

## **Die Preisbeziehung zwischen Optionen auf den DAX und dem DAX-Future an der DTB**

### **Eine empirische Überprüfung der Arbitragemöglichkeiten zwischen zwei derivativen Finanzinstrumenten**

Von Tido Böttcher, Kai Neumann und Volker Sarstedt, Hamburg

#### **I. Einleitung**

Seit der Eröffnung der Deutschen Terminbörse (DTB) konzentrieren sich die empirischen Untersuchungen dieses Marktsegments der deutschen Kapitalmarktforschung auf die Preisbeziehungen zwischen Kassa- und Terminmärkten. Hierbei stehen insbesondere Analysen von Arbitragemöglichkeiten zwischen dem Deutschen Aktienindex (DAX) und den Futures auf den DAX (FDAX) im Mittelpunkt.<sup>1</sup> Wenige empirische Arbeiten beschäftigen sich mit den Preisbeziehungen zwischen Aktienoptionen sowie Optionen auf den DAX (ODAX) und den zugrundeliegenden Basiswerten.<sup>2</sup> Auch fehlen bisher empirische Untersuchungen zu Preisbeziehungen zwischen in Deutschland börsenmäßig gehandelten Finanzderivaten.

Ein möglicher Untersuchungsgegenstand wäre die Analyse der Preisbeziehung zwischen Futures mit demselben Kontraktgegenstand, aber unterschiedlicher Laufzeit.<sup>3</sup>

Des weiteren besteht eine Beziehung zwischen Optionen und Futures und ihren Basiswerten.<sup>4</sup> Empirische Untersuchungen für diese Marktsegmente gestalten sich jedoch sehr schwierig, da aufgrund des geringen Umsatzvolumens an der DTB für Futurekontrakte mit längerer Restlauf-

---

<sup>1</sup> Vgl. *Prigge/Schlag* (1992), *Bühler/Kempf* (1993), *Bamberg/Röder* (1993), *Loistl/Kobinger* (1993), *Röder* (1994), *Merz* (1995). *Berendes* (1994) analysiert die Preisbildung des Bund-Futures.

<sup>2</sup> Vgl. *Schäfer* (1995), S. 127.

<sup>3</sup> Sogenannte Future-Future-Arbitrage, bspw. Arbitrage zwischen FDAX mit Verfalltermin Juni und FDAX mit Verfalltermin September.

<sup>4</sup> Optionen auf Bund-, Bobl- und DAX-Futures.

zeit<sup>5</sup> und für die Optionen auf Futures nicht genügend Transaktionsdaten zur Verfügung stehen.<sup>6</sup>

Dieses Problem tritt bei den ODAX offensichtlich nicht auf. Gemessen am Kontraktvolumen handelt es sich um die umsatzstärksten Produkte der DTB. Da der Kontraktgegenstand des FDAX mit dem Basiswert der ODAX identisch ist, läßt sich eine FDAX-Position mit Hilfe der ODAX synthetisieren. Gegenstand unserer Untersuchung ist die Preisbeziehung zwischen diesen beiden derivativen Instrumenten. Dabei steht die Analyse von Arbitragemöglichkeiten im Mittelpunkt.<sup>7</sup>

Nach einer kurzen Darstellung der Kontraktspezifikationen der behandelten Produkte wird im folgenden gezeigt, auf welche Weise ein Zusammenhang zwischen dem FDAX- und dem ODAX-Markt gebildet werden kann. Auf dieser Grundlage wird eine Gleichgewichtsbeziehung abgeleitet, die anschließend getestet wird.

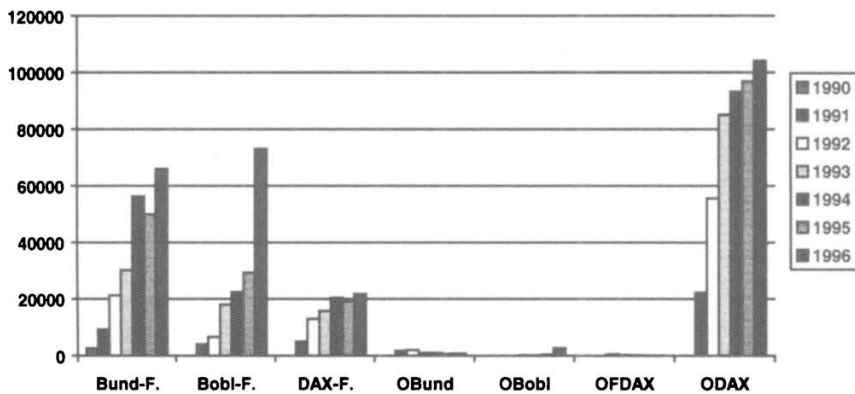


Abbildung 1: Durchschnittliches tägliches Umsatzvolumen in Kontrakten an der DTB<sup>8</sup>

<sup>5</sup> Vgl. *Deutsche Börse AG* (Hrsg., 1992 - 1995).

<sup>6</sup> Abbildung 1 gibt einen Überblick über die Entwicklung des Umsatzvolumens der wichtigsten DTB-Produkte.

<sup>7</sup> Eine derartige Untersuchung ist bspw. für den US-amerikanischen Terminmarkt nicht möglich, da sich der Kontraktgegenstand des umsatzstärksten Aktienindexfutures (S&P 500) und der Basiswert der umsatzstärksten Aktienindexoption (S&P 100) unterscheiden. Vgl. *Futures Industry Association* (1994).

<sup>8</sup> Quelle: *Deutsche Börse AG* (Hrsg., 1996). Siehe eine ähnliche Darstellung bei *Röder/Bamberg* (1996), S. 246.

## II. Der Zusammenhang zwischen FDAX und ODAX

### 1. Die Kontraktspezifikationen

Einen Überblick über die Kontraktspezifikationen von FDAX und ODAX gibt Tabelle 1<sup>9</sup>:

Tabelle 1

**Kontraktspezifikationen von FDAX und ODAX**

FDAX		ODAX
Deutscher Aktienindex (DAX)	Basiswert / Kontraktgegenstand	Deutscher Aktienindex (DAX)
DM 100,- pro Indexpunkt des DAX	Kontraktwert	DM 10,- pro Indexpunkt des DAX
Die jeweils nächsten drei Quartalsmonate des Zyklus März, Juni, September und Dezember	Liefermonate/ Verfallmonate	Die drei nächsten aufeinanderfolgenden Monate sowie die beiden darauffolgenden Monate aus dem Zyklus März, Juni, September und Dezember; d. h., es sind Laufzeiten von 1, 2, 3, 6, 9 und 24 Monaten verfügbar
Letzter Handelstag ist der Börsentag vor dem jeweiligen Schlußabrechnungstag	Letzter Handelstag	Letzter Handelstag ist der dritte Freitag des jeweiligen Verfallsmonats, sofern dies ein Börsentag ist, andernfalls der davor liegende Börsentag, Handelsschluß für die auslaufenden Serien an dem letzten Handelstag ist 13:30 Uhr
Schlußabrechnungstag ist der dritte Freitag des jeweiligen Liefermonats	Verfalltag/ Schlußabrechnungstag	Verfalltag ist der dem letzten Handelstag folgende Börsentag

<sup>9</sup> Vgl. DTB (Hrsg., 1995), Handelsbedingungen, Abschnitt 2.

Tabelle 1 (Fortsetzung)

Erfüllungstag ist der zweite Börsentag nach dem letzten Börsentag, die Erfüllung erfolgt durch Barausgleich auf Grundlage der Schlußabrechnungspreise	<b>Erfüllung</b>	Erfüllungstag ist der Börsentag nach dem letzten Handelstag, die Erfüllung erfolgt durch Barausgleich
Wert des DAX, ermittelt auf der Grundlage der von der Frankfurter Wertpapierbörse am Schlußabrechnungstag festgesetzten Eröffnungskurse für die im DAX enthaltenen Werte	<b>Schlußabrechnungspreis</b>	Durchschnittswert der im Zeitraum von 13:21 Uhr bis 13:30 Uhr festgestellten DAX-Berechnungen an der Frankfurter Wertpapierbörse am letzten Handelstag der Optionsserie
Keine Zahlungen	<b>Prämie</b>	Prämie in Punkten, Zahlungen des entsprechenden DM-Wertes in voller Höhe an dem Börsentag, der dem Kauftag folgt

## 2. Die Preisbeziehung zwischen ODAX und FDAX

Durch die Kombination von Kauf- und Verkaufsoptionen ist es generell möglich, eine vom Gewinn- und Risikopotential her identische Futureposition zu replizieren.<sup>10</sup>

Eine Long-Future-Position wird durch den gleichzeitigen Kauf eines Calls und dem Verkauf eines Puts mit identischem Basispreis und Verfalltag nachgebildet.<sup>11</sup> Abbildung 2 zeigt dies schematisch in einem Gewinn-/Verlustdiagramm. Bei dieser Darstellung entspricht der Call-Preis dem Put-Preis und der Future-Preis dem Basispreis der Optionen.<sup>12</sup>

<sup>10</sup> Vgl. *Smith* (1987).

<sup>11</sup> Eine derartige Optionskombination wird als Conversion bezeichnet. Vgl. *Lingner* (1987), S. 73.

<sup>12</sup> Sind die Preise für die Optionen unterschiedlich, so weicht auch der Future-Preis vom Basispreis ab.

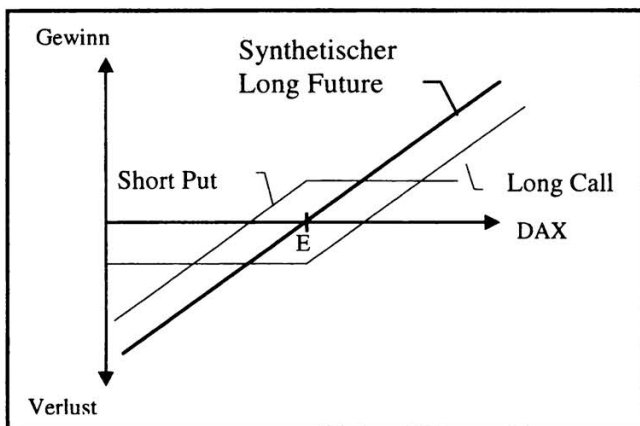


Abbildung 2: Der synthetische Long Future<sup>13</sup>

Gleiches gilt für die Synthetisierung einer Short-Future-Position. Hierzu wird ein Call ver- und ein Put gekauft. Beide Optionstypen haben einen identischen Basispreis und Verfalltag.<sup>14</sup> Abbildung 3 verdeutlicht das Gewinn- und Verlustpotential graphisch.

Dieser graphisch dargestellte Zusammenhang läßt sich – bei Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes<sup>15</sup> – formal wie folgt präzisieren. Gemäß der Put-Call-Parität gilt:<sup>16</sup>

$$(1) \quad S_t = E \cdot e^{-i(T-t)} + C_{E,t,T} - P_{E,t,T}$$

mit:

$S$ : Kassapreis des DAX

$E$ : Basispreis

$C$ : Preis der Kaufoption zum Basispreis  $E$

$P$ : Preis der Verkaufsoption zum Basispreis  $E$

$i$ : sicherer Zins

$T$ : Verfalltermin

$t$ : Transaktionszeitpunkt des Positionsaufbaus

<sup>13</sup> Darstellung in Anlehnung an Steiner/Bruns (1996), S. 440.

<sup>14</sup> Analog zur Conversion handelt es sich hier um ein Reversal oder reverse Conversion. Vgl. Lingner (1987), S. 74.

<sup>15</sup> Zu den für einen vollkommenen Kapitalmarkt notwendigen Annahmen vgl. Cornell/French (1983), S. 2 ff.

<sup>16</sup> Vgl. Welcker/Kloy/Schindler (1992), S. 101 ff.

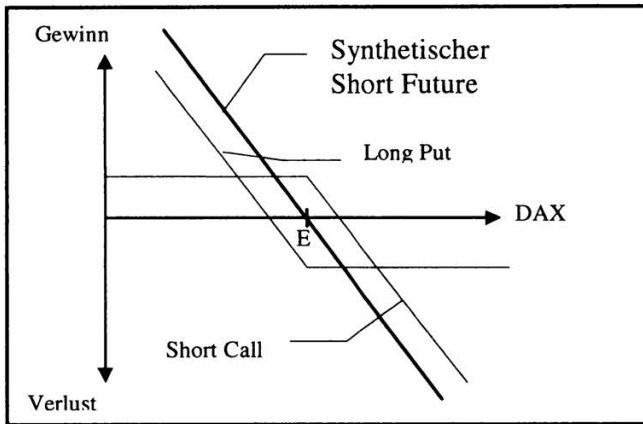


Abbildung 3: Der synthetische Short Future

Der Kauf einer dem Basiswert entsprechenden Kassaposition (Long-Kassaposition) zum Zeitpunkt  $t$  entspricht dem Kauf eines Calls und dem Verkauf eines Puts mit identischem Basispreis und Laufzeit zuzüglich dem Barwert dieses Basispreises.

Analog gilt für eine Short-Kassaposition:

$$(2) \quad -S_t = -E \cdot e^{-i(T-t)} - C_{E,t,T} + P_{E,t,T}$$

Somit entspricht der Kassa-Leerverkauf des Basiswertes in  $t$  dem Verkauf eines Calls, dem gleichzeitigen Kauf eines Puts mit identischem Basispreis und Laufzeit abzüglich des Barwertes dieses Basispreises.

Gemäß des „Cost-of-Carry-Modells“ gilt für die Bewertung eines Futures zum Zeitpunkt  $t$  mit Verfalltermin  $T$  ( $F_{t,T}$ ):<sup>17</sup>

$$(3) \quad F_{t,T} = S_t \cdot e^{i(T-t)}$$

Wird Gleichung (3) nach  $S_t$  aufgelöst und mit Gleichung (1) zusammengefaßt, ergibt sich:<sup>18</sup>

<sup>17</sup> Vgl. Röder (1994), S. 65.

<sup>18</sup> Bei Aufbau einer tatsächlichen Arbitrageposition sind die unterschiedlichen Kontraktgrößen zu berücksichtigen. Einem FDAX entspricht eine Optionskombination aus 10 Call und 10 Put. Hierauf wird aus Übersichtlichkeitsgründen in der formalen Darstellung verzichtet.

$$(4) \quad \frac{F_{t,T}}{e^{i(T-t)}} = E \cdot e^{-i(T-t)} + C_{E,t,T} - P_{E,t,T}$$

bzw.

$$(5) \quad F_{t,T} = E + (C_{E,t,T} - P_{E,t,T}) \cdot e^{i(T-t)}$$

Eine Long-Future-Position läßt sich durch den Kauf einer Kaufoption und den Verkauf einer Verkaufsoption mit identischem Basispreis und Verfalltag synthetisieren. Hinzu kommen die Finanzierungskosten bzw. -erträge aus der Conversion und der Basispreis.<sup>19</sup>

Für die Short-Future-Position gilt entsprechend:

$$(6) \quad -F_{t,T} = -E + (P_{E,t,T} - C_{E,t,T}) \cdot e^{i(T-t)}$$

Können am Markt von Gleichung (5) und (6) abweichende Relationen beobachtet werden, so besteht die Möglichkeit der Arbitrage.<sup>20</sup>

Unter Vernachlässigung der Transaktionskosten und unter Berücksichtigung von Geld- ( $C^G$ ) und Brief-Kursen ( $F^B, P^B$ ) bzw. Settlementpreisen ( $F^S, S^S$ ) ergibt sich folgendes Arbitrage tableau.<sup>21</sup>

	Transaktion in t	Zahlungsstrom in t	Transaktion in T	Zahlungsstrom in T
Futuresmarkt	Long Future	0	Final Settlement	$F_T^S - F_{t,T}^B$
Optionsmarkt	Short Call, Long Put	$+C_{t,T}^G - P_{t,T}^B$	Final Settlement	$E - S_T^S$
Geldmarkt	Anlage / Finanzierung des Saldos	$-C_{t,T}^G + P_{t,T}^B$	Auflösung	$(C_{t,T}^G - P_{t,T}^B) \cdot e^{i(T-t)}$

Im Arbitragegleichgewicht darf weder in  $t$  noch in  $T$  ein positiver oder negativer Zahlungssaldo auftreten. Dies ist für  $t$  unmittelbar einsichtig. Der Aufbau einer Long-Future-Position verursacht keinen Zahlungs-

<sup>19</sup> Im folgenden wird von einem Halten der Arbitrageposition bis zum Final Settlement ausgegangen.

<sup>20</sup> Soll diese tatsächlich durchgeführt werden, so sind die gerade geltenden Geld-Brief-Spannen und Transaktionskosten zu berücksichtigen.

<sup>21</sup> Bei Aufbau einer Arbitrageposition aus Short Future, Long Call und Short Put drehen sich die Vorzeichen im Arbitrage tableau entsprechend um.

strom<sup>22</sup> und der Netto-Cash-Flow der Optionsposition wird entweder über den Geldmarkt finanziert oder dort angelegt.<sup>23</sup>

Für  $T$  gilt:

$$(7) \quad O = F_T^S - F_{t,T}^B + E - S_T^S + (C_{t,T}^G - P_{t,T}^B) \cdot e^{i(T-t)}$$

Hier ist es von besonderer Bedeutung, daß der Abrechnungspreis der ODAX ( $S_T^S$ ) gleich dem Schlußabrechnungspreis (final settlement price) des FDAX ( $F_T^S$ ) ist. Unter dieser Voraussetzung kann Gleichung (7) umgeformt werden zu:

$$(8) \quad F_{t,T}^B = E + (C_{E,t,T}^G - P_{E,t,T}^B) \cdot e^{i(T-t)}$$

Kann am Markt eine Abweichung von Gleichung (8) in der Form:

$$(9) \quad F_{t,T}^B < E + (C_{E,t,T}^G - P_{E,t,T}^B) \cdot e^{i(T-t)}$$

beobachtet werden, so besteht die Möglichkeit zur Arbitrage. Hierzu wird der unterbewertete FDAX gekauft und ein ODAX Reversal aufgebaut.

Ist der FDAX hingegen überbewertet, so besteht, unter Berücksichtigung von Geld- und Brief-Kursen, die Möglichkeit zur Arbitrage, wenn gilt:

$$(10) \quad F_{t,T}^G > E + (C_{E,t,T}^B - P_{E,t,T}^G) \cdot e^{i(T-t)}$$

Hier wird in  $t$  der zu teure FDAX verkauft und ein ODAX Conversion aufgebaut. Es wird zudem deutlich, daß bei Einbeziehung von Geld-Brief-Spannen ein arbitragefreier Kanal entsteht, der durch Transaktionskosten und die an der DTB geltenden Kontraktpezifikationen noch vergrößert wird. Diese für die Durchführung von Arbitragetransaktionen wichtigen Rahmenbedingungen werden im nächsten Abschnitt vorgestellt.

### 3. Probleme beim Aufbau der Arbitrageposition

Um eine Arbitrageposition zwischen diesen beiden Produkten aufbauen zu können, müssen sie zunächst einmal einen identischen Basiswert bzw. Kontraktgegenstand besitzen. Dies ist bei FDAX und ODAX

<sup>22</sup> Marginzahlungen (Additional Margin und Variation Margin) werden nicht berücksichtigt.

<sup>23</sup> Dabei gilt: Sollzins = Habenzins.



der Fall. Dennoch gibt es, wie aus Tabelle 1 ersichtlich, einige nicht unerhebliche Unterschiede im Kontraktdesign, die von Arbitrageuren zu beachten sind.

Zunächst besitzt der FDAX nur vier Liefermonate<sup>24</sup> im Jahr, so daß zum Aufbau einer Arbitrage nur die ODAX mit Verfallmonat März, Juni, September und Dezember herangezogen werden können. Von besonderer Bedeutung ist weiterhin die Ermittlung des Schlußabrechnungspreises. Beide Kontrakte werden zunächst durch Barausgleich abgerechnet, eine physische Erfüllung ist somit nicht möglich. Allerdings ermittelt sich der final settlement price des FDAX durch die Eröffnungskurse der 30 DAX-Werte an der Frankfurter Wertpapierbörse. Der Schlußabrechnungspreis der ODAX wird zwar am gleichen Tag an der Frankfurter Wertpapierbörse ermittelt, jedoch erst als Durchschnittswert der zehn DAX-Notierungen zwischen 13:21 und 13:30 Uhr. Somit ist die Voraussetzung für Gleichung (8) tatsächlich nicht gegeben, es besteht ein Basisrisiko.<sup>25</sup> Zu berücksichtigen ist außerdem der unterschiedliche Kontraktwert; zum Aufbau eines synthetischen Futures werden jeweils zehn ODAX benötigt.

Ein weiteres Problem sind die Marginzahlungen. Die Additional Margin des FDAX und die Gesamtmargin<sup>26</sup> der verkauften ODAX können unberücksichtigt bleiben, wenn sie durch Verpfändung festverzinslicher Wertpapiere geleistet werden. Sie führt somit nicht zu Cash-Flows. Allerdings ist der tägliche Gewinn-/Verlustausgleich (Variation Margin) des FDAX zu finanzieren. Seine Höhe hängt vom Kursverlauf des Futures während der Halteperiode ab und ist ex ante unbekannt.<sup>27</sup> So besteht bei Aufbau einer Arbitrageposition ein zusätzliches Liquiditätsrisiko. Eine Variation Margin gibt es bei den ODAX nicht.

---

<sup>24</sup> Als Liefermonat wird der Monat bezeichnet, in dem der Liefertag liegt.

<sup>25</sup> Für den untersuchten Verfallmonat September 1994 betrug der final settlement price des FDAX 2139,46 und der final settlement price der ODAX 2114,86.

<sup>26</sup> Die Gesamtmargin der ODAX setzt sich aus Premium Margin und Additional Margin zusammen. Vgl. *DTB* (Hrsg., 1993), S. 13.

<sup>27</sup> Zur Bewertungsrelevanz des sogenannten Marking to Market vgl. *Berendes* (1994), S. 10 ff.

### III. Empirische Überprüfung der Arbitragemöglichkeiten zwischen FDAX und ODAX

In diesem Kapitel wird überprüft, ob ex post Arbitragemöglichkeiten zwischen FDAX und ODAX festzustellen waren. Hierzu wurde die Gültigkeit der Gleichung (5) bzw. (6) überprüft.<sup>28</sup>

#### 1. Das Datenmaterial

Für die Untersuchung wurde Datenmaterial genutzt, welches von der DTB als „Times and Sales Sheet“ bereitgestellt wird. Die Analyse bezieht sich ausschließlich auf die Kontrakte mit Verfalltermin September 1994. Dabei fanden die Handelsmonate April 1994 bis einschließlich September 1994 Berücksichtigung, da nur in diesen letzten sechs Monaten ein adäquates Handelsvolumen festzustellen war. Die Tabelle 2 zeigt die Struktur der verwendeten Daten.

Insgesamt fließen in die Untersuchung 198755 FDAX-Transaktionen und 49140 ODAX-Transaktionen<sup>29</sup> ein.

#### 2. Untersuchungsdesign

Für die empirische Analyse wurden zunächst die ODAX-Daten so sortiert, daß zu jeder Put-Transaktion im Beobachtungszeitraum eine korrespondierende Call-Transaktion zugeordnet wurde. Dabei mußten sich der Basispreis und der Verfalltermin entsprechen. Das Mindestvolumen der Transaktion betrug zehn Kontrakte auf der Call- und auf der Put-Seite.<sup>30</sup> Der Zeitunterschied der Call-Transaktion und der Put-Transaktion durfte 30 Sekunden nicht überschreiten. Für die weitere Auswertung wurden nur die diese Kriterien erfüllenden Put- und Call-Transaktionen berücksichtigt, alle anderen sieden für die Untersuchung aus.

Diesen Optionstransaktionen wurde eine FDAX-Transaktion zugeordnet, die sich im Verfallmonat entsprach und deren Handelszeitpunkt

---

<sup>28</sup> Die Finanzierungskosten der Optionsposition wurden wegen ihrer Geringfügigkeit bei der Untersuchung vernachlässigt.

<sup>29</sup> Davon 24500 ODAX<sub>Call</sub>- und 24640 ODAX<sub>Put</sub>-Transaktionen. Aufgrund der Datenanzahl scheint die Beschränkung der Untersuchung auf einen Verfalltermin gerechtfertigt.

<sup>30</sup> Aufgrund des unterschiedlichen Kontraktwertes von ODAX und FDAX, vgl. Kapitel II.

*Tabelle 2*  
**Datenstruktur**

ODAX		Produktbezeichnung	FDAX
C	P	Produkttyp	-
Monatszahl		Verfallsmonat	Monatszahl
Jahreszahl		Verfallsjahr	Jahreszahl
Tagesdatum		Handelstag	Tagesdatum
Zeit des Ab- schlusses	Zeit des Ab- schlusses	Handelsuhrzeit (hh:mm:ss)	Zeit des Abschlusses
DM-Betrag	DM-Betrag	Preis	Futurewert
Umsatz zum Zeitpunkt	Umsatz zum Zeitpunkt	Handelsvolumen	Umsatz zum Zeitpunkt

nicht mehr als 30 Sekunden von der betrachteten Put-Transaktion abwich.

Somit ergab sich ein maximaler Arbitragezeitraum von einer Minute. Die so ausgewählten Transaktionen gingen sämtlich in die Auswertung ein.

Neben der Geld-Brief-Spanne bestimmen sich die Arbitragegrenzen im wesentlichen durch die anfallenden Transaktionskosten. Da keine gestellten Geld-Brief-Kurse für die Untersuchung zur Verfügung standen, müssen sie bei der Festlegung der Arbitrageschranken geschätzt werden. Die geringste Geld-Brief-Spanne beim FDAX ergibt sich durch den Tick,<sup>31</sup> er beträgt 0,5 Punkte, der Tick-Wert ist somit DM 50,-. Bei den ODAX ergibt sich ein Tick von 0,10 DM. Der Tick-Wert für Put- und Call-Seite summiert sich somit auf DM 20,-.

Eine Abweichung von Gleichung (5) oder (6) wird derjenige Marktteilnehmer ausnutzen können, der die geringsten Transaktionskosten beim Aufbau der Arbitrageposition hat. Als relevante Transaktionskosten gelten nur die variablen Kosten, also die durch die DTB festgelegten Transaktionsentgelte. Sie unterscheiden sich für verschiedene Gruppen

<sup>31</sup> Der Tick ist die kleinste mögliche Preisveränderung eines Kontraktes.

*Tabelle 3*  
**Transaktionskosten eines Market-Makers**

Position	Kosten pro Position (inkl. Glattstellungs- bzw. Ausübungskosten)	Minimal mögliche Geld-Brief-Spanne	Gesamt
<b>Kauf 1 FDAX</b>	DM 6,-	DM 50,-	DM 56,-
<b>Verkauf 10 ODAX<sub>Call</sub></b>	DM 0,80	DM 10,-	DM 18,-
<b>Kauf 10 ODAX<sub>Put</sub></b>	DM 0,80	DM 10,-	DM 18,-
<b>Gesamtsumme</b>	-		DM 92,-

von Marktteilnehmern und für die einzelnen Produkte.<sup>32</sup> Die niedrigsten Transaktionsentgelte werden den Market-Makern<sup>33</sup> eingeräumt. Tabelle 3 zeigt die relevanten Transaktionskosten eines Market-Makers unter Berücksichtigung der Geld-Brief-Spanne.

Der am Markt identifizierte „Low Costs-Arbitrageur“ benötigt nur eine Fehlbewertung von mehr als DM 92,-,<sup>34</sup> um eine Arbitrageposition gewinnbringend zu etablieren.

Für alle anderen Marktteilnehmer gelten die DTB-Transaktionsentgelte der Tabelle 4.

Da nur die Optionsprodukte an der DTB nach dem Market-Maker-Prinzip gehandelt werden, besitzt diese Gruppe nur bei ODAX einen Kostenvorteil. Diese Transaktionsentgelte sind aber nur für solche Marktteilnehmer die relevante Untergrenze, die nicht noch zusätzlich für jede Transaktion Bankprovisionen oder ähnliches zu leisten haben. Dies wird bei einem Privatanleger generell der Fall sein, er scheidet deshalb als eigene Betrachtungsgruppe aus.

<sup>32</sup> Vgl. DTB (Hrsg., 1994, Regelwerk, sonstige Vorschriften, Preisverzeichnis), S. 2 ff.

<sup>33</sup> Aufgabe von Market-Makern ist es, durch das Stellen verbindlicher Geld- und Briefkurse für Liquidität und Markttiefe zu sorgen. Sie können allerdings auch gleichzeitig auf eigene oder fremde Rechnung Geschäfte abschließen. Vgl. Braumberger / Knipp (1989), S. 107.

<sup>34</sup> Unter Vernachlässigung der kontraktsspezifischen Probleme.

Tabelle 4

**Transaktionsentgelte der DTB für Nicht-Market-Maker**

Position	Kosten pro Kontrakt (inkl. Glattstellungs- bzw. Ausübungskosten)	Minimal mögliche Geld-Brief-Spanne	Gesamt
Kauf 1 FDAX	DM 6,-	DM 50,-	DM 56,-
Verkauf 10 ODAX <sub>Call</sub>	DM 2,-	DM 10,-	DM 30,-
Kauf 10 ODAX <sub>Put</sub>	DM 2,-	DM 10,-	DM 30,-
Gesamtsumme	-		DM 116,-

Tabelle 5

**Übersicht über die untersuchten Arbitragegrenzen**

Marktteilnehmer	Grenze
A	DM 92,-
B	DM 116,-
C <sup>35</sup>	DM 200,-
D	DM 500,-

Da die Geld-Brief-Spannen im Einzelfall nicht bekannt waren, wird aus Vereinfachungsgründen von einem symmetrischen Arbitrageband ausgegangen.

Um eine Klassifizierung der ermittelten Fehlbewertungen durchführen zu können, werden hieraus unterschiedliche, symmetrische Arbitragegrenzen konstruiert, die sich aus den oben beschriebenen Transaktionskosten und Geld-Brief-Spannen begründen lassen.

<sup>35</sup> Näherungswert für die Transaktionskosten einschließlich der Geld-Brief-Spanne bei vorzeitiger Auflösung der Arbitrageposition. Da hier ein Teil der Transaktionsentgelte erst bei Auflösung der Position zu zahlen wäre, müsste strenggenommen der Barwert dieser Zahlungen berücksichtigt werden.

## 3. Ergebnisse

Für den Untersuchungszeitraum April bis September 1994 wurden durch die oben beschriebene Sortiermethode insgesamt 3025 Übereinstimmungen als potentielle Arbitragemöglichkeiten ermittelt. Wie Tabelle 6 zeigt, verteilen sie sich jedoch nicht gleichmäßig über die betrachteten Handelsmonate, sondern liegen schwerpunktmäßig im August und September. Die mittlere absolute Abweichung ist definiert als:<sup>36, 37</sup>

$$\frac{\sum_{i=1}^n |\text{synFDAX}_i - \text{FDAX}_i| \cdot 100}{n}$$

Zur Überprüfung der Effizienz des Marktes wurde die These:

$$H_0; \mu < \text{Arbitragegrenze in DM}$$

mit Hilfe eines approximativen Gauß-Testes überprüft.

Die mittlere Abweichung ist in den Monaten April bis Juli deutlich höher als in den Monaten August und September, allerdings besitzen diese Werte aufgrund der geringen Anzahl der Arbitragemöglichkeiten nur wenig Aussagekraft. Eine Zeitabhängigkeit der Fehlbewertungen für

Tabelle 6

## Ergebnisübersicht über den Gesamtzeitraum

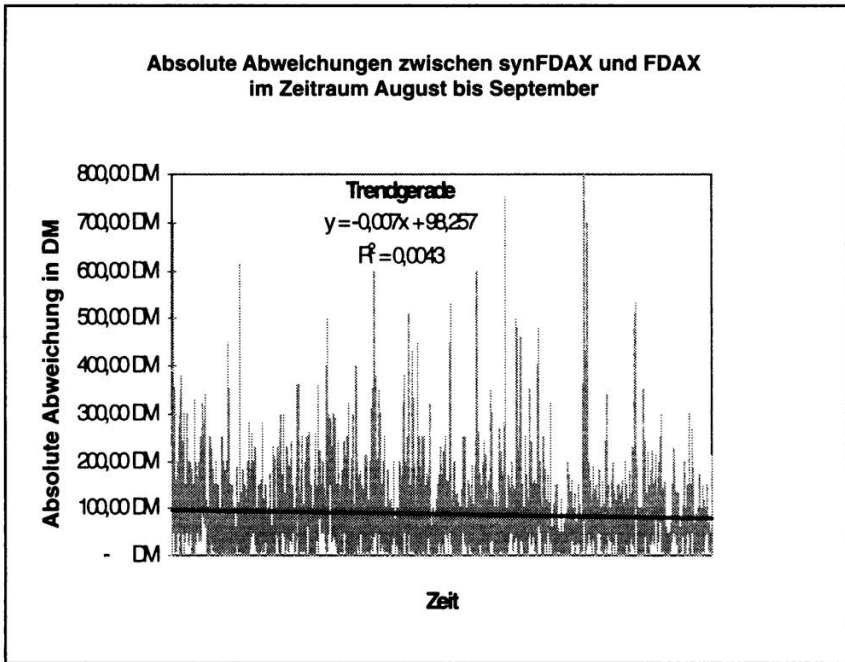
Monat <sup>38</sup>	Arbitragemöglichkeiten	Mittlere absolute Abweichung in DM	t-St. Für Arbitragegrenze A <sup>39</sup>	t-St. Für Arbitragegrenze B	t-St. Für Arbitragegrenze C
April	4	DM 205,00	-	-	-
Mai	9	DM 255,56	-	-	-
Juni	102	DM 308,92	8,0988	7,2028	4,0666
Juli	120	DM 188,67	7,8646	5,9121	-0,9218
August	1.033	DM 93,52	0,5901	-8,7271	-41,3371
September	1.757	DM 85,49	-3,0945	-14,5046	-54,4388
Gesamt	3.025	DM 100,52	4,2807	-7,7777	-49,9822

<sup>36</sup> Um die Abweichung für eine Transaktion zu ermitteln, ist der Wert mit 100 zu multiplizieren.

<sup>37</sup> Als synFDAX wird der durch die Optionskombination synthetisierte FDAX bezeichnet.

<sup>38</sup> Für die Monate April und Mai konnte aufgrund des geringen Stichprobenumfangs die These nicht überprüft werden.

<sup>39</sup> Werte der T-Statistik größer 2,3263 lassen die Ablehnung von  $H_0: \mu < \text{Arbitragegrenze}$  zum Signifikanzniveau 0,01 zu.



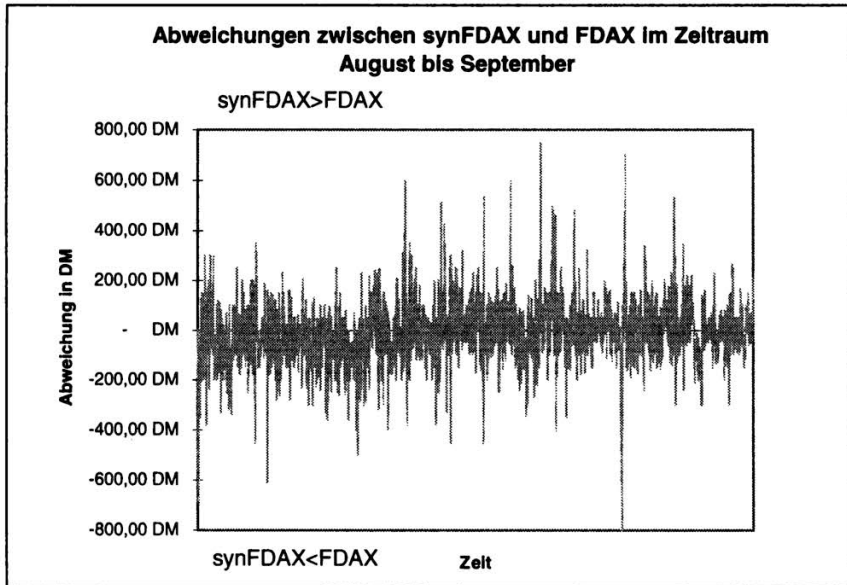
*Abbildung 4: Absolute Abweichungen zwischen synFDAX und FDAX  
im August und September*

August und September kann nicht gefunden werden.<sup>40</sup> Die graphische Darstellung der absoluten Abweichungen erfolgt in Abbildung 4.

Eine durchgeführte Regressionsanalyse zeigt zwar einen leicht negativen Verlauf der Regressionsgeraden und läßt damit eine Abnahme der Arbitragemöglichkeiten zum Kontraktverfall vermuten, jedoch liegt das empirische Bestimmtheitsmaß nahezu bei Null, so daß keine Zeitabhängigkeit angenommen werden kann.

Eine Unterscheidung in positive und negative Abweichungen zeigt für die einzelnen Monate kein einheitliches Bild (vgl. Tabelle 7). Wie Abbildung 5 zeigt, wechselt das Vorzeichen der Fehlbewertung in den Monaten August und September häufig. Dies gilt auch für einzelne größere Abweichungen von über DM 500,-.

<sup>40</sup> Im Gegensatz dazu stehen die Ergebnisse von *Kempf/Korn* (1996) für die DAX-Future-Arbitrage.



*Abbildung 5: Abweichungen zwischen synFDAX und FDAX  
im August und September*

*Tabelle 7*

**Anzahl der positiven und negativen Abweichungen**

Monat	Positive Abw.	Negative Abw.	Keine Abw.	Gesamt
April	2	2	0	4
Mai	4	5	0	9
Juni	60	37	5	102
Juli	21	96	3	120
August	286	650	97	1033
September	869	703	185	1757
Gesamt	1242	1493	290	3025



In der folgenden Tabelle sind die Arbitragesignale, die während der jeweiligen Untersuchungsperiode auftraten, dargestellt. Dabei sind sowohl die absoluten Häufigkeiten als auch die prozentualen Häufigkeiten bezüglich der insgesamt gefundenen Arbitragemöglichkeiten dargestellt.

Die prozentualen Abweichungen beziehen sich auf die Gesamtanzahl der Möglichkeiten im jeweils betrachteten Monat. Auffällig ist, daß der Anteil der nicht ausnutzbaren Arbitragemöglichkeiten<sup>41</sup> für die Monate August und September relativ hoch ist (ca. 57 % der gefundenen Übereinstimmungen im August und sogar 74 % im September).

Der Markt scheint ein Fehlbewertungsband von ca. DM 100,- zuzulassen. Fast 70 % der insgesamt betrachteten Arbitragemöglichkeiten liegen innerhalb eines Kanals von DM 100,-. Wird dieses Arbitrageband auf DM 150,- ausgedehnt, dann erhöht sich die Anzahl auf über 80 % der Gesamtbeobachtungen. Auch die mittlere absolute Abweichung aus Tabelle 6 von DM 100,52 stützt diese These.

**Tabelle 8**  
**Übersicht über die individuellen Arbitragesignale**

Monat	„A“ (≥ DM 92,-)	„B“ (≥ DM 116,-)	„C“ (≥ DM 200,-)	„D“ (≥ DM 500,-)
April (4 Möglichk.)	4 100 %	3 75 %	1 25 %	0 -
Mai (9 Möglichk.)	8 88,8 %	8 88,8 %	6 66,7 %	0 -
Juni (102 Mögl.)	87 85,3 %	71 69,6 %	66 64,7 %	21 20,6 %
Juli (120 Mögl.)	88 73,3 %	73 60,8 %	54 45 %	6 5,0 %
August (1033 Mögl.)	443 42,9 %	296 28,7 %	121 11,7 %	3 0,3%
September (1757 Mögl.)	630 35,9 %	411 23,4 %	157 8,9 %	12 0,7%

<sup>41</sup> Als nicht ausnutzbar gilt hier eine Fehlbewertung von weniger als DM 92,-.

#### 4. Ergebnisinterpretation

Die gefundenen Fehlbewertungen sind, trotz des mit der Ex-post-Analyse relativ groben Untersuchungsdesigns, erstaunlich gering. Die kontraktsspezifischen Risiken des nicht identischen Schlußabrechnungspreises für FDAX und ODAX und der unterschiedlichen Marginzahlungen scheinen keine entscheidende Rolle zu spielen. Die in bisherigen empirischen Untersuchungen gefundenen Fehlbewertungen zwischen dem FDAX und dem Kassa-DAX sind um ein Vielfaches größer.<sup>42</sup> Dies liegt zunächst sicherlich an den im Vergleich zum Kassamarkt extrem niedrigen Transaktionskosten.<sup>43</sup> Allerdings entfallen für die untersuchten DTB-Produkte auch jegliche Leerverkaufsbeschränkungen, ebenso tritt das Problem der Stale Prices<sup>44</sup> nicht auf. Da bei einer Arbitrage zwischen FDAX und ODAX keine Kassa-Position gehalten wird, haben die Dividendenausschüttungen keinen Einfluß.<sup>45</sup>

Ferner zeigen die Untersuchungen FDAX versus Kassa-DAX eine überwiegende Möglichkeit zur Short-Arbitrage.<sup>46</sup> Für die Arbitrage zwischen FDAX und ODAX kann dies nicht bestätigt werden, nach Tabelle 7 finden sich nahezu ausgeglichen positive und negative Fehlbewertungen. Dies hat auch Auswirkungen auf den Wert der Early-Unwinding-Option.<sup>47</sup> Diese dürfte bei häufigem Wechsel des Fehlbewertungsvorzeichens tendenziell hoch sein und entschärft besonders das Problem der nicht identischen Schlußabrechnungspreise, da der Arbitrageur oft die Gelegenheit hat, seine Positionen vor Fälligkeit der Kontrakte gewinnbringend glattzustellen.

Weitere Untersuchungen müssen zeigen, ob auch die Marktform (Computerbörse an der DTB und Parkettbörse an der Frankfurter Wertpapierbörse) Einfluß auf die Arbitragemöglichkeiten haben.<sup>48</sup> Der Aufbau einer Arbitrageposition kann zeitlich synchron über die Handelsbildschirme der DTB erfolgen. Der Umweg über Händler und Makler an den Parkett-

---

<sup>42</sup> Vgl. die Literaturangaben in Fußnote 1.

<sup>43</sup> Ein „Roundtrip“ am Aktienmarkt kostet einen institutionellen Marktteilnehmer ca. DM 10 320,-, vgl. *Loistl/Kobinger* (1993), S. 53.

<sup>44</sup> Vgl. *Kleidon* (1992), S. 483 ff.

<sup>45</sup> Im Gegensatz zur DAX-Future-Arbitrage bei *Bamberg/Röder* (1994), S. 1549 ff.

<sup>46</sup> Vgl. *Loistl/Kobinger* (1993), S. 78, *Bühler/Kempf* (1993), S. 560, *Prigge/Schlag* (1992), S. 303.

<sup>47</sup> Vgl. *Brennan/Schwartz* (1990), S. 11.

<sup>48</sup> *Schäfer* (1995), S. 127, behauptet fortlaufende Fehlbewertungen (Verletzung der Gleichungen (1) und (2)) zwischen ODAX und Kassa-DAX.

börsen braucht nicht zu erfolgen. Die hier aufgezeigten Ergebnisse lassen auch eine Beeinflussung der Preispolitik der Market-Maker am ODAX-Markt durch den FDAX vermuten.

#### IV. Zusammenfassung

Arbitragebeziehungen zwischen den Optionen auf den DAX und dem DAX-Future, also zwei an der Deutschen Terminbörse gehandelten derivativen Finanzinstrumenten, wurden bisher nicht empirisch untersucht. Das hier mit Hilfe des Cost-of-Carry-Ansatzes und der Put-Call-Parität abgeleitete Bewertungsmodell wurde einer empirischen Überprüfung unterzogen. Trotz der von der DTB festgelegten Kontraktsspezifikationen, die eine Arbitrage erschweren, konnte nur eine durchschnittliche Fehlbeurteilung von ca. DM 100,- gefunden werden. Im Vergleich zu den Fehlbeurteilungen zwischen DAX-Future und Kassa-DAX ist diese verschwindend gering. Beide Märkte für die derivativen Instrumente befinden sich demnach im theoretisch ermittelten Gleichgewicht.

#### Literatur

*Bamberg, G./Röder, K.* (1993): Arbitrage am DAX-Futures Markt unter Berücksichtigung von Einkommensteuern, in: *Kredit und Kapital* 4/1993, S. 575 - 603. – *Bamberg, G./Röder, K.* (1994): Arbitrage institutioneller Anleger am DAX-Futures Markt unter Berücksichtigung von Körperschaftsteuern und Dividenden, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft* 12/1994, S. 1533 - 1565. – *Berendes, M.* (1994): Analyse der Preiskomponenten von Anleihe-Futures, Wiesbaden 1994. – *Braunberger, G./Knipp, T.* (1989): Die Deutsche Terminbörse, Neue Möglichkeiten für den Anleger, Frankfurt/Main 1989. – *Brennan, M. J./Schwartz, E. S.* (1990): Arbitrage in Stock Index Futures, in: *Journal of Business*, Vol. 63, 1990, S. 7 - 31. – *Bühler, W./Kempf, A.* (1993): Der DAX-Future: Kursverhalten und Arbitragemöglichkeiten, in: *Kredit und Kapital*, 4/1993, S. 533 - 574. – *Cornell, B./French, K.* (1983): The Pricing of Stock Index Futures, in: *Journal of Futures Markets*, Vol. 3, 1983, S. 1 - 14. – *Deutsche Börse AG* (Hrsg. 1992 - 1996): Statistik Report Monatsausgaben, Frankfurt/Main. – *Deutsche Terminbörse (DTB)* (Hrsg. 1995): DTB Regelwerk, Frankfurt 1995. – *Kempf, A./Korn, O.* (1996): Preisführerschaft und imperfekte Arbitrage, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft* 7/96, S. 837 - 859. – *Kleidon, A. W.* (1992): Arbitrage, Nontrading, and Stale Prices: October 1987, in: *Journal of Business*, Vol. 65, 1992, S. 483 - 507. – *Lingner, U.* (1987): Optionen, Wiesbaden 1987. – *Loistl, O./Kobinger, M.* (1993): Index-Arbitrage insbesondere mit DAX-Futures, 2. korrigierte Auflage, in: *Deutsche Vereinigung für Finanzanalyse und Anlageberatung, Beiträge zur Wertpapieranalyse* Nr. 28, 1993. – *Merz, F.* (1995): DAX-Future Arbitrage, Heidelberg 1995. – *Prigge, J./Schlag, Ch.* (1992): Die Bewertung des DAX-Future-Kontrakts an der deutschen Terminbörse, in: *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft* 4/1992, S. 299 - 307. – *Röder, K.* (1994): Der DAX-

Future, Bergisch-Gladbach/Köln 1994. – Röder, K./Bamberg, G. (1996): Intraday-Volatilität und Expiration-Day-Effekte am deutschen Aktienmarkt, in: Kredit und Kapital 2/96, S. 244 - 276. – Schäfer, K. (1995): Einsatz und Bewertung von Options Futures, in: Derivative Finanzinstrumente, Hrsg. Rudolph, B., Stuttgart 1995. – Smith, C. (1987): Option Strategies, Profit-Making Techniques for Stock, Stock Index, and Commodity Options, New York 1987. – Steiner, M./Bruns, C. (1994): Wertpapiermanagement, 3. Auflage, Stuttgart 1994. – Welcker, J./Kloy, J. W./Schindler, K. (1992): Professionelles Optionsgeschäft, 3. Auflage, Zürich 1992.

## Zusammenfassung

### Die Preisbeziehung zwischen Optionen auf den DAX und dem DAX-Future an der DTB

Diese Arbeit untersucht erstmals für den deutschen Terminmarkt die Arbitragemöglichkeiten zwischen dem DAX-Future und den Optionen auf den DAX. Beide Derivate gehören zu den meistgehandelten an der Deutschen Terminbörse. Die empirische Untersuchung für die Produkte mit Verfalltermin September 1994 zeigen bei Berücksichtigung von Transaktionskosten und Geld-Brief-Spannen für die letzten beiden Handelsmonate vor Verfall kaum ausnutzbare Arbitragemöglichkeiten. Die beiden Produkte scheinen sich – trotz einiger für die Arbitrage problematischer institutioneller Rahmenbedingungen – im theoretisch formulierten Preisgleichgewicht zu befinden. Im Gegensatz zu Untersuchungen über Arbitrage zwischen dem Kassa-DAX und dem DAX-Future finden sich keine laufzeitabhängigen Fehlbewertungen. Auch wechselt das Vorzeichen der Fehlbewertung häufig, so daß keine Vorteilhaftigkeit für eine bestimmte Arbitragestrategie festgestellt werden konnte. (JEL G13)

## Summary

### Price Relationships between DAX Options and DAX Futures at the DTB

This contribution represents the first analysis of the arbitrage opportunities that exist between the DAX future and the DAX option in the German futures market. Both derivatives are among the most widely traded products in the German futures market. The empirical analysis of products expiring in September 1994 show hardly any arbitrage opportunities, worth to be exploited, for the last two trading months preceding expiry when transaction costs and bid-ask margins are taken into account. It appears that the two products are in a theoretically formulated state of price balance in spite of a few institutional framework conditions that must be referred to as problematic, overall. Contrary to analyses of arbitrage opportunities between the spot DAX and the DAX future, no errors have been committed in lifetime-related evaluations of products. Moreover, the mathematical symbols of wrong evaluations change so often that none of the specific arbitrage strategies may be referred to as advantageous.

## Résumé

### **Le rapport des prix entre les options sur l'indice DAX et les opérations à terme sur l'indice DAX à la bourse à terme allemande**

Ce travail analyse tout d'abord les possibilités d'arbitrage entre les opérations à terme sur l'indice DAX et les options sur l'indice DAX pour le marché à terme allemand. Les deux dérivées comptent parmi les transactions les plus courantes sur la bourse à terme allemande. L'analyse empirique des produits qui viennent à échéance en septembre 1994 montre qu'en tenant compte des coûts de transactions et des marges entre cours vendeur et acheteur, il n'y a quasiment aucune possibilité d'arbitrage utilisable pour les deux derniers mois d'opérations. Les deux produits semblent se trouver dans une situation d'équilibre théorique des prix malgré quelques conditions-cadres institutionnelles problématiques pour l'arbitrage. Contrairement aux analyses d'arbitrage entre les opérations au comptant sur l'indice DAX et les opérations à terme sur l'indice DAX, il n'y a pas d'évaluation incorrecte en fonction des échéances. En plus, la tendance de l'évaluation incorrecte change souvent, de sorte qu'on ne peut pas constater d'avantage pour une stratégie d'arbitrage déterminée.