

## Ein allgemeines Binomialmodell zur Bewertung von Realloptionen

Von Andreas Gintschel\*, Rochester/USA

### I. Einleitung

In der Literatur zur Finanzwirtschaft des Unternehmens wird gewöhnlich das Nettokapitalwertkriterium als alleingültige Bewertungsmethode für Investitionsprojekte empfohlen.<sup>1</sup> Dieses Kriterium ist aus kapitaltheoretischen Überlegungen von Fisher abgeleitet, der für die individuelle Wahl von Investitionsprojekten formuliert:

„*The Principle of Maximum Present Value.*

Out of all options, that one is selected which has the maximum present value reckoned at the market rate of interest.“<sup>2</sup>

Der Gegenwartswert ist definiert als die Summe der diskontierten zukünftigen Einzahlungsüberschüsse.<sup>3</sup> Der Nettokapitalwert ist der Zuwachs des Reinvermögens des Entscheidungsträgers, der mit der Durchführung des Investitionsprojekts erzielt werden kann. Als Handlungsempfehlung ergibt sich, jedes Projekt mit einem positiven Nettokapitalwert durchzuführen.

---

\* Die vorliegende Arbeit entstand, während ich wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Universität Trier war. Ich danke Marco Menichetti und Hellmuth Milde für wertvolle Anmerkungen.

<sup>1</sup> Vgl. Bierman und Smidt (1980), Copeland und Weston (1988), S. 28f. Brealey und Myers (1988) und Ross, Westerfield und Jaffee (1993) hingegen weisen auf die Existenz von Realloptionen hin. Franke und Hax (1994), S. 272ff., und Schmidt und Terberger (1996), S. 303ff., behandeln Realloptionen im Rahmen der flexiblen Planung in der Tradition von Laux (1971) und Hax und Laux (1972). Für eine mögliche Akzeptanz des Realloptionsansatzes in der Unternehmenspraxis spricht das Erscheinen eines Beitrags von Dixit und Pindyck (1995) im *Harvard Business Review*.

<sup>2</sup> Siehe Fisher (1930), S. 175. Den von Fisher verwendeten Ausdruck „options“ sollte man durch „investment opportunities“ ersetzen, um Verwirrung zu vermeiden.

<sup>3</sup> Vgl. Fisher (1930), S. 12f.

Obwohl Fisher das Nettokapitalwertkriterium für eine Welt mit Sicherheit diskutiert, wird das Konzept für Entscheidungen unter Unsicherheit modifiziert, indem dem Risiko angemessene Diskontierungsraten oder Sicherheitsäquivalente der riskanten Zahlungsströme verwendet werden.<sup>4</sup>

Am Nettokapitalwertkonzept wurde aus mehreren Gründen Kritik geübt. Einmal läßt sich in der Realität feststellen, daß die Marktwerte von Unternehmungen drei- bis viermal so hoch wie die Summe der prognostizierten und diskontierten Einzahlungsüberschüsse sind.<sup>5</sup> Diese Beobachtung ist nicht konsistent mit Fishers Kapitaltheorie. Andererseits sind die tatsächlich verwendeten Diskontierungsraten bei Investitionsentscheidungen meist wesentlich höher als die theoretisch ermittelten, d. h., Projekte mit positivem Kapitalwert werden nicht durchgeführt.<sup>6</sup>

Eine andere, eher normativ ausgerichtete Kritik wird von Vertretern der Managementtheorie vorgetragen, die unter anderem die weitverbreitete Anwendung des Kapitalwertkriteriums für ein „kurzsichtiges“ Investitionsverhalten verantwortlich machen.<sup>7</sup>

Als Antwort hat sich in jüngerer Zeit eine Literatur entwickelt, die mit Hilfe des Optionscharakters, der vielen Investitionsprojekten innewohnt, empirische Phänomene besser erklären kann und normative Handlungsempfehlungen liefert, die das Kapitalwertkriterium ergänzen. Die grundlegende Einsicht, daß Investitionsprojekte als Optionen anzusehen sind, geht auf eine agency-theoretische Arbeit über Kapitalstruktur von *Myers* (1977) zurück. Die Idee wurde formalisiert in Arbeiten von *Mason und Merton* (1985), *McDonald und Siegel* (1985) und von *Brennan und Schwartz* (1985).

Die vorliegende Arbeit führt in die Thematik ein und gibt einen Überblick über die verschiedenen Arten von Realoptionen und die Methode zu ihrer Bewertung. Dazu wird im nächsten Abschnitt ein Beispiel untersucht, das die Bedeutung von Realoptionen klarmacht. Im dritten Teil wird ein allgemeines Bewertungsmodell für Realoptionen hergeleitet, wenn der Preis des zugrundeliegenden Aktivums einem binomialen

<sup>4</sup> Vgl. *Fama und Miller* (1972), S. 181 ff., oder *Hirshleifer* (1974), S. 245 ff.

<sup>5</sup> *Kester* (1984), exhibit 1, S. 154, gibt eine Übersicht für verschiedene Unternehmen bei unterschiedlichen Diskontierungsraten.

<sup>6</sup> Vgl. *Dixit und Pindyck* (1994), S. 7, und *Poterba und Summers* (1995), die in ihrer Untersuchung recht hohe Diskontierungsraten und nur einen sehr geringen Einfluß der  $\beta$ -Koeffizienten auf die Höhe der Diskontierungsraten feststellen.

<sup>7</sup> Für diese Richtung der Argumentation siehe *Kogut und Kulatilaka* (1994), S. 56f.

Zufallsprozeß folgt. Der vierte Abschnitt charakterisiert verschiedene Arten von Realloptionen und zeigt, wie das Bewertungsmodell angewandt werden kann. Im fünften Abschnitt werden Investitionsprojekte untersucht, die mehrere Realloptionen beinhalten. Die Grenzen des Ansatzes bzw. die Bedingungen, unter denen er valide ist, werden im sechsten Abschnitt diskutiert. Der letzte Abschnitt gibt eine Zusammenfassung und eine Einordnung der vorliegenden Arbeit.

## II. Ein einfaches Beispiel

Zur Einführung wird das Beispiel eines Investitionsprojektes betrachtet, bei dem die naive Anwendung des gewöhnlichen Nettokapitalwertkriteriums zu einer suboptimalen, also nicht vermögensmaximierenden, Entscheidung führt.<sup>8</sup> Zu diesem Zweck wird das Problem mit Hilfe der Kapitalwertrechnung bearbeitet und einige grundlegende Einsichten in die Problemstruktur geboten.

Gegeben ist ein Investitionsprojekt, mit dem pro Periode ein Produkt  $P$  zu einem Absatzpreis  $p$  hergestellt werden kann. Das Projekt generiert sofort nach Zahlung der Anfangsausgabe  $I = 150$  Überschüsse in Höhe von  $p$ , da keinerlei weitere Auszahlungen mit dem Projekt verbunden sind. Über die Höhe von  $p$  besteht Unsicherheit, die sich zwischen  $t_0$  und  $t_1$  vollständig auflöst. In  $t_0$  beträgt der Absatzpreis  $p_0 = 15$ ; in  $t_1$  gilt mit einer Wahrscheinlichkeit  $q = 0.5$  ein Preis  $p_{11} = 18$  und mit Wahrscheinlichkeit  $(1 - q) = 0.5$  ein Preis  $p_{12} = 12$ . In weiteren Perioden bleibt der Preis auf dem jeweils erreichten Niveau von  $t_1$ . Es ergibt sich folgende Einzahlungsstruktur:

$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_n$
15	0.5 18	18	18
15	0.5 12	12	12

Der erwartete Preis beträgt  $E[p] = 15$ . Die Änderung von  $p$  ist unabhängig von der übrigen wirtschaftlichen Entwicklung. Wird unterstellt, daß das Projekt einem wohldiversifizierten Investor bzw. einer Unterneh-

<sup>8</sup> Die Darstellung ist eng angelehnt an die Beispiele in *Dixit* und *Pindyck* (1994), S. 27 ff., und *Pindyck* (1991), S. 1113 ff. Weitere Beispiele verschiedener Realloptionen für den binomialen Fall bieten *Copeland, Koller* und *Murrin* (1990), S. 351 ff., *Eble* und *Völker* (1993), S. 410 ff., *Laux* (1993), S. 941 ff., *Ritchken* und *Rabinowitz* (1988), S. 126 ff., und *Trigeorgis* und *Mason* (1987), S. 17 ff.

mung, deren Eigenkapital durch solche Investoren gehalten wird, zur Verfügung steht und die Kapitalmärkte hinreichend vollständig sind, ergibt sich als geeignete Diskontierungsrate der Zinssatz für risikolose Anlagen, z.B.  $r_f = 10\%$ .<sup>9</sup> Außerdem wird angenommen, daß das Projekt unendliche Laufzeit hat. Unter diesen Angaben errechnet sich der Nettokapitalwert  $NPV$  zu

$$NPV = -I + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{E[p]}{(1+r_f)^t} = +15.$$

Die Annahme des Projekts, d. h. die Durchführung der Investition in  $t_0$ , erbringt einen positiven Beitrag zum Reinvermögen des Investors. Als Entscheidung empfiehlt sich scheinbar die Annahme des Projekts. Es wird sich jedoch zeigen, daß dies eine suboptimale Entscheidung ist, wenn die Möglichkeit oder Option besteht, den Investitionszeitpunkt zu verschieben.

Betrachtet wird zunächst die Entscheidung in  $t_1$ , unter den beiden Umweltzuständen zu investieren oder nicht. Wird unterstellt, daß die Höhe der Anfangsauszahlung,  $I$ , im Zeitablauf konstant ist, führt die Berechnung der Nettokapitalwerte in  $t_1$  im jeweiligen Zustand zu

$$NPV_{11} = -I + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{p_{11}}{(1+r_f)^{t-1}} = +48,$$

$$NPV_{12} = -I + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{p_{12}}{(1+r_f)^{t-1}} = -18.$$

Bei dem höheren Absatzpreis  $p_{11} = 18$  wird die Investition in  $t_1$  vorgenommen, bei einem Preisrückgang auf  $p_{21} = 12$  hingegen nicht. Man beachte, daß es sich nicht um Erwartungswerte, sondern deterministische Werte handelt. Somit führt die Anwendung des Nettokapitalwertkriteriums in  $t_1$  zu keinerlei Problemen in der hier diskutierten Art.

Berechnet wird nun in  $t_0$ , den Kapitalwert der Entscheidung, den Investitionszeitpunkt auf  $t_1$  zu verschieben,  $ANPV$ , indem man den diskontierten Wert des günstigen Falls, bei dem die Investition durchgeführt wird, mit der Wahrscheinlichkeit für diesen Fall multipliziert,

$$ANPV = q \times \left( \frac{-I}{1+r_f} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{p_{11}}{(1+r_f)^t} \right) = q \times \frac{NPV_{11}}{1+r_f} \cong +21,8.$$

---

<sup>9</sup> Im allgemeinen wird sich die Verwendung von Sicherheitsäquivalenten statt der Diskontierung mit dem risikoangepaßten Zins bei der Anwendung auf Realoptionen als geeigneter erweisen. Vgl. Sick (1989), S. 12f.

Der ungünstige Fall bleibt unberücksichtigt, da in diesem nicht investiert wird und der Kapitalwert null ist. Ein Vergleich der Kapitalwerte  $NPV$  und  $ANPV$  zeigt, daß die Verschiebung der Investitionsentscheidung auf einen späteren Zeitpunkt, zu dem bessere Information über zukünftige Preise verfügbar ist, einer sofortigen Initiierung des Projekts vorzuziehen ist. Dieses Ergebnis ergibt sich aus der gegenseitigen Ausschließlichkeit der beiden Handlungsalternativen.

Der zusätzliche Wert  $F_0$ , den die Flexibilität des Projektes schafft, läßt sich berechnen als Differenz zwischen den erwarteten Kapitalwerten bei sofortiger Investition und bei Verschiebung

$$F_0 = ANPV - NPV = +6,8.$$

Man kann diesen Zusammenhang verwenden, um ein neues „berichtigtes“ Nettokapitalwertkriterium zu definieren: Der berichtigte Nettokapitalwert  $ANPV$  ergibt sich aus dem traditionellen Kapitalwert  $NPV$  zuzüglich des Wertes, der aus der Flexibilität entsteht, die dem Projekt eventuell innewohnt:<sup>10</sup>

$$ANPV = NPV + F_0.$$

Diese Formulierung zeigt, daß es optimal sein kann, Investitionsprojekte mit einem negativen konventionellen Nettokapitalwert zu akzeptieren, solange der Optionswert,  $F_0$ , des Projekts groß genug ist.

Was sind die wesentlichen Bedingungen, unter denen das traditionelle Nettokapitalwertkriterium möglicherweise falsche Handlungsempfehlungen liefert? Unsicherheit ist wesentlich für das Bestehen zustandsabhängiger zukünftiger Handlungsalternativen. Ohne Unsicherheit ist eine optimale Handlungsfolge a priori zu bestimmen, von der es kein Abweichen geben wird. Das zweite wesentliche Element ist die, zumindest teilweise, Irreversibilität der Investitionen, so daß die Anfangsauszahlung „sunk costs“ darstellt.<sup>11</sup> Die Bedeutung dieser Bedingung läßt sich ermessen, wenn man sich vergegenwärtigt, wie sich völlige Reversibilität auswirkt. Angenommen, in obigem Beispiel erfolgt die Investition in  $t_0$ , und der Preis fällt auf  $p_{12}$ . Bei völliger Reversibilität könnte man einfach

<sup>10</sup> Die Terminologie ist hier uneinheitlich. *Trigeorgis* (1993), S. 214, spricht von „expanded“ und „passive net present value“ bzw. „static npv“ in *Trigeorgis* (1988), S. 147. *Dixit* und *Pindyck* (1994), S. 7, unterscheiden in „traditional“ und „corrected npv“. Andere Autoren vernachlässigen diesen Aspekt völlig.

<sup>11</sup> Für die Bedeutung von Irreversibilität siehe *Pindyck* (1988), S. 969 f., und *Pindyck* (1991), S. 1111 f.

desinvestieren und würde  $I$  zurückerhalten. Dies bedeutet, daß unter allen Umständen in  $t_0$  investiert wird, um die erste Einzahlung zu erhalten, und in  $t_1$  bei ungünstiger Preisentwicklung die Investition rückgängig gemacht wird.<sup>12</sup> Investitionsprojekte dieser Art sind äquivalent zu Produktionstechnologien mit völliger Flexibilität. Dies ist eine eher realitätsferne Annahme, so daß man besser von völliger Irreversibilität, wie sie die Kapitalwertmethode annimmt, ausgeht und eventuell vorhandene Flexibilität explizit als Realoptionen modelliert.

### III. Ein allgemeines Binomialmodell für Realoptionen

In diesem Abschnitt wird eine geschlossene Preisformel für Realoptionen mit binomialer Preisentwicklung des Basisaktivums hergeleitet, die sich auf alle möglichen Realoptionen anwenden läßt.<sup>13</sup> Zunächst wird eine abstrakte Realoption modelliert. In folgenden Abschnitten werden Anwendungen und gewisse Erweiterungen aufgezeigt, mit denen das Modell auf mehrperiodige Fälle und komplexere Optionen angewendet werden kann.

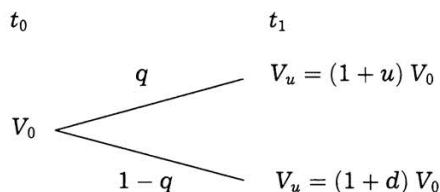
Zur Bestimmung des Optionspreises,  $F_0$ , wird auf die gängigen Konzepte der optimalen individuellen Portfoliowahl, Arbitrage und des partiellen Gleichgewichts zurückgegriffen. Für den Fall der Realoptionen ist bisweilen die Gültigkeit eines Kapitalmarktmodells und damit eines allgemeinen (Kapitalmarkt-)Gleichgewichts nötig.

Für die Modellierung des stochastischen Prozesses des zugrundeliegenden Aktivums  $V$  wird ein einperiodiger binomialer Prozeß für  $V$  angenommen, um die mathematischen Operationen so einfach wie möglich zu halten. Zum Startzeitpunkt  $t_0$  hat  $V$  den Wert  $V_0$ . Für den folgenden Endzeitpunkt  $t_1$  ist der Wert  $\tilde{V}_1$  wobei die Tilde eine Zufallsvariable kennzeichnet. Mit einer Wahrscheinlichkeit  $q$  gilt  $V_u = (1 + u) V_0$ , und mit Wahrscheinlichkeit  $(1 - q)$  gilt  $V_d = (1 + d) V_0$ , wobei  $u$  und  $d$  aus den reellen Zahlen sind und ohne Beschränkung der Allgemeinheit  $u > d$ .<sup>14, 15</sup> Damit kann man die Struktur der Wertentwicklung wie folgt darstellen:

---

<sup>12</sup> Man muß hier etwas vorsichtig sein: Bei Reversibilität kann eine Annahme eines Projektes mit einem positiven Kapitalwert nie falsch sein. Es kann jedoch sein, daß die Ablehnung eines Projekts mit negativem Kapitalwert falsch ist.

<sup>13</sup> Im Grunde handelt es sich um eine Erweiterung des binomialen Modells für dividendenzahlende Basisaktiva von *Cox, Ross und Rubinstein* (1979), S. 255 ff., auf den allgemeineren Fall von Realoptionen.



Damit ist der Prozeß der Preisbildung von  $V$  vollständig beschrieben.

Als nächstes wird ein Arbitrageportfolio  $\Phi$  gebildet.<sup>16</sup> Sei  $Q_F$  die Anzahl und  $F_0$  der Wert einer Realoption,  $F$ , im Zusammenhang mit einem Investitionsprojekt  $V$ ,  $Q_V$  die Anzahl an Investitionsprojekten  $V$ , und  $Q_B$  die Menge einer risikolosen Anlage,  $B$ , mit dem Preis  $B_0$  und einer Ertragsrate  $r_f$ . Für den Wert  $\Phi_0$  des Portfolios gilt

$$\Phi_0 = F_0 Q_F + V_0 Q_V + B_0 Q_B = 0.$$

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit läßt sich  $Q_F = 1$  und  $B_0 = 1$  normieren

$$(1) \quad \Phi_0 = F_0 + V_0 Q_V + Q_B = 0.$$

Da ein Arbitrageportfolio selbstfinanzierend ist, ist die Gleichung  $\Phi_0 = 0$  durch Konstruktion erfüllt. Der Wert  $\Phi_1$  des Portfolios in  $t_1$  entwickelt sich als

$$\Phi_1 = \tilde{F}_1 + (1 + \tilde{\mu}) V_0 Q_V + (1 + r_f) Q_B,$$

wobei  $\tilde{F}_1$  der, aus Sicht von  $t_0$ , stochastische Wert der Realoption und  $\tilde{\mu}$  die stochastische Ertragsrate des Basisaktivums ist. Dieser Ertrag setzt sich aus zwei Komponenten zusammen: der stochastischen Rate,  $\tilde{\alpha}$ , für die Preisänderung des Basisaktivums und einer deterministischen Ertragsrate,  $\delta$ , die mit dem Halten des Basisaktivums verbunden ist. Damit gilt

<sup>14</sup> Der Beweis ist einfach: Für Gleichheit gibt es keine Unsicherheit, und das Modell reduziert sich auf eine einfache Investitionsrechnung, wie man leicht nachrechnen kann. Gilt die Ungleichung umgekehrt, können die Variablen problemlos undefiniert werden.

<sup>15</sup> Man beachte hier auch den Unterschied zum Standardbinomialmodell ohne Dividendenzahlungen: Dort muß  $u > r_f > d$  gelten, um Arbitragefreiheit für das Basisaktivum zu gewährleisten. Wenn man negative „Dividendenzahlungen“ zuläßt, kann man diese Bedingung aufgeben.

<sup>16</sup> Die Konstruktion des Arbitrageportfolios und die anschließende Bestimmung des Optionswertes ist eine diskrete Version von Merton (1973b), S. 162 ff.

$$\tilde{\mu} = \tilde{\alpha} - \delta,$$

wobei die Preisänderungsrate  $\tilde{\alpha} = (\tilde{V}_1 - V_0)/V_0$  und die deterministische Ertragsrate  $\delta = D_1/V_0$  mit einer direkten Zahlung  $D_1$  definiert sind. Im Standardoptionsmodell für Aktien hat man als Äquivalente für  $\tilde{\alpha}$  die Kursgewinnrendite und für  $\delta$  die Dividendenrendite. Dort sind Dividenden  $D_1$  stets reale und nicht-negative Zahlungen, die beobachtet werden können. Bei Realoptionen muß dies nicht gelten. „Dividendenzahlungen“ müssen weder real noch positiv sein.

Für eine Interpretation von  $\delta$  kann man auf eine grundlegende Idee der Preisbestimmung von Realoptionen zurückgreifen. In der bisherigen Herleitung wurde davon ausgegangen, daß das Projekt  $V$  am Markt gehandelt werden kann. Dies ist jedoch im allgemeinen weder möglich noch notwendig. Es genügt, wenn das Risiko von  $V$  durch am Markt existierende Aktiva, oder einem Portfolio aus solchen, repliziert werden kann; d. h.,  $V$  korreliert perfekt mit diesem Aktivum.<sup>17</sup> Bedingung für die Replikation ist, daß die Märkte hinreichend vollständig sind, so daß das Projekt den Möglichkeitsbereich der Investoren nicht verändert.<sup>18</sup> Dies ist eine notwendige Bedingung, daß der Realoptionspreis durch Arbitragepreisbildung bestimmt werden kann. Man könnte also  $V$  als ein Aktivum oder Portfolio verstehen, das die Auszahlungen aus dem eigentlichen Projekt repliziert. In einem binomialen Modell ist die erwartete Kursgewinnrendite von  $V$   $\tilde{\alpha} = qu + (1 - q)d$ . In einem allgemeinen Kapitalmarktgleichgewicht ist die erwartete Gesamrendite gemäß CAPM  $\tilde{\mu} = r_f + (\mu_M - r_f)\beta$ , wobei  $\mu_M$  die Marktrendite und  $\beta$  der Betakoeffizient des Projekts bzw. des replizierenden Aktivums ist. Da das Halten des Aktivums einen dem Risiko angemessenen Ertrag erbringt und  $\delta = \tilde{\mu} - \tilde{\alpha}$ , gilt

$$(3) \quad \delta = r_f + (\mu_M - r_f)\beta - (qu + (1 - q)d).$$

Man findet für  $\delta$  auch den Begriff „short fall of return“ in der Literatur. Dieser Begriff geht davon aus, daß eine Real-Kaufoption bewertet werden soll. Es zeigt sich in diesem Fall, daß das replizierende Aktivum leerverkauft wird. Damit erhält der Halter des Aktivums eine Rendite von  $\mu$ , der Halter der Option hingegen nur die Kursgewinnrendite von  $\alpha$ .

$\delta$  muß keineswegs mit realen Zahlungen verbunden sein. Betrachtet man als Beispiel das Aktivum Rohöl, mit dessen Halten keine realen Zahlungen (zumindest keine positiven) verbunden sind und für das meist

<sup>17</sup> Das Produkt  $P$  aus dem einführenden Beispiel genügt dieser Bedingung.

<sup>18</sup> Für die Replikation siehe Dixit und Pindyck (1994), S. 147f.



$\bar{\mu} > \bar{\alpha}$ , und nicht  $\bar{\mu} = \bar{\alpha}$ , wie man in einem Gleichgewicht erwarten würde. In der Realität lassen sich Wirtschaftssubjekte beobachten, die Öl in großen Mengen ohne monetäre Kompensation halten. Diese Wirtschaftssubjekte, z.B. Raffinerien, ziehen einen Nutzen aus der Verfügbarkeit des Produkts, indem durch die Vorratshaltung Produktionsunterbrechungen bei Lieferschwierigkeiten vermieden oder durch die Befriedigung temporärer Nachfrageüberschüsse Profite erzielt werden können. Analog zur Dividendenrendite bezeichnet man das Verhältnis dieses Nutzens zum Preis des Gutes als Verfügbarkeitsrendite.<sup>19</sup> Diese ist mit keinerlei Zahlungen verbunden, so daß sie nicht direkt beobachtbar ist. Allerdings kann man mit Hilfe des oben gezeigten Ansatzes eines Kapitalmarktgleichgewichtes indirekt auf die Höhe der Verfügbarkeitsrendite  $\delta$  schließen.<sup>20</sup>

Zum Abschluß der Diskussion von  $\delta$  einige Anmerkung zu dessen Möglichenbereich. Da keinerlei Beschränkungen für  $u$  und  $d$  auferlegt wurden, kann  $\delta$  beliebige Werte, also auch negative, annehmen. Welchen Effekt haben  $\delta < 0$ ? Zur Illustration wird auf den speziellen Fall einer Kaufoption im Standardoptionsmodell zurückgegriffen. Es läßt sich zeigen, daß amerikanische Kaufoptionen mit  $\delta = 0$  niemals vor Ende der Laufzeit ausgeübt werden.<sup>21</sup> Dies muß um so mehr gelten, wenn  $\delta < 0$ . Die Intuition ist einfach: Der Halter der Kaufoption und der Halter des Aktivums, der gleichzeitig Stillhalter sei, profitieren beide von Kursgewinnen, der Halter des Aktivums allein „erhält“ die negative Dividende. Wenn der Optionsinhaber das Aktivum erwerben möchte, wird er dies im letztmöglichen Augenblick tun und den Stillhalter bis dahin die Zahlungen leisten lassen.<sup>22</sup> Für  $\delta > 0$  ist sicher, daß der Optionsinhaber zu einem endlichen Zeitpunkt ausübt, weil ihm vor Ausübung die Dividendenzahlungen entgehen. Für eine Verkaufsoption gilt genau das Umgekehrte; ein amerikanischer Put wird niemals vor Fälligkeit ausgeübt, wenn  $\delta > 0$ . Auch dies ist intuitiv leicht zu erklären: Der Inhaber einer

---

<sup>19</sup> Dies ist eine etwas holprige Übersetzung des Ausdrucks „convenience yield“. Der Ausdruck und die Idee geht auf die negativen „costs of carry“ von *Kaldor* (1939), S. 3 ff., zurück. Weitere Ausführungen findet man bei *Brennan* (1958), S. 52 ff., und *Working* (1949), S. 1259 f. Eine Einführung in die Bedeutung von convenience yields für die Preisbestimmung von Derivaten gibt *Hull* (1989), S. 51 ff. und 169 f.

<sup>20</sup> Die Modellierung der convenience yield mit Hilfe des CAPM wird eingeführt in *McDonald* und *Siegel* (1985), S. 336 ff. Alternativen findet man bei *Brennan* (1991), S. 35 ff.

<sup>21</sup> Vgl. *Merton* (1973b), S. 151 ff.

<sup>22</sup> Der Stillhalter wird dafür durch einen entsprechenden Optionspreis  $F_0$  kompensiert.

Verkaufsoption, der gleichzeitig das Basisaktivum besitzt, erhält die Dividendenzahlungen und profitiert von Kurssteigerungen, wenn er die Option nicht ausübt. Fällt der Preis des Basisaktivums, wird er das Aktivum möglichst lange halten, um die Dividendenzahlungen zu erhalten, und am Ende der Laufzeit im schlechtesten Fall das Aktivum zum Basispreis verkaufen.

Durch Einsetzen in (2) erhält man

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_1 &= \tilde{F}_1 + \left(1 + \frac{\tilde{V}_1 - V_0}{V_0} + \delta\right) V_0 Q_V + (1 + r_f) Q_B \\ &= \tilde{F}_1 + \tilde{V}_1 Q_V + \delta V_0 Q_V + (1 + r_f) Q_B, \end{aligned}$$

wobei die zweite Gleichung durch Ausfaktorieren entsteht. Da sich annahmegemäß alle Unsicherheit in  $t_1$  auflöst, und nur zwei Umweltzustände existieren, kann man den Wert des Portfolios für beide Zustände unterscheiden. Sei  $\Phi_u$ , wenn sich der Wert von  $V$  zu  $(1 + u)V_0$  und  $\Phi_d$ , wenn er sich zu  $(1 + d)V_0$  entwickelt. Damit ergibt sich

$$(4a) \quad \Phi_u = F_u + (1 + u) V_0 Q_V + \delta V_0 Q_V + (1 + r_f) Q_B$$

$$(4b) \quad \Phi_d = F_d + (1 + d) V_0 Q_V + \delta V_0 Q_V + (1 + r_f) Q_B,$$

wobei  $F_u$  und  $F_d$  die Werte der Realoption für den jeweiligen Zustand sind. Die Äquivalente zu  $F_i$  ist im Standardoptionsmodell der Ausübungsgewinn im Fälligkeitszeitpunkt der Option. Die Werte der Realoption für den jeweiligen Zustand sind bekannt als der größere Wert, der sich für Ausüben bzw. Nichtausüben ergibt. Eine genauere Spezifikation ist an dieser Stelle weder möglich noch nötig, da  $F_i$  je nach Art der Realoption in Abschnitt IV. unterschiedlich definiert wird. Alle Werte in (4) sind deterministisch, da sich die Unsicherheit völlig aufgelöst hat.

Da  $\Phi$  annahmegemäß ein Arbitrageportfolio ist, garantiert optimale individuelle Portfolioselektion, daß  $Q_V$  und  $Q_B$  so gewählt werden, daß der Ertrag von  $\Phi$  risikolos ist, d.h.  $\Phi_u = \Phi_d$ . Ein zumindest partielles Marktgleichgewicht erfordert, daß keine Arbitrage möglich ist, so daß gelten muß  $\Phi_u - \Phi_0 = 0$  bzw.  $\Phi_d - \Phi_0 = 0$ . Mit (1) und (2) ergeben sich drei Gleichungen mit drei Unbekannten  $Q_V$ ,  $Q_B$  und  $F_0$

$$\begin{aligned} F_0 + V_0 Q_V + Q_B &= 0, \\ F_u + (1 + u) V_0 Q_V + \delta V_0 Q_V + (1 + r_f) Q_B &= 0, \\ F_d + (1 + d) V_0 Q_V + \delta V_0 Q_V + (1 + r_f) Q_B &= 0. \end{aligned}$$

Lösen des Gleichungssystems führt zu

$$Q_V^* = -\frac{F_u - F_d}{V(u - d)} \quad \text{und} \quad Q_B^* = \frac{F_u(1 + d + \delta) - F_d(1 + u + \delta)}{(1 + r_f)(u - d)},$$

$$(5) \quad F_0 = \frac{F_u(r_f - d - \delta) - F_d(r_f - u - \delta)}{(1 + r_f)(u - d)},$$

wobei  $\delta$  wie in (3) durch ein allgemeines Kapitalmarktgleichgewicht bestimmt ist oder exogen durch  $D_1$  gegeben ist.<sup>23</sup>

Gleichung (5) ist eine allgemeine einperiodige binomiale Preisformel für Realoptionen. Zur Bestimmung des Optionswertes müssen die mögliche Preisbewegung, d.h.  $u$  und  $d$ , die Optionswerte  $F_i$  in  $t_1$ , und bei unbekannter Verfügbarkeitsrendite die Wahrscheinlichkeitsverteilung, also  $q$ , und die Korrelation der Ertragsrate des Basisaktivums mit der Marktrendite bekannt sein. Die beiden letzten Punkte unterscheiden das Real- vom Standardoptionsmodell, wo die beiden ersten Informationen zur Bewertung genügen, da die Dividendenrendite als exogen gegeben angenommen wird.

Eine Erweiterung von (5) auf mehr als zwei Perioden ist bei  $\delta \neq 0$  in geschlossener Form nicht möglich, da eine positive Wahrscheinlichkeit besteht, daß die Option vor Ende der Laufzeit ausgeübt wird.<sup>24</sup> Allerdings kann ein Entscheidungsbaumverfahren angewandt werden, bei dem in den Knoten jeweils über die Ausübung der Option entschieden wird und der entsprechende Wert in die Gleichung (5) für den vorhergehenden Zeitpunkt eingesetzt wird. In einem rekursiven Lösungsverfahren kann so der Optionswert für die erste Periode bestimmt werden.<sup>25</sup>

#### IV. Eine Typologie für Realoptionen

In diesem Abschnitt wird eine Typologie von Realoptionen gegeben. Dabei werden diese jeweils als ein formales Äquivalent zu den Finanzoptionen beschrieben. Schließlich wird bei jeder Art von Realoption

<sup>23</sup> Wenn wir unser Beispiel aus dem zweiten Abschnitt abändern, indem wir das Projekt und nicht das Produkt leerverkaufen, ist  $\delta V_0$  exogen gegeben als die Auszahlung aus dem Projekt, nämlich 15 bzw.  $\delta = 0,1$ . In diesem Fall ist dann auch die Kenntnis von Korrelation und Wahrscheinlichkeitsverteilung unnötig. Da ein unbekanntes  $\delta$  der allgemeinere Fall ist, basiert die weitere Darstellung darauf.

<sup>24</sup> Vgl. *Cox, Ross und Rubinstein* (1979), S. 256.

<sup>25</sup> Solche Verfahren werden diskutiert in *Hull* (1989), S. 220 ff., und *Sick* (1989), S. 40 ff.

gezeigt, wie sie mit Hilfe der allgemeinen Formel (5) bewertet werden kann. Wie deutlich wird, sind dazu lediglich  $F_u$  und  $F_d$  zu modifizieren.

Grundsätzlich lassen sich Realloptionen formal danach charakterisieren, ob es sich um Kauf- oder Verkaufsoptionen oder Kombinationen aus diesen beiden Typen handelt. Zuerst werden Kaufoptionen, dann Verkaufsoptionen und schließlich die kombinierten Optionen behandelt. Während die einfachen Typen konzeptionell keine Probleme bei der Anwendung der Bewertungsformel bereiten, muß bei den Kombinationen eine Besonderheit berücksichtigt werden. Außerdem wird gezeigt, wie (5) auch auf mehrperiodige Fälle angewandt werden kann.

### 1. Die „Option der Investition“

Die meisten Investitionsprojekte bieten die Möglichkeit, den Investitionszeitpunkt, zumindest innerhalb eines gewissen Zeitrahmens, zu variieren.<sup>26</sup> Je später der Entscheidungszeitpunkt gewählt wird, um so mehr Information wird allein durch den Zeitablauf verfügbar. Diese Art entspricht dem einleitenden Beispiel, in dem sich alle Unsicherheit in  $t_1$  auflöst und damit in diesem Zeitpunkt vollständige Information verfügbar ist. Die „Option zu investieren“ ist damit die Möglichkeit auf Informationszugang, der durch entgangene Einzahlungen aus dem Projekt als Opportunitätskosten des Wartens „erkauft“ wird.

Formal entspricht diese Realloption einer amerikanischen Kaufoption auf ein Aktivum. Die Laufzeiten können sich über einen endlichen oder unendlichen Zeitraum erstrecken. Endliche Laufzeiten können sich ergeben, wenn nach einer gewissen Frist mit dem Eintritt von Konkurrenten, der den Wert des Projektes erheblich vermindert, zu rechnen ist oder Patente, Lizenzen oder Leasingverträge, die Grundlage des Projekts sind, zu einer bestimmten Frist auslaufen. Das Äquivalent zum Basis- oder Ausübungspreis ist die Anfangsausgabe  $I$ . Dem Preis des Aktivums entspricht der Kapitalwert  $PV$  des Projekts.

Um solche Realloptionen durch Formel (5) bewerten zu können, müssen die Werte von  $F_u$  und  $F_d$ , also die Ausübungsgewinne, definiert werden. Generell sind dies die Kapitalwerte, die sich für die optimale Entschei-

---

<sup>26</sup> Dieser Typ wird deshalb manchmal auch „option to defer“, z.B. *Trigeorgis* (1993), S. 210, genannt. Es gibt jedoch für jede Option, die noch nicht fällig ist, das Recht „zu verschieben“. Deshalb ist „option to invest“ der bessere Ausdruck, wie er auch von *Brennan* und *Schwartz* (1985), S. 150, und *McDonald* und *Siegel* (1986), S. 707, eingeführt wird.

dung in den jeweiligen Situationen ergeben. Im Fall einer „Option der Investition“ mit einer Restlaufzeit von einer Periode kann entweder in  $t_1$  investiert werden oder nicht, so daß für  $i = u, d$  gilt

$$F_i = \max[0; (PV_i - I)],$$

wobei  $PV_i$  der Nettokapitalwert des Projekts ist, wenn es im Zustand  $i$  zum Zeitpunkt  $t_1$  begonnen wird. Für Optionen, deren Restlaufzeit die nächste Periode überdauert, stehen die Alternativen „Investieren“ oder weiterhin „Abwarten“ zur Verfügung, so daß in diesem Fall für  $i = u, d$  gilt:

$$F_i = \max[F_1; (PV_i - I)],$$

wobei sich  $F_1$  nach (5) als Optionswert aus der nächsten Periode ergibt. Da dieser nur unter Kenntnis der Wahlmöglichkeiten und deren Werte aus der nächsten Periode zu ermitteln ist, muß rekursiv vorgegangen werden, ausgehend von der letzten Periode, in der eine Entscheidung möglich ist.

Ein weitere Art der „Option der Investition“, die meist als eigener Typ aufgeführt wird, ist die „Option der Erweiterung“.<sup>27</sup> Hier besteht die Möglichkeit zur Kapazitätsausweitung im weitesten Sinne bei einer positiven Entwicklung des Projekts. Formal entspricht dies, wie man leicht erkennt, genau dem Fall der „Option der Investition“.

## 2. Die „Option der Desinvestition“

Diese Option ist die Möglichkeit, ein Investitionsprojekt bei einer negativen Entwicklung vor dem Ende der Laufzeit abzubrechen. Dies ist bei jedem Projekt sinnvoll, dessen Fortführung in einem negativen Kapitalwert resultiert. Jedoch ist ein vorzeitiges Beenden des Projekts nicht immer möglich. Man denke beispielsweise an langfristige Liefer- oder Abnahmeverträge. Solche Verträge können aber meist durch Zahlen einer „Strafe“ gebrochen werden. Das vorzeitige Ende des Projekts ist durch einer Auszahlung zu erkaufen. Andere Investitionsprojekte führen bei vorzeitigem Abbruch zu Einzahlungen, wie beispielsweise der Verkauf einer Maschine zum Rest- oder Schrottwert. Wie bei der „Option der Investition“ wird im Fall der Desinvestition tendenziell eine Verschiebung der Entscheidung auf einen späteren Zeitpunkt günstig sein,

<sup>27</sup> Vgl. für die „option to expand“ *Trigeorgis* (1987), S. 19, oder auch *Copeland, Koller und Murrin* (1990), S. 356f.

solange die Chance auf eine Verbesserung besteht und die Auszahlungen in der Zwischenzeit nicht zu hoch sind.

Formal handelt es sich bei diesem Typ um amerikanische Verkaufsoptionen. Die Laufzeiten können auch hier sehr unterschiedlich sein. Es ist denkbar, daß ein Abbruch immer oder nur innerhalb bestimmter Zeiträume möglich ist. Das Äquivalent zum Ausübungspreis ist die positive oder negative Einzahlung  $E$ , die durch den Abbruch entsteht. Der Preis des Aktivums ist wiederum der Kapitalwert  $PV$  des Projekts. Somit gilt für eine „Option der Desinvestition“ mit einer Restlaufzeit von einer Periode für  $i = u, d$

$$F_i = \max[0; (E - PV_i)],$$

wobei  $PV_i$  der Kapitalwert des Projektes ist, wenn es im Zustand  $i$  zum Zeitpunkt  $t_1$  fortgesetzt wird.<sup>28</sup> Für Optionen mit einer Restlaufzeit von mehr als einer Periode ergibt sich analog für  $i = u, d$

$$F_i = \max[F_1; (E - PV_i)],$$

wobei  $F_1$  sich nach (5) als Optionswert der nächsten Periode ergibt. Auch hier ist ein rekursives Verfahren nötig.

Eine Modifizierung stellt die „Option der Kontraktion“ dar, bei der nur eine partielle Desinvestition vorgenommen wird, d.h. Kapazitäten bei einer ungünstigen Entwicklung teilweise abgebaut werden. Formal entspricht dies der „Option der Desinvestition“. Bei einem Vergleich mit dem vorhergehenden Abschnitt erkennt man in diesem Typ das Gegenstück zur „Option der Erweiterung“.

### 3. Die „Option des Austausches“

Hier besteht die Möglichkeit, ein Projekt gegen ein anderes auszutauschen.<sup>29</sup> Als typische Beispiele gelten verschiedene Verfahrenstechnologien für das gleiche Produkt bzw. verschiedene Produkte, die mit der gleichen Technologie hergestellt werden können. Im ersten Fall kann man sich vorstellen, daß das Produkt aus zwei verschiedenen Vorprodukten hergestellt wird. Die beiden Technologien unterscheiden sich durch die jeweils benötigten relativen Einsatzmengen der beiden Vorpro-

<sup>28</sup> Man beachte, daß  $E$  und  $PV$  jeweils nicht auf positive Wertebereiche beschränkt sind.

<sup>29</sup> Der Bewertungsansatz für solche Optionen wurde entwickelt von *Margrabe* (1978).

dukte.<sup>30</sup> Je nach Entwicklung der relativen Preise der Vorprodukte kann die Produktion mit Technologie I oder Technologie II günstiger sein. Kann zwischen den Technologien während der Laufzeit des Projekts gewechselt werden – die eingesetzte Technologie ist also flexibel –, besteht eine „Option des Austausches“ zwischen dem Projekt mit Technologie I und dem Projekt mit Technologie II.

Formal handelt es sich um eine Kombination einer Verkaufsoption, nämlich das existierende Projekt *A* abzubrechen, und einer Kaufoption, das Projekt *B* zu beginnen. Die möglichen Entscheidungen sind also „Projekt *A* fortsetzen“ oder „Projekt *A* abbrechen und Projekt *B* beginnen“. Wird die Option nicht ausgeübt, sind die Alternativen im nächsten Entscheidungszeitpunkt die gleichen. Wenn die Option ausgeübt wird, verändert sich die Menge der Entscheidungsalternativen, die dann lauten „Projekt *B* fortsetzen“ und „Projekt *B* abbrechen und Projekt *A* beginnen“. Die Kosten der Umrüstung sind mit  $U_A$  bezeichnet, wenn im Entscheidungszeitpunkt Projekt *A* aktiv ist, und  $U_B$ , wenn Projekt *B* aktiv ist. Der Kapitalwert von Projekt *A* ist mit  $PV_A$  bezeichnet, der von *B* mit  $PV_B$ . Dann gilt für  $i = u, d$  für den Fall, daß *A* aktiv ist:

$$F_{Ai} = \max[PV_{Ai}; (PV_{Bi} - U_A)],$$

und für den Fall, daß *B* aktiv ist:

$$F_{Bi} = \max[PV_{Bi}; (PV_{Ai} - U_B)].$$

Die notwendige Fallunterscheidung bereitet im allgemeinen Probleme bei der rekursiven Lösung, da, um den Wert des „richtigen“ Falles in (5) einzusetzen, die Kenntnis notwendig ist, für welche Technologie man sich in  $t_0$  entschieden hat. Im einperiodigen Fall bereitet dies noch keine Probleme, geht man aber zu einem mehrperiodigen Entscheidungsbaum über, wächst die Zahl der notwendigen Fallunterscheidungen sehr schnell an. Als Vorgehensweise empfiehlt sich, zunächst alle möglichen, konsistenten Entscheidungsfolgen zu konstruieren.<sup>31</sup> Für diese Strategien lassen sich dann die Werte ausrechnen; der höchste zeigt die optimale Alternative an. Das Problem an dieser Methode ist der Rechenaufwand, da bei großer Periodenzahl schon die Anzahl konsistenter Strategien sehr groß sein dürfte.

<sup>30</sup> Ein Beispiel findet man in *Kulatilaka* (1993), S. 276, der einen Dampfgenerator bewertet, der entweder mit Erdgas oder Heizöl betrieben werden kann.

<sup>31</sup> Eine inkonsistente Strategie wäre beispielsweise der Fall, daß auf einen Zeitpunkt, in dem *A* aktiv ist, eine Aktivierung von *A* folgt.

Eine wesentliche Vereinfachung läßt sich erreichen, indem  $U_A = U_B = 0$  gesetzt wird. Dann sind beide Fälle identisch und eine Fallunterscheidung erübrigt sich, weil Entscheidungen aus den Vorperioden keine Auswirkungen haben. In diesem Fall ist die Anwendung von (5) auf den mehrperiodigen Fall ohne Probleme möglich.

Die „Option des Aussetzens“ bezeichnet die Möglichkeit, ein aktives Investitionsprojekt zu unterbrechen; d.h., es kann bei ungünstiger Entwicklung für unbestimmte Zeit ausgesetzt und unter günstigeren Umständen erneut gestartet werden.<sup>32</sup> Wenn man den aktiven Zustand als „Projekt A“ und den inaktiven Zustand als „Projekt B“ bezeichnet, erkennt man leicht, daß es sich formal um eine „Option des Austausches“ handelt.<sup>33</sup> Entstehen durch die Stilllegung oder die Wiederinbetriebnahme Zahlungen, die verschieden von Null sind, ergeben sich die gleichen Probleme bei der Bewertung wie oben. Treten solche Zahlungen nicht auf, ist die Anwendung von (5) in einem rekursiven Verfahren unproblematisch.

#### 4. Die „Option auf eine Option“

Das besondere Charakteristikum einer „Option auf eine Option“ ist, daß sie, im Gegensatz zu den bisher behandelten, keinen direkten Zugriff auf das Projekt erlauben, sondern durch Ausübung wiederum eine Option erlangt wird. Typische Beispiele im Rahmen der Realoptionen sind Forschungs- und Entwicklungsprojekte: Es besteht beispielsweise die Möglichkeit, in die Basisforschung in einem bestimmten Gebiet der Chemie zu investieren. Durch diese Tätigkeit lassen sich Kenntnisse gewinnen, die ein neues Produkt oder eine neue Verfahrenstechnologie hervorbringen könnten, wenn sich weitere Forschung darauf konzentriert. In diesem einfachen Beispiel kann man zwei „Optionen auf Optionen“ identifizieren: Die Option auf die Basisforschung eröffnet eine Option auf weitere Forschung, und diese wiederum eröffnet eine Option, in das fertige Produkt oder das Verfahren zu investieren. Durch eine differenziertere Betrachtung des Entwicklungsprozesses lassen sich wesentlich mehr solcher Optionen konstruieren.

Bei den „Optionen auf Optionen“ sind zwei Typen zu unterscheiden. Einmal existieren solche, wie eben im Beispiel beschrieben: Ihr wesentliches Merkmal ist, daß sie zu völlig neuen, bisher nicht möglichen Pro-

<sup>32</sup> Dieser Typ wird erstmals beschrieben in *McDonald und Siegel (1985)*.

<sup>33</sup> Man kann entweder trivialerweise  $PV_B = 0$  wählen, oder wenn das Projekt während der Inaktivität gewisser Instandhaltungsarbeiten bedarf,  $PV_B > 0$ .



jekten führen. Solche Projekte verändern den Alternativenraum der Investoren und sind nicht durch existierende Aktiva oder Portfolios aus solchen zu replizieren. Damit ist die Anwendung der Optionspreistheorie auf solche „Wachstumsoptionen“ nicht möglich.<sup>34</sup> Eine Preisbestimmung der Option kann aber durch dynamische Optimierung erfolgen, wenn ein geeigneter Diskontierungsfaktor festgelegt ist.

Der andere Optionstyp gilt für Projekte, deren Risiko am Markt gehandelt wird. Das typische Beispiel ist ein Projekt, dessen Installierung in mehreren Zeitabschnitten vorgenommen wird. Die Implementierung eines Teiles ist dann eine Option auf den nächsten Bauabschnitt. Bei einer günstigen Entwicklung kann das Projekt durch sofort aufeinanderfolgende Bauabschnitte schnell fertiggestellt werden. Bei ungünstiger Entwicklung können Pausen im Investitionsprozeß eingelegt werden, bis eine Besserung der Situation eintritt, oder die Investition kann ganz abgebrochen werden. Optionen dieser Art werden „Optionen der Bauzeit“ genannt.<sup>35</sup> Formal läßt sich jede dieser Optionen als eine „Option der Investition“ auffassen. Die Bewertung in einem rekursiven Verfahren mit (5) führt wieder zu dem Problem, daß Entscheidungen vor dem betrachteten Zeitpunkt die möglichen Entscheidungen im betreffenden Zeitpunkt verändert haben. Das Vorgehen in diesem Fall entspricht der in Abschnitt IV.3. diskutierten Fallunterscheidung.

## V. Interaktionen zwischen Realloptionen

Die meisten Beiträge zu Realloptionen betrachten isoliert einzelne Typen und bieten Bewertungsansätze für solche Optionen. Bei realen Projekten werden jedoch meist mehrere Optionen, die in verschiedenen oder den gleichen Zeitpunkten anfallen, beobachtet.<sup>36</sup> Das Problem bei der Bewertung multipler Optionen ist ihre Nichtadditivität: Es ist im allgemeinen nicht möglich, den Wert multipler Optionen als Summe der Werte der isolierten Optionen zu bestimmen.<sup>37</sup> Die Begründung liegt in

<sup>34</sup> Die „growth options“ waren die ersten Realloptionen, die man identifiziert hat. Vgl. *Myers* (1977), S. 148 f., und *Kester* (1984), S. 154 f.

<sup>35</sup> Diesen Typ einer „time to build option“ findet man erstmals bei *Majd* und *Pindyck* (1987), S. 9 f.

<sup>36</sup> Arbeiten, die mehr als Fallstudien organisiert sind, beinhalten dann auch oft mehrere Optionen. Siehe z.B. *Brennan* und *Schwartz* (1985), S. 147 ff., oder *Trigeorgis* (1990), S. 154 ff.

<sup>37</sup> Literatur zu diesem Problemkomplex ist sehr spärlich vorhanden. Die einzige dem Autor bekannte Quelle ist *Trigeorgis* (1993), S. 7 ff., an dem sich die folgenden Ausführungen im wesentlichen orientieren.

den auftretenden Interaktionen zwischen den Optionen. Der Wert einer isolierten Option wird sich in den meisten Fällen bei Hinzutreten einer weiteren Option verändern. Wie sich der Wert verändert, läßt sich a priori nicht bestimmen. Es sind sowohl positive als auch negative Interaktionen möglich, so daß der Wert der multiplen Option kleiner oder größer als die Summe der isolierten Optionswerte sein kann.

Zur Illustration einer positiven Interaktion wird der Fall eines Projekts betrachtet, das eine Erweiterungs- und eine Kontraktionsoption beinhaltet. In diesem Fall ist es wahrscheinlich, daß die multiple Option einen höheren Wert hat als die Summe ihrer Teile. Eine intuitive Erklärung läßt sich finden, wenn man die Freiheitsgrade betrachtet, die in den verschiedenen Fällen gegeben sind. Die beiden Optionen für sich gewähren jeweils einen zusätzlichen Freiheitsgrad. Kombiniert man beide Optionen, erhält man diese zwei zusätzlichen Freiheitsgrade und außerdem noch Freiheitsgrade aus der Möglichkeit, die Ausübung einer Option durch Ausüben der jeweils anderen wieder rückgängig zu machen. Eine negative Interaktion läßt sich beispielsweise für die Desinvestitions- und Kontraktionsoptionen bzw. die Investitions- und Erweiterungsoption zeigen.

Das Ausmaß der Interaktion ist aber nicht nur abhängig vom Typ der beteiligten Optionen, sondern auch von der Korrelation der Ausübung der Optionen. Dies ist einsichtig, wenn man den ersten Fall betrachtet und annimmt, daß, wenn eine Option ausgeübt wird, die Wahrscheinlichkeit für die Ausübung der Option unverändert ist. Die beiden Optionen sind unkorreliert und Additivität gilt. Ein anderes Ergebnis läßt sich für den zweiten Fall erwarten. Ist die Wahrscheinlichkeit der Ausübung für beide Optionen gering – es sind also beide hinreichend „out of money“ – sind Interaktionen betragsmäßig gering. Sind beide Optionen „in the money“ sind die Interaktionen dagegen betragsmäßig hoch. Weitere Einflüsse auf die Interaktion sind durch die Unterschiede in der Laufzeit der Optionen und verschiedene Überlappungen der Laufzeiten zu erwarten.

Eine modellmäßige Erfassung von Interaktionen läßt sich in Binomialmodellen realisieren. Die prinzipielle Vorgehensweise ist die gleiche, wie sie in Abschnitt IV. für die Kombinationen aus Optionen diskutiert wurde. Fallen die Optionen isoliert in jeweils einem bestimmten Zeitraum an, ist die Berechnung in einem rekursiven Verfahren relativ übersichtlich. Sind alle Optionen in jedem Zeitpunkt verfügbar, solange sie nicht durch frühere Entscheidungen ausgeschlossen wurden, ergibt sich eine große Anzahl an Fallunterscheidungen.

## VI. Grenzen des Realloptionsansatzes

Entscheidend für die Verwendung von Optionspreismethoden ist die Replikationsbedingung. Diese besagt, daß das Risiko des Projekts durch Kombinationen am Markt gehandelter Aktiva imitiert werden kann bzw. daß das Projekt den Alternativenraum der Investoren nicht verändert. Ist die Replikationsbedingung erfüllt, kann das vorgestellte Instrumentarium der Preisbildung durch Arbitrage angewandt werden. Ob diese Bedingung erfüllt ist, ist eine empirische Frage.<sup>38</sup> Gilt sie nicht, haben *Dixit* und *Pindyck* (1994) vorgeschlagen, Methoden der dynamischen Programmierung in Verbindung mit subjektiven Diskontierungsfaktoren zu verwenden. Diese Vorgehensweise wird jedoch von *Schwartz* (1994) verworfen, der eine geeignete Anpassung der Parameter des zugrundeliegenden stochastischen Prozesses für den Projektwert und Verwendung des risikolosen Zinssatzes als Diskontierungsrate empfiehlt. Die Korrektur soll entsprechend den Risikoprämien erfolgen, die sich aus einem allgemeinen Gleichgewicht ergeben.<sup>39</sup>

Schwerwiegender als diese eher technischen Einwände ist der Zweifel an der Robustheit des Modells gegenüber anderen Annahmen. So wird davon ausgegangen, daß das Investitionsprojekt ein proprietäres Gut<sup>40</sup> ist, also nicht von Konkurrenten durchgeführt werden kann. Die Gründe, warum dies tatsächlich der Fall sein kann, sind vielfältig. Man denke an patentrechtliche Bestimmungen, die Bedeutung von Markennamen, Humankapital, Organisationsdesign usw. Entscheidend ist, daß das Modell zusammenbricht, hebt man die Annahme auf. Intuitiv ist dies leicht einsichtig, wenn man unterstellt, daß sich die Unternehmung auf einem polypolistischen Absatzmarkt befindet und alle Anbieter die Investition mit positivem Kapitalwert durchführen können. Dann ist ein Anreiz gegeben, möglichst früh zu investieren, da die erzielbaren Renten mit der Investitionsentscheidung der übrigen Anbieter verschwinden. Das Investitionsprojekt hat in diesem Fall den Charakter eines öffentlichen Gutes. Unterstellt man eine eher oligopolistische Marktstruktur bzw. ein Gut, das im kollektiven Besitz einer Teilgruppe aller Anbieter ist, bewegen sich die Ergebnisse zwischen der monopolistischen und der polypolistischen Lösung.<sup>41</sup> Ob der Realloptionsansatz anwendbar ist,

---

<sup>38</sup> Die Kritik von *Nippel* (1994), S. 150, der Realloptionsansatz sei aus „theoretischer Sicht unzulässig“ trifft nicht.

<sup>39</sup> Für solche Modelle siehe *Breeden* (1979), *Cox*, *Ingersoll* und *Ross* (1985) oder *Merton* (1973a).

<sup>40</sup> Optionen auf Finanzaktiva erfüllen diese Bedingung definitionsgemäß.

hängt erheblich davon ab, inwieweit andere Wirtschaftssubjekte von der Durchführung des Investitionsprojektes ausgeschlossen werden können.

Der nächste Einwand gegen das Modell nimmt sich auf den ersten Blick absurd aus, bei näherer Analyse wird jedoch seine Bedeutung erkennbar. Es wurde angenommen, daß Optionen niemals einen negativen Wert annehmen, was recht natürlich scheint. Folglich sollte man selten beobachten, daß Individuen Optionen „verschenken“ oder gar bewußt vernichten. Genau dafür gibt es jedoch zahlreiche Beispiele. Das bekannteste ist wohl Hernando Cortez' Verbrennung seiner Schiffe nach seiner Landung bei Vera Cruz im Jahr 1519.<sup>42</sup> Cortez war bei seinem Raubzug erfolgreich und gilt als genial. Die Vernichtung seiner Option, nämlich im Notfall wieder flüchten zu können, sollte deshalb nicht vorzeitig als die Handlung eines irrationalen Individuums eingestuft werden. Die Lösung für das Paradox liefert ein Konzept der Spieltheorie, das teilspielperfekte Gleichgewicht. Dort wird die Bedeutung von „commitment“, d. h. die Möglichkeit, sich a priori auf eine Handlung festzulegen und dann auch daran zu halten, für strategische Entscheidungssituationen herausgestellt. In diesem Licht ist das Verbrennen der Schiffe die bindende Festlegung, unter allen Umständen zu bleiben und zu kämpfen. In ökonomischem Zusammenhang wird der Wert von commitment, also der Unwert von Optionen, deutlich, wenn man die vertikalen Auswirkungen flexibler und starrer Technologien analysiert.<sup>43</sup> Ein einprägsames Beispiel ist die Selbstbindung, die sich Regierungen durch den Goldstandard oder, in geringerem Grad, durch unabhängige Zentralbanken auferlegen.<sup>44</sup> Ähnliches läßt sich bei den engen Beziehungen zwischen Zulieferbetrieben und Abnehmern in der japanischen Industrie beobachten, die opportunistisches Verhalten der Vertragsparteien durch gegenseitige Abhängigkeit begrenzen.<sup>45</sup> Man beachte, daß commitment den Realoptionsansatz nicht generell invalide macht, sondern lediglich in das Kalkül einbezogen werden muß.<sup>46</sup> Letztlich sind Kosten und Nutzen von Flexibilität zu berücksichtigen.

---

<sup>41</sup> Eine spieltheoretische Analyse eines Oligopolmodells mit Realoptionen findet man in *Smit und Ankum* (1993).

<sup>42</sup> Vgl. den Augenzeugenbericht von *Diaz* (1568), S. 144 ff.

<sup>43</sup> Das Argument ist technisch nicht einfach. Eine Analyse für Inputmärkte findet man bei *Kulatilaka und Marks* (1988).

<sup>44</sup> Vgl. zu diesem Problem *Kydland und Prescott* (1977).

<sup>45</sup> Vgl. *Milgrom und Roberts* (1988), S. 565 ff.

<sup>46</sup> Dies entspricht der Argumentation in transaktionskostentheoretischen Überlegungen, wonach die Summe aus Produktions- und Transaktionskosten minimiert werden soll. Siehe *Williamson* (1990), S. 25.

In einem letzten Einwand ist auf den Einfluß von asymmetrisch verteilten Informationen auf die Investitionsentscheidungen hinzuweisen. Der Einfluß ist nicht direkt, sondern indirekt über die Finanzierung des Unternehmens. Wie *Myers* (1977) zeigt, können Informationsdefizite der Fremdkapitalgeber über die Alternativenmenge des Unternehmens dazu führen, daß Realoptionen nicht ausgeübt werden. Andererseits demonstrieren *Heinkel* und *Zechner* (1990), daß die Finanzierung von Realoptionen durch Kredite oder Vorzugsaktien Überinvestitionsanreize im Sinne von *Narayanan* (1988) lösen kann.<sup>47</sup> Die Intuition für dieses Ergebnis ist wie folgt: Zum Investitionszeitpunkt kennen die Kapitalgeber lediglich eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über die möglichen Projektergebnisse, der Unternehmer kennt bereits den wahren Wert. Da der Unternehmer nicht über ausreichend eigene Mittel verfügt, tritt er auf den Kapitalmarkt. Das Erscheinen zeigt den potentiellen Kapitalgebern, daß das Projekt nicht „zu schlecht“ sein kann, und folglich revidieren diese ihren Erwartungswert nach oben. Es bleiben aber dennoch „schlechte“ Projekte, im Sinne von einem tatsächlich  $NPV < 0$ , am Markt. Dies ergibt ein Überinvestitionsproblem, das aber von den Kapitalgebern antizipiert wird und dessen Kosten deshalb der Unternehmer zu tragen hat. Dieses Problem kann gelöst werden, indem der Unternehmer prioritäre Finanztitel, wie Fremdkapital oder Vorzugsaktien, emittiert, bevor er den wahren Wert des Projekts kennt. *Heinkel* und *Zechner* (1990) zeigen, daß die Unterinvestitionsanreize, die daraus entstehen, genau die Überinvestitionsanreize kompensieren. Die Bewertung der Realoption kann in dem hier vorgestellten Rahmen erfolgen.

Insgesamt ist festzustellen, daß die Anwendung von Optionspreismodellen unter den genannten Bedingungen modifiziert bzw. ergänzt werden muß. Dennoch liefert die Analyse mehr oder weniger brauchbare Näherungen. Das größte Verdienst dürfte jedoch in der Sensibilisierung der Entscheidungsträger für den Optionscharakter, der vielen Investitionsprojekten innewohnt, sein.

## VII. Zusammenfassung

In dem vorliegenden Artikel wurde ein allgemeines Binomialmodell mit zwei Zeitpunkten und zwei Umweltzuständen zur Bewertung von Realoptionen vorgestellt. Es wurde gezeigt, wie durch leichte Modifikationen der Definition des Ausübungsgewinnes unterschiedliche Typen

---

<sup>47</sup> Ein vereinfachtes Modell ist *Nippel* (1996).

von Realoptionen, die in der Literatur genannt werden, in einem allgemeinen Modell bewertet werden können. Für die Bestimmung von Projektwerten, die mehrere Realoptionen beinhalten und damit einen höheren Flexibilitätsgrad besitzen, wurde skizziert, wie das Modell in numerischen Verfahren angewandt werden kann. Schließlich wurden die Voraussetzungen diskutiert, unter denen das Modell valide Ergebnisse erzeugt.

Zum Schluß eine Anmerkung zur Relevanz des vorgestellten Ansatzes in der Unternehmenspraxis. Die Tatsache, daß das von den McKinsey-Beratern *Copeland, Koller* und *Murrin* (1990) verfaßte Buch „*Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*“ ein Kapitel ausschließlich diesem Thema widmet, scheint dafür zu sprechen, daß die Methode in der Unternehmensberatung ihre Anwendung findet. Auf eine weitergehende Akzeptanz deutet das Erscheinen eines Beitrages von *Dixit* und *Pindyck* (1995) im „*Harvard Business Review*“.

### Literatur

- Bierman*, H. und *S. Smidt* (1980): *The Capital Budgeting Decision: Economic Analysis of Investment Projects*. New York. – *Brealey*, R. S. und *S. C. Myers* (1991): *Principles of Corporate Finance*. New York. – *Breeden*, D. T. (1979): „An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities.“ *Journal of Financial Economics* 7. 265 - 96. – *Brennan*, M. J. (1958): „The Supply of Storage.“ *American Economic Review* 48. 50 - 72. – *Brennan*, M. J. (1991): „The Price of Convenience and the Valuation of Commodity Contingent Claims.“ in *Lund, D./Oeksendal, B.*, Hrsg. (1991): *Stochastic Models and Option Values: Application to Resources, Environment and Investment Problems*. Amsterdam 33 - 71. – *Brennan*, M. J. und *E. S. Schwartz*, (1985): „Evaluating Natural Resource Investments.“ *Journal of Business* 58. 135 - 57. – *Copeland*, T., *T. Koller*, und *J. Murrin* (1990): *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*. New York. – *Copeland*, T. E. und *J. F. Weston*, (1992): *Financial Theory and Corporate Policy*. Reading. – *Cox*, J. C., *J. E. Ingersoll*, und *S. A. Ross* (1985): „An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices.“ *Econometrica* 53. 363 - 84. – *Cox*, J. C., *S. A. Ross*, und *M. Rubinstein* (1979): „Option Pricing: A Simplified Approach.“ *Journal of Financial Economics* 7. 229 - 63. – *Diaz*, B. de Castillo (1568): *Verdadera historia de la conquista de la Nueva Espana*. Madrid. Deutsche Übersetzung von *Narciß, G. A.*, Hrsg. (1965): *Wahrhafte Geschichte der Entdeckung und Eroberung von Mexiko*. Stuttgart. – *Dixit*, A. K. (1992): „Investment and Hysteresis.“ *Journal of Economic Perspectives* 6. 107 - 32. – *Dixit*, A. K. und *R. S. Pindyck* (1994): *Investment under Uncertainty*. Princeton NJ. – *Dixit*, A. K. und *R. S. Pindyck* (1995): „The Options Approach to Capital Investment.“ *Harvard Business Review*. 105 - 15. – *Eble*, S. und *R. Völker* (1993): „Die Behandlung von Optionen in der betrieblichen Investitionsrechnung.“ *Die Unternehmung* 47. 407 - 18. – *Fama*, E. F. und *M. H. Miller* (1972): *The Theory of*

Finance. New York. – Fisher, I. (1930): The Theory of Interest – As Determined by Impatience to Spend Income and Opportunity to Invest It. New York. – Franke, G. und H. Hax (1994): Finanzwirtschaft des Unternehmens und Kapitalmarkt. Berlin. – Hax, H. und H. Laux (1972): „Flexible Planung-Verfahrensregeln und Entscheidungsmodelle für die Planung bei Ungewißheit.“ Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung 24. 318 - 40. – Heinkel, R. und J. Zechner (1990): The Role of Debt and Preferred Stock as a Solution to Adverse Investment Incentives. Journal of Financial and Quantitative Analysis 25. 1 - 24. – Hirshleifer, J. (1974): Kapitaltheorie. Köln. – Hull, J. (1989): Options, Futures and Other Derivative Securities. Englewood Cliffs NJ. – Kaldor, N. (1939): „Speculation and Economic Stability.“ Review of Economic Studies 7. 1 - 27. – Kester, W. C. (1984): „Today's Options for Tomorrow's Growth.“ Harvard Business Review 62 (March - April). 153 - 60. – Kogut, B. und N. Kulatilaka (1994): „Options Thinking and Platform Investments: Investing in Opportunity.“ California Management Review 36.52 - 71. – Kulatilaka, N. (1993): „The Value of Flexibility: The Case of a Dual-Fuel Industrial Steam Boiler.“ Financial Management 22. 271 - 80. – Kulatilaka, N. und S. G. Marks (1988): „The Strategic Value of Flexibility: Reducing the Ability to Compromise.“ American Economic Review 78. 574 - 80. – Kydland, F. E. und E. C. Prescott (1977): „Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans.“ Journal of Political Economy 85. 473 - 91. – Laux, H. (1971): Flexible Investitionsplanung. Köln Opladen. – Laux, C. (1993): „Handlungsspielräume im Leistungsbereich des Unternehmens: Eine Anwendung der Optionspreistheorie.“ Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung 45. 933 - 58. – Margrabe, W. (1978): „The Valuation of an Option to Exchange One Asset For Another.“ Journal of Finance 33. 177 - 86. – Mason, S. P. und R. C. Merton (1985): „The Role of Contingent Claims Analysis in Corporate Finance.“ in Altman, E. I./Subrahmanyam, M. G., Hrsg. (1985): Recent Advances in Corporate Finance. Homewood IL. 7 - 54. – McDonald, R. L. und D. R. Siegel (1985): „Investment and the Valuation of Firms When There Is an Option to Shut Down.“ International Economic Review 26. 331 - 49. – McDonald, R. L. und D. R. Siegel (1986): „The Value of Waiting to Invest.“ Quarterly Journal of Economics 101. 707 - 27. – Merton, R. C. (1973a): „An Intertemporal Capital Asset Pricing Model.“ Econometrica 41. 867 - 88. – Merton, R. C. (1973b): „Theory of Rational Option Pricing.“ Bell Journal of Economics and Management Science 4. 141 - 83. – Milgrom, P. und J. Roberts (1992): Economics, Organization and Management. Englewood Cliffs NJ. – Myers, S. C. (1977): „Determinants of Corporate Borrowing.“ Journal of Financial Economics 5. 147 - 75. – Narayanan, M. P. (1988): „Debt versus Equity under Asymmetric Information.“ Journal of Financial and Quantitative Analysis 23. 39 - 51. – Nippel, P. (1994): „Stellungnahme zu: Die Behandlung von Optionen in der betrieblichen Investitionsrechnung von Stefan Eble und Rainer Völker.“ Die Unternehmung 48. 149 - 52. – Nippel, P. (1996): „Die Finanzierung von Realoptionen unter Informationsasymmetrie.“ Kredit und Kapital 29. 123 - 52. – Pindyck, R. S. (1988): „Irreversibility Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm.“ American Economic Review 78. 969 - 85. – Pindyck, R. S. (1991): „Irreversibility, Uncertainty and Investment.“ Journal of Economic Literature 29. 1110 - 48. – Poterba, J. M. und L. H. Summers (1995): „A CEO Survey of U. S. Companies' Time Horizons and Hurdle Rates.“ Sloan Management Review 37 (1). 43 - 53. – Ritchken, P. und G. Rabinowitz (1988): „Capital Budgeting Using Contingent Claims Analysis: A Tutorial.“ Advances in Futures and Options Research 3. 119 - 43. – Ross, S. A.,

*Westerfield, R. W. und J. F. Jaffe (1993): Corporate Finance. Boston. – Schmidt, R. H. und E. Terberger (1996): Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie. Wiesbaden. – Schwartz, E. S. (1994): „Review on Investment Under Uncertainty from Avinash Dixit and Robert Pindyck“. Journal of Finance 41. 1924 - 8. – Sick, G. A. (1989): Capital Budgeting With Real Options. Monograph Series in Finance and Economics. Monograph 1989 - 3. New York University. – Smit, H. T. J. und L. J. Ankum (1993): „A Real Options and Game-Theoretic Approach to Corporate Investment Strategy Under Competition.“ Financial Management 22. 241 - 50. – Trigeorgis, L. (1988): „A Conceptual Options Framework for Capital Budgeting.“ Advances in Futures and Options Research 3. 145 - 67. – Trigeorgis, L. (1990): „A Real-Options Application in Natural-Resource Investments.“ Advances in Futures and Options Research 4. 153 - 64. – Trigeorgis, L. (1993a): „Real Options and Interactions With Financial Flexibility.“ Financial Management 22. 202 - 24. – Trigeorgis, L. (1993b): „The Nature of Option Interactions and the Valuation of Investments with Multiple Real Options.“ Journal of Financial and Quantitative Analysis 28. 1 - 20. – Trigeorgis, L. und S. P. Mason (1987): „Valuing Managerial Flexibility.“ Midland Corporate Journal 5. 14 - 21. – Williamson, O. E. (1990): Die ökonomischen Institutionen des Kapitalismus. Tübingen. – Working, H. (1949): „The Theory of Price of Storage.“ American Economic Review 39. 1254 - 62.*

## **Zusammenfassung**

### **Ein allgemeines Binomialmodell zur Bewertung von Realoptionen**

Der Realoptionsansatz zur Bewertung von Sachinvestitionen wurde in jüngerer Zeit als Ergänzung zum Nettokapitalwertkriterium entwickelt. In der betrieblichen Praxis findet der Realoptionsansatz zunehmend Anwendung. Der vorliegende Beitrag stellt ein einheitliches Bewertungsmodell für die gängigen Typen von Realoptionen vor. Die Grundlage ist ein einperiodiges Binomialmodell, das die Modellierung und Implementierung wesentlich vereinfacht. Die Bewertungsformel kann auf alle Typen von Realoptionen angewandt werden, indem der Ausübungsgewinn in geeigneter Weise definiert wird. Das Modell läßt sich leicht auf Projekte mit multiplen Realoptionen erweitern. Notwendige Bedingungen für die Anwendbarkeit des Realoptionsansatzes werden diskutiert. (JEL G31)

## **Summary**

### **A General Binomial Model for Valuing Real Options**

In the last decade, a substantial body of literature devoted to the real-options approach to valuation of real assets, complementary to the traditional net present value analysis, has emerged. The real-options approach is employed by an increasing number of corporations for capital budgeting. This paper presents a unified valuation model, which builds on the simple structure of a binomial process, for common types of real options. The valuation formula is adapted to the different



types of real options by defining appropriately the gains from exercising the option. The model is extended easily to assets containing multiple real options. Necessary conditions for the application of the valuation method are discussed.

## Résumé

### Un modèle binomial général pour l'évaluation d'options réelles

Le concept d'option réelle servant à évaluer les investissements en biens corporels fut développé ces derniers temps en guise de complément au critère de la valeur de capital net. Dans la pratique commerciale, on utilise de plus en plus ce concept. Le présent article présente un modèle d'évaluation uniforme pour les types courants d'options réelles. Il se base sur un modèle binomial d'une période qui facilite fortement la modélisation et son implantation. La formule d'évaluation peut s'utiliser pour tous les types d'options réelles si l'on définit le gain de l'exercice de manière adéquate. On peut facilement élargir le modèle à des projets avec des options réelles multiples. Les conditions qui sont nécessaires pour appliquer le concept d'option réelle sont discutées ici.