

## **Komplexe Aktien- und Wechselkursdynamik in einem makroökonomischen Modell mit heterogener Erwartungsbildung**

Von Christian Pierdzioch, Kiel, und Georg Stadtmann, Vallendar

### **I. Einleitung\***

Lange Zeit wurden in der theoretisch orientierten makroökonomischen Forschung Versuche unternommen, unter Zuhilfenahme linearer dynamischer Modelle mit rationaler Erwartungsbildung (Muth (1961)) zu einem besseren Verständnis der Fluktuationen von Aktien- und Wechselkursen zu gelangen (vgl. Blanchard (1981), Gavin (1989), Reither (1990), Nelles (1996)). Charakteristisch für diese Modellansätze ist, daß das beobachtete Niveau der Assetpreise von einem Kranz makroökonomischer Fundamentaldaten abhängt. An Finanzmärkten beobachtbare Preisveränderungen werden auf das Eintreffen neuer bewertungsrelevanter Informationen zurückgeführt, welche gemäß dem Konzept effizienter Märkte (Fama (1968)) von den Wirtschaftssubjekten unmittelbar bei der Preisbildung berücksichtigt werden.

Ergebnisse der jüngeren empirischen Forschung lassen erkennen, daß diese linearen makroökonomischen Modelle das Geschehen auf den Finanzmärkten unvollständig reflektieren und damit die Interaktion von Finanzmarktgeschehen und volkswirtschaftlichen Variablen nicht zufriedenstellend erfassen. So zeigen Flood und Rose (1995), daß die Volatilität von Wechselkursen weitgehend losgelöst ist von der Schwankungsintensität wichtiger makroökonomischer Größen wie etwa Geldmenge und

---

\* Die Autoren sind Claudia Buch, Jörg Döpke, Michael Frenkel, Christiane Nickel, Joachim Scheide, Günther Schmidt und einem anonymen Gutachter für zahlreiche hilfreiche Anmerkungen zu Dank verpflichtet. C. P. bedankt sich zudem für die von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Projektes „Implikationen der Verwendung von Derivaten für Geldpolitik und Bankensektor“ gewährte Unterstützung. Ein Teil des Manuskriptes wurde während eines Forschungsaufenthaltes von G. S. an der Brandeis University fertiggestellt. Das angenehme Forschungsumfeld und insbesondere die von Blake LeBaron gewährten Einblicke in die neueren Entwicklungen der Chaos-Theorie haben zum Gelingen der vorliegenden Arbeit beigetragen. Die Autoren tragen selbstredend die Verantwortung für verbliebene Fehler und Obskuritäten.

Sozialprodukt. Die Ergebnisse einer von Schwert (1989) durchgeführten empirischen Studie zeigen, daß zwischen realwirtschaftlichen Veränderungen und Schwankungen von Aktienkursen allenfalls ein schwacher Zusammenhang besteht. Eine ähnliche Schlußfolgerung ergibt sich aus den Arbeiten von Shiller (1981) und West (1988), die nachweisen, daß die Variabilität von Aktienkursen die Schwankungsintensität der Dividenden übertrifft. Geht man wie Blanchard (1981) in seiner theoretischen Analyse davon aus, daß die Dividendenzahlungen von der Einkommensentwicklung abhängen, so lassen die angeführten empirischen Arbeiten darauf schließen, daß die Preisbildung an den Finanzmärkten nicht allein von der Entwicklung makroökonomischer Fundamentaldaten getrieben wird. Bestätigt wird diese Hypothese durch die Arbeit von Allen und Taylor (1990) für den Devisenmarkt sowie von Haugen et al. (1991) für den Aktienmarkt. Die Autoren dieser empirischen Studien kommen zu dem Ergebnis, daß Kursbewegungen an Finanzmärkten nicht zuletzt auf „noise“ und auf Herdenverhalten der Händler und auf die Anwendung von Instrumenten der technischen Kursanalyse (Charts) zurückgeführt werden können.

In der von diesen empirischen Befunden angestoßenen theoretischen Literatur hat sich ein Ansatz als fruchtbar erwiesen, der bei der formalen Abbildung des Finanzmarktgeschehens heterogene Erwartungen der Marktteilnehmer berücksichtigt. So haben De Long et al. (1990) und Froot et al. (1992) gezeigt, wie die Interaktion von Wirtschaftssubjekten, welche an Fundamentaldaten orientierte Bewertungsverfahren anwenden, und sogenannten *noise tradern* zu multiplen Gleichgewichtslösungen an Finanzmärkten führen kann. Unter Zuhilfenahme eines zeitkontinuierlichen dynamischen Modells analysieren Frankel und Froot (1990) den Einfluß von Chartisten bei der Bildung spekulativer Preisblasen an Assetmärkten. Obgleich mit diesen Modellansätzen das Abweichen von Finanzmarktpreisen von dem fundamentalen Wert der entsprechenden Assets theoretisch zufriedenstellend erklärt werden kann, bleiben die Implikationen des Zusammenspiels von Chartisten und Fundamentalisten für die dynamischen Eigenschaften von Assetpreisen weitgehend aus der Analyse ausgeklammert.

In Arbeiten von De Grauwe (1996), De Grauwe und Vasanten (1990), De Grauwe und Dewachter (1992), De Grauwe und Embrechts (1993) sowie De Grauwe, Dewachter und Embrechts (1993) ist verdeutlicht worden, daß die Abbildung komplexer, nachhaltiger und nicht ausschließlich von volkswirtschaftlichen Fundamentaldaten getriebener Wechselkursdynamik durch den Rückgriff auf nichtlineare Modellie-

rungsansätze erreicht werden kann. Die Dynamik des Wechselkurses wird auch in diesen makroökonomischen Modellen offener Volkswirtschaften auf entscheidende Weise durch das Zusammenspiel von Fundamentalisten und Chartisten bestimmt. Während die Fundamentalisten bei der Erwartungsbildung von der Rückkehr des Wechselkurses zu einem langfristigen, von der Kaufkraftparitätentheorie bestimmten Gleichgewichtswert ausgehen, bilden Chartisten extrapolative und damit trendverstärkende Erwartungen. Durch Zusammenwirken dieser stabilisierenden und destabilisierenden Momente können in diesen Modellen asymptotisch stabile, zyklische, quasi-zyklische, explosive oder chaotische Assetpreistrajektorien auftreten. Die Möglichkeit, unter Rückgriff auf diese Modellansätze sogenannte fremdartige Attraktoren und damit chaotische Wechselkurspfade generieren zu können, ist von besonderem theoretischen Interesse, da auf diese Weise dauerhafte modellendogene Wechselkursfluktuationen simuliert werden können.

Die Grundidee des vorliegenden Beitrags ist es, die in diesen Ansätzen formulierte Modellstruktur aufzugreifen und bei der Integration von Finanzmarktvariablen in ein makroökonomisches Modell einer offenen Volkswirtschaft heterogene Erwartungen als entscheidenden Faktor hinter der marktinhärenten Spekulationsdynamik auf Finanzmärkten und damit der Schwankungsintensität von Assetpreisen zu berücksichtigen. Im Unterschied zu den genannten Modellen wird jedoch in der vorliegenden Arbeit die modelltheoretische Betrachtung nicht auf die Spekulationsdynamik am Devisenmarkt beschränkt. Bei der Bestimmung der Dynamik eines Assetpreises soll nicht allein der Einfluß von Fundamentalisten und Chartisten auf dem zugehörigen Finanzmarkt berücksichtigt, sondern auch die Verbindung verschiedener Finanzmärkte in die Analyse einbezogen werden. In der Tradition der Beiträge von Gavin (1989), Reither (1990) und Nelles (1996) wird eine solche Verbindung hergestellt, indem die von Blanchard (1981) entwickelte Modellwelt einer geschlossenen Volkswirtschaft mit träger Outputanpassung am Gütermarkt und einem Markt für Realkapitalanteile um arbitrageorientierte Gleichgewichtsbedingungen für den Devisen- und den Aktienmarkt erweitert wird. Die gewählte Modellierungsstrategie erlaubt es, unterschiedliche dynamische Eigenschaften von Aktien- und Wechselkursen abzubilden und gleichzeitig die Implikationen einer auf einem Markt beobachteten chaotischen Assetpreisentwicklung für die übrigen Finanzmärkte der Volkswirtschaft zu erfassen.

In dem nachfolgenden Abschnitt II. werden zunächst die strukturellen Gleichungen des Modells erläutert. Dazu werden die einzelnen Bausteine Kredit und Kapital 3/2000

des Modells zusammengefügt und nichtlineare Differenzengleichungen zur Beschreibung der Aktien- und Wechselkursdynamik sowie der Outputentwicklung hergeleitet. In Abschnitt III. wird eine Analyse der dynamischen Eigenschaften der Assetpreispfade mittels numerischer Simulationen vorgenommen. In Abschnitt IV. wird der theoretische Modellrahmen zur Untersuchung einer aktuellen wirtschaftspolitischen Problemstellung genutzt. Es wird eine Erweiterung des Grundmodells entwickelt, welche eine Analyse der Implikationen einer an den Assetpreisen orientierten Geldpolitik auf die Volatilität dieser Finanzmarktvariablen und des Outputs ermöglicht. Letztlich zeigt dieses Beispiel, daß die Auswirkungen der Orientierung an einem „Monetary Conditions Index“ von der in einer Volkswirtschaft angetroffenen spezifischen Parameterkonstellation und von den numerischen Werten der Reaktionsparameter der Zentralbank abhängen. Numerische Simulationen des Modells lassen erkennen, daß eine solche geldpolitische Strategie eine Erhöhung der Volatilität der Assetpreise und damit des Outputs zur Folge haben kann. Eine zusammenfassende Darstellung der Ergebnisse sowie ein Ausblick auf Erweiterungen und mögliche Anwendungen des Modellansatzes werden im letzten Abschnitt präsentiert.

## II. Das Modell

### 1. Die strukturellen Gleichungen

Das Modell einer auf dem Weltkapitalmarkt kleinen offenen Volkswirtschaft besteht aus einer Gleichung für die Anpassungsdynamik am Gütermarkt, einer Gleichgewichtsbedingung für den Geldmarkt und jeweils einer Arbitragegleichgewichtsbedingung für den Aktien- und den Devisenmarkt.

Die Preise des in der heimischen Ökonomie und dem Ausland produzierten Gutes werden auf den Wert Eins normiert. Es wird eine durch temporäre Ungleichgewichte am Gütermarkt ausgelöste träge Entwicklung des preiselastischen Güterangebots unterstellt, welche durch eine nichtlineare Differenzengleichung erster Ordnung beschrieben werden kann:

$$(1) \quad Y_{t+1}/Y_t = (X_t/Y_t)^\varphi$$

wobei mit  $Y_t$  der Output und mit  $X_t$  die aggregierte Güternachfrage bezeichnet werden. Gleichung (1) bringt zum Ausdruck, daß Veränderungen der Güternachfrage eine Anpassung des Güterangebots auslösen. Die

Geschwindigkeit, mit welcher sich dieser dynamische Anpassungsprozeß vollzieht, wird durch den Reaktionskoeffizienten  $\varphi$  bestimmt. Für die aggregierte Güternachfrage wird folgende funktionale Form unterstellt:

$$(2) \quad X_t = S_t^\delta Q_t^\gamma Y_t^\alpha$$

Gemäß Gleichung (2) wird die Güternachfrage durch das Niveau des preisnotierten Wechselkurses  $S_t$ , des Aktienkurses  $Q_t$  und des Einkommens  $Y_t$  der gegenwärtigen Periode bestimmt. Die im Exponenten auftretenden nicht-negativen griechischen Buchstaben bezeichnen die Elastizität der aggregierten Güternachfrage bezüglich der jeweiligen Einflußfaktoren. Da von einem *J*-Kurveneffekt abstrahiert wird, kann eine Abwertung der heimischen Währung aufgrund der als erfüllt betrachteten Marshall-Lerner-Bedingung uneingeschränkt einen positiven Effekt auf die Güternachfrage entfalten. Zu beachten ist, daß in dem gegenwärtigen Modellkontext eine nominelle Abwertung des Wechselkurses gleichbedeutend ist mit einem realen Wertverlust der heimischen Währung. Des weiteren wird in Gleichung (2) der Aktienkurs als Argument der aggregierten Güternachfrage berücksichtigt. Eine Erhöhung des Aktienkursniveaus impliziert eine günstigere Bewertung des existierenden Realkapitals im Vergleich zu seinen Reproduktionskosten und stimuliert auf diese Weise die Nachfrage nach Investitionsgütern (Tobin (1969)).

Das Geldmarktgleichgewicht wird durch Gleichung (3) beschrieben:

$$(3) \quad M_t = Y_t (1 + r_t)^{-g}$$

Das exogen von der heimischen Zentralbank vorgegebene Angebot an Außengeld  $M_t$  trifft gemäß der Gleichgewichtsbedingung (3) auf eine vom Einkommen und dem Zinsniveau  $r_t$  abhängige heimische Geldnachfrage. Während die Abhängigkeit der Geldnachfrage vom Einkommen die Geldhaltung aus dem Transaktionsmotiv einfängt, verdichten sich im heimischen Zinssatz die Opportunitätskosten der Kassenhaltung.

Zur Beschreibung des Devisenmarktgleichgewichts wird von risikoneutralen Wirtschaftssubjekten und perfekter Kapitalmobilität ausgegangen. Diese Annahmen haben zur Folge, daß in- und ausländische Wertpapiere perfekte Substitute sind. Arbitragefreiheit impliziert dann für den Devisenmarkt die Gültigkeit der ungedeckten Zinsparität:

$$(4) \quad E_t (S_{t+1})/S_t = (1 + r_t)/(1 + r^*),$$

wobei der ausländische Zinssatz  $r^*$  aus der Perspektive der auf dem internationalen Kapitalmarkt kleinen inländischen Volkswirtschaft als Kredit und Kapital 3/2000

exogen gegebene Konstante behandelt werden kann. Gleichung (4) fordert, daß jedes internationale Zinsdifferential durch entsprechende Wechselkursänderungserwartungen kompensiert wird. Der Erwartungsoperator  $E_t$  bezeichnet die durch die Informationsmenge, welche den Wirtschaftssubjekten in der Periode  $t$  zur Verfügung steht, bedingten Erwartungen.<sup>1</sup>

Das Arbitragegleichgewicht am Aktienmarkt wird durch die nachfolgende Gleichung beschrieben:

$$(5) \quad E_t(Q_{t+1}) = (1 + r_t) Q_t - \pi,$$

wobei  $\pi$  die als eine Konstante behandelten Dividendenzahlungen darstellt.<sup>2</sup> Bei der Formulierung der Arbitragegleichgewichtsbedingung für den Aktienmarkt wurde implizit von risikoneutralen Wirtschaftssubjekten und damit einer perfekten Substitutionalität risikoloser heimischer Bonds und Realkapitalanteile ausgegangen. Der erste Term auf der rechten Seite von Gleichung (5) fängt die Opportunitätskosten einer Investition in Realkapitalanteile ein. Die zur Bestimmung der relativen Vorteilhaftigkeit einer Investition in Aktien heranzuziehende Alternativanlage muß mithin mit dem in der Entscheidungsperiode relevanten Aktienkurs  $Q_t$  multipliziert werden. Im Arbitragegleichgewicht muß die Rendite der Opportunität mit der Gesamtrendite einer Aktienanlage, welche sich aus Kursgewinnen und Dividendenzahlungen speist, übereinstimmen.

Es verbleibt, das Modell durch Annahmen über die Aktienkurs- und Wechselkursänderungserwartungen der Wirtschaftssubjekte zu schließen. Dabei soll die in den empirischen Arbeiten von zum Beispiel Cutler et al. (1989) und Schwert (1989) für Aktienmärkte und Flood und Rose (1995) für den Devisenmarkt herausgestellte Bedeutung der technischen Kursanalyse für die Preisbildung auf Finanzmärkten in die Modellbildung einfließen. De Grauwe, Dewachter und Embrechts (1993) folgend wird davon ausgegangen, daß auf den Assetmärkten der Volkswirtschaft sowohl Fundamentalisten als auch Chartisten angetroffen werden

---

<sup>1</sup> Aus Gleichung (4) folgt, daß der inländische Zinssatz im stationären Gleichgewicht gleich dem konstanten ausländischen Zinssatz sein muß. Aus der Geldmarktgleichgewichtsbedingung (3) folgt sodann unmittelbar, daß in dem gegenwärtigen Modell geldpolitische Schocks auch in der langen Frist nicht neutral sind.

<sup>2</sup> Grundsätzlich ist es möglich, die Dividendenzahlungen etwa als eine Funktion der Einkommensentwicklung zu modellieren (vgl. *Blanchard* (1981) bzw. *Nelles* (1996)). Um die Komplexität der Analyse nicht unnötig zu erhöhen, wurde dieser Aspekt bei der Modellbildung ausgeklammert.

können. Auf aggregierter Ebene setzen sich die Markterwartungen aus den heterogenen Assetpreisänderungserwartungen dieser beiden Händlergruppen zusammen. Für die am Devisenmarkt vorherrschenden Wechselkursänderungserwartungen gilt (vgl. De Grauwe und Dewachter (1993); De Grauwe (1996)):

$$(6) \quad E_t(S_{t+1})/S_t = (E_t^c(S_{t+1})/S_t)^{k_t} (E_t^f(S_{t+1})/S_t)^{(1-k_t)}$$

Dabei werden durch  $E_t^c$  und  $E_t^f$  die bedingten Wechselkursänderungserwartungen der Chartisten beziehungsweise der Fundamentalisten gekennzeichnet.

Bezüglich der Fundamentalisten liegt es nahe, von einer regressiven Erwartungsbildung auszugehen. Es gilt:

$$(7) \quad E_t^f(S_{t+1})/S_t = (\bar{S}/S_t)^\lambda$$

Wenn der Wechselkurs oberhalb seines langfristigen Gleichgewichtswertes liegt, werden die Fundamentalisten für die nächste Periode eine Aufwertung der heimischen Währung erwarten. Die Geschwindigkeit, mit der diese Händlergruppe eine Rückkehr des Wechselkurses zu dem Wert  $\bar{S}$  erwartet, wird durch den positiven Parameter  $\lambda$  modelltheoretisch abgebildet.

Im Gegensatz zu den Fundamentalisten gehen die Chartisten davon aus, daß sich ein in den letzten Perioden gebildeter Wechselkurstrend in der Zukunft fortsetzen wird. Diese Annahme kann durch die Modellierung der Erwartungsbildung als gleitender Durchschnitt operationalisiert werden:

Wenn der kurzfristige gleitende Durchschnitt (KGD) den langfristigen gleitenden Durchschnitt (LGD) von unten durchstößt, so erwarten die Chartisten, daß sich der Aufwärtstrend weiter fortsetzt. Schneidet hingegen der kurzfristige gleitende Durchschnitt den langfristigen Durchschnitt von oben, so wird eine Reduktion des Wechselkurses erwartet. Es gilt:

$$(8) \quad E_t^c(S_{t+1})/S_t = \left( \frac{\text{KGD}(S_t)}{\text{LGD}(S_t)} \right)^{2\rho}$$

Es wird die Annahme getroffen, daß die Chartisten den kurz- und den langfristigen Durchschnittswechselkurs gemäß folgender Berechnungsformeln ermitteln.<sup>3</sup>

$$(9) \quad \text{KGD}(S_t) = S_t / S_{t-1}$$

$$(10) \quad \text{LGD}(S_t) = (S_t / S_{t-1})^{0.5} (S_{t-1} / S_{t-2})^{0.5}$$

Setzt man Gleichungen (9) und (10) in (8) ein, so erhält man nach Umformung folgenden Ausdruck für die Erwartungsbildung der Gruppe der Chartisten:

$$(11) \quad E_t^c(S_{t+1}) / S_t = (S_t / S_{t-1})^\rho (S_{t-2} / S_{t-1})^\rho,$$

wobei  $\rho$  im Exponenten des Ausdrucks auf der rechten Seite dieser Gleichung ein Gewichtungsfaktor ist.

Abschließend muß noch auf die Bedeutung des in Gleichung (6) eingeführten Exponenten  $k_t$  eingegangen werden. Mit diesem Parameter wird das Gewicht, welches den Chartisten bei der Bestimmung der aggregierten Markterwartungen zukommt, abgebildet. Zu beachten ist, daß dieser Parameter den Index  $t$  trägt und daher im Zeitverlauf nicht konstant sein muß. Es wird angenommen, daß das Gewicht der Chartisten negativ mit der Entfernung des Wechselkurses von einem langfristigen, allein von volkswirtschaftlichen Fundamentaldaten bestimmten Wechselkurs im stationären Gleichgewicht korreliert ist. Konkret wird folgende funktionale Form unterstellt (vgl. De Grauwe et al. (1993)):

$$(12) \quad k_t = v / [1 + b (S_{t-1} - \bar{S})^2]$$

Wenn sich der Wechselkurs von seinem gleichgewichtigen Wert  $\bar{S}$  entfernt, nimmt der Anteil der Chartisten ab. Damit fängt Gleichung (12) die Annahme ein, daß mit wachsender Differenz  $S_{t-1} - \bar{S}$  das Abweichen des Wechselkurses von seinem stationär gleichgewichtigen Wert immer deutlicher hervortritt und aus diesem Grunde eine immer größere Anzahl von Händlern davon ausgeht, daß eine Rückkehr des Wechselkurses zu seinem stationären Gleichgewichtswert immer wahrscheinlicher wird. Die Gewichtung bei der Aggregation der Wechselkursänderungserwartungen verschiebt sich daher in dieser Situation zugunsten der Fundamentalisten. Da dieser Zusammenhang sowohl für positive als auch für negative Abweichungen gelten soll, muß der entsprechende Ausdruck in Gleichung (12) quadriert werden. Der Parameter  $v$  repräsentiert die im

---

<sup>3</sup> Es ist leicht möglich, die spezielle funktionale Form in Gleichung (8) durch andere Instrumente der technischen Kursanalyse zu modifizieren oder zu ersetzen. Vgl. De Grauwe et al. (1993), S. 79 ff., für eine Diskussion verschiedener Entscheidungsregeln der Chartanalyse.

langfristigen stationären Gleichgewicht realisierte maximale Gewichtung der Chartisten. Wird dieser Parameter gleich Eins gesetzt, so bedeutet dies, daß die Erwartungsbildung im stationären Gleichgewicht komplett von den Chartisten bestimmt wird. Andererseits führt ein Wert  $v = 0$  dazu, daß in jedem Zeitpunkt die Erwartung der Fundamentalisten die Wechselkursänderungserwartungen determiniert und Chartisten überhaupt nicht am Markt vertreten sind.

Für den Aktienmarkt können analoge Überlegungen angestellt werden. Für die sich aus den Erwartungen der Fundamentalisten und Chartisten zusammensetzenen aggregierten Aktienkursänderungserwartungen ergibt sich:

$$(13) \quad E_t(Q_{t+1})/Q_t = (E_t^c(Q_{t+1}/Q_t))^{n_t} (E_t^f(Q_{t+1}/Q_t))^{(1-n_t)}.$$

Für den Gewichtungsfaktor  $n_t$  wird unterstellt:

$$(14) \quad n_t = w/[1 + d(Q_{t-1} - \bar{Q})^2]$$

Bezüglich der funktionalen Ausgestaltung der Erwartungen der Chartisten gilt analog zu (11):

$$(15) \quad E_t^c(Q_{t+1})/Q_t = (Q_t/Q_{t-1})^\vartheta (Q_{t-2}/Q_{t-1})^\vartheta$$

Das Modell wird geschlossen durch die Annahme, daß die Fundamentalisten am Aktienmarkt regressive Kursänderungserwartungen bilden:

$$(16) \quad E_t^f(Q_{t+1}/Q_t) = (\bar{Q}/Q_t)^\xi$$

## 2. Analyse der Modelldynamik

Da die in den Arbitrage- und Gleichgewichtsbedingungen auftretenden Elemente nunmehr vollständig spezifiziert sind, kann eine detaillierte Analyse der Modelldynamik vorgenommen werden. Die den Zeitpfad des Wechselkurses beschreibende nichtlineare Differenzengleichung erhält man, indem die in Gleichung (4) formulierte ungedeckte Zinsparität mit dem Ausdruck in (6) gleichgesetzt wird. Unter Berücksichtigung der in den Gleichungen (7) und (11) behandelten Erwartungsbildung erhält man:

$$(17) \quad S_t = \left[ \frac{(1+r^*) S_{t-1}^{-2\rho k_t} S_{t-2}^{\rho k_t} \bar{S}^{\lambda(1-k_t)}}{\sqrt{\frac{Y_t}{M_t}}} \right]^{\frac{1}{\lambda(1-k_t) - \rho k_t}},$$

wobei bereits die für den heimischen Geldmarkt formulierte Gleichgewichtsbedingung genutzt wurde, um den heimischen Zinssatz zu substituieren.

Entsprechende Umformungen der Arbitragebedingung für den Markt für Realkapitalanteile ergeben:<sup>4</sup>

$$(18) \quad Q_t = \left[ \frac{Q_{t-1}^{-2\vartheta n_t} Q_{t-2}^{\vartheta n_t} \bar{Q}^{\xi(1-n_t)}}{\sqrt{\frac{Y_t}{M_t}}} \right]^{\frac{1}{\xi(1-n_t) - \vartheta n_t}}$$

Die zeitliche Entwicklung des Einkommens folgt unmittelbar aus Gleichung (1). Substituiert man in dieser Gleichung die aggregierte Güternachfrage durch Gleichung (2) und verzögert den Zeitindex um eine Periode, so folgt:

$$(19) \quad Y_t = S_{t-1}^{\delta\varphi} Q_{t-1}^{\gamma\varphi} Y_{t-1}^{1+\varphi(\alpha-1)}$$

Damit ist die Dynamik der drei Zustandsvariablen des Systems vollständig beschrieben.

Angesichts der nichtlinearen Struktur der die Modelldynamik bestimmenden Differenzengleichungen verwundert es nicht, daß sich als Ergebnisse der in Abschnitt III. näher zu besprechenden numerischen Simulationen unter anderen auch chaotische Lösungskurven für das Modell ergeben. Das vorliegende Modell kann daher nicht nur zur Erzeugung asymptotisch stabiler, zyklischer oder quasi-zyklischer Trajektorien dienen, sondern auch die auf Finanzmärkten immer wieder beobachteten unregelmäßigen und erratischen Kursschwankungen auf theoretischer Ebene reproduzieren. Von besonderem Interesse ist dabei, daß diese Fluktuationen der Assetpreise nicht durch einem stochastischen Prozeß unterworfene „News“ erzeugt werden. Wie die numerischen Simulationen zeigen werden, können derlei Kursbewegungen aufgrund der modellinhärenten, von dem Zusammenspiel von Chartisten und Fundamentalisti-

<sup>4</sup> Der als Konstante modellierte Dividendenterm wurde gleich Null gesetzt. Analog zu *De Grauwe; Dewachter; Embrechts* (1993) wurde der ausländische Zins gleich Null gesetzt, so daß im Gleichgewicht  $r = r^* = 0$  und folglich  $Y = M$  gilt.

sten sowie der Interdependenz der Finanzmärkte angetriebenen Spekulationsdynamik auch im Rahmen eines rein deterministischen Modells generiert werden.

### III. Analyse der Modelldynamik mittels numerischer Simulationen

#### 1. Modellendogene Spekulationsdynamik

Um die Reaktion der Modelldynamik und der Assetpreispfade auf eine Variation der Parameterkonstellation zu überprüfen, wurden umfangreiche Sensitivitätsanalysen durchgeführt. Da das entwickelte Modell aufgrund der simultanen Berücksichtigung von Aktien-, Wechselkurs- und Outputdynamik eine Vielzahl von Parametern aufweist, ist es sinnvoll, sich bei der numerischen Analyse der dynamischen Eigenschaften des Modells auf einige besonders interessante Parameterkonstellationen zu beschränken. Insbesondere soll die Aufmerksamkeit auf die Implikationen des Einflusses der Chartisten und Fundamentalisten für die Assetpreisdynamik focussiert werden. Als Bezugspunkt beziehungsweise „Benchmark“ der Analyse wird die in Tabelle 1 näher beschriebene Parameterkonstellation gewählt.<sup>5</sup>

Die Implikationen dieser Parameterspezifikation für die Assetpreispfade werden in Abbildung 1 dargestellt. Transitorische Effekte aussklammernd zeigt Abbildung 1a beginnend bei der Observation 1500 die nachfolgenden 500 Realisationen des Aktienkurses. Abbildung 1b visualisiert entsprechend den Zeitpfad des Wechselkurses. In den Abbildungen ist deutlich das erratische und bei naiver Betrachtung stochastische

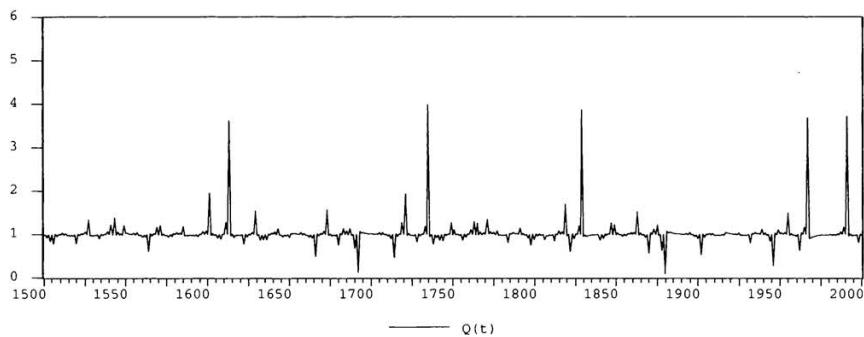
**Tabelle 1**  
**Parameterwerte in der Basissituation**

$\varphi$	$g$	$r^*$	$\pi$	$v$	$b$	$\rho$	$w$
0,4	0,4	0	0	0,4	10000	5	0,4
$\lambda$	$\xi$	$\delta$	$\alpha$	$\gamma$	$\bar{S} = \bar{Q} = \bar{Y}$	$d$	$\vartheta$
4	3	0,2	0,6	0,1	1	10000	4

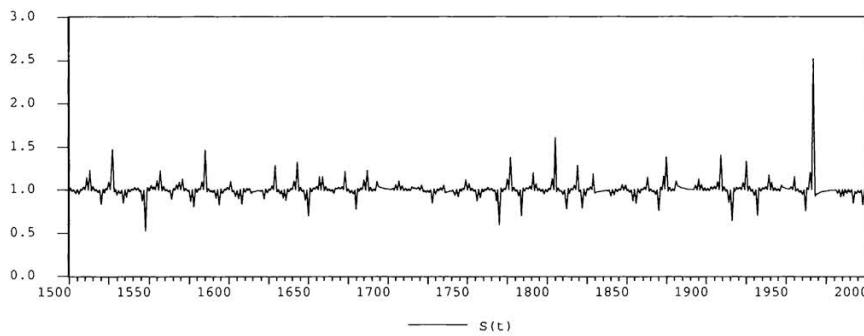
*Anmerkung:* Startwerte für Einkommen, Wechselkurs und Aktienkurs jeweils 0,95.

<sup>5</sup> Um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten, wurden teilweise bei der Auswahl einer „Benchmark“-Parameterkonstellation die von *De Grauwe et al. (1993)* gewählten numerischen Werte berücksichtigt.

Verhalten der Assetpreise zu erkennen. Ferner zeigen die Zeitpfade der Assetpreise in unregelmäßigen Abständen auftretende Ausschläge mit besonders hoher Amplitude.<sup>6</sup> Es verwundert daher nicht, daß das Histogramm (nicht präsentiert) der in Abbildung 1 stellvertretend für die unter der Annahme zahlreicher anderer Parameterkonstellationen erzeugten Assetpreispfade auf eine leptokurtische Verteilung der entsprechenden Returns hinweist. Eine solche Leptokurtosis steht im Einklang mit den Ergebnissen zahlreicher empirischer Arbeiten (vgl. zum Beispiel den Übersichtsartikel von Pagan (1996)).



a) Zeitpfad des Aktienkurses (500 Beobachtungen)



b) Zeitpfade des Wechselkurses (500 Beobachtungen)

Abbildung 1: Zeitpfade der Assetpreise

<sup>6</sup> Derartige *volatility cluster* wurden ebenfalls von Lux und Marchesi (1998) und Youssefmir und Huberman (1997) in Modellen mit heterogener Erwartungsbildung beobachtet.

Obgleich die in Abbildung 1 dargestellten Assetpreispfade allein für die in Tabelle 1 präsentierten Parameterwerte und Anfangsbedingungen gelten, konnte aufgrund der durchgeföhrten umfangreichen numerischen Simulationen festgestellt werden, daß ein derartiges Verhalten der Assetpreise für eine Vielzahl denkbarer Parameterspezifikationen beobachtet werden kann. Es ist daher hervorzuheben, daß das unregelmäßige Verhalten des Aktien- und Wechselkurses in Abbildung 1 keineswegs ein allenfalls bei „exotischen“ Parameterwerten auftretender Spezialfall ist. Aufgrund ihres repräsentativen Charakters ist es daher sinnvoll, die in Abbildung 1 dargestellten Assetpreisträjektorien einer genaueren Analyse zu unterziehen. Von besonderem Interesse ist, ob das dargestellte Verhalten von Aktien- und Wechselkursen als chaotisch bezeichnet werden kann.

## 2. Sensitivität bezüglich der Anfangsbedingungen, Lyapunov-Exponent und Korrelationsdimension

Einen ersten Eindruck des dynamischen Verhaltens der Assetpreise vermittelt das in Abbildung 2 dargestellte Phasendiagramm, in welchem die Realisationen des Aktienkurses  $Q_t$  gegen den Wechselkurspfad  $S_t$  abgetragen sind.

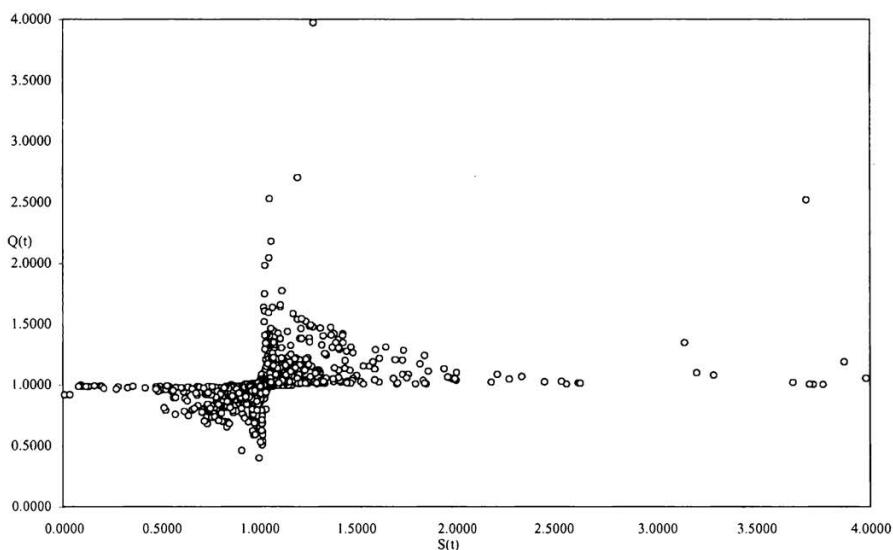


Abbildung 2: Phasendiagramm der Assetpreise

In der Abbildung sind zwei für chaotische Systeme charakteristische Merkmale zu erkennen. Zum einen wird deutlich, daß die Realisationen der Assetpreise stark streuen und zum Teil deutlich erkennbare Ausreißer auftreten können. Auffällig ist dabei, daß die einzelnen Elemente der in Abbildung 2 dargestellten Punktewolke niemals vollständig deckungsgleich sind. Die Assetpreistrojektorien kehren mithin nicht auf einmal beschrittene Pfade zurück. Andererseits gruppieren sich die Datenpunkte um einen Schwerpunkt, welcher durch das stationäre Gleichgewicht des Systems definiert ist. Obzwar die auf den Assetmärkten der betrachteten Volkswirtschaft herrschende Spekulationsdynamik aufgrund des in der Nähe des stationären Gleichgewichts maximalen Anteils der Chartisten die Assetpreise immer wieder von diesem Schwerpunkt wegtreibt, sorgt das Auftreten der Fundamentalisten letztlich dafür, daß die Ökonomie das „Gravitationsfeld“ des steady state nicht verläßt. Dieses Zusammenspiel von abstoßenden und anziehenden Kräften ist charakteristisch für deterministisch chaotische Systeme.

Ein weiteres Charakteristikum eines chaotischen Systems besteht in der Sensitivität bezüglich der Anfangsbedingungen (vgl. Ruelle (1989)). Aufgrund der modellendogenen Kräfte führt selbst eine geringe Variation der exogen vorgegebenen Ausgangswerte des dynamischen Systems nach wenigen Perioden zu einem völlig unterschiedlichen Assetpreispfad. Um diese Eigenschaft zu skizzieren, wurden die Ausgangswerte für das Einkommen, den Wechsel- und den Aktienkurs gegenüber den Werten des Basisszenarios um 1% variiert. In Abbildung 3a und 3b ist die Differenz zwischen den ursprünglichen und den modifizierten Zeitreihen dargestellt. Wie zu erkennen ist, ergibt die vorgenommene geringfügige Veränderung der Anfangsbedingungen einen deutlich veränderten Kursverlauf auf dem Aktien- und dem Devisenmarkt. Für die gegebenen numerischen Parameterwerte reagiert das Modell somit sensitiv auf die in einer Ausgangsperiode vorgefundenen Realisationen der Zustandsvariablen des Systems. Eine unter empirischen Gesichtspunkten wichtige Folge dieses Charakteristikums deterministisch chaotischer Systeme besteht darin, daß eine (längerfristige) Prognose des zukünftigen Aktien- und Wechselkurses nicht möglich ist, obwohl es sich um ein deterministisches System handelt. Ein Meßfehler bei der kleinsten Nachkommastelle führt dazu, daß die Prognose bereits nach wenigen Perioden vom später tatsächlich realisierten Wert erheblich abweichen wird.

Eine chaotische Modelldynamik kann auch mittels formaler Analysetechniken aufgespürt werden. Eine wichtige Größe bei der Untersuchung eines (experimentellen oder empirischen) Datensatzes auf chaotische

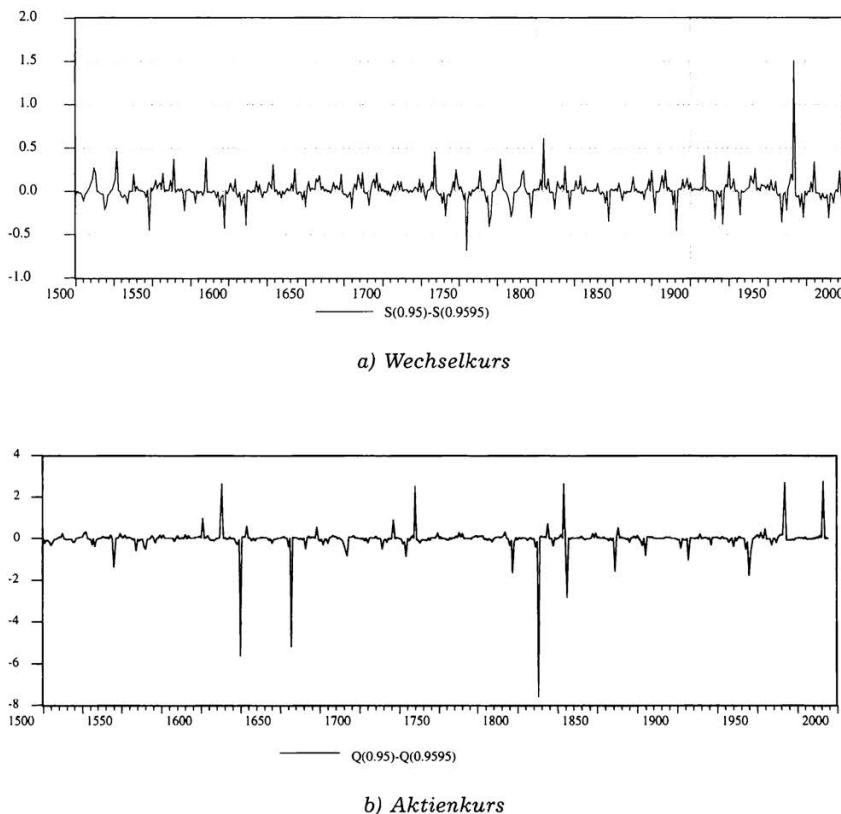


Abbildung 3: Sensitivität bezüglich der Ausgangsbedingungen

Anmerkungen: Sei  $L_t\{Q_t; S_t\} \cdot L_t(0.95)$  bezeichnet die sich bei Zugrundelegung der in Tabelle 1 dargestellten Parameterwerte ergebenden Assetpreispfade. Entsprechend bezeichnet  $L_t(0.9595)$  die Trajektorien der Finanzmarktvariablen, die sich nach einer Variation der Anfangsparameter um 1 % ergeben.

Strukturen ist der Lyapunov-Exponent. Lyapunov-Exponenten beschreiben die durchschnittliche Divergenz (oder Konvergenz) zweier räumlich eng benachbarter Punkte eines betrachteten Vektorraums im Zeitverlauf und sind folglich ein quantitatives Maß für die Sensitivität des Systems bezüglich der Anfangsbedingungen. Ein positiver Lyapunov-Koeffizient besagt, daß zwei eng benachbarte Trajektorien sich im Zeitverlauf mit einer bestimmten Rate exponentiell voneinander entfernen. Dies bedeutet, daß zumindest in eine Richtung des betrachteten Vektorraumes das System sensitiv auf marginale Veränderungen der Anfangsbedingungen

reagiert (vgl. Medio und Gallo (1992), S. 121). Chaotische Systeme weisen mithin einen positiven dominanten Lyapunov-Exponenten auf.

Als Maß für die Sensitivität bezüglich der Anfangsbedingungen bringt der Lyapunov-Exponent letztlich zum Ausdruck, mit welcher Rate – durch den ein chaotisches System kennzeichnenden permanenten Expansions- und Faltungsprozeß – Informationen im Zeitablauf zerstört werden. Lyapunov-Koeffizienten werden daher gemessen in (Bits/Iteration) (vgl. z. B. Wolf et al. (1985)). Die Länge des Zeitraums, für den Prognosen über die zukünftige Entwicklung eines chaotischen Systems gemacht werden können, nimmt folglich mit der Größe des positiven Lyapunov-Exponenten ab.

In Abbildung 4 werden die für den Aktien- bzw. Wechselkursraum ermittelten dominierende Lyapunov-Exponenten als Funktionen der Parameter  $w$  und  $v$ , welche den maximalen Anteil der Chartisten am Devisenmarkt respektive am Markt für Realkapitalanteile angeben, dargestellt.<sup>7</sup> Zu erkennen ist, daß die Lyapunov-Exponenten mit zunehmender quantitativer Bedeutung der Chartisten an den Finanzmärkten ansteigen. Für sehr geringe numerische Werte der Parameter  $w$  und  $v$  nehmen die Lyapunov-Exponenten zunächst noch negative Werte an und das dynamische System vermag mithin keine chaotischen Trajektorien zu erzeugen. Mit wachsender Bedeutung der Chartisten an den Assetmärkten hingegen durchbricht die in Abbildung 4 dargestellte Funktion die Nullachse und die Lyapunov-Exponenten weisen positive Vorzeichen auf.

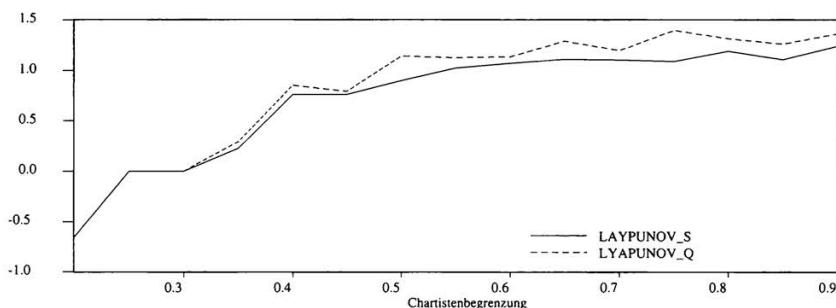


Abbildung 4: Entwicklung des dominanten Lyapunov-Exponenten als eine Funktion der Parameter  $w$  und  $v$

<sup>7</sup> Für die Berechnungen wurde ein Programm von Wolf (1992) benutzt. Für eine ausführliche Darstellung der theoretischen Grundlagen der Berechnung von Lyapunov-Koeffizienten für experimentelle Daten siehe z. B. Wolf et al. (1985).

Das Ergebnis der Analyse läßt somit erkennen, daß das in Abschnitt II. entwickelte Modell für die in dem vorangehenden Abschnitt eingeführte „Benchmark“-Parameterkonstellation sensitiv selbst auf kleine Veränderungen der Anfangsbedingungen reagiert und damit ein wesentliches Merkmal einer deterministisch-chaotischen Zeitreihe aufweist.

Zusätzlich zur Berechnung des dominanten Lyapunov-Exponenten wurde mittels des von Grassberger und Procaccia (1983) vorgeschlagenen Verfahrens die fraktale Dimension des Systems geschätzt. Die fraktale Dimension eines seltsamen Attraktors ist ein Maß für die Ausdehnung des Einzugsbereichs des Attraktors im euklidischen Raum. Die fraktale Dimension ist stets ein Bruchteil der maximal zur Verfügung gestellten, durch die Menge der natürlichen Zahlen beschreibbaren sogenannten umhüllenden Dimension (Embedding). Ein Embedding ist ein künstlicher  $m$ -dimensionaler Raum, welcher aus der analysierten eindimensionalen Zeitreihe durch Bildung sogenannter  $m$ -Historien gewonnen werden kann (Takens (1980)). Diese Historien sind Vektoren der Länge  $m$ , welche durch Zusammenfassung von jeweils  $m$  Beobachtungen der ursprünglichen Zeitreihe erzeugt werden. Diese  $m$ -dimensionalen Vektoren können sodann in einen  $m$ -dimensionalen Raum eingezeichnet werden. Es sei nun unterstellt, daß die Vektoren im Gravitationsfeld eines chaotischen Attraktors liegen. Für alle möglichen Vektorpaare, die auf dem Attraktor liegen, besteht die Möglichkeit, daß sie nahe beieinander liegen, da sie räumlich korreliert sind. Zwei Vektoren sind räumlich korreliert, wenn ihre euklidische Distanz geringer ist als ein gegebener Radius  $r$  einer  $m$ -dimensionalen Kugel, die man an einem der beiden Vektoren fixiert. Die räumliche Korrelation zwischen allen möglichen Vektorpaaren wird bestimmt, indem man die Anzahl aller Punkte quantifiziert, deren Abstand geringer ist als der vorgegebene Radius. Das Korrelationsintegral als Maß der räumlichen Korrelation der Daten erhält man, indem der auf diese Weise berechnete Skalar durch das Quadrat der Anzahl der Observationen dividiert wird.

Vom Korrelationsintegral gelangt man durch eine einfache Grenzwertbetrachtung zur Korrelationsdimension  $D^C(m)$  (vgl. Lorenz (1993), S. 212):

$$(20) \quad D^C(m) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln C(r, m)}{\ln r}$$

Aus Gleichung (20) folgt, daß approximativ  $\ln C(r, m) = D^C(m) \ln r$  gilt. Für eine gegebene umhüllende Dimension kann somit das Verhältnis von  $\ln C(r, m)$  und  $\ln r$  graphisch veranschaulicht werden, wobei die Kredit und Kapital 3/2000

Korrelationsdimension als Steigung der entstehenden Linie interpretiert werden kann.

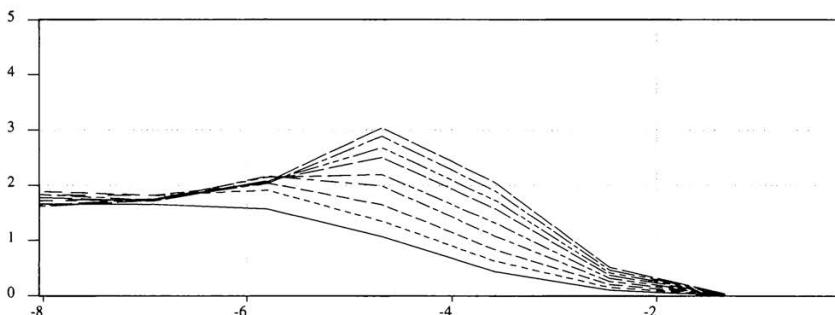
In einem deterministisch chaotischen System wird die Steigung der Kurven mit steigender Dimension des Vektorraums gegen einen endlichen Wert konvergieren: Dieser ist dann die Korrelationsdimension. Im Gegensatz dazu wird der Wert des Skalars  $D^C(m)$  bei einem zugrundeliegenden stochastischen Prozeß beständig mit der Dimension des Systems steigen, da mit steigender Anzahl der Beobachtungen der Zustandsvektor des Prozesses letztlich den gesamten zur Verfügung stehenden Raum durchlaufen haben wird. Konvergiert hingegen der Wert  $D^C(m)$  mit kleiner werdendem Radius und sukzessive steigender umhüllender Dimension gegen einen konstanten Wert, so ist das System deterministisch. Somit ist die Korrelationsdimension ein wirksames Instrument, um ein deterministisch-chaotisches von einem stochastischen System zu unterscheiden (vgl. Grassberger und Procaccia (1983); ebs. Lorenz (1993), S. 211–213).

Die für das vorliegende Modell durchgeführten Untersuchungen werden in den auch als Grassberger-Procaccia-Graphiken bekannten Abbildungen 5 zusammengefaßt. In den Abbildungen wird die Steigung  $\ln C / \ln r$  als eine Funktion des an der Abszisse abgetragenen Radius für verschiedene Embeddings dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, daß die Dimension der im Aktien- und Wechselkursraum auftretenden fremdartigen Attraktoren des Systems gegen einen endlichen Wert konvergiert. Diese Ergebnisse bestätigen somit die Resultate der Berechnung des dominanten Lyapunov-Exponenten. Es kann daher festgehalten werden, daß das in dem vorliegenden Beitrag entwickelte Modell für die analysierte Parameterkonstellation chaotische Assetpreistrajektorien zu generieren vermag.

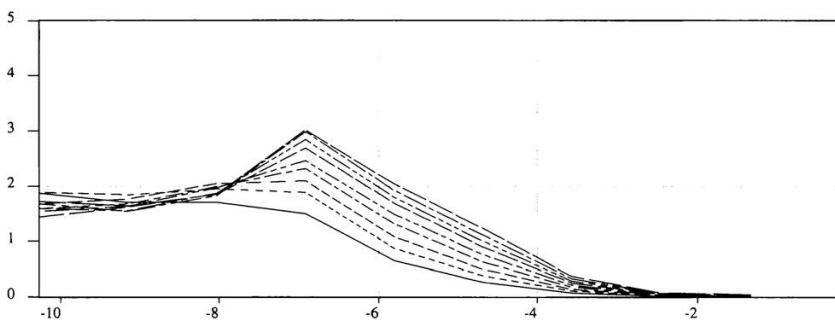
### 3. Sensitivitätsanalyse

Ähnliche Ergebnisse konnten bei numerischen Simulationen des Modells mit anderen Parameterkonstellationen festgestellt werden. Obgleich es nicht möglich ist, an dieser Stelle die Resultate im einzelnen zu erörtern, soll dennoch eine qualitative Charakterisierung des Verhaltens von Aktien- und Wechselkurs bei alternativen Parameterspezifikationen diskutiert werden.

Von besonderem Interesse sind die Implikationen für die Assetpreisdynamik, welche sich aus der Variation des maximalen Anteils der Charti-



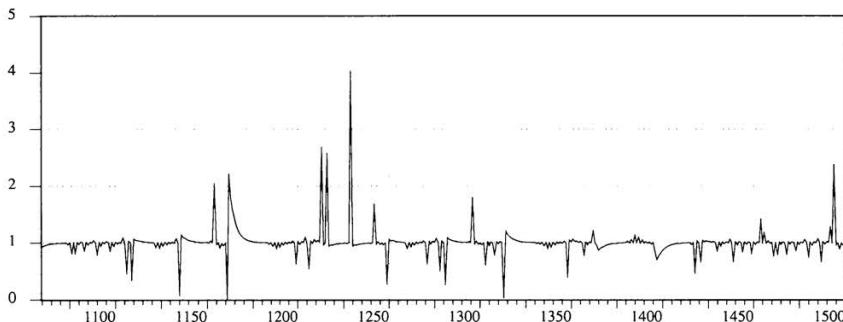
a) Grassberger-Procaccia-Diagramm für den Wechselkurs



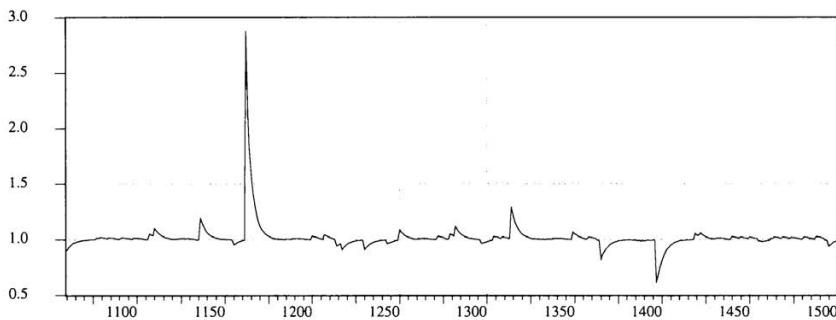
b) Grassberger-Procaccia-Diagramm für den Aktienkurs

Abbildung 5: Bestimmung der Korrelationsdimension des Modells

sten auf dem Devisen- bzw. Aktienmarkt ergeben. Eine extreme Situation ergibt sich, wenn man beispielsweise  $w = 0$  vorgibt. Eine solche Wahl bedeutet, daß auf dem Aktienmarkt nur Fundamentalisten operieren, während am Devisenmarkt sowohl Chartisten als auch Fundamentalisten aktiv sind. Es hat sich in numerischen Simulationen gezeigt, daß bereits ein geringer maximaler Anteil von Chartisten auf dem Devisenmarkt ausreicht, um diesen aus dem stationären Gleichgewicht zu bringen. Abbildung 6 zeigt die Ergebnisse einer numerischen Simulation. Der Gewichtungsfaktor für die Chartisten am Aktienmarkt wurde auf den Wert Null fixiert. Für den entsprechende Parameter am Devisenmarkt wurde der Wert 0,5 gewählt. Die numerischen Werte der übrigen Parameter stimmen mit den Angaben der Tabelle 1 überein.



a) Aktienkurs nach Beseitigung der Chartisten am Aktienmarkt  
(500 Beobachtungen)



b) Wechselkurs nach Beseitigung der Chartisten am Aktienmarkt  
(500 Beobachtungen)

Abbildung 6: Assetpreisdynamik bei rein regressiver Erwartungsbildung am Aktienmarkt (Beobachtungen 1000–1500)

Das Auftreten von Chartisten am Devisenmarkt bleibt aufgrund der Interdependenz der Märkte nicht ohne Folgen für den Aktienmarkt, der ebenfalls in Schwingungen gerät. Obzwar somit am Aktienmarkt keine Chartisten auftreten, kann der Aktienkurs aufgrund der *spillover effects* vom Devisenmarkt die dynamischen Eigenschaften des Wechselkurses aufweisen. Selbst wenn die Wirtschaftspolitik somit in der Lage wäre – etwa durch die Einführung einer Transaktionssteuer (vgl. Tobin (1978)) – auf einem Markt (kurzfristige) spekulative Aktivitäten zu eliminieren, so ist damit keinesfalls gewährleistet, daß sich dieser Markt – selbst in Abwesenheit von „News“ – in seinem stationären Gleichgewicht einpendelt.

delt. Wenn Chartisten auf einem anderen Markt auftreten, so entfalten diese „Störungen“ Rückwirkungen auf die Preisentwicklung der anderen Assetmärkte.

In einem weiteren Analyseschritt wurde der Einfluß der Geschwindigkeit, mit der die Fundamentalisten eine Rückkehr zum fundamentalen Kurswert erwarten (Parameter  $b$  und  $d$ ) untersucht. Wie zu vermuten ist, steigt die Stabilität des Modells, je regressiver die Fundamentalisten ihre Erwartungen bilden. Insofern ergaben sich bei der Sensitivitätsanalyse im Hinblick auf eine Variation dieser Parameter keine überraschenden Ergebnisse.

Die Volatilität der Assetpreise nimmt mit abnehmender Semizinselastizität zu. Die Ursache dieses Effektes muß auf dem Geldmarkt gesucht werden. Da der Zins jene Variable ist, die den Geldmarkt in der kurzen Frist in das Gleichgewicht bringt, führt jede Einkommensvariation über die Reaktion der einkommensabhängigen Geldnachfrage auch zu einer Zinsveränderung. Diese muß um so stärker ausfallen, je geringer die Semizinselastizität ausgeprägt ist. In einer solchen Situation führt dann bereits eine kleine Einkommenserhöhung zu einer starken Zinssteigerung, die aufgrund der Gültigkeit der ungedeckten Zinsparität mit einer Abwertungserwartung für die Inlandswährung einhergeht. Da sich jedoch der langfristige gleichgewichtige Wechselkurs nicht verändert, kann nur eine sofortige Aufwertung der Inlandswährung den erforderlichen Abwertungsdruck auf die heimische Währung herbeiführen.

Ebenso übertragen sich Zinsveränderungen auf die Aktienkursentwicklung. In dem gegenwärtigen Modellkontext impliziert eine Zinssteigerung Kurssteigerungserwartungen auf dem Aktienmarkt. Gemäß der für den Aktienmarkt spezifizierten Arbitragegleichgewichtsbedingung müssen in jeder Periode die erwarteten Erträge aus einer Aktienanlage der Verzinsung der risikolosen Opportunität entsprechen. Die Aktienerträge setzen sich aus den Dividendenauszahlungen der gegenwärtigen Periode und den erwarteten Kursveränderungen zukünftiger Perioden zusammen. Da der Dividenstrom als eine autonome Komponente modelliert wurde, geht jedwede Zinsveränderung mit einer gleichgerichteten Veränderung der Kursänderungserwartungen einher. Eine Erhöhung des heimischen Zinssatzes erfordert somit Kurssteigerungserwartungen. Derlei erwartete Kurssteigerungen können allein durch eine unmittelbare Absenkung des Aktienkursniveaus hervorgerufen werden. Zinsen und Aktienkurse bewegen sich somit immer in entgegengesetzte Richtungen. Dies entspricht dem bereits von Blanchard (1981) thematisierten „Bad-news“-Szenario.

Wird die Anpassungsgeschwindigkeit des Güterangebotes variiert, so zeigt sich, daß eine Erhöhung der Anpassungsgeschwindigkeit die Variabilität der Assetpreispfade erheblich ansteigen läßt. Dieses Ergebnis mag zunächst überraschen, da eine gesteigerte Flexibilität des Güterangebotes, auf Veränderungen der aggregierten Güternachfrage zu reagieren, zu einer Glättung der Assetpreispfade führen sollte. Eine hohe Anpassungsgeschwindigkeit impliziert in diesem Modell jedoch, daß eine temporäre Abwertung der Inlandswährung oder Aktienkurssteigerungen über eine Steigerung der Güternachfrage auch zu einem Einkommensanstieg führt. Dieser Einkommensanstieg löst auf dem Geldmarkt Zinssteigerungen aus, die wiederum die Assetpreisentwicklung beeinflussen. Im Gegensatz dazu löst eine geringe Anpassungsgeschwindigkeit am Gütermarkt nur moderate Zinseffekte aus, welches letztlich von einer geringeren Variabilität der Assetpreise reflektiert wird.

Neben dem Einfluß einer Variation einzelner Parameter auf die dynamischen Eigenschaften der Assetpreise stellt sich natürlich auch die Frage, inwieweit die abgeleiteten Ergebnisse hinsichtlich einer Modifikation der Modellstruktur robust sind. Um diesen Aspekt zu untersuchen, wurde auch geprüft, ob sich die hier diskutierten Ergebnisse qualitativ verändern, wenn man eine stärkere Interdependenz der unterschiedlichen Finanzmarktakteure zuläßt. Zu diesem Zweck wurde die für das bislang analysierte Modell geltende Annahme einer nur indirekten Interdependenz zwischen den an Aktien- und Devisenmarkt handelnden Händlergruppen aufgehoben. Die Grundidee der untersuchten Modellerweiterung besteht darin, daß Finanzmarktakteure die Möglichkeit besitzen, auch an einem ausländischen Aktienmarkt Geschäfte zu tätigen. Um diesen Aspekt in den in diesem Beitrag entwickelten Modellrahmen zu integrieren, wurde unterstellt, daß sich allein die Gruppe der Fundamentalisten zutraut, unter Zuhilfenahme der zur Verfügung stehenden Informationen eine präzise Prognose vorzunehmen, um am ausländischen Aktienmarkt zu operieren. Hinsichtlich des Anlageverhaltens der Chartisten wurde davon ausgegangen, daß diese ihre Aktivitäten auch weiterhin auf den heimischen Aktien- und Devisenmarkt konzentrieren. Eine Anlage am ausländischen Aktienmarkt ist für Fundamentalisten um so attraktiver, je stärker die heimische Währung überbewertet ist. In einer solchen Situation ist es aus fundamentalistischer Sicht profitabel, eine Anlage am ausländischen Aktienmarkt einzugehen, so daß in einer solchen Situation fundamentalistisch orientiertes Kapital den heimischen Aktienmarkt verläßt, den Chartisten das Feld überläßt und diese daher an Gewicht ge-

winnen. Dieses Verhaltensmuster wurde mittels der folgenden Gleichung eingefangen:

$$(21) \quad n_t = \frac{w}{1 + d(Q_{t-1} - \bar{Q})^2} \frac{\bar{S}}{S_{t-1}}$$

Sodann wurden die oben beschriebenen numerischen Simulationen für diese modifizierte Modellversion durchgeführt. Insgesamt konnte festgestellt werden, daß sich die Ergebnisse der Simulationen trotz der leicht abgewandelten Modellstruktur qualitativ nicht verändern.

#### 4. GARCH-Effekte in Finanzmarktdaten

Die Ergebnisse zahlreicher empirischer Untersuchungen dokumentieren, daß die bedingte Varianz der aus Aktien- und Wechselkurszeitreihen gebildeten Returns im Zeitverlauf nicht konstant ist. Vielmehr scheinen sich auf Finanzmärkten Phasen mit einer relativ stetigen Kursentwicklung und Phasen mit starken Kursausschlägen abzuwechseln (Mandelbrot (1963)). Wie bereits nachgewiesen wurde, ist das in dem vorliegenden Beitrag entwickelte Modell in der Lage, das Auftreten derartiger *volatility cluster* sowohl auf dem Aktien- als auch auf dem Devisenmarkt zu erklären. Zielsetzung ist nunmehr, dieses in den experimentell erzeugten Datenreihen auftretende Phänomen einer genaueren formalen Analyse zu unterziehen. Da Modelle des (G)ARCH-Typs ein in empirischen Studien häufig zur Modellierung einer zeitveränderlichen bedingten Varianz von Finanzmarktdaten zur Anwendung gelangendes Verfahren sind, soll insbesondere untersucht werden, ob sich in den Returns der Aktien- und Wechselkurse sogenannte (G)ARCH-Effekte nachweisen lassen.<sup>8</sup>

Im folgenden wird unter Zuhilfenahme eines von Engel (1982) in die Literatur eingeführten Langrange-Multiplikator(LM)-Tests auf GARCH-Effekte in den experimentell erzeugten Datenreihen getestet. Dazu werden zunächst die Returns der Finanzmarktpreise durch die Transformation  $returns_t^L = \log(L_t/L_{t-1})$ , mit  $L_t = \{Q_t, S_t\}$  gebildet. Sodann wird ein einfacher autoregressiver Prozeß mittels der Methode der Kleinsten Quadrate für die sogenannte *mean equation* der Returns geschätzt:

---

<sup>8</sup> GARCH ist die Abkürzung für Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. Modelle des G(ARCH)-Typs wurden erstmals von Engel (1982) und Bollerslev (1986) in die Literatur eingeführt. Eine zusammenfassende Darstellung der theoretischen Grundlagen und der Anwendungsmöglichkeiten von GARCH-Modellen findet sich in Übersichtsartikeln von Bera und Higgins (1993) und Palm (1996).

$$(22) \quad \text{returns}_t = \gamma_0 + \gamma_s \sum_{s=1}^q \text{returns}_{t-s} + \varepsilon_t,$$

wobei  $\varepsilon_t$  ein Störterm ist. Die mittels dieser Regression geschätzten Residuen  $\hat{\varepsilon}_t$  werden sodann quadriert und auf eine Konstante und geschätzte quadrierte Realisationen des Störterms vorangegangener Perioden regressiert:

$$(23) \quad \hat{\varepsilon}_t^2 = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_s \sum_{s=1}^q \hat{\varepsilon}_{t-s}^2$$

Sofern keinerlei GARCH-Effekte in den Daten vorhanden sind, sollte die Nullhypothese  $H_0: \hat{\gamma}_s = 0$  nicht abgelehnt werden. Diese Nullhypothese kann mit einer mit  $q$  Freiheitsgraden  $\chi_q^2$  verteilten LM-Statistik getestet werden. Die Teststatistik wird gebildet als Produkt der Anzahl der Observationen mit dem  $R^2$  der Regression aus Gleichung (23).

Für die mittels numerischer Modellsimulationen erzeugten experimentellen Aktien- und Wechselkursdaten wurden LM-Tests auf GARCH-Effekte auf der Basis einer rollenden Regression durchgeführt. Das Stichprobenfenster der Regressionen wurde auf konstant 500 Observationen festgelegt.<sup>9</sup> Als Laglänge in den Gleichungen (22) und (23) wurde  $q = 4$  gewählt. Die Ergebnisse dieses Testverfahrens werden in Abbildung 7a und 7b zusammenfassend dargestellt. Die Graphik stellt den von der LM-Statistik angenommenen numerischen Wert als eine Funktion der auf der Abszisse abgetragenen Laufnummern der rollenden Regressionen dar. Es ist zu erkennen, daß unter Zugrundelegung der üblichen Signifikanzniveaus die Nullhypothese durchgängig verworfen werden kann. Das in Abschnitt II. entwickelte theoretische Modell ist folglich in der Lage, die in empirisch beobachteten Finanzmarktdaten immer wieder beobachteten GARCH-Effekte zu reproduzieren.

#### IV. Effekte einer an Assetpreisen orientierten Geldangebotspolitik

Unter Zuhilfenahme des in Abschnitt II. entwickelten Modellrahmens sollen nunmehr die Implikationen einer an dem Niveau der Assetpreise orientierten Geldangebotspolitik für die Volatilität von Aktien- und

<sup>9</sup> Um mögliche rein transitorische Effekte auszuschalten, wurden die ersten 500 Realisationen des Simulationsdurchlaufs bei der Durchführung der Tests vernachlässigt.

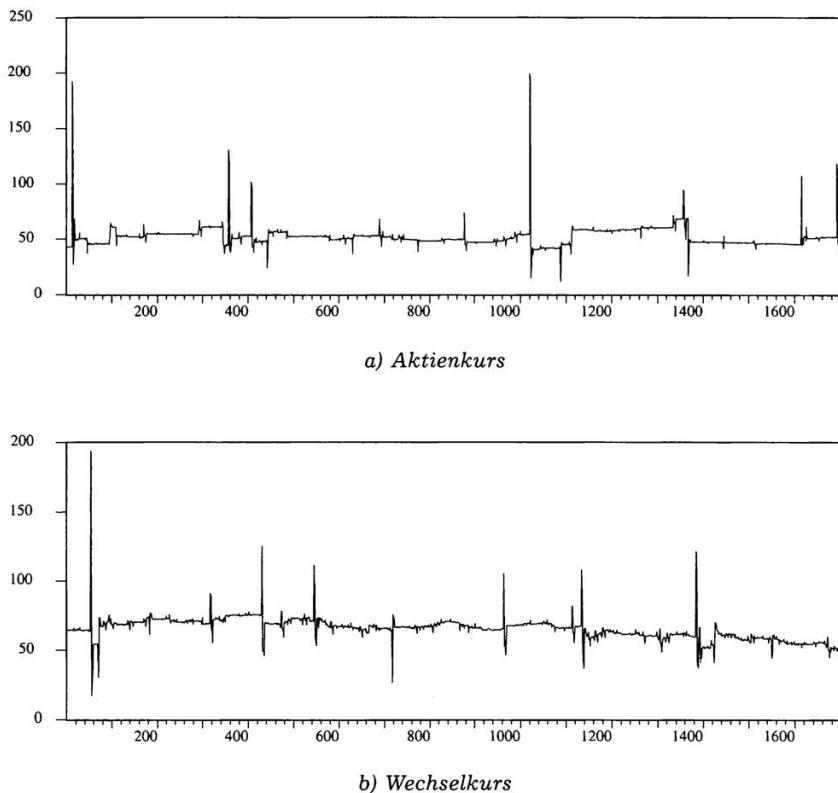


Abbildung 7: GARCH-Effekte in Assetpreisen (LM-Test)

Wechselkurs beleuchtet werden.<sup>10</sup> Der nachfolgenden Analyse liegt die Annahme zugrunde, daß sich die Geldpolitik an den die inländische Volkswirtschaft kennzeichnenden momentanen „monetary conditions“ orientiert. Diese „monetary conditions“ seien im folgenden durch die in den vorangehenden zwei Perioden beobachtete durchschnittliche Abweichung der Assetpreise von ihren stationären Gleichgewichtswerten

<sup>10</sup> Natürlich kann im Rahmen des vorliegenden Beitrags nicht auf alle Aspekte, die in der Diskussion um die Auswirkungen einer Orientierung der Geldpolitik an einem „monetary conditions index“ vorgebracht wurden, eingegangen werden. Der Leser sei daher auf *Führer* und *Moore* (1992), *Smets* (1997) und *Woodford* (1994) sowie die dort angegebene Literatur verwiesen. Ferner sei auf *Dornbusch*, *Favero* und *Giavazzi* (1998) verwiesen, die das Konzept eines MCI im Zusammenhang mit möglichen geldpolitischen Strategien für die Europäische Zentralbank erörtern.

beschrieben. Es wird für die Veränderungsrate des Angebots an Außen-  
geld die folgende einfache lineare funktionale Form spezifiziert:

$$(24) \quad \hat{m}_t = \Gamma(\bar{S} - S_{t-1}^{0.5} S_{t-2}^{0.5}) + \Phi(\bar{Q} - Q_{t-1}^{0.5} Q_{t-2}^{0.5})$$

Abweichungen der Assetpreise von ihrem stationären Gleichgewicht werden mithin von der Zentralbank mit einer gegenläufigen Anpassung des Geldangebots beantwortet. Da die Assetpreise über die aggregierte Güternachfrage auf die Outputentwicklung einwirken, kann das eine solche Geldangebotsregel motivierende Finalziel der Geldpolitik in einer möglichst niedrigen Variabilität des Outputs gesehen werden. Zu betonen ist somit, daß mit einer solchen Politik letztlich über den Effekt von Aktien- und Wechselkurs auf die aggregierte Güternachfrage indirekt auch die Outputentwicklung beeinflußt wird. Das Niveau des Geldangebots folgt dann der nachfolgenden Gleichung:

$$(25) \quad M_{t+1} = (1 + \hat{m}_t) M_t$$

Die Auswirkungen der Implementierung der in Gleichung (25) eingeführten Geldangebotsregel auf die Dynamik des Modells wurden mittels numerischer Simulationen analysiert. Um die Implikationen des geldpolitischen Eingriffs zu untersuchen, wurde das Modell mit unterschiedlichen Kombinationen der Parameter  $\Gamma$  und  $\Phi$  simuliert und im Anschluß daran die Standardabweichung der jeweils resultierenden Aktien- und Wechselkurspfade berechnet. Bei der Festlegung der numerischen Werte für die übrigen Modellparameter wurde erneut auf die in Tabelle 1 dargestellte „Benchmark“-Parameterkonstellation zurückgegriffen. Ausgangspunkt der Analyse ist eine Situation mit  $\Gamma = \Phi = 0.1$ . In dieser Situation reagiert die Notenbank sehr moderat auf Abweichungen der beiden Assetpreise von ihren langfristigen fundamentalen Gleichgewichtswerten. Im Anschluß daran werden die beiden Parameterwerte sukzessive um jeweils 0.05 Einheiten erhöht.

Wie in den Abbildungen 8 zu sehen, ist eine zunehmend stärkere Orientierung der Notenbank an der Assetpreisentwicklung nicht zwangsläufig mit einer Glättung der Assetpreispfade verbunden. Auch ist zu erkennen, daß eine marginale Variation der geldpolitischen Reaktionsparameter zu einer erheblichen Veränderung der Variabilität der Preisentwicklung führen kann. Selbst wenn der visuelle Eindruck entsteht, daß mit zunehmender Intensität des geldpolitischen Eingriffs eine Glättung erzielt werden kann, so ist zu bedenken, daß die relativ großen Ausreißer eine starke Verzerrung der Größenverhältnisse herbeiführen.

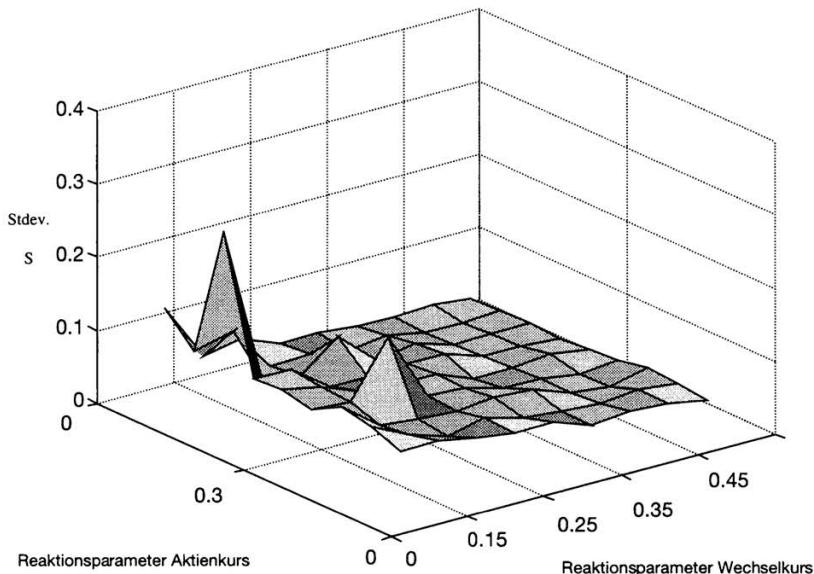


Abbildung 8a: Standardabweichung des Wechselkurses bei unterschiedlichen Werten der Reaktionsparameter der Geldpolitik

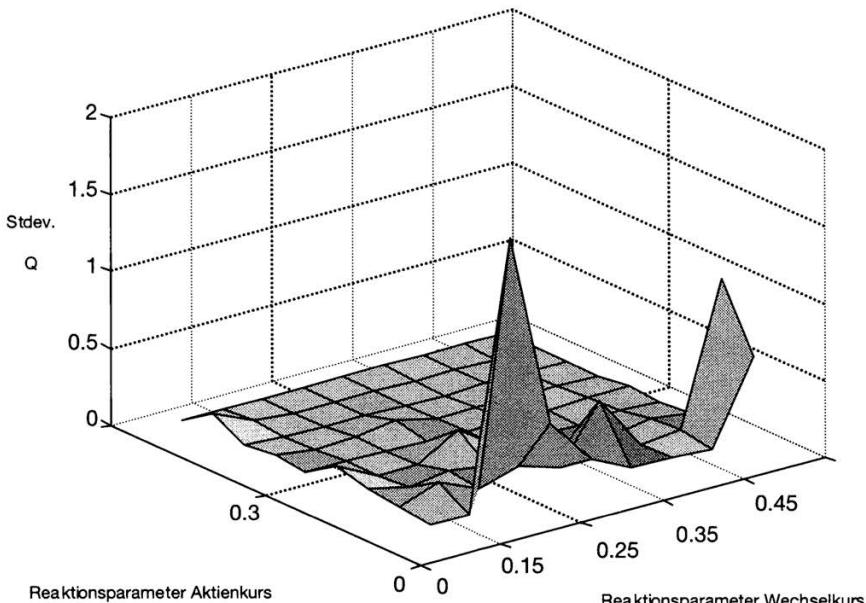


Abbildung 8b: Standardabweichung des Aktienkurses bei unterschiedlichen Werten der Reaktionsparameter der Geldpolitik

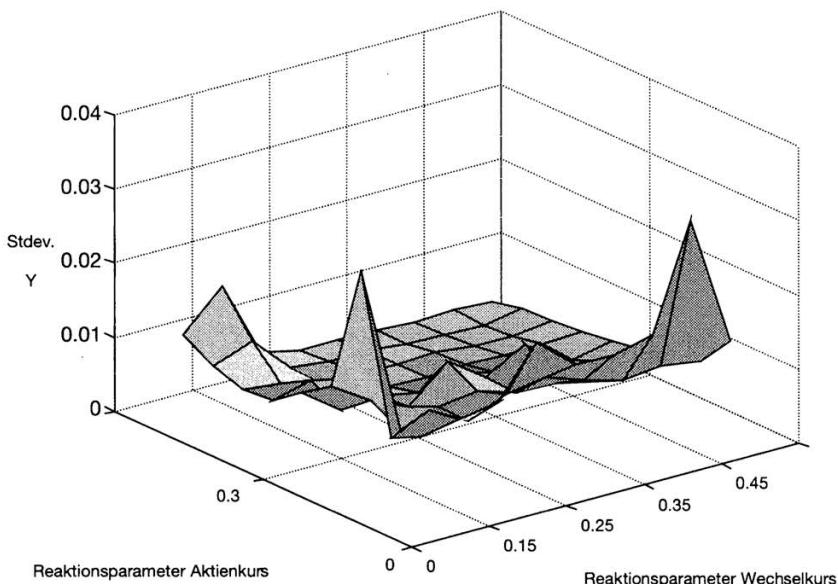


Abbildung 8c: Standardabweichung des Outputs bei unterschiedlichen Werten der Reaktionsparameter der Geldpolitik

Betrachtet man z.B. in Abbildung 8b den Punkt ( $\Gamma = 0.2 \Phi = 0.35$ ) und läßt den Reaktionsparameter des Wechselkurses um 0.05 ansteigen, so erhöht sich die Standardabweichung von 0.073 auf 0.114, obwohl in der Abbildung nur eine moderate Erhebung zu erkennen ist.

Ähnliche Ergebnisse resultieren, wenn der Einfluß einer Variation der Reaktionsparameter der Geldpolitik auf die Variabilität des aggregierten Outputs analysiert wird. Abbildung 8c verdeutlicht, daß die Schwankungsintensität des Outputs eine nichtlineare Funktion der Reaktionsparameter ist. Insbesondere ist in der Graphik zu erkennen, daß eine an der Entwicklung der Assetpreise orientierte Geldpolitik die Variabilität des aggregierten Outputs sogar erhöhen kann.

Insgesamt kann daher als Fazit festgehalten werden, daß eine Erhöhung der Reaktionsparameter nicht zwangsläufig eine stärkere Stabilisierung der Assetpreise und des Outputs impliziert. Ruft man sich zudem die Sensitivität deterministisch-chaotischer Systeme bezüglich der Anfangsbedingungen in Erinnerung, so kann daraus die Schlußfolgerung gezogen werden, daß Zurückhaltung in bezug auf Vorschläge, eine an Assetpreisen orientierte Geldangebotsregel zu implementieren, geboten erscheint.

## V. Fazit

Auf der Grundlage eines nichtlinearen makroökonomischen Modells wurden die Implikationen heterogener Erwartungsbildung auf Aktien- und Devisenmärkten analysiert und die dynamischen Eigenschaften der Assetpreistrajektorien untersucht. Mittels numerischer Simulationen konnte festgestellt werden, daß das Aufeinandertreffen von Chartisten mit extrapolativen und Fundamentalisten mit regressiven Erwartungen bei gleichzeitiger träger Outputdynamik am Gütermarkt für zahlreiche Parameterkonstellationen deterministisch-chaotisches Aktien- und Wechselkursverhalten impliziert.

Die Amplitude der Assetpreisschwankungen nimmt mit steigendem maximalen Anteil der Chartisten zu. Das Verhalten der Assetpreise wird dabei jedoch nicht allein von dem Anteil der Chartisten auf dem zugehörigen Finanzmarkt bestimmt. Vielmehr hat die Analyse gezeigt, daß die Anwendung der Instrumente der technischen Kursanalyse und Herdenverhalten auf dem jeweils anderen Assetmarkt einen Einfluß auf die übrigen Assetpreise der Volkswirtschaft ausüben. Diese aufgrund der Interdependenz von Finanzmärkten auftretenden spillover effects haben weitreichende Implikationen im Hinblick auf die Effektivität der insbesondere im Zusammenhang mit Finanzmarktspekulationen erörterten Transaktionssteuern. Die Analyse der Implikationen einer an der Abweichung der Assetpreise von ihren stationären Gleichgewichtswerten orientierten Geldpolitik hat ergeben, daß die Effekte einer solchen Geldangebotspolitik sowohl von den strukturellen Parametern der Ökonomie als auch von den numerischen Werten der Parameter in der Reaktionsfunktion der Zentralbank abhängen. Geringfügige Parametervariationen können zu einer grundlegenden Veränderung der Modelldynamik führen. Vor dem Hintergrund der in dem vorliegenden Beitrag vorgenommenen modelltheoretischen und numerischen Analyse muß den wirtschaftspolitischen Entscheidungsträgern von der Implementierung einer solchen geldpolitischen Strategie abgeraten werden.

Während in dem vorliegenden Beitrag besonders die Implikationen der Interdependenz von Aktien- und Devisenmarktgescchen beleuchtet wurden, wäre es im Rahmen zukünftiger Forschungsprojekte möglich, die von der chaostheoretischen Literatur entwickelten methodologischen Innovationen auch zur Untersuchung des Zusammenspiels anderer Märkte zu nutzen. Der von Turnovsky (1986) begründeten Modellierungstradition folgend, könnten die in diesem Beitrag zur Anwendung gelangenden formalen Verfahren etwa zur Analyse der Implikationen hetero-

gener Erwartungsbildung für die Interdependenz von Devisen- und Bondmarkt genutzt werden. Eine solche Forschungsstrategie ermöglichte es, in dynamischen makroökonomischen Modellen geschlossener und offener Volkswirtschaften die Auswirkungen der Interaktion von Chartisten und Fundamentalisten auf die Neigung der Zinsstruktur und die Zeitreiheneigenschaften langfristiger Zinsen einer eingehenden Untersuchung zu unterziehen. Ein erster in diese Richtung zielender Ansatz wurde jüngst von Tice und Webber (1997) vorgeschlagen.

Ferner wäre es sinnvoll, das in dem vorliegenden Beitrag entwickelte reduzierte makroökonomische Modell mikroökonomisch zu fundieren. Insbesondere erscheint es vielversprechend, die Interaktion der Chartisten und Fundamentalisten detaillierter zu modellieren. So wird von Lux (1997) vorgeschlagen, die Entscheidung eines Händlers für eine technische Kursanalyse oder eine an Fundamentaldaten orientierte Anlagestrategie von zwei wesentlichen Determinanten abhängig zu machen. Einerseits sollte die relative Profitabilität dieser Strategien das Verhalten der Händler auf entscheidende Weise beeinflussen, andererseits hängt die Entscheidung für eine bestimmte Anlagestrategie aber auch von dem angetroffenen Marktumfeld und insbesondere von dem Anteil der bereits vorhandenen Chartisten ab.

Die Ergebnisse des vorliegenden Beitrags deuten darauf hin, daß sich solche Erweiterungen der Analyse als ausgesprochen fruchtbar erweisen sollten. Insbesondere verspricht die modelltheoretische Berücksichtigung von Nichtlinearitäten sowie der Interdependenz von Finanzmärkten Antworten auf die sich aus der voranschreitenden Integration der internationalen Kapitalmärkte für die wirtschaftswissenschaftliche Forschung ergebenden Herausforderungen.

## Literatur

- Allen, H. und Taylor, M. P. (1990): Charts, Noise, and Fundamentals in the London Foreign Exchange Market. Economic Journal: 49–59.* – *Bera, A. K. und Higgins, M. L. (1993): ARCH Models: Properties, Estimating, and Testing. Journal of Economic Surveys (7): 637–362.* – *Blanchard, O. J. (1981): Output, the Stock Market, and Interest Rates. American Economic Review (71): 132–143.* – *Cutler, D., Poterba, J. M. und Summers, L. H. (1989): What Moves Stock Prices? Journal of Portfolio Management (15): 4–12.* – *De Grauwe, P. (1996): International Money: Postwar Trends and Theories; Oxford University Press; Oxford, New York.* – *De Grauwe, P., Dewachter, H. und Embrechts, M. (1993): Exchange Rate Theory – Chaotic Models of Foreign Exchange Markets; Blackwell Publishers. Oxford.* – *De Grauwe, P. und Dewachter, H. (1992): Chaos in the Dornbusch Model of the*

exchange Rate. *Kredit und Kapital* (25): 26–54. – *De Grauwe*, P. und *Vasanten*, K. (1990): Deterministic Chaos in the Foreign Exchange Rate. Working Paper no. 47. Centre for European Policy Studies, Bruxelles. – *De Grauwe*, P. und *Embrechts*, H. (1993): A Chaotic Model of the Exchange Rate: The Role of Fundamentalists and Chartists. *Open Economies Review* (4): 351–379. – *De Long*, *Bradford*, J. B., *Schleifer*, *Summers*, A. L. und *Waldman*, R. (1990): Noise Trader Risk in Financial Markets. *Journal of Political Economy* (98): 703–738. – *Dornbusch*, R., *Favero*, C. und *Giavazzi*, F. (1998): Immediate Challenges for the European Central Bank. *Economic Policy* (26): 17–52. – *Engle*, R. F. (1982): Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflations. *Econometrica* (50): 987–1007. – *Fama*, E. F. (1968): Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *Journal of Finance* (25): 338–417. – *Flood*, R. P. und *Rose*, A. K. (1995): Fixing Exchange Rates – A Virtual Quest for Fundamentals. *Journal of Monetary Economics* (36): 3–37. – *Frankel*, J. A. und *Froot*, K. A. (1990): Chartists, Fundamentalists, and the Demand for Dollars. In: A. S. Courakis und M. P. Taylor (Hrsg.): *Private Behaviour and Government Policy in Interdependent Economies*. Clarendon Press, Oxford. – *Froot*, K. A., *Scharfstein*, D. S. und *Stein*, J. C. (1992): Herd on the Street: Informational Inefficiencies in a Market with Short-Term Speculation. *Journal of Finance* (XLVII): 1461–1484. – *Führer*, J. und *Moore*, G. (1992): Monetary Policy Rules and the Indicator Properties of Asset Prices. *Journal of Monetary Economics* (29): 303–336. – *Gavin*, M. (1989): The Stock Market and Exchange Rate Dynamics. *Journal of International Money and Finance* (8): 181–200. – *Haugen*, R. A., *Talmor*, E. und *Torous*, W. N. (1991): The Effect of Volatility Changes on the Level of Stock Prices and Subsequent Expected Returns. *Journal of Finance* (46): 985–1007. – *Lorenz*, H. W. (1993): *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*. 2. Auflage; Springer Verlag, Berlin/Heidelberg/New York. – *Lux*, T. (1997): Time Variation of Second Moments from a Noise Trader/Infection Model. *Journal of Economic Dynamics and Control* (22): 11–38. – *Lux*, T. und *Marchesi*, M. (1998): Volatility Clustering in Financial Markets: A Micro-Simulation of Interacting Agents. Paper presented at the Konstanz Seminar on Monetary Theory and Monetary Policy, June 1998. – *Mandelbrot*, B. (1963): The Variation of Certain Speculative Prices. *Journal of Business* (36): 394–419. – *Medio*, A. und *Gallo*, G. (1992): *Chaotic Dynamics: Theory and Applications to Economics*. Cambridge University Press, Cambridge. – *Muth*, J. (1961): Rational Expectations and the Theory of Price Movements. *Econometrica* (29): 315–335. – *Nelles*, M. (1996): Aktien- und Wechselkursdynamik im Keynesianischen Modell. *Kredit und Kapital* (29): 32–53. – *Pagan*, A. (1996): The Econometrics of financial markets. *Journal of Empirical Finance* (3): 15–102. – *Palm*, F. C. (1996): GARCH Models of Volatility. In: G. S. Maddala und C. R. Rao (Hrsg.): *Handbook of Statistics 14: Statistical Methods in Finance*. Amsterdam: 209–240. – *Reither*, F. (1990): Aktienkursdynamik und monetäre Wechselkurstheorie. *Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften* (110): 37–53. – *Ruelle*, D. (1989): *Chaotic Evolution of Strange Attractors: The Statistical Analysis of Time Series for Deterministic Nonlinear Systems*. Cambridge: Cambridge University Press. – *Schwert*, G. W. (1989): Why does Stock Market Volatility Change over Time? *The Journal of Finance* (XLIV): 1115–1153. – *Shiller*, R. J. (1981): Do Stock Prices Move Too Much to be Justified by Subsequent Changes in Dividends? *American Economic Review* (71): 421–436. – *Smets*, F. (1997): Financial Asset Prices and Monetary Policy: Theory and Evidence. Working Paper no. 47, Bank for Interna-

tional Settlements, Basle. – *Tice, J. und Webber, N.* (1997): A Nonlinear Model of the Term Structure of Interest Rates. *Mathematical Finance* (7): 177–209. – *Turnovský, S. J.* (1986): Short-Term and Long-Term Interest Rates in a Monetary Model of a Small Open Economy. *Journal of International Economics* (20): 291–311. – *Tobin, J.* (1969): A General Equilibrium Approach to Monetary Theory. *Journal of Money, Credit, and Banking* (1): 15–29. – *Tobin, J.* (1978): A Proposal for International Monetary Reform. *Eastern Economic Journal* IV(314): 153–159. – *West, K.* (1988): Dividend Innovation and Stock Price Volatility. *Econometrica* (56): 37–61. – *Wolf, A./Swift, J./Swinney, H. und Vastano, J.* (1985): Determining Lyapunov Exponents from a Time Series. *Physica* 16 D: 285–317. – *Wolf, A.* (1992): FET Version 2.04c. – *Woodford, M.* (1994): Nonstandard Indicators for Monetary Policy: Can their Usefulness be judged from Forecasting Regressions? In: *N. G. Mankiw (Hrsg.): Monetary Policy*. The University of Chicago Press; London. – *Youssefmir, M. und Huberman, B. A.* (1997): Clustered Volatility in Multiagent Dynamics. *Journal of Economic Behavior and Organization* (32): 101–118.

## Zusammenfassung

### **Komplexe Aktien- und Wechselkursdynamik in einem makroökonomischen Modell mit heterogener Erwartungsbildung**

Komplexe Aktien- und Wechselkurstrajekturen werden im Rahmen eines nicht-linearen dynamischen makroökonomischen Modells mit träger Outputanpassung am Gütermarkt und heterogener Erwartungsbildung auf den Assetmärkten abgeleitet. Die Implikationen des Aufeinandertreffens von Chartisten und Fundamentalisten für die Assetpreisvolatilität werden beleuchtet. Es wird gezeigt, daß mit dem Modell die in empirischen Studien dokumentierten GARCH-Effekte in Finanzmarktpreisen theoretisch erklärt werden können. Dabei gelangen Analyseverfahren der Chaostheorie zur Anwendung. In einem weiteren Analyseschritt werden die Auswirkungen einer an Assetpreisen orientierten Geldpolitik auf die Variabilität der Finanzmarktvariablen und des Outputs betrachtet. Die modelltheoretische Untersuchung zeigt, daß in Abhängigkeit von den Modellparametern eine zunehmende Assetpreissensitivität der Geldpolitik die Volatilität der Assetpreise und des Outputs erhöhen kann. (JEL F41, F47, G14)

## Summary

### **Heterogenous Expectations Based on a Macroeconomic Model of a Complex Stock-Price and Exchange-Rate Dynamism**

In this contribution, complex stock-price and exchange-rate trajectories are derived within the framework of a non-linear dynamic macroeconomic model with inert output adjustment in the goods market and heterogenous expectations for the asset markets. Some light is thrown on the implications of the conflict between chartists and fundamentalists for the asset-price volatility. This contribution shows that this model allows to explain in theoretical terms the empirically

proven GARCH effects on financial-market prices. To this end, chaos theory-based analysis procedures are applied. The next analytical step is to look into the effects of an asset price-based monetary policy on the variance of financial-market variables and of output. The model-theoretic analysis shows that, depending on the model parameters, an increasing asset-price sensitivity of monetary policy may increase the volatility of asset prices and of output.

### Résumé

#### **Dynamique complexe des actions et des taux de change dans un modèle macro-économique avec des attentes hétérogènes**

Des trajectoires complexes d'actions et de taux de change sont déduites dans le cadre d'un modèle macro-économique dynamique non linéaire où l'output sur le marché des biens s'adapte lentement et où les attentes sont hétérogènes sur les marchés des actifs. Les implications des Chartistes et des Fondamentalistes sont éclaircies pour la volatilité des prix des actifs. Il est montré que l'on peut expliquer avec le modèle les effets de GARCH sur les prix des marchés financiers, documentés dans des études empiriques. On utilise pour cela des procédés d'analyse de la théorie du chaos. L'étape suivante de l'analyse considère les implications d'une politique monétaire orientée vers les prix des actifs sur la variabilité des variables des marchés financiers et de l'output. L'examen du modèle théorique montre qu'en fonction des paramètres du modèle, une sensibilité accrue des prix des actifs de la politique monétaire peut augmenter la volatilité des prix des actifs et de l'output.