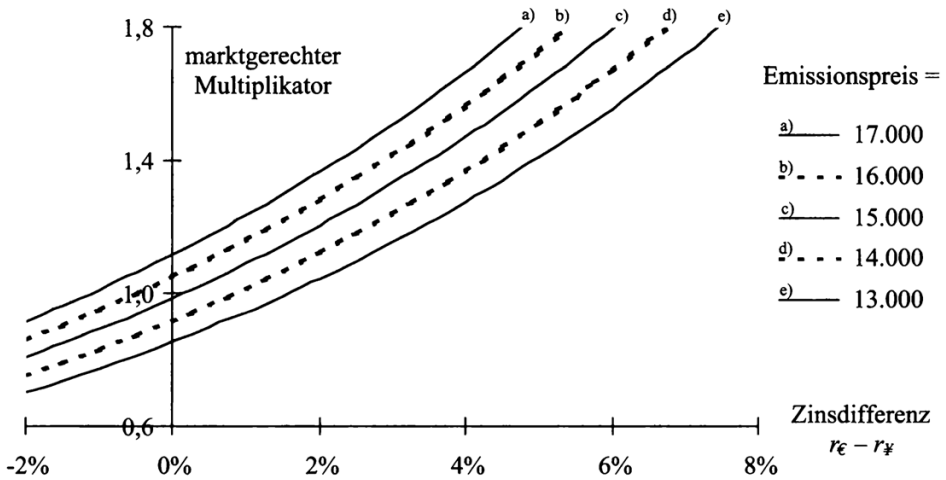


Abbildung 9: Isoquanten für Emissionspreise währungsgesicherter Nikkei-Zertifikate ( $T = 10$ ) in Euro in Abhängigkeit von der Zinsdifferenz und dem marktgerechten Multiplikator

rechtfertigen. Es wird deutlich, daß der marktgerechte Multiplikator mit zunehmender Zinsdifferenz exponentiell ansteigt. Ein Emissionspreis in Höhe des aktuellen Nikkei-Standes von 16.000 ist selbst bei einer Zins-



*Tabelle 2*  
**Sensitivitäten der fairen Werte von Quanto-Nikkei-Zertifikaten  
 sowie der fairen Multiplikatoren**

	$r_{\text{¥}}$	$r_{\text{€}}$	$\delta_{\text{NIK}}$	$\rho$	$\sigma_{\text{WK}}$ und $\sigma_{\text{NIK}}$	$T$
heutiger fairer Wert von $\text{NIK}_T$ in Euro (heutiger Wert eines Quanto-Zertifikates mit Multiplikator 1)	+	-	-	-	+ für $\rho < 0$ = für $\rho = 0$ - für $\rho > 0$	+ für $y > 0$ = für $y = 0$ - für $y < 0$
fairer (bzw. marktgerechter) Multiplikator	-	+	+	+	+ für $\rho > 0$ = für $\rho = 0$ - für $\rho < 0$	+ für $y < 0$ = für $y = 0$ - für $y > 0$

mit  $y = r_{\text{¥}} - r_{\text{€}} - \delta_{\text{NIK}} - \rho\sigma_{\text{WK}}\sigma_{\text{NIK}}$

differenz von Null nur bei einem Multiplikator von größer Eins gerechtfertigt. Der Grund hierfür liegt wie dargestellt darin, daß es sich beim Nikkei-Index um einen Preisindex handelt, der die Dividendenzahlungen der im Nikkei enthaltenen Aktien nicht entsprechend berücksichtigt.

In der Tabelle 2 sind die Sensitivitäten der heutigen fairen Werte von Quanto-Nikkei-Zertifikaten in Euro sowie die der fairen (beziehungsweise marktgerechten) Multiplikatoren in bezug auf die relevanten Einflußparameter zusammengefaßt. Wie aus Gleichung (5) ersichtlich, weisen diese beiden Größen eine entgegengesetzte Sensitivität bezüglich der preisbestimmenden Faktoren auf. Wie dargelegt, ist der Wert eines Quanto-Zertifikates mit einem Multiplikator von Eins um so größer, je geringer die Zinsdifferenz  $r_{\text{€}} - r_{\text{¥}}$  ist, das heißt je größer  $r_{\text{¥}}$  und je kleiner  $r_{\text{€}}$  ist. Darüber hinaus hängt der Wert negativ von der Korrelation  $\rho$  zwischen den Renditen des Nikkei-Index und den Wechselkursveränderungen ab. Aus (14) ist ferner ersichtlich, daß eine analoge Sensitivität bezüglich der Dividendenrendite  $\delta_{\text{NIK}}$  und der Kovarianz  $\rho\sigma_{\text{WK}}\sigma_{\text{NIK}}$  besteht. Die Sensitivität des Wertes des Quanto-Zertifikates in bezug auf die stets positiven Volatilitäten  $\sigma_{\text{WK}}$  und  $\sigma_{\text{NIK}}$  hängt jeweils von der Korrelation  $\rho$  ab. Für eine positive (negative) Korrelation  $\rho$  ist die Abhängigkeit von den Volatilitäten negativ (positiv). Bei Unkorreliertheit ( $\rho = 0$ ) ist der Wert hingegen unabhängig von den Volatilitäten. Eine derartige Differenzierung ist ebenfalls für den Einfluß der Restlaufzeit vorzunehmen, da dieser von dem Vorzeichen der Größe  $r_{\text{¥}} - r_{\text{€}} - \delta_{\text{NIK}} - \rho\sigma_{\text{WK}}\sigma_{\text{NIK}}$  abhängt.<sup>43</sup>

## V. Zusammenfassung und weiterführende Überlegungen

In diesem Beitrag wurde gezeigt, wie Outperformance-Zertifikate auf Aktienindizes fremder Währungsräume konstruiert und bewertet werden können. Besonderer Wert wurde dabei auf die ökonomische Interpretation und Veranschaulichung der zentralen Bewertungsprinzipien gelegt. Hierzu gehört insbesondere die Wirkung von Zinsdifferenzen zwischen den relevanten Währungsräumen auf den Wert und auf die fairen Multiplikatoren von Outperformance-Zertifikaten. Spiegelbildlich gesehen können Quanto-Zertifikate mit einem Multiplikator von Eins mit einem Diskont, also zu einem Preis von  $1/M_{Index}^{fair} Index_0$  emittiert werden. Die für die Anleger auf den ersten Blick attraktive Outperformance-Eigenschaft der Zertifikate erweist sich somit als nichts anderes als den Gegenwert für den Verzicht auf das antizipierte Wertsteigerungspotential der Währung (Währungssicherung). Bei den zwei eingangs genannten „attraktiven Eigenschaften“ der Outperformance-Zertifikate handelt es sich somit um „zwei Seiten einer Medaille“.

Die Ausführungen tragen aber nicht nur zum Verständnis von Outperformance-Zertifikaten bei, sondern liefern darüber hinaus die Grundlagen zum tieferen Verständnis einer ganzen Klasse von auf Underlyings in Fremdwährungsräumen bezogenen Derivaten. Die Bewertung verschiedener Quanto-Derivate erfolgt dabei prinzipiell analog zu der in diesem Beitrag dargestellten Bewertung währungsgesicherter Zertifikate auf der Grundlage der Dynamik des jeweiligen Underlyings aus Eurolandsicht.<sup>44</sup>

Wesentliche Voraussetzung für den Einsatz des Bewertungsmodells in der finanzwirtschaftlichen Praxis ist die (hinreichende) Gültigkeit der Prämissen in Verbindung mit der tatsächlichen Duplizierbarkeit der Zertifikate. Aus Sicht der Emittenten solcher Finanztitel können viele der Prämissen als eingehalten beziehungsweise als nicht derart stark verletzt angesehen werden, daß die Gültigkeit des Bewertungsmodells grundsätzlich in Frage zu stellen wäre. Hierzu gehören die beliebige Teilbarkeit der Wertpapiere, der Zugang zu allen relevanten Finanzmärkten und den damit verbundenen Informationen, die Zulässigkeit von Leerverkäufen und die Abstraktion von handels-, steuer- und bankaufsichtsrechtlichen

<sup>43</sup> Quanto-Zertifikate werden in Euroland vorzugsweise bei großen positiven Zinsdifferenzen  $r_e - r_f$  emittiert. In der Regel ist diese wesentlich größer als  $|\delta_{NIK} - \rho\sigma_{WK}\sigma_{NIK}|$ , so daß realiter  $r_f - r_e - \delta_{NIK} - \rho\sigma_{WK}\sigma_{NIK}$  negativ und damit der Wert eines einfachen Quanto-Zertifikates mit zunehmender Restlaufzeit geringer ist.

<sup>44</sup> Vgl. hierzu zum Beispiel *David/Richardson/Sun* (1993), *Frey/Sommer* (1996), *Sandmann* (1999), S. 396–406.

Aspekten sowie von Transaktionskosten. Insbesondere hinsichtlich der letztgenannten Prämisse sollten solche Zertifikate von den Emittenten nicht einzeln im Sinne von Mikro-Hedges geschlossen werden, wie es unter anderem aus technisch-organisatorischen Gründen in praxi oft der Fall ist, da die permanenten dynamischen Anpassungen des Hedge-Portfolios in der Summe zu nicht vernachlässigbaren Transaktionskosten führen. Statt dessen sind Ansätze des Makro-Hedgings auf der Grundlage eines gesamtbankorientierten Risikomanagementsystems vorzuziehen. Daher ist zu erwarten, daß Zertifikate der beschriebenen Art von den Emittenten am günstigsten angeboten werden können, die über die größten Nettingmöglichkeiten und über die besten Systeme zum Hedging der verbleibenden Überhänge verfügen.

Andere Prämissen können durch Weiterentwicklungen des Modells aufgehoben oder zumindest abgeschwächt werden, wie durch die Berücksichtigung zeitvariabler und stochastischer Zinssätze gegebenenfalls in Verbindung mit Mean-Reversion-Effekten und Bonitätsrisiken. Aber auch bei solchen Weiterentwicklungen des Bewertungsmodells behalten die hier untersuchten zentralen Zusammenhänge ihre Gültigkeit. In diesem Kontext wären auch die Auswirkungen von Abweichungen von der unterstellten gemeinsamen geometrischen Brownschen Bewegung der Index- und Wechselkursentwicklung ein interessanter Untersuchungsgegenstand. Zusammenfassend sollten die Emittenten solcher Finanztitel prüfen, welche Restrisiken bei der praktischen Duplikation verbleiben<sup>45</sup> und ob diese durch die mit solchen Finanztiteln erzielbaren Margen kompensiert werden.

Während also für viele der Emittenten solcher Zertifikate die Duplikation mit überschaubaren Risiken behaftet sein dürfte, ist sie für die meisten potentiellen Anleger praktisch nicht möglich beziehungsweise mit deutlich höheren Transaktionskosten und Risiken verbunden. Insofern liefert das vorgestellte Bewertungsmodell für diese Personengruppe nicht den Preis einer vergleichbaren Alternativinvestition, sondern „lediglich“ eine Information über den Wert solcher Zertifikate aus der Sicht professioneller Kapitalmarktteilnehmer. Das bedeutet zugleich, daß die beschriebenen Outperformance-Zertifikate zur Vervollständigung des Finanzmarktes aus Sicht dieser Personengruppe beitragen, da das verbun-

---

<sup>45</sup> Piros (1998), S. 346–348, untersucht in diesem Zusammenhang durch Simulation die Auswirkungen zeitdiskreter Anpassungen des Hedge-Portfolios sowie lediglich partieller Hedge-Strategien. Durch diese Strategien sind Transaktionskosten vermeidbar, die daraus resultierenden Risiken erweisen sich als vergleichsweise gering.

dene Zahlungsprofil nicht, beziehungsweise anderweitig nur zu einem höheren Preis verfügbar ist. Hiermit ergibt sich zugleich die ökonomische Rechtfertigung einer angemessenen Marge der Emittenten („Strukturierungsbeitrag“), die mit der Konstruktion solcher Finanztitel eine bisher nicht verfügbare Finanzdienstleistung erbringen und darüber hinaus die bereits erläuterten Restrisiken übernehmen.

Im hier dargestellten Beispiel finden faire Multiplikatoren von deutlich größer Eins ihre ökonomische Begründung in der Währungssicherung durch den Verzicht auf das antizipierte Wertsteigerungspotential des Yen gegenüber dem Euro bei positiver Zinsdifferenz  $r_{\text{€}} - r_{\text{¥}}$ . Beobachtet man die gegenwärtige Praxis im Zusammenhang mit den betrachteten Zertifikaten, fällt auf, daß (Nikkei-)Quanto-Zertifikate trotz eines Multiplikators von (lediglich) Eins oft zu pari (das heißt zum aktuellen Indexstand) emittiert werden. Die Zertifikate werden von den Emissionshäusern danach jedoch regelmäßig auch weiterhin zu pari ge- beziehungsweise verkauft. Da die Anleger insofern die Möglichkeit besitzen, diese Finanztitel während der Laufzeit zu pari an den Emittenten zurückzugeben (dies ist vergleichbar mit dem Charakter amerikanischer Optionen), wird der Strukturierungsbeitrag nicht schon bei Emission, sondern erst über die Laufzeit des Wertpapiers realisiert. Diese Praxisusance wird zum Teil damit begründet, daß sich so die Preisfeststellung und die Preisdynamik der Quanto-Zertifikate von Anlegern besser nachvollziehen lassen.

Aus Anlegersicht liegt der Nutzen solcher Zertifikate einerseits in der Möglichkeit gezielter Spekulationen auf (positive) Veränderungen der Aktienkurse in Fremdwährungsräumen bei Ausschluß des Währungsrisikos. Insofern ist eine hohe Zinsdifferenz wie im Beispiel keine zwingende Voraussetzung für die Attraktivität solcher Art Finanztitel. Auch mit Zertifikaten mit einem fairen Multiplikator von Eins oder weniger kann die oben angeführte Spekulationsabsicht verfolgt werden.

Andererseits läßt sich die Investition in Outperformance-Zertifikate zur Bildung international diversifizierter Portfolios einsetzen. Allgemein kann das Risiko solcher Portfolios analog zu dem einer einzelnen währungsrisikobehafteten Position grundsätzlich in die beiden zentralen Komponenten „Aktienmarktrisiko bezüglich der jeweiligen lokalen Aktienmarktrenditen“ und „Währungsrisiko“ unterteilt werden.<sup>46</sup> In zahlreichen empirischen Studien wurde gezeigt, daß sich über den Einsatz geeigneter Devisenforwardgeschäfte bei geringem Einfluß auf die durch-

---

<sup>46</sup> Vgl. zum Beispiel *Eun/Resnick* (1988), S. 200 f., *Drummen/Zimmermann* (1992), S. 84 f. u. 99.

schnittliche Rendite das Währungsrisiko internationaler Portfolios häufig deutlich verringert,<sup>47</sup> was tendenziell zu einem besseren Rendite/Risiko-Profil führt.<sup>48</sup> Über die Investition in entsprechende Quanto- beziehungsweise Outperformance-Zertifikate kann das Währungsrisiko eines international diversifizierten Portfolios sogar vollständig eliminiert werden.

Darüber hinaus lassen sich solche Zertifikate auch zur Minderung des Währungsrisikos bestimmter Auslandsinvestitionen einsetzen. So könnte ein deutsches Unternehmen beispielsweise das Währungsrisiko in Verbindung mit einer japanischen Industriebeteiligung reduzieren, indem es Quanto-Zertifikate der oben beschriebenen Art kauft und zugleich klassische Nikkei-Zertifikate verkauft.<sup>49</sup> Bei hinreichender Korrelation der Industriebeteiligung und des Nikkei-Index führt diese Strategie dazu, daß sich die währungsrisikoinduzierten Änderungen des Wertes der Beteiligung und des klassischen Zertifikates zumindest tendenziell kompensieren. Die anderen Risiken und Chancen aus der Beteiligung bleiben hingegen erhalten. Eine solche Strategie läßt sich über klassische Devisentermingeschäfte oder ähnliches nicht beziehungsweise nur mittels dynamischer Strategien realisieren, da der Wert der zu sichernden Beteiligung im Zeitablauf schwankt und insofern das Nominalvolumen der Devisentermingeschäfte von vornherein nicht fixierbar ist. Bei Festlegung des optimalen Volumens der Sicherungsinstrumente (Hedge-Ratio) und des verbundenen Restrisikos (Basisrisiko) können Banken behilflich sein, die mit dem Angebot solcher Finanzdienstleistungen neue Betätigungsfelder und Ertragsmöglichkeiten finden könnten. Es wäre wünschenswert, wenn solche Finanztitel auf die entsprechenden Bedürfnisse der Nachfrager individuell zugeschnitten werden könnten. Dabei bietet sich die Variation der Ausstattungsmerkmale hinsichtlich der Laufzeit, des Multiplikators, des unterlegten Aktienkorbes (verschiedene Länder, Branchen) und eines Mindest- und Höchstrückzahlungsbetrages<sup>50</sup> an.

---

<sup>47</sup> Der Verkäufer eines Devisenforwards verpflichtet sich, eine bestimmte Menge an Fremdwährungseinheiten zu einem bestimmten zukünftigen Zeitpunkt zu einem fixierten Forwardkurs zu verkaufen. Das Währungsrisiko einer Investition in eine ausländische Anlage kann über den Verkauf von Devisenforwards teilweise, jedoch nicht vollständig eliminiert werden, da bei Abschluss des Forwards die aus der Anlage resultierende Menge an Fremdwährungseinheiten bei Fälligkeit im allgemeinen nicht bekannt ist. Vgl. zum Beispiel *Maurer/Mertz* (2000), S. 425 f.

<sup>48</sup> Vgl. zum Beispiel *Maurer/Mertz* (2000), S. 425 f., und die dort angegebene Literatur. Auf Basis einer Studie aus der Perspektive deutscher Investoren resultiert das folgende resümierende Zitat: „Die Untersuchung verschiedener Ex-ante-Strategien zeigt, daß die Vorteile der internationalen Diversifikation sich besonders bei Sicherung der Wechselkursrisiken entfalten.“ *Maurer/Mertz* (2000), S. 423.

<sup>49</sup> Alternativ ist der Einsatz entsprechender Quanto-Forwards denkbar.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß Outperformance-Zertifikate sowie Variationen solcher Finanztitel im Zusammenhang mit Quanto-Derivaten nicht nur aufgrund der attraktiv erscheinenden Ausstattungsmerkmale, sondern auch aufgrund der beschriebenen vielfältigen Einsatzmöglichkeiten für Investoren sehr interessant sind. Die besondere Attraktivität für Emittenten ergibt sich nicht zuletzt aus den erzielbaren Margen, die für solche und vergleichbar strukturierte Produkte gegenwärtig vergleichsweise hoch sind. Mit zunehmendem Wettbewerb innerhalb dieses Marktsegments ist mit sinkenden Margen zu rechnen, was die Attraktivität aus Investorensicht weiter erhöht.

### Literatur

- Baxter, M. und Rennie, A. (1998):* Financial Calculus, Cambridge. – *Beike, R. (1999):* Zertifikate: optimal vom Börsentrend profitieren, Stuttgart. – *Bingham, N. H. und Kiesel, R. (2000):* Risk-Neutral Valuation: Pricing and Hedging of Financial Derivatives, 3<sup>rd</sup> pr., London u. a. – *Black, F. und Scholes, M. (1973):* The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy, Vol. 81, S. 637–654. – *Breuer, W. und Gürtler, M. (1997):* Die Fallstudie aus der Betriebswirtschaftslehre – Preisanomalien bei exotischen Währungsoptionen, WISU, 26. Jg., H. 7, 1997, S. 663–665. – *Burth, S., Kraus, T. und Wohlwend, H. (2000):* Die Bewertung von strukturierten Produkten im Schweizer Primärmarkt, Finanzmarkt und Portfoliomanagement, 14. Jg., Nr. 4, S. 345–363. – *Dravid, A., Richardson, M. und Sun, T.-S. (1993):* Pricing Foreign Index Contingent Claims: An Application to Nikkei Index Warrants, Journal of Derivatives, Vol. 1, No. 1, S. 33–51. – *Drummen, M. und Zimmermann, H. (1992):* Portfolioeffekte des Währungsrisikos, Finanzmarkt und Portfolio Management, 6. Jg., Nr. 1, S. 81–103. – *Eun, C. S. und Resnick, B. G. (1988):* Exchange Rate Uncertainty, Forward Contracts, and International Portfolio Selection, Journal of Finance, Vol. 43, S. 197–215. – *Fischer, E. O., Keber, C. und Maringer, D. G. (2000):* Darstellung, Analyse und Bewertung der ERSTE Bank-Aktienobligation 1999–2000 auf Volkswagen-Stammaktien, Österreichisches Bankarchiv, S. 227–234. – *Frey, R. und Sommer, D. (1996):* A Systematic Approach to Pricing and Hedging International Derivatives with Interest Rate Risk: Analysis of International Derivatives Under Stochastic Interest Rates, Applied Mathematical Finance, Vol. 3, S. 295–317. – *Geman, H., El Karoui, N. und Rochet, J.-C. (1995):* Changes of Numéraire, Changes of Probability Measure and Option Pricing, Journal of Applied Probability, Vol. 32, S. 443–458. – *Grimm, G. (1998):* Quantifizierung und Steuerung des Währungsrisikos, in: *Kleeberg, J. M. und Rehkugler, H. (Hrsg.):* Handbuch Portfoliomanagement, Bad Soden/Ts., S. 459–488. – *Grohmann, H. (1999):* Index-Zertifikate: Investment mit Charme, Die Bank, 11/99, S. 774–777. – *Hamich, L. (2000):* Europa-Premiere für börsengehandelte Indexfonds, Die Bank, 6/00, S. 402–406. – *Harrison, J. M. und Pliska, S. R. (1981):* Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of Continuous Trading, Stoch-

---

<sup>50</sup> Dies kann mit Hilfe von Quanto-Optionen erfolgen. Vgl. die in Fußnote 44 angegebene Literatur.

astic Processes and Their Applications, Vol. 11, S. 215–260. – Hull, J. C. (2000): Options, Futures & Other Derivatives, London u.a. – Hull, J. C. und White, A. (1995): The impact of default risk on the prices of options and other derivative securities, *Journal of Banking and Finance*, Vol. 19, S. 299–322. – Hunziker, J. P. und Koch-Medina, P. (1996): Two-Color Rainbow Options, in: Nelken, I. (Ed.): *The Handbook of Exotic Options*, Chicago u.a., S. 143–174. – Jandura, D. (2000): Integration internationaler Finanzmärkte, Bad Soden/Ts. – Jarchow, H.-J. und Rühmann, P. (2000): Monetäre Außenwirtschaft, 1. Monetäre Außenwirtschaftstheorie, 5., neubearb. und wesentlich erw. Aufl., Göttingen. – Maurer, R. und Mertz, A. (2000): Internationale Diversifikation von Aktien- und Anleiheportfolios aus der Perspektive deutscher Investoren, *Die Betriebswirtschaft*, 60. Jg., H. 4, S. 423–440. – Merton, R. C. (1973): Theory of rational option pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, S. 141–183. – Merton, R. C. (1974): On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, *Journal of Finance*, Vol. 29, S. 449–470. – Musiela, M. und Rutkowski, M. (1997): *Martingale Methods in Financial Modelling*, Berlin u.a. – Piros, C. D. (1998): The Perfect Hedge: To Quanto or Not to Quanto, in: DeRosa, D. F. (1998): *Currency derivatives: pricing theory, exotic options, and hedging applications*, New York u.a., S. 340–353. – Röder, K. (1997): DAX-Zertifikate und DAX-Fonds im Vergleich, *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft*, 9. Jg., H. 2, S. 162–168. – Rubinstein, M. (1976): The valuation of uncertain income streams and the pricing of options, in: *Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 7, S. 407–425. – Sandmann, K. (1999): *Einführung in die Stochastik der Finanzmärkte*, Berlin u.a. – Spörk, W. (1999): Indexzertifikate versus Indexfonds, *Mitteilungen und Berichte des Instituts für Betriebswirtschaft und Bankrecht an der Universität zu Köln, Abteilung Bankwirtschaft*, 30. Jg., Nr. 82, S. 37–50. – Wilkens, M. und Scholz, H. (2000): Reverse Convertibles und Discount-Zertifikate – Bewertung, Pricingrisiko und implizite Volatilität, *Finanz Betrieb*, 2. Jg., H 3, S. 171–179. – Zimmermann, H. (1998): *State-Preference Theorie und Asset Pricing*, Heidelberg.

## Zusammenfassung

### Outperformance-Zertifikate auf Aktienindizes in Fremdwährungsräumen

Währungsgesicherte (Quanto-)Zertifikate auf internationale Indizes bieten Investoren teilweise eine deutlich höhere Performance als der jeweils zugrundeliegende Index erzielt. Diese vermeintliche Attraktivität von Outperformance-Zertifikaten wird im Rahmen einer verallgemeinerten *Black/Scholes/Merton*-Welt aus Eurolandsicht analysiert. Bei positiver Zinsdifferenz zwischen den beteiligten Währungsräumen verzichten Anleger letztendlich bei währungsgesicherten Zertifikaten gegenüber vergleichbaren währungsrisikobehafteten Zertifikaten auf die antizipierte (positive) Wertentwicklung des Wechselkurses, was den geringeren Wert währungsgesicherter Zertifikate und damit Multiplikatoren großer Eins begründet. Die besonderen preisbestimmenden Faktoren dieser innovativen Finanzprodukte, die auch zur internationalen Diversifikation eingesetzt werden können, sind die Zinsdifferenz, die Dividendenrendite, die Volatilitäten der Renditen des Aktienindex und der Veränderungen des Wechselkurses sowie deren Korrelation. (JEL G 12, G 13, G 15, F 33)

## Summary

### Stock Index-related Outperformance Certificates in Foreign Currency Areas

Certificates that relate to international stock indices, but are not subject to exchange-rate variations offer investors a level of performance that may be noticeably higher than the underlying index concerned. This article analyses the presumed attractiveness of outperformance certificates from a euroland point of view within the framework of a generalised *Black/Scholes/Merton* world. Where the interest rate differential between the respective currency areas is positive, investors ultimately renounce the anticipated (positive) exchange rate value development in the case of certificates not subject to exchange rate risks compared with like certificates that are liable to exchange rate variations, which accounts for the lower value of the certificates not subject to exchange rate variations and explains why the multiplier is higher than one. The interest rate differential, the dividend yield, the stock index yield volatilities and the exchange rate variations as well as the correlations among all of them represent special price determinants of these innovative financial products that can also be used for purposes of international diversification.

## Résumé

### Certificats-outperformance sur indices boursiers dans les zones monétaires

Les certificats garantis contre les risques de change sur indices internationaux offrent en partie aux investisseurs une performance nettement supérieure à celle atteinte par l'indice de base. Cet avantage présumé des certificats-outperformance est analysée dans le cadre d'un modèle généralisé de *Black/Scholes/Merton* du point de vue de la zone euro. Lorsque la différence des taux d'intérêt entre les zones monétaires concernées est positive, les investisseurs, avec des certificats garantis contre les risques de change au lieu de certificats similaires non garantis, renoncent à l'évolution (positive) anticipée des taux de change. Ceci justifie la valeur inférieure des certificats garantis contre les risques de change et donc les multiplicateurs supérieurs à 1. Les facteurs déterminant le prix de ces produits financiers innovateurs qui peuvent être aussi utilisés pour la diversification internationale sont la différence des taux d'intérêt, les rendements de dividende, les volatilités des rendements de l'indice boursier, les variations du taux de change ainsi que leur corrélation.