

## Messung des besonderen Kursrisikos durch Varianzzerlegung

Von Stefan Huschens, Dresden

### I. Eigenkapitalunterlegung des besonderen Risikos

Am 29.10.1997 veröffentlichte das Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen die *Bekanntmachung über die Änderung und Ergänzung der Grundsätze über das Eigenkapital und die Liquidität der Kreditinstitute* (BAKred-2). Abweichend vom wenige Monate älteren *Entwurf* (BAKred-1), aber in Übereinstimmung mit der aktuellen Baseler Vorschrift (Basel-4, Basel-5) kann die erforderliche Eigenkapitalunterlegung auch für das *besondere Kursrisiko* von aktien- und zinsbezogenen Finanzinstrumenten durch Risikomodelle ermittelt werden (BAKred-2, § 32 Abs. 1, § 32 Abs. 3 und § 33 Abs. 2). Das besondere Kursrisiko wird in der Kapitaladäquanzrichtlinie (CAD) und in den Baseler Regelungen (Basel-1, Basel-2, Basel-4, Basel-5) als *spezifisches Risiko* bezeichnet. Für das besondere Kursrisiko ist ein VaR (Value-at-Risk) oder *potentieller Risikobetrag*, so die offizielle Übersetzung für VaR in der *Bekanntmachung*, isoliert zu berechnen und für die Bestimmung der erforderlichen Eigenkapitalunterlegung mit dem Faktor 4 zu multiplizieren:

„(...) sofern das Modell zur Ermittlung des Teilanrechnungsbetrages für das besondere Kursrisiko verwendet wird, beträgt der für den hierfür ermittelten potentiellen Risikobetrag anzuwendende Gewichtungsfaktor 4.“ (BAKred-2, § 33 Abs. 2 Satz 1)

Das erforderliche Eigenkapital (EK) bestimmt sich also im einfachsten Fall gemäß der Regel

$$(1) \quad EK = \max \{ VaR^{(a)}, 3 \cdot DVaR^{(a)} \} + \max \{ VaR^{(b)}, 4 \cdot DVaR^{(b)} \}.$$

Dabei bezeichnen VaR<sup>(a)</sup> bzw. VaR<sup>(b)</sup> den aktuellen<sup>1</sup> VaR für das allgemeine und das besondere Marktrisiko. DVaR<sup>(a)</sup> und DVaR<sup>(b)</sup> bezeichnen den 60-Tage-Durchschnitt<sup>2</sup> der zurückliegenden VaR-Beträge für das allgemeine und das besondere Marktrisiko.

Die Gewichtungsfaktoren 3 für das allgemeine und 4 für das besondere Marktrisiko können durch das Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen erhöht werden (BAKred-2, § 33 Abs. 2 Satz 2). Gründe können die unvollständige Einhaltung der qualitativen Anforderungen (BAKred-2, § 36) oder die Backtestingergebnisse sein (BAKred-2, § 37). Vergleiche zum letzten Punkt auch (Basel-3). Nicht eindeutig geregelt ist, ob die beiden Gewichtungsfaktoren nur gemeinsam und um den gleichen Betrag geändert werden können.

Wird das besondere Kursrisiko nicht durch interne Risikomodelle erfaßt, so wird der zweite Summand, nämlich der erforderliche Eigenkapitalbetrag für das besondere Risiko, mit Hilfe des sogenannten Standardverfahrens berechnet. Dieses besteht im wesentlichen aus der Anwendung fester Prozentsätze auf verschiedene Klassen von Portfoliopositionen. Obwohl die Neuregelung zum besonderen Risiko eine nicht unerhebliche Änderung gegenüber dem *Entwurf* (BAKred-1) ist, sind die *Erläuterungen* (BAKred-3, S. 175) zu diesem Punkt nur geringfügig ausführlicher als die Regelung selbst:

„(...) wird das Risikomodell jedoch für die Bestimmung des Teilanrechnungsbetrages für das besondere Kursrisiko aus Handelsbuch-Risikopositionen eingesetzt, so wird der Multiplikationsfaktor für den für das besondere Kursrisiko ermittelten potentiellen Risikobetrag (bzw. den entsprechenden 60-Tage-Durchschnitt) auf 4 erhöht.“

Unklar ist bei dieser Erläuterung die Funktion des Wortes „jedoch“ anstelle des eigentlich erwarteten „auch“. Dies könnte so interpretiert werden, daß der Faktor 4 nur dann zur Anwendung kommt, wenn das Risikomodell isoliert oder ausschließlich für die Bestimmung des Teilanrechnungsbetrages für das besondere Kursrisiko eingesetzt wird. Die internationale Bankenaufsicht strebt aber beim Einsatz von Risikomodellen grundsätzlich eine getrennte Berechnung eines Teilanrechnungsbetrages für das besondere Marktrisiko und die additive Berechnung der

<sup>1</sup> „(...) der potentielle Risikobetrag für die zum Geschäftsschluß des Vortages im Bestand des Instituts befindlichen Finanzinstrumente oder Finanzinstrumentengruppen (Portfolio) (...)“ [BAKred-2, § 33 Abs. 1 Nr. 1].

<sup>2</sup> „(...) der Durchschnitt der potentiellen Risikobeträge für die zum Geschäftsschluß der vorangegangenen sechzig Arbeitstage im Bestand des Instituts befindlichen Finanzinstrumente oder Finanzinstrumentengruppen (Portfolio) (...)“ (BAKred-2, § 33 Abs. 1 Nr. 2).

erforderlichen Eigenkapitalunterlegung gemäß Gleichung (1) an. Dies ergibt sich aus der Baseler Neuregelung zum besonderen Risiko (Basel-4), in der verschiedene Varianten erläutert sind.

„Banks may select their own technique for identifying the specific risk component of the value-at-risk measure for purposes of applying the multiplier of 4. Techniques would include:

- using the incremental increase in value-at-risk arising from the modelling of specific risk factors;
- using the difference between the value-at-risk measure and a measure calculated by substituting each individual equity position by a representative index; or
- using an analytic separation between general market risk and specific risk implied by a particular model.“

In diesem Papier werden die letzten beiden Ansätze behandelt und weiterführende Überlegungen insbesondere zum dritten Ansatz der analytischen Zerlegung präsentiert. Damit durch ein Risikomodell ein VaR isoliert für das besondere Risiko ermittelt werden kann, müssen zwei Verlustverteilungen berechnet werden, wobei die jeweiligen Risikofaktoren einmal nur das allgemeine und einmal nur das besondere Kursrisiko beschreiben.

In den *Erläuterungen* (S. 89) werden folgende Beispiele für das besondere Kursrisiko genannt: *Veränderung in der Bonitätseinstufung* des Wertpapieremittenten und unvorhersehbare Ereignisse wie *Übernahmen- und Fusionsangebote*. Es stellt sich die grundsätzliche Frage, inwieweit das *allgemeine* und das *besondere Risiko* von aktienbezogenen Finanzinstrumenten im Sinne der aufsichtsrechtlichen Regelungen mit dem aus der Portfoliotheorie bekannten *systematischen* oder marktbezogenen und dem *unsystematischen* oder unternehmensbezogenen Risiko gleichgesetzt werden können. Vergleiche dazu die konträren Positionen von *Hendricks* und *Hirtle* (1997) einerseits, für die besonderes und unsystematisches Risiko dasselbe sind, und von *Gaumert* (1997) andererseits, der gegen eine Gleichsetzung des besonderen mit dem unsystematischen Risiko argumentiert.

Im folgenden wird diese Fragestellung weitergehend behandelt. Im *zweiten Abschnitt* wird das allgemeine Portfoliomodell dargestellt, auf dem die weiter unten angegebene Zerlegung des VaR in eine systematische und unsystematische bzw. in eine allgemeine und eine besondere Komponente beruht. Im Zentrum des *dritten Abschnittes* steht die mögliche Zuordnung des besonderen Kursrisikos zum unsystematischen Risiko der Portfoliotheorie. Es werden explizite Formeln zur Berechnung von

zwei VaR-Beträgen, die der systematischen und der unsystematischen Risikokomponente zugeordnet sind, angegeben. In den Schlußbemerkungen des *vierten Abschnittes* wird ein kurzes Resümee gezogen, und es werden einige offene Fragen angesprochen. Formelableitungen sind in einen *Anhang* verlagert.

## II. Portfoliomodell und Varianzzerlegungen

Die für die folgenden Herleitungen zentrale *Annahme* ist, daß für einen Markt mit  $m$  verschiedenen Aktien der Vektor der diskreten Renditen

$$\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)'$$

multinormalverteilt ist,

$$(2) \quad \mathbf{Y} \sim \mathcal{N}_m(\boldsymbol{\mu}_Y, \Sigma_Y).$$

Die diskrete Rendite  $X$  eines Marktindex, der eine Linearkombination einiger oder aller Kurse dieses Marktes ist, läßt sich als Linearkombination der diskreten Renditen  $Y_j$  ( $j = 1, \dots, m$ ) der Aktien dieses Marktes darstellen,

$$(3) \quad X = \sum_{j=1}^m a_j Y_j = \mathbf{a}' \mathbf{Y}.$$

Die Koeffizienten  $a_j$  hängen von den Gewichten der einzelnen Kurse im Index und von den Kursen selbst ab.<sup>3</sup> Aus (2) folgt, daß auch die Rendite des Marktindex normalverteilt ist,

<sup>3</sup> Die Werte eines Marktindex zum Zeitpunkt  $t$ ,  $w_t$ , lassen sich als Konvexkombinationen (d.h. als Linearkombinationen mit nichtnegativen Koeffizienten, die sich zu Eins addieren) der einzelnen Aktienkurse  $k_{j,t}$  darstellen;

$$w_t = \sum_{j=1}^m g_j k_{j,t} \quad \text{mit} \quad 0 \leq g_j < 1, \quad \sum_{j=1}^m g_j = 1.$$

Vorausgesetzt ist hier, daß es sich um einen Index vom Laspeyres-Typ mit konstantem Gewichtungsschema handelt, das von Zeit zu Zeit angepaßt wird. Im Beispiel des DAX gibt es 30 Aktien mit positiven Gewichten  $g_j$ , die sich als relative Anteile an der Gesamtkapitalisierung dieser 30 Unternehmen ergeben. „Das Gewicht einer Aktie bemäßt sich nach dem Anteil an der gesamten Kapitalisierung. Um auch die korrekte Kapitalisierung von Aktien mit verschiedenen Nennwerten zu bestimmen, wird der Kurs jeder Aktie mit der an der Frankfurter Wertpapierbörsen zugelassenen und für lieferbar erklärt Anzahl der Aktien gewichtet (die Anzahl der Aktien ergibt sich aus der Division des Kapitals durch den Nenn-

$$X \sim \mathcal{N}(\mu_X, \sigma_X^2)$$

mit

$$\mu_X = \boldsymbol{\alpha}' \boldsymbol{\mu}_Y, \quad \sigma_X^2 = \boldsymbol{\alpha}' \boldsymbol{\Sigma}_Y \boldsymbol{\alpha}$$

und daß die  $m + 1$  Variablen  $X, Y_1, \dots, Y_m$  gemeinsam  $m + 1$ -dimensional multinormalverteilt sind.

Aus bekannten Eigenschaften der Multinormalverteilung folgt

$$(4) \quad E(Y_j | X) = \alpha_j + \beta_j X,$$

wobei

$$(5) \quad \beta_j = \frac{\text{cov}(Y_j, X)}{\sigma_X^2}$$

der sogenannte *Betafaktor* der  $j$ -ten Aktie bezüglich des Marktindex ist und  $\alpha_j$  sich aus

$$(6) \quad \alpha_j = \mu_{Y_j} - \beta_j \mu_X$$

ergibt.  $\alpha_j$  und  $\beta_j$  sind also die Koeffizienten einer Regression von  $Y_j$  auf  $X$ .

Durch den linearen Modellansatz

$$(7) \quad Y_j = \alpha_j + \beta_j X + U_j, \quad j = 1, \dots, m$$

kann durch die Rendite der  $j$ -ten Aktie durch die beobachtbare Variable  $X$  und durch die unbeobachtbare Variable

$$(8) \quad U_j := Y_j - E(Y_j | X)$$

wert). Im DAX werden als Gewichte die an der Frankfurter Wertpapierbörsen zum amtlichen Handel zugelassenen und für lieferbar erklärteten Aktien aller Aktiengattungen der im Index enthaltenen Aktiengesellschaften herangezogen. Die Summe der Anzahl der Aktien aller Gattungen wird mit dem Kurs der liquidesten Gattung gewichtet.“ (Börse, S. 8)

Für die diskreten Renditen erhält man (siehe Nr. 1 im Anhang)

$$\frac{w_t - w_{t-1}}{w_{t-1}} = \sum_{j=1}^m a_{j,t} \frac{k_{j,t} - k_{j,t-1}}{k_{j,t-1}} \quad \text{mit} \quad a_{j,t} := \frac{g_j k_{j,t-1}}{\sum_{i=1}^m g_i k_{i,t-1}}.$$

erklärt werden. Die Definition (8) impliziert

$$E(U_j) = 0$$

und die Unkorreliertheit der beiden Zufallsvariablen  $X$  und  $U_j$ ,

$$(9) \quad \text{cov}(U_j, X) = 0.$$

Für die Renditevarianz der  $j$ -ten Aktie ergibt sich somit aus Gleichung (7) die für die folgenden Ausführungen zentrale *Varianzzerlegung*

$$(10) \quad \sigma_{Y_j}^2 = \beta_j^2 \sigma_X^2 + \sigma_{U_j}^2.$$

Die Zufallsvariablen  $X$  und  $U_j$  sind stochastisch unabhängig, da bei Vorliegen einer Multinormalverteilung aus der Unkorreliertheit (9) auch die stochastische Unabhängigkeit folgt. Die Variable  $U_j$  ist als Linear-kombination eines multinormalverteilten Zufallsvektors ebenfalls normalverteilt,

$$U_j \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{U_j}^2).$$

Das Gleichungssystem (7) impliziert auch die allgemeinere Beziehung

$$(11) \quad \Sigma_Y = \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\beta}' \sigma_X^2 + \Sigma_U$$

zwischen der Kovarianzmatrix  $\Sigma_Y$  des Renditevektors  $\mathbf{Y}$  und der Kovarianzmatrix  $\Sigma_U$  des Vektors der Residualvariablen

$$\mathbf{U} = (U_1, U_2, \dots, U_m)'.$$

Dabei ist

$$\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m)'.$$

Gleichung (10) entspricht dabei dem  $j$ -ten Diagonalelement der Matrix  $\Sigma_Y$ .

Bei der VaR-Bestimmung für Portfolios ist die Varianz von  $\pi = \mathbf{c}'\mathbf{Y}$  mit einem festen Vektor  $\mathbf{c}$  von Interesse. Dabei bezeichnet  $\pi$  die Marktwertänderung des Portfolios und  $\mathbf{c}$  ist der Vektor der in die einzelnen Positionen investierten Beträge. Die Varianz der Marktwertänderung des Portfolios ist

$$\sigma_\pi^2 = \mathbf{c}' \Sigma_Y \mathbf{c}.$$

Für diese erhält man aus (11) die Zerlegung

$$(12) \quad \mathbf{c}' \boldsymbol{\Sigma}_Y \mathbf{c} = (\mathbf{c}' \boldsymbol{\beta})^2 \sigma_X^2 + \mathbf{c}' \boldsymbol{\Sigma}_U \mathbf{c}.$$

Aus Gleichung (3) läßt sich

$$\sum_{j=1}^m a_j \beta_j = \mathbf{a}' \boldsymbol{\beta} = 1$$

herleiten. Die Herleitung findet sich im Anhang unter Nr. 2. Der gewogene Mittelwert der Betafaktoren ist also Eins. Dabei sind die Gewichtungsfaktoren  $a_j$  *nicht* mit den Gewichten  $g_j$  der Kurse im Index identisch (vgl. die Fußnote 3).

Die meisten der oben angegebenen Zerlegungen finden sich in Büchern über Finanzwirtschaft im Zusammenhang mit der Darstellung des Portfolio-selection-Ansatzes oder des CAPM. Es sei daher betont, daß die Varianzzerlegungen (10), (11) und (12), die grundlegend für die VaR-Zerlegungen im folgenden Abschnitt sind, sowie die Unabhängigkeit und Normalverteilungseigenschaft der Risikofaktoren  $X$  und  $U_j$  ohne zusätzliche Annahmen aus der Annahme (2) multinormalverteilter Aktienrenditen folgen. Insbesondere sind nicht die weitergehenden Annahmen des Portfolio-selection-Ansatzes oder des CAPM bezüglich Risikoeinstellung und Portfoliooptimierung erforderlich.

### III. Allgemeines und besonderes Kursrisiko

#### 1. Systematische und unsystematische VaR-Komponente

Der lineare Zusammenhang (7) und die Varianzzerlegung (10) können so interpretiert werden, daß  $X$  und  $U_j$  als unabhängige Risikofaktoren aufgefaßt werden, die für das systematische und unsystematische Risiko der  $j$ -ten Anlage ursächlich sind. Dabei sind in (10) der erste Summand dem *systematischen Risiko* und der zweite Summand dem *unsystematischen Risiko* zugeordnet. Die Rendite  $Y_j$  kann über die Festlegungen

$$(13) \quad Y_j^{(s)} := \beta_j X$$

und

$$(14) \quad Y_j^{(u)} := \alpha_j + U_j$$

in eine systematische und eine unsystematische Komponente zerlegt werden,

$$(15) \quad Y_j = Y_j^{(s)} + Y_j^{(u)}.$$

Dabei sind beide Komponenten stochastisch unabhängig und normalverteilt,

$$(16) \quad Y_j^{(s)} \sim \mathcal{N}(\beta_j \mu_x, \beta_j^2 \sigma_x^2),$$

$$(17) \quad Y_j^{(u)} \sim \mathcal{N}(\alpha_j, \sigma_{U_j}^2),$$

und es gilt die Streuungszerlegung (10). Aus den Parametern der Normalverteilungen (16) und (17) können entsprechende VaR-Beträge pro investierter Geldeinheit bestimmt werden.<sup>4</sup> Für jede in die  $j$ -te Aktienposition investierte Geldeinheit ergibt sich aus (16) der VaR-Betrag

$$(18) \quad \text{VaR}_j^{(s)} = [-\beta_j \mu_x + 2.33 |\beta_j| \sigma_x]_+,$$

der auf das systematische Risiko zurückgeht, und aus (17) der VaR-Betrag

$$(19) \quad \text{VaR}_j^{(u)} = [-\alpha_j + 2.33 \sigma_{U_j}]_+,$$

der auf das unsystematische Risiko zurückgeht. Dabei gilt die Bezeichnungsweise

$$(x)_+ = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & \text{falls} \\ 0 & x \leq 0. \end{cases}$$

---

<sup>4</sup> Der VaR ist als derjenige Verlustbetrag definiert, der in einem vorgegebenen Zeitraum (hier einem Tag) nur mit einer Wahrscheinlichkeit von 1% überschritten wird. Dabei ist der Verlustbetrag positiv gemessen. Der VaR kann aus dem 1%-Quantil der Marktwertänderungen, d.h. der Tagesgewinne und -verluste einer Portfolio position oder eines Portfolios, bestimmt werden. Dabei genügt es, sich auf Tagesrenditen der Anlage zu konzentrieren, da Marktwertänderungen proportional zu den Tagesrenditen sind. Für eine normalverteilte Tagesrendite mit den Parametern  $\mu$  und  $\sigma^2$  ist das 1%-Quantil der Renditeverteilung  $\mu - 2.33\sigma$ , wobei 2.33 das 99%-Quantil der Standardnormalverteilung ist. Der VaR für eine investierte Geldeinheit ist dann  $-\mu + 2.33\sigma$  bzw. Null, falls es mit weniger als 1% Wahrscheinlichkeit überhaupt zu Verlusten kommt. Der VaR für einen investierten Betrag  $B$  ergibt sich, indem der VaR für eine investierte Geldeinheit mit dem Faktor  $B$  multipliziert wird.

In (18) und (19) liegen bei Anwendungen in der Regel Konstellationen der Parameter vor, bei denen sich positive Werte innerhalb der Klammern ergeben. In diesem Fall können die eckigen Klammern entfallen. Andernfalls sind die entsprechenden VaR-Beträge Null, da es mit weniger als 1 % Wahrscheinlichkeit überhaupt zu Verlusten kommt. Weiterhin ist zu beachten, daß die angegebenen VaR-Beträge für eine Long-Position gelten. Für eine Short-Position entfallen die Minus-Zeichen in (18) und (19).

In (18) ist  $\beta_j > 0$  der bei Anwendungen häufigste Fall. Theoretisch möglich ist aber auch die Konstellation  $\beta_j < 0$ . Dieser Fall tritt dann ein, wenn die Aktienrendite  $Y_j$  negativ mit der Indexrendite  $X$  korreliert ist. Dies ist vor allem dann möglich, wenn diese Aktie nicht oder nur mit sehr geringem Gewicht im Index enthalten ist. Um auch diesen Fall zu berücksichtigen, steht in (18)  $|\beta_j|$  anstatt  $\beta_j$ .

In Gleichung (19) kann  $\sigma_{U_j}$  über Gleichung (10) als

$$\sigma_{U_j} = \sqrt{\sigma_{Y_j}^2 - \beta_j^2 \sigma_X^2}$$

bestimmt werden.

Wird eine Zerlegung in eine systematische und unsystematische Komponente nicht vorgenommen, so ist der VaR-Betrag für jede in die  $j$ -te Aktienposition investierte Geldeinheit

$$(20) \quad \text{VaR}_j = \left[ -\mu_{Y_j} + 2.33\sigma_{Y_j} \right]_+$$

Es läßt sich zeigen (siehe dazu Anhang, Nr. 3), daß

$$(21) \quad \text{VaR}_j < \text{VaR}_j^{(u)} + \text{VaR}_j^{(s)}$$

gilt, falls beide Summanden der rechten Seite positiv sind. Ist eine der beiden Summanden auf der rechten Seite gleich Null, so gilt ein Gleichheitszeichen anstatt des Ungleichheitszeichens.

Häufig wird vereinfachend  $\alpha_j = 0$  ( $j = 1, \dots, m$ ) und  $\mu_X = 0$  unterstellt, z.B. (*Morgan*, S. 129, 144) und (*Gaumert*). Dann vereinfachen sich die Formeln (18), (19) und (20) erheblich, da jeweils der erste Summand entfällt und auf die Funktion  $[x]_+$  verzichtet werden kann. Ein dadurch in Kauf genommener Fehler, falls  $\alpha_j$  und  $\mu_X$  von Null verschieden sind, ist bei VaR-Berechnungen für den 1-Tageshorizont vermutlich vernachlässigbar. Es ist aber fraglich, ob diese Vereinfachung bei der Berech-

nung von VaR-Werten für einen 10-Tageshorizont sinnvoll ist, da bei einem Skalierungsansatz die jeweilige Standardabweichung mit dem Faktor  $\sqrt{10}$ , der Mittelwert dagegen mit dem Faktor 10 multipliziert wird, so daß der Mittelwert ein größeres Gewicht in Relation zur Standardabweichung erhält.

## 2. Besonderes Risiko als unsystematisches Risiko?

Naheliegend ist es, das besondere Kursrisiko mit dem unsystematischen Risiko gleichzusetzen. Dieser zunächst plausibel erscheinende Ansatz hat drei Schwachpunkte:

1. Die Zufallsvariablen  $U_j (j = 1, \dots, m)$  und damit auch die Renditekomponenten  $Y_j^{(u)}$  sind im allgemeinen *nicht* unkorreliert. Es ist fraglich, ob dies der Idee des besonderen Risikos entspricht, bei der man eher die Unkorreliertheit der unternehmensspezifischen Risikofaktoren erwarten würde.
2. Die Zuordnung der Trendkomponente

$$\mu_{Y_j} = \alpha_j + \beta_j \mu_X$$

des Marktrisikos zu zwei Risikokomponenten durch die Festlegungen (13) und (14) ist nicht zwingend. Eine andere Zuordnung der Mittelwerte führt ebenfalls zur Streuungszerlegung (10), aber gleichzeitig zu anderen VaR-Beträgen. Mit dem linearen Modell (7) und der Streuungszerlegung (10) sind z.B. auch die alternativen Festlegungen

$$Y_j^{(s)} = \alpha_j + \beta_j X, \quad Y_j^{(u)} = U_j$$

oder

$$Y_j^{(s)} = \beta_j (X - \mu_X), \quad Y_j^{(u)} = \alpha_j + \beta_j \mu_X + U_j$$

verträglich.<sup>5</sup>

3. Unternehmensspezifische Sonderereignisse, wie Bonitätsänderungen, Fusions- und Übernahmeangebote gehören in den Bereich des spezifi-

---

<sup>5</sup> Zugleich verweist diese Mehrdeutigkeit auf ein ökonometrisches Identifikationsproblem. Es ist daher erforderlich, eine konkrete Festlegung, wie in den Gleichungen (13) und (14), vorzunehmen, da sonst die Trendkomponente der Aktienrenditen nicht eindeutig einer spezifischen oder unspezifischen Komponente zugeordnet werden kann.

schen Risikos, können aber durch normalverteilte Zufallsvariablen nur unzureichend abgebildet werden.

Noch weniger zwingend ist die Gleichsetzung des allgemeinen Kursrisikos mit dem systematischen Risiko. Diese Gleichsetzung impliziert, daß ohne unternehmensspezifische Sonderereignisse alle Renditeänderungen proportional zueinander sind. In diesem Fall drückt der Betafaktor  $\beta_j$  die Proportionalität einer Renditeänderung der  $j$ -ten Aktie zur Änderung der Rendite des Marktindex aus,

$$\Delta Y_j = \beta_j \Delta X.$$

Allerdings sind Kursänderungen auch als Folge vieler kleiner unternehmensspezifischer Ereignisse und individueller Entscheidungen zur Portfolioumschichtung zu erwarten, die ihre Ursache auch außerhalb des jeweiligen Unternehmens haben können. Portfolioumschichtungen bedeuten immer, daß sich der Kurs einer Aktie auch deswegen bewegen kann, weil ein Ereignis eintritt, das eigentlich eine andere Aktie betrifft. Ein weiterer Grund, der dagegen spricht, daß sich bei Abwesenheit unternehmensspezifischer Sonderereignisse konstante Relationen zwischen den Renditeänderungen einstellen, ist der, daß viele Finanzmarktintermediäre durch umsatzabhängige Provisionen ein grundsätzliches Interesse an irregulären Kursfluktuationen haben.

Auch der *Basler Ausschuss für Bankenaufsicht* geht davon aus, daß durch ein Modell, das auf Markt- oder Sektorindizes aufbaut, das allgemeine Marktrisiko nicht vollständig erfaßt wird (Basel-1, S. 44):

„Es muss Risikofaktoren für jeden Aktienmarkt geben, an dem die Bank nennenswerte Positionen hält.

- Mindestens muss es einen Risikofaktor für die Entwicklung der Aktienkurse am Markt als Ganzes geben (z.B. einen Marktindex). (...)
- Genauer wären Risikofaktoren für die verschiedenen Sektoren des Aktienmarktes (...)
- Die umfassendste Lösung wären Risikofaktoren für die Volatilität einzelner Aktienemissionen.“

Im *Überblick über die Änderung der Eigenkapitalvereinbarung* (Basel-2, S. 6) wird ausgeführt,

„(...) dass die internen Modelle bestimmte Elemente des spezifischen Risikos erfassen dürften, z.B. dann, wenn jede Aktie als separater Risikofaktor in die Modellrechnung eingeht. Andere wichtige Komponenten des spezifischen Risikos, wie z.B. das Risiko unerwarteter Ereignisse oder das Ausfallrisiko, scheinen von den internen Modellen der Banken jedoch im allgemeinen nicht erfasst zu werden.“

Dies war die Begründung folgender Vorschrift (Basel-1, S. 46):

„Für Banken, die Modelle verwenden, darf jedoch die Eigenkapitalunterlegung des gesamten spezifischen Risikos weder für Zinsinstrumente noch für Aktien weniger als die Hälfte der nach dem Standardverfahren berechneten Eigenkapitalunterlegung des spezifischen Risikos betragen.“

Diese ist durch die neue Baseler Zusatzregelung (Basel-4) entschärft worden und auch nicht in die deutschen Regelungen (BAKred-2, BAKred-3) übernommen worden.

Bei der Frage, ob das allgemeine Kursrisiko mit dem systematischen Risiko identifiziert werden kann, ist auch zu bedenken, daß im Fall einer Eigenkapitalunterlegung des besonderen Kursrisikos mit dem sogenannten Standardverfahren die Berechnung der Eigenkapitalunterlegung für das allgemeine Kursrisiko im Idealfall auf  $\text{VaR}_j$  und nicht nur auf dem systematischen Teil  $\text{VaR}_j^{(s)}$  beruht. Im RiskMetrics-Konzept wird allerdings für die Bestimmung des allgemeinen Marktrisikos nur die systematische Risikokomponente verwendet, vgl. (Morgan, S. 129). Es ist daher plausibel, die Eigenkapitalunterlegung für das allgemeine Kursrisiko auch dann auf der Basis von  $\text{VaR}_j$  zu berechnen, wenn die Eigenkapitalunterlegung für das besondere Kursrisiko auf der Basis von  $\text{VaR}_j^{(u)}$  erfolgt. In der Regel ist  $\text{VaR}_j^{(s)}$  kleiner als  $\text{VaR}_j$ , diese Konstellation ist aber nicht zwingend.<sup>6</sup>

### *3. Eine alternative Zerlegung*

Prinzipiell wird auch von Gaumert (1997, S. 993) die Position vertreten und ausführlich begründet,

„(...), daß die Baseler Unterscheidung zwischen spezifischem und allgemeinem Marktrisiko beziehungsweise die aus der Portfolitheorie bekannte Abgrenzung zwischen systematischem und unsystematischem Risiko, von der gesagt wird, sie entspreche der Baseler Unterscheidung, nicht übereinstimmen.“

Allerdings wird dort noch nicht explizit auf die neue Regelung (BAKred-2) vom Oktober 1997 Bezug genommen, die eine getrennte Berechnung

---

<sup>6</sup> Für die Summe  $S = Z_1 + Z_2$  von zwei unkorrelierten Zufallsvariablen  $Z_1$  und  $Z_2$  mit den Varianzen  $\sigma_1^2$  und  $\sigma_2^2$  gilt allgemein die Beziehung

$$\max(\sigma_1, \sigma_2) \leq \sigma_S = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \leq \sigma_1 + \sigma_2.$$

Daraus folgt aber nicht, daß die linke Ungleichung analog für VaR-Beträge von zwei stochastisch unabhängigen Variablen gilt. Falls die Mittelwerte von Null verschieden sind, können sogar beide VaR-Beträge jeweils größer als der VaR-Betrag der Summe sein, wie in Nr. 4 des Anhangs gezeigt wird.

von besonderem und allgemeinem Risiko vorsieht. Gaumert (1997) vertritt die Auffassung, daß das systematische Risiko nicht nur das allgemeine Kursrisiko, sondern auch einen Teil des besonderen Kursrisikos erfaßt. Ein zweiter Teil des besonderen Kursrisikos werde durch das unsystematische Risiko erfaßt, während ein dritter Teil des besonderen Risikos durch ein Portfoliomodell nicht erfaßt werden kann.

Ohne diesen Ansatz unbedingt zu favorisieren, wird im folgenden eine Formalisierung dieses Ansatzes angegeben, und es werden die Konsequenzen aufgezeigt. Der folgende Zerlegungsvorschlag wird zwar in dieser Form nicht explizit von Gaumert (1997) angegeben, ist aber eine Interpretation und Umsetzung der dort geäußerten Ideen. Die systematische Renditekomponente kann durch

$$(22) \quad Y_j^{(s)} = \beta_j X = X + (\beta_j - 1)X$$

in zwei Komponenten weiterzerlegt werden. Die zweite Komponente kann als derjenige Teil des besonderen Risikos interpretiert werden, der durch das systematische Risiko miterfaßt wird. Mit dieser Zerlegung ist das allgemeine Kursrisiko aus dem ersten Summanden in (22) zu ermitteln. Das besondere Kursrisiko im Sinne der ersten beiden Komponenten von Gaumert (1997) kann damit mit der Summe von  $(\beta_j - 1)X$ , dem zweiten Summanden in (22), und  $\alpha_j + U_j$ , der unsystematischen Risikokomponente (14) identifiziert werden,

$$(23) \quad Y_j^{(b)} = (\beta_j - 1)X + \alpha_j + U_j = Y_j - X \sim N(\mu_j^{(b)}, \sigma_j^{(b)2})$$

mit

$$(24) \quad \mu_j^{(b)} = \mu_{Y_j} - \mu_X$$

und

$$\sigma_j^{(b)} = \sqrt{(\beta_j - 1)^2 \sigma_X^2 + \sigma_{U_j}^2} = \sqrt{(1 - 2\beta_j) \sigma_X^2 + \sigma_{Y_j}^2}.$$

Somit ergibt sich für jede in die  $j$ -te Aktienposition investierte Geldeinheit für das allgemeine Risiko der VaR-Betrag

$$(25) \quad \text{VaR}^{(a)} = [-\mu_X + 2.33\sigma_X]_+$$

und für das besondere Risiko der VaR-Betrag

$$(26) \quad \text{VaR}_j^{(b)} = \left[ -\mu_j^{(b)} + 2.33\sigma_j^{(b)} \right]_+.$$

Damit ist die VaR-Komponente für das allgemeine Kursrisiko genauso hoch wie bei einer Investition desselben Betrages in eine entsprechende Indexposition und damit auch unabhängig von der jeweiligen Aktienposition. Die VaR-Komponente für das besondere Risiko variiert mit der Höhe des Betafaktors.

#### *4. Eine weitere Zerlegung basierend auf einer Substitution*

Eine weitere vom Baseler Ausschuß für Bankenaufsicht genannte Möglichkeit zur Bestimmung des besonderen Kursrisikos (vgl. das vollständige Zitat im Abschnitt I.), nämlich „(...) using the difference between the value-at-risk measure and a measure calculated by substituting each individual equity position by a representative index; (...)“ kann umgesetzt werden, indem das besondere Kursrisiko als Differenz von  $\text{VaR}_j$  aus Gleichung (20) und  $\text{VaR}^{(a)}$  aus Gleichung (25) bestimmt wird. Dies führt zu

$$(27) \quad \text{VaR}_j^{(b*)} = [\text{VaR}_j - \text{VaR}^{(a)}]_+.$$

Dabei kann die Konstellation

$$\text{VaR}^{(a)} > \text{VaR}_j$$

nicht ausgeschlossen werden, da die Standardabweichung  $\sigma_{Y_j}$  der  $j$ -ten Aktie kleiner als die Standardabweichung  $\sigma_X$  sein kann. Dies gilt auch dann, wenn der Marktindex effizient im Sinne des Portfolio-selection-Ansatzes ist.

Falls Gleichung (27) zur Bestimmung des besonderen Kursrisikos verwendet wird, ist noch nicht klar, ob dann die Eigenkapitalunterlegung für das allgemeine Kursrisiko aus  $\text{VaR}_j$  oder nur aus der Differenz  $\text{VaR}_j - \text{VaR}_j^{(b*)}$  zu bestimmen ist.

#### *5. Verallgemeinerungen für Portfolios*

Die für eine einzelne Position angegebenen VaR-Beträge lassen sich analog für Portfolios bestimmen. Für den Renditevektor  $\mathbf{Y}$  läßt sich eine Zerlegung

$$(28) \quad \mathbf{Y} = \mathbf{Y}^{(s)} + \mathbf{Y}^{(u)}$$

in zwei Komponenten vornehmen. Der Vektor

$$\mathbf{Y}^{(s)} := (\beta_1 \mathbf{X}, \dots, \beta_m \mathbf{X})' = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta}$$

erzeugt das systematische Risiko. Er ist multinormalverteilt,

$$(29) \quad \mathbf{Y}^{(s)} \sim \mathcal{N}_m(\boldsymbol{\mu}^{(s)}, \boldsymbol{\Sigma}^{(s)}),$$

mit dem Erwartungswertvektor

$$\boldsymbol{\mu}^{(s)} = (\beta_1 \mu_X, \dots, \beta_m \mu_X)' = \mu_X \boldsymbol{\beta}$$

und der Kovarianzmatrix

$$\boldsymbol{\Sigma}^{(s)} = \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\beta}' \sigma_X^2.$$

Der ebenfalls normalverteilte Vektor

$$(30) \quad \mathbf{Y}^{(u)} := (\alpha_1 + U_1, \dots, \alpha_m + U_m)' = \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{U} \sim \mathcal{N}_m(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Sigma}_U)$$

ist die unsystematische Komponente. Die Vektoren  $\mathbf{Y}^{(s)}$  und  $\mathbf{Y}^{(u)}$  sind stochastisch unabhängig, da  $X$  und  $U_j$  für  $j = 1, \dots, m$  jeweils unkorreliert sind.

Für ein Aktienportfolio, das sich aus einigen oder allen der  $m$  Aktien zusammensetzt, lässt sich die Wertänderung des Portfolios als

$$\pi = \sum_{j=1}^m c_j \mathbf{Y}_j = \mathbf{c}' \mathbf{Y}$$

darstellen. Dabei ist  $c_j$  der in die  $j$ -te Position investierte Betrag.

Aus (28) erhält man eine Zerlegung der Wertänderung in zwei stochastisch unabhängige Komponenten  $\pi^{(s)}$  und  $\pi^{(u)}$ ,

$$\pi = \pi^{(s)} + \pi^{(u)}$$

mit

$$\pi^{(s)} := \mathbf{c}' \mathbf{Y}^{(s)}$$

und

$$\pi^{(u)} := \mathbf{c}' \mathbf{Y}^{(u)}.$$

Hieraus lassen sich getrennte VaR-Beträge einfach bestimmen, da die Variablen  $\pi^{(s)}$  und  $\pi^{(u)}$  normalverteilt sind. Aus (29) folgt

$$(31) \quad \pi^{(s)} \sim \mathcal{N}(\mathbf{c}'\boldsymbol{\beta}\mu_X, (\mathbf{c}'\boldsymbol{\beta})^2 \sigma_X^2),$$

und aus (30) und (11) folgt

$$(32) \quad \pi^{(u)} \sim \mathcal{N}(\mathbf{c}'\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{c}'\Sigma_Y\mathbf{c} - (\mathbf{c}'\boldsymbol{\beta})^2 \sigma_X^2).$$

Die entsprechenden VaR-Beträge für das systematische und das unsystematische Risiko sind

$$(33) \quad \text{VaR}_{\pi}^{(s)} = [-\mathbf{c}'\boldsymbol{\beta}\mu_X + 2.33|\mathbf{c}'\boldsymbol{\beta}|\sigma_X]_+$$

und

$$(34) \quad \text{VaR}_{\pi}^{(u)} = \left[ -\mathbf{c}'\boldsymbol{\alpha} + 2.33\sqrt{\mathbf{c}'\Sigma_Y\mathbf{c} - (\mathbf{c}'\boldsymbol{\beta})^2 \sigma_X^2} \right]_+.$$

Die Informationsanforderungen zur Bestimmung der VaR-Beträge sind also für ein Portfolio höher als für einzelne Positionen, da für die Bestimmung des unsystematischen Risikos neben den Betafaktoren auch die Kovarianzmatrix benötigt wird.

Eine alternative Zerlegung im Sinne von Abschnitt III.3. ergibt sich aus

$$\pi = C\mathbf{X} + \pi^{(b)}$$

mit

$$\pi^{(b)} = \sum_{j=1}^m c_j (Y_j - X).$$

Dabei ist

$$C := \sum_{j=1}^m c_j$$

der insgesamt investierte Geldbetrag. Für das allgemeine Risiko ergibt sich somit der VaR-Betrag

$$(35) \quad \text{VaR}_{\pi}^{(a)} = [-C\mu_X + 2.33C\sigma_X]_+.$$

Für das besondere Risiko ergibt sich analog zu (26) der VaR-Betrag

$$(36) \quad \text{VaR}_{\pi}^{(b)} = [ -\mu^{(b)} + 2.33 \sigma^{(b)} ]_+$$

mit

$$\mu^{(b)} = \mathbf{c}' \boldsymbol{\mu}_Y - C \mu_X$$

und

$$\sigma^{(b)} = \sqrt{C(C - \mathbf{c}' \boldsymbol{\beta}) \sigma_X^2 + \mathbf{c}' \boldsymbol{\Sigma}_Y \mathbf{c}}.$$

Eine Bestimmung des besonderen Kursrisikos im Sinne von Abschnitt III.4. ergibt sich als Differenz aus dem VaR-Betrag für das Portfolio,

$$\text{VaR}_{\pi} = [ -\mathbf{c}' \boldsymbol{\mu}_Y + 2.33 \sqrt{\mathbf{c}' \boldsymbol{\Sigma}_Y \mathbf{c}} ]_+.$$

Analog zu (27) bestimmt sich das besondere Kursrisiko des Portfolios als

$$\text{VaR}_{\pi}^{(b*)} = [ \text{VaR}_{\pi} - \text{VaR}_{\pi}^{(a)} ]_+$$

mit  $\text{VaR}_{\pi}^{(a)}$  aus (35).

### 6. Eine Beispielrechnung

Die folgende Beispielrechnung beruht auf den von der Deutschen Börse AG am 13.3.1998 mitgeteilten<sup>7</sup> Volatilitäten und Betafaktoren für den Deutschen Aktienindex (DAX), die auf 250 Tagen basieren. Mit der oben eingeführten Notation ergibt sich aus der annualisierten DAX-Volatilität von 24.95 % eine Tagesvolatilität von

$$\sigma_X = \frac{0.2495}{\sqrt{250}} = 0.016.$$

Zur weiteren Veranschaulichung wird die DAX-Komponente mit der höchsten ausgewiesenen Volatilität ausgewählt. Dies ist die BMW-Aktie mit einer annualisierten Volatilität von 41.36 %, aus der sich die Tagesvolatilität

$$\sigma_{Y_{\text{BMW}}} = \frac{0.4136}{\sqrt{250}} = 0.026$$

---

<sup>7</sup> Vgl. z.B. *Handelsblatt* vom 16.3.1998, S. 26.

ergibt. Der für diese Aktie angegebene Betafaktor ist

$$\beta_{\text{BMW}} = 1.2559.$$

Die folgenden Berechnungen gehen von einer einfachen Position in der BMW-Aktie in Höhe von einer Geldeinheit aus. Die Berechnung von VaR-Werten erfolgt dabei unter Vernachlässigung mittlerer Renditen, wie dies bei kurzfristigen Marktrisikoberechnungen üblich ist. Daher gehen in die Berechnungen nur die Volatilitäten und der Betafaktor ein. Um die Wirkung der unterschiedlichen Gewichtungsfaktoren 3 und 4 zu verdeutlichen, wird im folgenden die Eigenkapitalunterlegung jeweils so berechnet, als seien die VaR-Werte im 60-Tage-Durchschnitt beobachtet worden und mit den Faktoren 3 bzw. 4 zu gewichten. Alle berechneten Beträge für die Eigenkapitalunterlegung beziehen sich auf eine investierte Geldeinheit und können daher auch als %-Sätze interpretiert werden, mit denen ein investierter Betrag zu multiplizieren ist, um die erforderliche Eigenkapitalunterlegung zu bestimmen. Verschiedene Zerlegungen und Interpretationen führen im folgenden zu acht verschiedenen Beträgen für die erforderliche Eigenkapitalunterlegung, die eine Spannweite von 18% bis 34% des investierten Betrages aufweisen. Alle Ergebnisse sind auf drei Nachkommastellen gerundet, wurden aber mit höherer Genauigkeit berechnet.

1. Der VaR für eine in die BMW-Aktie investierte Geldeinheit bestimmt sich als

$$(37) \quad \text{VaR}_{\text{BMW}} = 2.33\sigma_{y_{\text{BMW}}} = 0.061.$$

Bei einem ersten Ansatz wird der Aktienkurs als Risikofaktor unterstellt, der das allgemeine Kursrisiko dieser Anlage abbildet, während das besondere Risiko mögliche Ereignisse abbilden soll, die sich nicht ausreichend in der Datenhistorie widerspiegeln. Die erforderliche Eigenkapitalunterlegung für die Aktienposition beträgt dann

$$\text{EK}_1 = 3 \cdot \text{VaR}_{\text{BMW}} + 0.04 = 0.223,$$

wobei die Eigenkapitalunterlegung für das besondere Kursrisiko mit dem sogenannten Standardverfahren als 4% des Wertes der Nettoposition angesetzt wird (BAKred-2, § 25).

Alternativ kann die Position vertreten werden, daß bei einer Erfassung des Marktrisikos durch einen einzelnen Risikofaktor pro Aktie das besondere Kursrisiko bereits miterfaßt ist, im Unterschied zu Ansätzen,

die das allgemeine Kursrisiko nur durch die Bewegungen eines allgemeinen Marktindex messen. Bei dieser Auffassung ergibt sich eine Eigenkapitalunterlegung lediglich in Höhe von

$$EK_2 = 3 \cdot \text{VaR}_{\text{BMW}} = 0.183.$$

2. Für eine Zerlegung der Risikokomponente in einen systematischen und einen unsystematischen Teil entsprechend den Gleichungen (15) bis (17) kann die Standardabweichung der unsystematischen Risikokomponente mit Hilfe von Gleichung (10) berechnet werden:

$$\sigma_{U_{\text{BMW}}} = \sqrt{\sigma_{Y_{\text{BMW}}}^2 - \beta_{\text{BMW}}^2 \sigma_X^2} = 0.017.$$

Die Berechnung einer systematischen und einer unsystematischen VaR-Komponente aus den Gleichungen (18) und (19) ergibt daher

$$\text{VaR}_{\text{BMW}}^{(s)} = 2.33 \beta_{\text{BMW}} \sigma_X = 0.046$$

und

$$\text{VaR}_{\text{BMW}}^{(u)} = 2.33 \sigma_{U_{\text{BMW}}} = 0.040.$$

Werden das allgemeine Kursrisiko mit dem systematischen und das besondere Kursrisiko mit dem unsystematischen Risiko gleichgesetzt, so resultiert folgende erforderliche Eigenkapitalunterlegung

$$EK_3 = 3 \cdot \text{VaR}_{\text{BMW}}^{(s)} + 4 \cdot \text{VaR}_{\text{BMW}}^{(u)} = 0.298.$$

Wenn man das allgemeine Marktrisiko durch  $\text{VaR}_{\text{BMW}}$  misst und das besondere Kursrisiko als zusätzliches Risiko auffaßt, das durch das unsystematische Risiko gemessen wird, so ergibt sich die Eigenkapitalunterlegung:

$$EK_4 = 3 \cdot \text{VaR}_{\text{BMW}} + 4 \cdot \text{VaR}_{\text{BMW}}^{(u)} = 0.342.$$

Wird das allgemeine Kursrisiko durch die systematische Komponente und das besondere Kursrisiko mit dem Standardverfahren erfaßt, so ergibt sich als erforderliche Eigenkapitalunterlegung

$$EK_5 = 3 \cdot \text{VaR}_{\text{BMW}}^{(s)} + 0.04 = 0.179.$$

3. Der VaR-Betrag für das allgemeine Risiko im Sinne der Gleichung (25) ergibt sich als

$$\text{VaR}^{(a)} = 2.33\sigma_X = 0.037.$$

Dies ist der VaR einer Geldeinheit, die in ein DAX-Portfolio investiert wird. Der VaR-Betrag für das besondere Risiko im Sinne der Gleichung (26) ergibt sich über

$$\sigma_{\text{BMW}}^{(b)} = \sqrt{(1 - 2\beta_{\text{BMW}})\sigma_X^2 + \sigma_{Y_{\text{BMW}}}^2} = 0.018$$

als

$$\text{VaR}_{\text{BMW}}^{(b)} = 2.33\sigma_{\text{BMW}}^{(b)} = 0.041.$$

Die erforderliche Eigenkapitalunterlegung je investierter Geldeinheit ist bei dieser Zerlegung

$$EK_6 = 3 \cdot \text{VaR}^{(a)} + 4 \cdot \text{VaR}_{\text{BMW}}^{(b)} = 0.274.$$

4. Der VaR-Betrag für das besondere Risiko im Sinne des Substitutionsansatzes ergibt sich mit der Gleichung (27) als

$$\text{VaR}_{\text{BMW}}^{(b*)} = [\text{VaR}_{\text{BMW}} - \text{VaR}^{(a)}]_+ = 0.062 - 0.037 = 0.025.$$

Die erforderliche Eigenkapitalunterlegung je investierter Geldeinheit für das besondere Risiko ist dann das Vierfache dieses VaR-Betrages für das besondere Risiko. Die Berechnung des allgemeinen Kursrisikos kann in diesem Fall auf  $\text{VaR}_{\text{BMW}}$  basieren, so daß die Eigenkapitalunterlegung

$$EK_7 = 3 \cdot \text{VaR}_{\text{BMW}} + 4 \cdot \text{VaR}_{\text{BMW}}^{(b*)} = 0.287$$

beträgt. Vermutlich ist es mit dem von der Bankenaufsicht vorgeschlagenen Substitutionsansatz auch verträglich, das allgemeine Kursrisiko nur durch den reduzierten Betrag  $\text{VaR}_{\text{BMW}} - \text{VaR}_{\text{BMW}}^{(b*)}$  zu erfassen. Die erforderliche Eigenkapitalunterlegung ergibt sich dann als

$$EK_8 = 3 \cdot (\text{VaR}_{\text{BMW}} - \text{VaR}_{\text{BMW}}^{(b*)}) + 4 \cdot \text{VaR}_{\text{BMW}}^{(b*)} = 3 \cdot \text{VaR}_{\text{BMW}} + \text{VaR}_{\text{BMW}}^{(b*)} = 0.211.$$

Die Berechnungen in diesem Beispiel verdeutlichen, daß unterschiedliche Zerlegungen und unterschiedliche Interpretationen des allgemeinen und besonderen Kursrisikos zu erheblichen Unterschieden bei der erforderlichen Eigenkapitalunterlegung führen. Diese Unterschiede sind auf drei Quellen zurückzuführen. Erstens führen die Unterschiede zwischen

Standardverfahren und VaR-basierten Verfahren zu einer Spannweite von 4 % bis 16 % bei der Bestimmung der Eigenkapitalunterlegung für das besondere Risiko. Zweitens kann das besondere Kursrisiko entweder als eine Risikokomponente aufgefaßt werden, die additiv zu dem durch (37) gemessenen Risiko zu erfassen ist, oder als eine Risikokomponente, die ganz oder teilweise durch (37) miterfaßt wird. Diese Diskrepanz erklärt z.B. die Unterschiede zwischen  $EK_1$  und  $EK_2$  in Höhe von 4 % und zwischen  $EK_7$  und  $EK_8$  in Höhe von 7.5 %. Drittens ergibt sich eine weitere Zerlegungsvariante und der Betrag  $EK_6$  für die Eigenkapitalunterlegung, wenn man unterstellt, daß das allgemeine Kursrisiko einer Aktienposition durch die Renditevarianz eines Marktindex ausreichend abgebildet wird, und wenn man jede davon abweichende Variabilität der Aktienkursrendite dem besonderen Kursrisiko zurechnet.

#### IV. Schlußbemerkungen

Es wurde gezeigt, daß es in einer Welt normalverteilter diskreter Renditen möglich ist, verschiedene Zerlegungen des Marktrisikos in eine besondere und eine allgemeine Komponente vorzunehmen.

1. Eine offene Frage ist, wie eine Zerlegung des Kursrisikos in ein allgemeines und besonderes Kursrisiko erfolgen kann, wenn kein parametrisches Modell unterstellt wird, wie z.B. beim Ansatz der historischen Simulation. Der einzige gangbare Weg scheint in diesem Fall der in der Baseler Neuregelung zum besonderen Risiko (Basel-4) vorgeschlagene Substitutionsansatz zu sein, der bereits in Abschnitt III.4. diskutiert wurde.
2. Eine weitere ungeklärte Frage ist auch, wie das Backtestingverfahren anzuwenden ist, wenn das besondere Risiko mit dem Modellansatz getrennt ermittelt wird, also täglich zwei VaR-Beträge zu berechnen sind. Der bisherige Baseler Vorschlag beruht auf einem Vergleich von VaR-Tagesbeträgen mit den Tagesverlusten, nicht aber auf einem Vergleich von Eigenkapitalunterlegung und Tagesverlusten. Es dürfte eine schwierige Aufgabe sein, jeden Tagesverlust in zwei Komponenten aufzuteilen, die dem allgemeinen bzw. dem spezifischen Risiko zuzuordnen sind. Dies wäre aber erforderlich, um ein isoliertes Backtesting der  $VaR^{(a)}$ - und  $VaR^{(b)}$ -Werte durchzuführen. Denkbar wäre ein modifiziertes Backtestingverfahren, das die gemäß (1) berechneten EK-Werte mit den Verlusten vergleicht. In diesem Fall muß aber berücksichtigt werden, daß Ausnahmen, d.h. Tagesverluste, die größer

als EK sind, wegen der additiven Berechnung und wegen der Faktoren 3 und 4 völlig anders zu bewerten sind als Ausnahmen beim gewöhnlichen Backtesting-Ansatz.

3. Grundsätzlich ist zu prüfen, inwieweit unternehmensspezifische Sonderereignisse und damit das besondere Kursrisiko im Sinne der Beispiele zu (BAKred-2, § 25) nicht besser durch sogenannte Ereignismodelle (event risk models) abgebildet werden können. Denn das auf unternehmensspezifische Sonderereignisse zurückgehende besondere Kursrisiko besteht auch dann, wenn nur eine einzige Aktienposition gehalten wird, deren Marktpreis als Risikofaktor erfaßt wird. Fraglich ist aber, ob sich extrem seltene Ereignisse ausreichend in der Datenhistorie widerspiegeln.

## Anhang

1. Aus (3) folgt

$$\begin{aligned}
 \frac{w_t - w_{t-1}}{w_{t-1}} &= \frac{\sum_{j=1}^m g_j (k_{j,t} - k_{j,t-1})}{\sum_{j=1}^m g_j k_{j,t-1}} \\
 &= \sum_{j=1}^m \frac{g_j}{\sum_{i=1}^m g_i k_{i,t-1}} (k_{j,t} - k_{j,t-1}) \\
 &= \sum_{j=1}^m \frac{g_j k_{j,t-1}}{\sum_{i=1}^m g_i k_{i,t-1}} \frac{k_{j,t} - k_{j,t-1}}{k_{j,t-1}} \\
 &= \sum_{j=1}^m a_{j,t} \frac{k_{j,t} - k_{j,t-1}}{k_{j,t-1}}.
 \end{aligned}$$

2. Aus Gleichung (3) erhält man

$$X - \mu_X = \sum_{j=1}^m a_j (Y_j - \mu_{Y_j}),$$

$$(X - \mu_X)^2 = \sum_{j=1}^m a_j (X - \mu_X) (Y_j - \mu_{Y_j})$$

und

$$\sigma_X^2 = \sum_{j=1}^m a_j \operatorname{cov}(X, Y_j) = \sigma_X^2 \sum_{j=1}^m a_j \beta_j.$$

3. Mit den Definitionen (18), (19) und (20) gilt

$$\begin{aligned}\operatorname{VaR}_j &= \left[ -\mu_{Y_j} + 2.33\sigma_{Y_j} \right]_+ \\ &= \left[ -\alpha_j - \beta_j \mu_X + 2.33 \sqrt{\beta_j^2 \sigma_X^2 + \sigma_{U_j}^2} \right]_+ \\ &\leq \left[ -\alpha_j - \beta_j \mu_X + 2.33(|\beta_j| \sigma_X + \sigma_{U_j}) \right]_+ \\ &= \left[ (-\alpha_j + 2.33\sigma_{U_j}) + (-\beta_j \mu_X + 2.33|\beta_j| \sigma_X) \right]_+ \\ &\leq \left[ -\alpha_j + 2.33\sigma_{U_j} \right]_+ + \left[ -\beta_j \mu_X + 2.33|\beta_j| \sigma_X \right]_+ \\ &= \operatorname{VaR}_j^{(u)} + \operatorname{VaR}_j^{(s)}.\end{aligned}$$

Falls  $\operatorname{VaR}_j^{(u)}$  und  $\operatorname{VaR}_j^{(s)}$  positiv sind, gilt die Ungleichung (21), da dann  $\sigma_X^2$  und  $\sigma_{U_j}^2$  positiv sind und in der dritten Zeile das  $<$ -Zeichen gilt.

4. Für die Summe  $S = Z_1 + Z_2$  von zwei stochastisch unabhängigen Zufallsvariablen

$$Z_i \sim \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2), \quad (i = 1, 2)$$

mit  $\mu_1 = \mu_2 = 2$  und  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1$  gilt  $S \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  mit  $\mu = 4$  und  $\sigma^2 = 2$ . Somit gilt

$$[-\mu + 2.33\sigma]_+ = 0 < 0.33 = -\mu_1 + 2.33\sigma_1 = -\mu_2 + 2.33\sigma_2.$$

## Literatur

- (Basel-1) Basler Ausschuss für Bankenaufsicht: Änderung der Eigenkapitalvereinbarung zur Einbeziehung der Marktrisiken. Basel (Januar) 1996.
- (Basel-2) Basler Ausschuss für Bankenaufsicht: Überblick über die Änderung der Eigenkapitalvereinbarung zur Einbeziehung der Marktrisiken. Basel (Januar) 1996.
- (Basel-3) Basler Ausschuss für Bankenaufsicht: Aufsichtliches Rahmenkonzept für Backtesting (Rückvergleiche) bei der Berechnung des Eigenkapitalbedarfs zur Unterlegung des Marktrisikos mit bank-eigenen Modellen. Basel (Januar) 1996.

- (Basel-4) Basle Committee on Banking Supervision: Explanatory Note: Modification of the Basle Capital Accord of July 1988, as amended in January 1996. Basle 1997.
- (Basel-5) Basle Committee on Banking Supervision: Modification to the market risk amendment. Basle 1997.
- (BAKred-1) Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen: Bekanntmachung über die Änderung und Ergänzung der Grundsätze über das Eigenkapital und die Liquidität der Kreditinstitute. Entwurf vom 29.5.1997.
- (BAKred-2) Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen: Bekanntmachung über die Änderung und Ergänzung der Grundsätze über das Eigenkapital und die Liquidität der Kreditinstitute vom 29. Oktober 1997.
- (BAKred-3) Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen: Erläuterungen zur Bekanntmachung über die Änderung und Ergänzung der Grundsätze über das Eigenkapital und die Liquidität der Kreditinstitute vom 29. Oktober 1997.
- (Börse) Deutsche Börse: Leitfaden zu den Aktienindizes der Deutschen Börse. Januar 1997, Version 2.1.
- (CAD) Kapitaladäquanzrichtlinie (CAD): Richtlinie des Rates der Europäischen Union über die angemessene Eigenkapitalausschüttung von Wertpapierfirmen und Kreditinstituten – 93/6/EWG – vom 15. März 1993, Amtsblatt der EG, Nr. L 141/1 vom 11. Juni 1993.

*Gaumert, U.: Die Messung des spezifischen Marktrisikos durch Value-at-Risk-Modelle. Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen 20 (1997), 993-997. – Hendricks, D., Hirtle, B.: Bank capital requirements for market risk: the internal models approach. FRBNY Economic Policy Review, December (1997), 1 - 12. – Jorion, P.: Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk. Irwin, Chicago 1997. – Morgan, J. P./Reuters: RiskMetrics – Technical Document. 4th ed., 1996. – Mardia, K. V., Kent, J. T., Bibby, J. M.: Multivariate Analysis. Academic Press: New York 1979.*

## Zusammenfassung

### Messung des besonderen Kursrisikos durch Varianzzerlegung

Um die erforderliche Eigenkapitalunterlegung für das Kursrisiko von Aktien, das aus dem allgemeinen und dem besonderen Kursrisiko besteht, zu bestimmen, dürfen nach einer aufsichtsrechtlichen Neuregelung beide Risikokomponenten durch interne Risikomodelle gemessen werden. Dieser Beitrag diskutiert, inwieweit das besondere Kursrisiko durch das sogenannte unsystematische Risiko erfaßt werden kann. Auf der Basis von Varianzzerlegungen werden alternative Vorschläge zur analytischen Bestimmung jeweils eines Value-at-Risk-Betrages für das besondere und das allgemeine Kursrisiko gemacht. (JEL G21, G28, G11, G18)

## Summary

### Measuring the Specific Price Risk by Variance Decomposition

To determine the equity required for covering the general and the specific price risks of shares, the supervisory regulations would, after modification, allow both risk components to be measured on the basis of internal risk models. This contribution discusses the extent to which specific risks can be covered by the so-called unsystematic risk. On the basis of variance components, the author proposes alternative approaches to the analytical determination of a value-at-risk amount for covering the specific and the general price risk each.

## Résumé

### Mesure du risque particulier de cours à l'aide de l'analyse des variances

Pour déterminer le capital propre nécessaire pour couvrir le risque des cours d'actions, une nouvelle réglementation juridique de contrôle permet de mesurer les deux composants du risque (le risque général et le risque particulier) à l'aide des modèles internes de risque. Cet article analyse à quel point le risque dit non systématique est capable de déterminer le risque particulier de cours. Sur base de l'analyse des variances, l'auteur fait ici des propositions alternatives pour déterminer de façon analytique un montant *value at risk* respectivement pour le risque général et particulier.