

# Begründung der monetaristischen Geldmengenregel mit Hilfe einer Formalisierung des Konjunkturmodells von Milton Friedman

Von Wolfgang Patzig, Stendal\*

## I. Diskretionäre Geldpolitik als Konjunktursache

*Friedman* begründet in seinem Aufsatz „The Optimum Quantity of Money“<sup>1</sup> im Rahmen eines Konjunkturmodells, warum das Geldmengenwachstum am langfristigen Anstieg des Realeinkommens (permanentes Einkommen) ausgerichtet werden sollte, um ein stabiles Preisniveau zu gewährleisten. Zwei Ursachen können jedoch den langfristig stabilen Zusammenhang zwischen dem Geldangebot und dem Preisniveau stören. Zum einen ist dies eine Veränderung des Güterwachstums, so daß die Relation Geldmenge zu Einkommen für das Preisniveau relevant ist, und zum anderen eine Veränderung in der Geldhaltung resp. der Umlaufgeschwindigkeit<sup>2</sup>.

Eine der grundlegenden Folgerungen der Friedmanschen Theorie ist, daß diskretionäre Geldpolitik keine konjunkturstabilisierende Wirkung hat, sondern Ursache der Konjunkturschwankungen im Sinne der monetären Konjunkturtheorien ist. „This necessity for overshooting in the rate of price change and in the rate of income change (though not necessarily in the level of either prices or income) is in my opinion the key element in monetary theories of cyclical fluctuations<sup>3</sup>.“

---

\* Für ihre Hilfe danke ich *G. Blümle* und *F. L. Sell*, einem anonymen Referee, *K. Kammerer* sowie *B. Heinzelmann-Patzig*.

<sup>1</sup> *M. Friedman*: The Optimum Quantity of Money; in: *M. Friedman* (Hrsg.): The Optimum Quantity of Money and Other Essays; New York 1969; S. 1 - 50.

<sup>2</sup> „The relationship between changes in the stock of Money and changes in prices, while close, is not of course precise or mechanically rigid. Two major factors produce discrepancies: changes in output, and changes in the amount of money that the public desires to hold relative to its income.“ *M. Friedman*: The Supply of Money and Changes in Prices and Output; in: *M. Friedman* (Hrsg.): The Optimum Quantity of Money and Other Essays; New York 1969; S. 174.

<sup>3</sup> *M. Friedman*: The Optimum Quantity of Money; in: *M. Friedman* (Hrsg.): The Optimum Quantity of Money and Other Essays; New York 1969; S. 13.

Bei allen Formen der Anpassung kommt es nach *Friedman* zum „overshooting“, also zu einer anfänglichen Erhöhung der Inflationsrate über ihr langfristiges Niveau.

„The three broken curves illustrate alternative possible transitional paths: curve A shows a single overshooting and then gradual return to the permanent position, curves B and C show an initial undershooting, then overshooting followed by either a gradual return (curve B) or a damped cyclical adjustment (curve C)<sup>4</sup>.“ Allerdings bleibt *Friedman* einen Nachweis darüber schuldig, wann mit welcher Art der Anpassung zu rechnen ist: „Presumably, these cyclical adjustments will be damped, though no merely verbal exposition can suffice to assure that the particular mechanism described will have that property<sup>5</sup>.“ An anderer Stelle schreibt er: „For example, it is conceptually possible for the adjustment to be explosive rather than damped. Restricting ourselves to damped paths is an empirical judgment<sup>6</sup>.“ Da er Stabilität des privaten Sektors unterstellt, bedarf es zur Aufrechterhaltung von permanenten Schwingungen exogener Störungen<sup>7</sup>.

Ziel dieses Beitrags ist eine mathematische Formalisierung des verbalen Modells von *Friedman* und damit die Klärung, unter welchen Bedingungen es überhaupt zu einer Anpassung an ein langfristiges Gleichgewicht kommt und unter welchen Voraussetzungen sich diese zyklisch oder monoton vollzieht. Da *Friedman* selbst nur die Entwicklung des nominellen Einkommens beschreibt, hat *Laidler* die Nominaleinkommensentwicklung in eine Realeinkommens- und Preisniveaumponente gespalten. *Laidler*<sup>8</sup> formalisierte in seinem monetaristischen Konjunkturmodell allerdings nur die erste von *Friedman* genannte Ursache<sup>9</sup>. Gerade

<sup>4</sup> *M. Friedman*: The Optimum Quantity of Money; in: *M. Friedman* (Hrsg.): The Optimum Quantity of Money and Other Essays; New York 1969; S. 12.

<sup>5</sup> *M. Friedman, A. J. Schwartz*: Money and the Business Cycles; in: The Review of Economics and Statistics; Vol. XLV; Nr. 1, Part 2, S. 64.

<sup>6</sup> *M. Friedman*: A Theoretical Framework for Monetary Analysis; in: Journal of Political Economy; Vol. 78, 1970, S. 234.

<sup>7</sup> „Additional disturbances from time to time would prevent the fluctuations from dying out.“ *M. Friedman, A. J. Schwartz*: Money and the Business Cycles; in: The Review of Economics and Statistics; Vol. XLV; Nr. 1, Part 2, S. 64.

<sup>8</sup> *D. Laidler*: An Elementary Model of Simultaneous Fluctuations in Prices and Output; in: *H. Frisch* (Hrsg.): Inflation in Small Countries; Berlin u.a.O. 1976, S. 75 - 89.

<sup>9</sup> Vgl. hierzu allerdings auch: *J. Kromphardt*: Konjunkturtheorie heute: Ein Überblick; in: Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialforschung, 109. Jg., 1989, S. 211 und *W. Assenmacher*: Die Zeitstruktur des monetaristischen Konjunkturmodells von *Laidler*: Kritik und Modifikation; in: Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften; 111. Jg. 1991, S. 91 - 96.

aber Friedmans geldtheoretische Überlegungen, die für den kurzfristigen Anpassungsprozeß von erheblicher Bedeutung sind, da nur so das angesprochene Überschießen erklärbar ist, sind nicht Bestandteil seiner Ausführungen. In diesem Ansatz werden beide mögliche Ursachen gemeinsam modelliert.

### Formalisierung des Modells

Es wird zur Vereinfachung eine geschlossene, stationäre Volkswirtschaft ohne staatliche Aktivität unterstellt.

## II. Die Angebotsseite des Modells

Die linear-homogene Produktionsfunktion sei vom Typ Cobb-Douglas  $Y^A(t) = v \cdot A(t)^\alpha \cdot K^\beta$  mit  $\alpha + \beta = 1$  und  $0 < \alpha, \beta < 1$ . Der Kapitalbestand  $K$  sei gegeben, so daß der Output der Periode  $Y^A(t)$  nur mit dem Arbeitseinsatz  $A(t)$  variiert<sup>10</sup>.

Die Arbeitsnachfrage wird bei unterstelltem Gewinnmaximierungsverhalten der Unternehmen soweit ausgedehnt, bis der Reallohn (Nominallohn  $l^{no}$  und Preisniveau  $P$ ) dem Grenzprodukt der Arbeit entspricht:

$$\frac{dY^A(t)}{dA(t)} = \frac{l^{no}(t)}{P(t)}$$

Die gewinnmaximale Arbeitsnachfrage  $A^N(t)$  ergibt sich als:

$$(1) \quad A^N(t) = \left( \frac{l^{no}(t)}{P(t) \cdot \alpha \cdot v \cdot K^\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

Aufgrund der unterstellten Produktionsfunktion, der Annahme eines konstanten Kapitalstocks und des Gewinnmaximierungsverhaltens kann der Arbeitseinsatz aus einer Gleichgewichtssituation heraus nur steigen, wenn der Reallohn sinkt. Die realisierte Beschäftigung liegt somit auf der Arbeitsnachfragekurve.

Für das gewinnmaximale Güterangebot gilt entsprechend:

$$Y^A(t) = v^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot K \cdot \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \cdot \frac{P(t)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{l^{no}(t)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}$$

<sup>10</sup> Alternativ könnte auch eine partielle Produktionsfunktion angesetzt werden.

oder in logarithmischer Schreibweise:

$$(2) \quad \ln Y^A(t) = \frac{1}{1-\alpha} \cdot \ln v + \ln K + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \ln \alpha + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \ln P(t) \\ - \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \ln l^{no}(t)$$

Die Arbeitsnachfrage wird nur dann über die Vollbeschäftigung<sup>11</sup>  $A^*$  steigen, wenn der Reallohn aus Sicht der Unternehmen sinkt oder aus Sicht der Arbeitnehmer steigt<sup>12</sup>. So werden im allgemeinen für die Arbeitnehmer entweder verzögerte Anpassungen oder Geldillusion unterstellt. Die Unternehmer können bei steigender Güternachfrage die Preise kontinuierlich und jederzeit anpassen, also das Ergebnis der Lohnverhandlungen in Abhängigkeit von der konjunkturellen Lage revidieren<sup>13</sup>.

Die weitere Untersuchung bezieht sich auf die Nominallohnforderungen der Arbeitsanbieter.

### III. Lohnbildung

Die Nominallohnsteigerungen hängen zum einen von den Inflationserwartungen und zum anderen von der Möglichkeit der Durchsetzung der Forderungen, die sich aufgrund der Inflationserwartungen ergeben, ab. Der Reallohn ergibt sich erst in Verbindung mit dem Preisniveau des Gütermarkts.

Die Nominallohnforderungen orientieren sich am langfristigen Gleichgewichtslohnsatz  $l^* = \frac{l^{no*}}{P^*}$  und an der erwarteten Inflationsrate  $\pi^e(t)$ .

Der langfristige reale Gleichgewichtslohnsatz  $\frac{l^{no*}}{P^*} = l^*$  ergibt sich als

$$\frac{l^{no*}}{P^*} = \frac{dY^*}{dA^*} = v \cdot \alpha \cdot \frac{A^{*\alpha}}{A^*} \cdot K^\beta = \alpha \cdot \frac{Y^*}{A^*}.$$

<sup>11</sup> Vollbeschäftigung im Sinne von *Friedman* ist kompatibel mit „natürlicher Arbeitslosigkeit“. Vgl. *M. Friedman*: The Role of Monetary Policy; *M. Friedman* (Hrsg.): The Optimum Quantity of Money and Other Essays; New York 1969; S. 102.

<sup>12</sup> „Indeed, the simultaneous fall *ex post* in real wages to employers and the rise *ex ante* in real wages to employees is what enabled employment to increase.“ *M. Friedman*: The Role of Monetary Policy; *M. Friedman* (Hrsg.): The Optimum Quantity of Money and Other Essays; New York 1969; S. 103f.

<sup>13</sup> „... wages have been set for some time in the future ...“ *M. Friedman*: The Role of Monetary Policy; *M. Friedman* (Hrsg.): The Optimum Quantity of Money and Other Essays; New York 1969; S. 103.

Der tatsächliche Nominallohn ergibt sich aufgrund des durchgesetzten „Inflationsausgleichs“. Hierzu wird zwischen Inflationserwartungen und ihrer Durchsetzbarkeit unterschieden<sup>14</sup>. Der Nominallohn entwickelt sich gemäß den durchsetzbaren Preisniveausteigerungen  $P^d(t)$ :

$$(3) \quad l^{no}(t) = \frac{l^{no*}}{P^*} \cdot P^d(t).$$

Die Durchsetzbarkeit von Nominallohnforderungen und damit von Preiserwartungen<sup>15</sup> hängt von der konjunkturellen Situation auf dem Arbeitsmarkt ab. Bei Arbeitskräfteknappheit sind Lohnforderungen leichter, bei Arbeitskräfteüberangebot schwerer durchsetzbar. Um die Analyse zu vereinfachen, wird auf eine Modellierung<sup>16</sup> dieses Zusammenhangs verzichtet. Für das, im Zeitpunkt  $t$ , durchgesetzte Preisniveau  $P^d(t)$  wird demgemäß unterstellt:

$P^d(t) = P(t) \cdot [1 + \pi^e(t)]^\gamma$ , wobei  $\gamma$  als „Antizipationskoeffizient“ bezeichnet wird. Veränderungen von  $\gamma$  werden dann im Rahmen einer Sensitivitätsanalyse untersucht.

Da  $\pi(t)$  zum Zeitpunkt  $t$  noch unbekannt<sup>17</sup> ist, muß  $\pi^e(t)$  von den Arbeitsanbietern approximiert werden. Dies erfolgt gemäß dem Differenzenquotient:  $\pi^e(t) = \frac{P(t) - P(t-1)}{P(t-1)}$ .

$$P^d(t) = P(t) \cdot \left[ 1 + \left( \frac{P(t) - P(t-1)}{P(t-1)} \right) \right]^\gamma \text{ bzw.}$$

$$\underline{P^d(t) = P(t) \cdot \left( \frac{P(t)}{P(t-1)} \right)^\gamma} \text{ oder in logarithmischer Schreibweise:}$$

<sup>14</sup> „Voraussetzung für eine vollständige Antizipation der Inflation ist, daß alle Wirtschaftssubjekte die richtige Inflationsrate vorhersehen *und* die Inflationserwartungen in ihren Entscheidungen verwerten können *und* ihre Handlungen tatsächlich die erwartete Inflationsrate zum Ergebnis haben.“ G. Steinmann: Inflationstheorie; Paderborn 1979, S. 28.

<sup>15</sup> „Ein Wirtschaftssubjekt antizipiert dagegen die Inflationsrate auch dann unvollständig, wenn es zwar die richtige Inflationsrate erwartet, aber aufgrund früherer Abmachungen in seiner Entscheidungsfreiheit gebunden ist ... oder aus anderen Gründen keine Reaktionsmöglichkeit besitzt ...“. G. Steinmann: Inflationstheorie; Paderborn 1979, S. 28.

<sup>16</sup> Die Durchsetzbarkeit könnte z.B. mit Hilfe der Abweichung von der Vollbeschäftigung ( $A^* - A_t$ ) modelliert werden.

<sup>17</sup> Anders als im Modell von *Laidler*, welches auf einer Differenzengleichung basiert, wird hier eine Differentialgleichung unterstellt. Für ein beliebiges  $t$  ist zwar  $P(t)$  bekannt, nicht aber  $\pi(t)$ . An der Stelle  $t$  kann die Funktion  $\pi(t)$  – mathematisch formuliert – nur einseitig differenziert werden.

$$\ln P^d(t) = (1 + \gamma) \cdot \ln P(t) - \gamma \cdot \ln P(t - 1)$$

In Verbindung mit Gleichung (3) ergibt sich für die Nominallohnentwicklung folgender Zusammenhang.

$$(4) \quad \ln l^{no}(t) = \ln l^{no*} - \ln P^* + (1 + \gamma) \cdot \ln P(t) - \gamma \cdot \ln P(t - 1)$$

Für den ersten Spezialfall  $\gamma = -1$  erhält man:  $\ln l^{no}(t) = \ln l^{no*} - \ln P^* + \ln P(t - 1)$ , d.h., die Nominallohnsteigerungen hinken der Preisniveauentwicklung hinterher<sup>18</sup>. Bei steigendem Preisniveau liegt demgemäß der aktuelle Reallohn unter dem gleichgewichtigen  $l^* = \frac{l^{no*}}{P^*}$ .

Für  $\gamma = 0$  entspricht der aktuelle Reallohn dem gleichgewichtigen, die Antizipation der Preisentwicklung ist vollständig. Für jeden positiven Wert von  $\gamma$  eilt der Nominallohn der Preisniveauentwicklung voraus.

#### IV. Die Entwicklung des Arbeitseinsatzes

Setzt man die Gleichungen (3) in Gleichung (1) ein, so erhält man die Entwicklung des tatsächlichen Arbeitseinsatzes:

$$\begin{aligned} \ln A^N(t) &= \frac{1}{1 - \alpha} \cdot \ln v + \frac{1}{1 - \alpha} \cdot \ln K + \frac{1}{1 - \alpha} \cdot \ln \alpha + \frac{1}{1 - \alpha} \cdot \ln P(t) \\ &\quad - \frac{1}{1 - \alpha} \cdot \ln \left( \frac{l^{no*}}{P^*} \right) - \frac{1}{1 - \alpha} \cdot \ln P^d(t) \\ \text{oder} \quad \frac{\partial \ln A^N(t)}{\partial t} &= \frac{1}{1 - \alpha} \cdot \pi(t) - \frac{1}{1 - \alpha} \cdot \pi^d(t) \end{aligned}$$

Wenn  $\pi(t) > \pi^d(t)$  gilt, die Unternehmer also höhere Preissteigerungen durchsetzen können als die Arbeitsangebotsseite antizipiert hat, führt ein steigendes Preisniveau zu einem steigenden Arbeitseinsatz – ein aufgrund der Phillipskurve hinlänglich bekannter Zusammenhang. Die tatsächliche Arbeitslosigkeit sinkt unter die „natürliche“<sup>19</sup>.

<sup>18</sup> Because selling prices of products typically respond to an unanticipated rise in nominal demand faster than prices of factors of production, ...“. M. Friedman: The Role of Monetary Policy; M. Friedman (Hrsg.): The Optimum Quantity of Money and Other Essays; New York 1969; S. 103.

<sup>19</sup> „Market‘ unemployment is below the ‚natural‘ level.“ M. Friedman: The Role of Monetary Policy; M. Friedman (Hrsg.): The Optimum Quantity of Money and Other Essays; New York 1969; S. 104.

Gilt jedoch  $\pi(t) < \pi^d(t)$ , so führt dasselbe steigende Preisniveau zu sinkendem Arbeitseinsatz, da der Reallohn trotz Inflationsbeschleunigung steigt – ein mit Stagflation umschriebener Tatbestand.

## V. Die Güterangebotsfunktion

Der Arbeitseinsatz determiniert über die Produktionsfunktion die Ausbringung:

$$(5) \quad \ln Y^A(t) = \frac{1}{1-\alpha} \cdot \ln v + \ln K + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot (\ln \alpha + \ln l^* + \ln P(t) - \ln P^d(t))$$

Differenziert man obige Gleichung nach der Zeit, so erhält man die Wachstumsrate des Outputs in Abhängigkeit der tatsächlichen und der antizipierten Inflationsrate:

$$\frac{\dot{Y}_t^A}{Y_t^A} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot (\pi(t) - \pi^d(t))$$

Wenn  $\pi(t) > \pi^d(t)$  gilt, dann dehnen die Unternehmen (kurzzeitig) ihr Angebot entsprechend  $\frac{\alpha}{1-\alpha}$  ( $\alpha$  = Produktionselastizität der Arbeit) aus. Gilt hingegen  $\pi(t) < \pi^d(t)$ , wird die Produktion gedrosselt.

Somit wäre der erste Grund für Störungen im Verhältnis zwischen Geldmenge und Preisniveau modelliert.

Bislang entsprach die Diskussion eher den Ausführungen *Friedmans* zur Kontroverse um die kurzfristige und die langfristig vertikale Phillipskurve.

Im folgenden werden nun die Nachfrageseite und damit die Argumente *Friedmans* bezüglich der Umlaufgeschwindigkeit erörtert.

## VI. Die Nachfrageseite des Modells

Die gesamtwirtschaftliche Nachfrage lässt sich folgendermaßen aus der Quantitätsgleichung herleiten:  $Y_t^N = \frac{\bar{M}^{no} \cdot U_t}{P_t}$ , wobei die nominelle Geldmenge  $\bar{M}^{no}$  gegeben sei, aber durch geldpolitische Maßnahmen<sup>20</sup> parametrisch geändert werden kann. Eine Erhöhung der Geldmenge z.B. stört die gleichgewichtige Geldhaltung. Die Wirtschaftssubjekte werden

---

<sup>20</sup> Vgl. zur Geldpolitik der Deutschen Bundesbank O. Issing: Geldmengensteuerung zur Sicherung des Geldwertes; in: WSI Mitteilungen; 47. Jg., November 1994, S. 682 - 690.

versuchen, den ungeplanten Teil der Kassenhaltung abzubauen; dies wird auf dem Umweg über Portfolioumschichtungen zu einer steigenden Nachfrage auf dem Gütermarkt führen<sup>21</sup>.

„The second major factor that can introduce a discrepancy between movements in money and in prices is a change in the ratio that the public desires to maintain between its cash balances and its income ...“<sup>22</sup>.

Für die Umlaufgeschwindigkeit ( $U(t)$ ) wird also eine, durch den Parameter  $\chi$  zum Ausdruck gebrachte, Abhängigkeit von der Veränderung des Preisniveaus<sup>23</sup> unterstellt, die den Wertverlust<sup>24</sup> der Geldhaltung bei Inflation und so die Geldhaltung als Teil eines Portfolios berücksichtigt<sup>25</sup>.  $U(t) = \left( \frac{P(t)}{P(t-1)} \right)^\chi \cdot U^*$  mit  $\chi \geq 0$ <sup>26</sup>. Die Kassenhaltung wird

<sup>21</sup> „Suppose that the nominal quantity that people hold at a particular moment of time happens to correspond at current prices to a real quantity larger than quantity that they wish to hold. Individuals will then seek to dispose of what they regard as their excess money balances; they will try to pay out larger sum for the purchase of securities, goods and services, for the repayment of debts, and as gifts than they receiving from the corresponding sources.“ *M. Friedman: A Theoretical Framework for Monetary Analysis*; in: *Journal of Political Economy*; Vol. 78, 1970, S. 194f.

<sup>22</sup> *M. Friedman: The Supply of Money and Changes in Prices and Output*; in: *M. Friedman* (Hrsg.): *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*; New York 1969; S. 175.

<sup>23</sup> „The amount of money demanded will depend on anticipated permanent income and prices as well as on the anticipated rate of change in prices.“ *M. Friedman: A Theoretical Framework for Monetary Analysis*; in: *Journal of Political Economy*; Vol. 78, 1970, S. 204 sowie S. 226. Vgl. zu dieser Modellierung auch: *W. Assenmacher: Konjunkturtheorie*; 6. Aufl., München, Wien 1994, S. 315 und *J. Heubes: Konjunktur und Wachstum*; München 1991, S. 85.  $\chi$  hängt in hohem Maße von der Inflationsempfindlichkeit der Bevölkerung ab. Vgl. hierzu *M. Friedman: The Supply of Money and Changes in Prices and Output*; in: *M. Friedman* (Hrsg.): *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*; New York 1969, S. 176.

<sup>24</sup> *Friedman* erklärt dies für eine 10prozentige Inflation an einem Beispiel: „Storage and depreciation costs are now ten cents per dollar per year, instead of zero, so he (the representative individual – der Verf.) will try to hold a smaller real quantity of money.“ *M. Friedman: The Optimum Quantity of Money*; in: *M. Friedman: The Optimum Quantity of Money and Other Essays*; New York 1969; S. 11.

<sup>25</sup> Weitere Gründe, die diesen Ansatz stützen, lassen sich bei: *M. Friedman, A. J. Schwartz: Money and the Business Cycles*; in: *The Review of Economics and Statistics*; Vol. XLV; Nr. 1, Part 2, S. 62 finden.

<sup>26</sup> Eine Abhängigkeit von der Inflationsrate  $U(t) = \left( 1 + \frac{P(t) - P(t-1)}{P(t-1)} \right)^\chi \cdot U^*$

führt zum selben Ergebnis. Da die „stetige“ Version der Inflationsrate den Wirtschaftssubjekten zum Zeitpunkt  $t$  nicht bekannt ist, wird wie bei der Lohnbildung die „diskrete“ Version verwandt. Während  $\gamma$  die Durchsetzungsmöglichkeiten der Arbeitsanbieter zum Ausdruck bringt, ist  $\chi$  ein Verhaltensparameter, der das Verhalten aller Wirtschaftssubjekte bezüglich der Kassenhaltung zum Ausdruck bringt.

demgemäß nominell mit steigendem Preisniveau wachsen, real jedoch – aufgrund des Wertverlustes gegenüber anderen Aktiva – relativ sinken. Nur wenn die Inflationsrate konstant oder  $\chi = 0$  ist, bleibt auch kurzfristig ein stabiler Zusammenhang zwischen Geldmenge und Nominaleinkommen erhalten. Unter  $U^*$  wird im folgenden die konstante Umlaufgeschwindigkeit<sup>27</sup> verstanden, die sich aufgrund der (gegebenen) Zahlungsgewohnheiten der Wirtschaftssubjekte ergibt. Sie determiniert das Verhältnis zwischen gleichgewichtigem nominellen Vollbeschäftigungseinkommen und gegebener Geldmenge  $U^* = \frac{Y^* \cdot P^*}{\bar{M}^{no}}$ .

Ein  $\chi$  in Höhe von 0 bedeutet, daß die Wirtschaftssubjekte mit ihrer Kassenhaltung nicht auf Inflation reagieren. Ein Wert von  $\chi$  zwischen 0 und eins dürfte *Friedmans* Argumentation am nächsten kommen, während  $\chi > 1$  für Hyperinflationen<sup>28</sup> realistisch erscheint<sup>29</sup>.

## VII. Die Nachfragefunktion

Unter Berücksichtigung obiger Zusammenhänge ergibt sich die gesamtwirtschaftliche Nachfragefunktion als:

$$\ln Y^N(t) = \ln \bar{M}^{no} + \chi \cdot \ln \left( \frac{P(t)}{P(t-1)} \right) + \ln U^* - P(t) \text{ oder}$$

$$(6) \quad \ln Y^N(t) = \ln \bar{M}^{no} + (\chi - 1) \cdot \ln P(t) - \chi \cdot \ln P(t-1) + \ln U^*$$

Exogene Geldangebotserhöhungen führen zu Steigerungen der Güternachfrage, die in Verbindung mit der Angebotsfunktion Preissteigerungen bedingen. Hierdurch wird der anfängliche Überschuß in der Kassenhaltung abgebaut. Dies gilt allerdings nur für Werte von  $\chi$ , die diese Wirkung nicht überkompensieren.

---

<sup>27</sup> Von einem empirisch festgestellten rückläufigen Trend der Umlaufgeschwindigkeit wird abgesehen. O. Issing: Einführung in die Geldpolitik; 5. Aufl., München 1993, S. 262.

<sup>28</sup> Vgl. zur Entwicklung der Umlaufgeschwindigkeit während 1913 und 1923: O. Issing: Einführung in die Geldpolitik; 5. Aufl., München 1993, S. 19.

<sup>29</sup> Dieser Koeffizient dürfte von Nation zu Nation unterschiedlich sein. Vgl. z.B. zu der von P. A. Samuelson besonders den Deutschen unterstellten Inflationsangst: P. A. Samuelson: Worldwide Stagflation; in: Intermountain Economic Review; Vol. VI, No. 2, Utah 1975, S. 10.

### VIII. Die Preisniveaupassungsgleichung

Im folgenden wird nun unterstellt, daß sich die tatsächliche Inflationsrate  $\pi_t$  kontinuierlich entwickelt und vom Nachfrageüberhang (Angebotsüberhang) auf dem Gütermarkt abhängt<sup>30</sup>. Genauer: Der Parameter  $f$  bringt zum Ausdruck, wie die Unternehmer auf Änderungen der Güternachfrage- und der Güterangebotsseite hinsichtlich der Preise reagieren.

$$\pi(t) = f \cdot (\ln Y^N(t) - \ln Y^A(t)) \text{ mit } f > 0.$$

Vollbeschäftigung im Ausgangspunkt unterstellt, führt eine steigende Güternachfrage zu inflationären Tendenzen, während z.B. eine Reallohnsenkung über eine Angebotserhöhung deflationäre Entwicklungen auslöst.

Unter Verwendung der Gleichung (6) erhält man:

$$\pi(t) = f \cdot (\ln \bar{M}^{\text{no}} + (\chi - 1) \cdot \ln P(t) - \chi \cdot \ln P(t-1) + \ln U^* - \ln Y^A(t))$$

Mit Gleichung (5)

$$(7) \pi(t) + f \cdot \left( \left( 1 - \chi - \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) \cdot \ln P(t) + \left( \chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) \cdot \ln P(t-1) \right) + \\ + f \cdot \left( \frac{1}{1-\alpha} \cdot \ln v + \ln K + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \ln \alpha - \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \ln \left( \frac{l^{\text{no}}}{P^*} \right) - \ln \bar{M}^{\text{no}} - \ln U^* \right) = 0$$

erhält man eine gemischte Differenzen-Differential-Gleichung<sup>31</sup>, da  $\pi(t) = d \ln P(t) / dt$  gilt.

<sup>30</sup> „The price level or the level of nominal income is the resultant of the interaction of the demand and the supply.“ *M. Friedman*: A Theoretical Framework for Monetary Analysis; in: Journal of Political Economy; Vol. 78, 1970, S. 201.

<sup>31</sup> Diese Methode findet man in den ersten mathematischen Konjunkturmodellen: *M. Kalecki*: A Macrodynamic theory of Business Cycle; in: Econometrica; Vol. III, 1935, S. 327 - 344; wiederabgedruckt in: *D. Cass u. L. W. McKenzie*: Macroeconomics and Capital Theory, Cambridge etc. 1974, S. 1 - 18, welches von *R. Frisch* u. *H. Holme*: The Characteristic Solutions of a mixed Difference and Differential Equation occurring in Economic Dynamics; in: Econometrica; Vol. III, 1935, S. 225 - 239 gelöst wurde, sowie *R. Frisch*: Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics, in: Economic Essays in Honor of Gustav Cassel; London 1933, wiederabgedruckt in: Readings in Business Cycles, Selected by a Committee of The American Economic Association, Homewood 1965, S. 155 - 185.

## IX. Betrachtung des langfristigen Gleichgewichts

Sofern Stabilität erreicht wird, was im folgenden noch zu prüfen sein wird, gilt bei **konstanter** Geldmenge  $M^{no} = M_0^{no}$  im Gleichgewicht einer stationären Volkswirtschaft:  $P(t) = P(t - 1) = P^*$ <sup>32</sup>, so daß sich die Gleichung (7) zu

$$\pi(t) + f \cdot P^* + \\ + f \cdot \left( \frac{1}{1-\alpha} \cdot \ln v + \ln K + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \ln \alpha - \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \ln \left( \frac{l^{no*}}{P^*} \right) - \ln M_0^{no} - \ln U^* \right) = 0$$

oder in einem weiteren Schritt mit  $\frac{l^{no*}}{P^*} = v \cdot \alpha \cdot \frac{A^{*\alpha}}{A^*} \cdot K^\beta$  zu  
 $\frac{\pi(t)}{f} = -\ln P^* - \ln v - \ln K + \alpha \cdot \ln K - \alpha \cdot \ln A - \ln M_0^{no} - \ln U^*$  und somit zu

$$\frac{\pi(t)}{f} = -\ln P^* - \ln Y^* - \ln M_0^{no} - \ln U^* = 0$$

vereinfachen läßt.

Im Gleichgewicht ist die Inflationsrate 0, Geldmenge und Preisniveau sind bei Konstanz von Umlaufgeschwindigkeit und Vollbeschäftigungseinkommen direkt proportional.

Unterstellt man hingegen, daß die Geldmenge  $M^{no}$  mit einer konstanten Rate  $\eta$  wächst und die gleichgewichtige – nicht jedoch die tatsächliche Umlaufgeschwindigkeit – konstant sei  $\left( \frac{\partial \ln U^*}{\partial t} = 0 \right)$ , erhält man für das langfristige Gleichgewicht<sup>33</sup>, wenn man nach der Zeit differenziert:

$$\frac{\partial \pi(t)}{\partial t} = -f \cdot \left( \left( 1 - \chi - \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) \cdot \pi(t) + \left( \chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) \cdot \pi(t-1) \right) + f \cdot \eta$$

oder

$$\frac{\partial \pi(t)}{\partial t} / f = \left( \chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) \cdot (\pi(t) - \pi(t-1)) + \eta - \pi(t)$$

---

<sup>32</sup> Vgl. hierzu auch das Konzept der Preislücke bei: O. Issing: Die Geldmengenstrategie der Deutschen Bundesbank; in: *Deutsche Bundesbank* (Hrsg.): Auszüge aus Presseartikeln; Frankfurt, Nr. 91 v. 9.12.94 S. 4.

<sup>33</sup> „At a long-run equilibrium position, all anticipations are realized, so that the actual and anticipated magnitudes, or measured and permanent magnitudes, are equal.“ M. Friedman: A Theoretical Framework for Monetary Analysis; in: *Journal of Political Economy*; Vol. 78, 1970, S. 223.

Da eine stationäre Volkswirtschaft  $g_{Y^*} = 0$  und Stabilität  $\left[ \pi(t) = \pi(t-1) \text{ und } \frac{\partial \pi(t)}{\partial t} = 0 \right]$  unterstellt wird, muß die Inflationsrate der autonomen Wachstumsrate der nominalen Geldmenge entsprechen.

Ist der Anpassungsprozeß abgeschlossen, die Inflationsrate also konstant, so verändern sich die Preise mit der Wachstumsrate der Geldmenge  $\eta = \pi(t)$ .

## X. Kurzfristige Betrachtung

Die Untersuchung der kurzen Frist wird in eine Stabilitätsuntersuchung und eine Untersuchung der Form des Anpassungsprozesses geteilt. Ausgangspunkt der Untersuchung ist Gleichung (7), die eine gemischte Differenzen-Differential-Gleichung darstellt:

$$(7) \quad \pi(t) + f \cdot \left( \left( 1 - \chi - \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) \cdot \ln P(t) + \left( \chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) \cdot \ln P(t-1) \right) \\ + f \cdot (\ln Y^* - \ln M_0^{\text{no}} - \ln U^*) = 0$$

Eine Umformung führt zu:

$$\frac{1}{f} \cdot \pi(t) + \left( 1 - \chi - \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) \cdot \ln P(t) + \left( \chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) \cdot \ln P(t-1) \\ = -\ln Y^* + \ln M_0^{\text{no}} + \ln U^*$$

Zur Vereinfachung werden nun folgende Symbole eingesetzt:

1.  $y(t) = \ln P(t)$  und damit  $y'(t) = \pi(t)$
2.  $a = -f \cdot \left( 1 - \chi - \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) = -f + f \cdot \left( \chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right)$   
 $b = -f \cdot \left( \chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right)$  und damit  $a = -f - b$

Das homogene Problem ergibt sich unter Verwendung von 1. und 2. als:

$$y'(t) + a \cdot y(t) + b \cdot y(t-1) = 0.$$

Die folgende Tabelle gibt die Stabilitätsbedingungen und das Schwingungsverhalten für die gemischte Differenzen-Differential-Gleichung wieder.

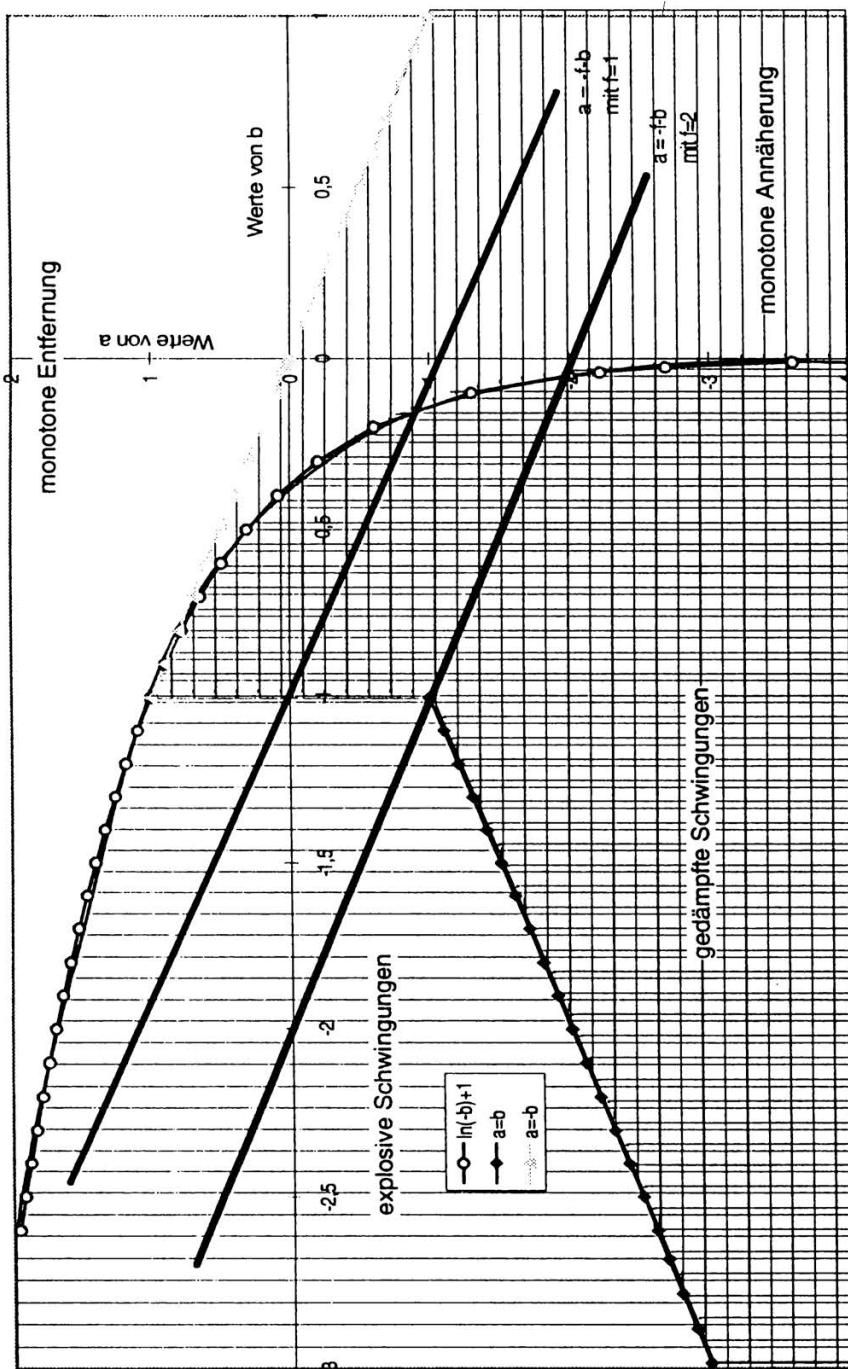
*Übersicht über die Stabilitätsbedingungen und das Schwingungsverhalten<sup>34</sup>*

<b>I. Stabilitätsbedingungen für</b>	stabil, wenn
<b>Ia)</b> $b \geq -1$ oder $-f \cdot \left( \chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) \geq -1$ $\chi \leq \frac{1}{f} - \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma$	$a < -b$ oder $a = -f - b < -b$ immer erfüllt, da $f > 0$
<b>Ib)</b> $b < -1$ oder $-f \cdot \left( \chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) < -1$ $\chi > \frac{1}{f} - \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma$	<b>Iba)</b> $a < b$ oder $a = -f - b < b \rightarrow f > -2 \cdot b$ $\chi < \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma$ Damit diese Bedingung überhaupt erfüllbar ist, muß $f > 2$ sein. <b>Ibb)</b> $b \leq a < -b$ und $\arccos(-a/b) > (a^2 - b^2)^{1/2}$ $b \leq -f - b < -b \Rightarrow 2 \cdot b \leq -f < 0$ $-2 \cdot \chi - 2 \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \leq -1 < 0$ und $\arccos\left(\frac{-1}{\chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma} + 1\right) > (a^2 - b^2)^{1/2}$ aufgrund der Beziehung $a = -f - b$ nie erfüllt.
<b>II. Schwingungen</b>	
<b>IIa)</b> $b > 0$ oder $-f \cdot \left( \chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) > 0$ $\chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma < 0$	Falls IIa) erfüllt ist, entstehen nur monotone Bewegungen.
<b>IIb)</b> $b < 0$ oder $-f \cdot \left( \chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma \right) < 0$ $\chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma > 0$	Schwingungen, wenn $\ln(-b) + 1 > a$ oder $\ln f + \ln\left(\chi + \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma\right) + 1 > -f \cdot \left(1 - \chi - \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma\right)$

Eine Graphik soll obige Zusammenhänge verdeutlichen (siehe Seite 94).

Auf der Abszisse sind die Werte von  $b$ , auf der Ordinate die von  $a$  abgetragen. Die waagrecht-schraffierte Fläche gibt die Parameterkon-

<sup>34</sup> Vgl. hierzu und zum Folgenden: G. *Gandolfo*: Economic Dynamics, Methods and Models; 2. Aufl., Amsterdam 1980 und R. G. D. *Allen*: Makroökonomische Theorie, Berlin 1972.



stellationen von  $a$  und  $b$  an, für die das Modell eine stabile Lösung aufweist (vgl. die Bedingungen Ia und Iba). Die senkrecht-schraffierten Bereiche stellen Kombinationen von  $a$  und  $b$  dar, für die das Modell als Lösung Schwingungen hat (vgl. die Bedingung IIb). Die karierte Fläche stellt demgemäß den Bereich der Parameter dar, in dem gedämpfte Schwingungen auftreten.

Weiterhin wurde die Bedingung  $a = -f - b$  eingezeichnet. Der Parameter  $f$ , der die Preisreaktion auf Nachfrage- bzw. Angebotsüberhänge wiedergibt, wirkt als Shift-Parameter. Je stärker die Unternehmer auf Ungleichgewichte des Gütermarktes mit den Preisen reagieren, desto entfernter ist die Gerade vom Ursprung (Beispiele  $f = 1$  und  $f = 2$  und desto größer wird der Bereich der stabilen Lösungen. Die Parameter  $\chi$  und  $\gamma$  werden nun einer Sensitivitätsanalyse unterzogen.

## XI. Sensitivitätsanalyse

Im folgenden wird der Einfluß der beiden zentralen Parameter  $\chi$  – die Abhängigkeit der Umlaufgeschwindigkeit von der Inflationsrate – und  $\gamma$  – die Abhängigkeit der tatsächlichen Nominallöhne von der Inflationsrate – auf die Stabilität der Lösung des Modells und den Anpassungsprozeß untersucht.

Es gilt:

$$a = -f \cdot \left(1 - \chi - \frac{\alpha}{1 - \alpha} \cdot \gamma\right) \quad \text{und} \quad b = -f \cdot \left(\chi + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \cdot \gamma\right)$$

Für die Ableitungen nach  $\chi$  erhält man folgende Vorzeichen:  $\frac{\partial a}{\partial \chi} = f > 0$  und  $\frac{\partial b}{\partial \chi} = -f < 0$ , da  $f > 0$  gilt.

Eine Erhöhung des Parameters  $\chi$  führt zu einer Bewegung auf der  $a = -f - b$  Geraden mit der Tendenz zur Instabilität. Ausgehend vom Wertebereich für die monotone Anpassung führt eine Erhöhung von  $\chi$  über gedämpfte und explosive Schwingungen immer zu einer monotonen Entfernung vom Gleichgewicht.

Für den Parameter  $\gamma$ , der die Abhängigkeit des Nominallohnsatzes von der Inflationsrate angibt, gilt c.p.:

$$\frac{\partial a}{\partial \gamma} = f \cdot \frac{\alpha}{1 - \alpha} > 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial b}{\partial \gamma} = -f \cdot \frac{\alpha}{1 - \alpha} < 0, \quad \text{da } \alpha, f > 0 \text{ gilt.}$$

Eine Erhöhung von  $\gamma$  bewirkt eine zunehmende Destabilisierung.

## XII. Diskussion von Spezialfällen

### 1. Konstante Umlaufgeschwindigkeit: $\chi = 0$

Die beiden Parameter nehmen unter dieser Voraussetzung die folgende Form an:

$$a = -f \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma\right) \quad \text{und} \quad b = -f \cdot \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \gamma\right)$$

Solange die Nominallohnentwicklung den Preisen hinterherhinkt, also  $\gamma < 0$  gilt, kommt es ausschließlich zu monotonen Anpassungen an das Gleichgewicht.

### 2. Reallohnkonstanz: $\gamma = 0$

Für  $\gamma = 0$  ist der Reallohn konstant, somit auch das Güterangebot. Mengenänderungen sind nicht mehr möglich, jede expansive Geldpolitik führt auch kurzfristig nur zu Preissteigerungen.

Für diesen Fall tritt der Unterschied zum Modell von *Laidler* am stärksten hervor. Es gilt für  $a = -f \cdot (1 - \chi)$  und  $b = -f \cdot \chi < 0$ , da  $f, \chi > 0$ . Eine Veränderung von  $\chi$  soll für einen Wert von  $f = 1$  aufgezeigt werden. Solange  $\chi$  Werte kleiner 0,158 annimmt, nähert sich der Wert von  $P(t)$  nach einer Geldmengenänderung monoton seinem neuen Gleichgewichtswert an. Für Werte zwischen 0,159 und 1 wird das neue Gleichgewicht mit abnehmenden Schwingungen erreicht. Explosive Schwingungen erhält man für Werte von  $\chi$  zwischen 1 und 1,557. Für  $\chi > 1,558$  ergibt sich eine monotone Entfernung.

Eine weitere interessante Schlußfolgerung für die Geldpolitik läßt sich ziehen, wenn man, über die Modellformulierung hinaus, annimmt, daß es für die Inflationsrate Merklichkeitsschwellen gibt. Eine Abhängigkeit des Parameters  $\chi$  z.B. von der Höhe der Inflationsrate würde dazu führen, daß die Umlaufgeschwindigkeit u.U. überproportional mit der Inflation zunimmt. Für die geldpolitischen Instanzen wird dann die Korrektur einer „Fehlentwicklung“ zusätzlich erschwert.

## XIII. Schlußfolgerungen

Eine einmalige Erhöhung der Geldmenge führt zu einem Nachfrageüberschuß auf dem Gütermarkt, der zu einer Erhöhung des Preisniveaus führt. Dieser Preisniveauanstieg hat – je nach Höhe der Parameter – unterschiedliche Wirkungen. Sinkt der tatsächliche Reallohn ( $\gamma < 0$ ), so

steigt die Beschäftigung und das Güterangebot. Dies verkleinert die inflatorische Lücke. Steigt die Umlaufgeschwindigkeit ebenfalls aufgrund der einsetzenden Inflation ( $\chi > 0$ ), so erfährt die gesamtwirtschaftliche Nachfrage eine zusätzliche Erhöhung, so daß die Wirkung der Angebotserhöhung gedämpft bzw. konterkariert wird. Es kommt zum „overshooting“, d.h., das Preisniveau nimmt höhere Werte als im noch zu erreichenden Gleichgewicht an.

Führt expansive Geldpolitik hingegen zu einem Steigen des tatsächlichen Reallohns ( $\gamma > 0$ ), so bedingt dies einen Rückgang der Beschäftigung und des Güterangebots. Bei gleichzeitiger Erhöhung der Umlaufgeschwindigkeit ( $\chi > 0$ ) und der dadurch bedingten Nachfragesteigerung vergrößert sich die inflatorische Lücke wegen der Angebotsverknappung zusätzlich, was die anfängliche Inflation akzelerieren läßt.

Die Stabilität und das Schwingungsverhalten werden zusätzlich noch von der Preisflexibilität auf dem Gütermarkt beeinflußt. Je höher die gesamtwirtschaftliche Preisflexibilität ist, desto wahrscheinlicher wird c.p. ein stabiles Gleichgewicht erreicht<sup>35</sup>.

Die Einkommensschwankungen hängen von der Elastizität des Nominallohns bezüglich der Inflationsrate ab. Je geringer der Wert der Elastizität ( $\gamma < 0$ ), desto größer sind die Wirkungen auf den realen Sektor. Für einen Wert von  $\gamma = 0$  bleibt der reale Sektor von jeder geldpolitischen Maßnahme unberührt.

Neben dem bekannten Ergebnis, daß ein „Stop and Go“ der Geldpolitik Ursache von Konjunkturschwankungen sein kann und somit eine am langfristigen Wachstum orientierte Geldmengensteuerung zur Vermeidung von Inflation vorzuziehen ist, da die Umlaufgeschwindigkeit nur dann eine auch kurzfristig annähernd konstante Größe ist, kommt der Preisflexibilität entscheidende Bedeutung zu. In Volkswirtschaften, die aus vielfältigsten Gründen zu Preisstarrheiten neigen, haben Abweichungen der Geldpolitik von einer langfristigen Orientierung ceteris paribus schwerwiegender Folgen als bei höherer Preisflexibilität.

---

<sup>35</sup> *Friedman* diskutiert dies in ähnlichem Zusammenhang. Nimmt obiges  $f$  den Wert  $\infty$  (a simple quantity theory assumption) an, herrscht Gleichgewicht auf dem Gütermarkt. Für  $f = 0$  (a simple Keynesian assumption) herrscht Preisstarrheit, so daß ein Ungleichgewicht auf dem Gütermarkt Bestand haben kann, da in diesem Modell keine direkten Mengenanpassungen (z.B.  $Y_t^A = g \cdot (Y_t^N - Y_t^A)$ ) modelliert sind. Vgl. *M. Friedman: A Theoretical Framework for Monetary Analysis*; in: *Journal of Political Economy*; Vol. 78, 1970, S. 224.

## Literatur

*Allen, R. G. D.:* Makroökonomische Theorie, Berlin 1972. – *Assemacher, W.:* Konjunkturtheorie; 6. Aufl., München, Wien 1994. – *Assemacher, W.:* Die Zeitstruktur des monetaristischen Konjunkturmodells von Laidler: Kritik und Modifikation; in: Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften; 111. Jg. 1991, S. 91 - 96. – *Friedman, M. (Hrsg.):* The Optimum Quantity of Money and Other Essays; New York 1969. – *Friedman, M.:* The Optimum Quantity of Money; in: Friedman, M. (Hrsg.): The Optimum Quantity of Money and Other Essays; New York 1969, S. 1 - 50. – *Friedman, M.:* The Role of Monetary Policy; in: Friedman, M. (Hrsg.): The Optimum Quantity of Money and Other Essays; New York 1969, S. 95 - 110. – *Friedman, M.:* The Supply of Money and Changes in Prices and Output; in: Friedman, M. (Hrsg.): The Optimum Quantity of Money and Other Essays; New York 1969, S. 171 - 187. – *Friedman, M.:* A Theoretical Framework for Monetary Analysis; in: Journal of Political Economy; Vol. 78, 1970, S. 193 - 238. – *Friedman, M., Schwartz, A. J.:* Money and the Business Cycles; in: The Review of Economics and Statistics; Vol. XLV; Nr. 1, Part 2, S. 32 - 78. – *Frisch, R.:* Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics, in: Economic Essays in Honor of Gustav Cassel; London 1933, wiederaufgedruckt in: Readings in Business Cycles, Selected by a Committee of The American Economic Association, Homewood 1965, S. 155 - 185. – *Frisch, R. u. Holme, H.:* The Characteristic Solutions of a mixed Difference and Differential Equation occurring in Economic Dynamics; in: Econometrica; Vol. III, 1935, S. 225 - 239. – *Gandolfo, G.:* Economic Dynamics, Methods and Models; 2. Aufl., Amsterdam 1980. – *Heubes, J.:* Konjunktur und Wachstum; München 1991. – *Issing, O.:* Die Geldmengenstrategie der Deutschen Bundesbank; in: Deutsche Bundesbank (Hrsg.): Auszüge aus Presseartikeln; Frankfurt, Nr. 91 v. 9.12.94. – *Issing, O.:* Einführung in die Geldpolitik; 5. Aufl., München 1993. – *Issing, O.:* Geldmengensteuerung zur Sicherung des Geldwertes; in: WSI Mitteilungen; 47. Jg., November 1994, S. 682 - 690. – *Kalecki, M.:* A Macrodynamic theory of Business Cycle; in: Econometrica; Vol. III, 1935, S. 327 - 344; wiederaufgedruckt in: *Cass, D. u. McKenzie, L. W.:* Macroeconomics and Capital Theory, Cambridge etc. 1974, S. 1 - 18. – *Kromphardt, J.:* Konjunkturtheorie heute: Ein Überblick; in: Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialforschung, 109. Jg., 1989, S. 173 - 231. – *Laidler, D.:* An Elementary Model of Simultaneous Fluctuations in Prices and Output; in: Frisch, H. (Hrsg.): Inflation in Small Countries; Berlin u. a. O. 1976, S. 75 - 89. – *Samuelson, P. A.:* Worldwide Stagflation; in: Intermountain Economic Review; Vol. VI, No. 2, Utah 1975, S. 8 - 15. – *Steinmann, G.:* Inflationstheorie; Paderborn 1979.

## Zusammenfassung

### Begründung der monetaristischen Geldmengenregel mit Hilfe einer Formalisierung des Konjunkturmodells von Milton Friedman

Im vorliegenden Beitrag wurde das verbale Konjunkturmodell von *Friedman* mit Hilfe einer gemischten Differenzen-Differential-Gleichung formalisiert. Über den Ansatz von *Laidler* hinausgehend wird zusätzlich eine Abhängigkeit der Umlaufgeschwindigkeit von der Inflationsrate modelliert. Die mathematische

Überprüfung kommt bezüglich der Aussagen Friedmans zu ähnlichen Ergebnissen. Der diskretionäre Einsatz der Geldpolitik kann – sofern die Elastizität der Umlaufgeschwindigkeit bezüglich der Inflationsrate groß genug ist – zu Schwankungen der nominalen Nachfrage führen. Den Spezialfall der Reallohnkonstanz ausgeschlossen, sind hiermit immer auch Schwankungen des Realeinkommens verbunden.

Je höher die Elastizität der Umlaufgeschwindigkeit und/oder der Nominallöhne bezüglich der Inflationsrate ist, desto wahrscheinlicher werden zunächst Schwingungslösungen und in der Folge instabile Lösungen.

Je höher also die Preisflexibilität des Marktsystems ist, desto wahrscheinlicher wird langfristige Stabilität erreicht. Dies ist besonders im Hinblick auf Preisfrei-gaben in Transformationsprozessen ein wichtiges Ergebnis, aber auch für die geld-politischen Steuerungsmöglichkeiten in Ländern mit zunehmenden Preisinflexibili-täten.

## Summary

### **Justifying the Monetaristic Rule of Money Supply by Formalizing the Business Cycle Model of Milton Friedman**

In this article, the verbal business cycle model of *Milton Friedman* gets formalised by using a mixed difference-differential-equation. Going beyond the initial attempt of *Laidler*, an additional dependence of the velocity of circulation on the inflation rate is modelled. Concerning the statements of Friedman, the mathematical testing leads to similar results. Given an elasticity of the velocity of circulation that is high enough in relation to the rate of inflation – the discretionary use of monetary policy may lead to fluctuations of nominal demand. Excluding the spe-cial case of constant real wages, this results in variations of real income. The higher the elasticity of circulation velocity and/or nominal wages in regard to the inflation rate, the more probable oscillating solutions leading to instable results get. The higher the degree of price-flexibility of a market system, the more likely the achievement of long-term-stability gets. Concerning possibilities of money supply control – especially in countries with an increasing degree of price-inflexi-bilities – but also in regard to measures of price-decontrol within transformation processes this is an important result.

## Résumé

### **Justification de la règle monétariste de la masse monétaire en formalisant le modèle conjoncturel de Milton Friedman**

Dans cet article, le modèle conjoncturel verbal de *Milton Friedman* est formalisé en utilisant une équation mixte de différence-différentielle. Au-delà de l'hypo-thèse initiale de *Laidler*, la dépendance de la vitesse de circulation par rapport au taux d'inflation est en outre considérée dans le modèle. Pour ce qui est des affir-mations de Friedman, les tests mathématiques conduisent à des résultats similai-

res. Si l'élasticité de la vitesse de circulation est suffisamment élevée par rapport au taux d'inflation, l'utilisation discrétionnaire de la politique monétaire peut entraîner des fluctuations de la demande nominale. Excluant le cas particulier de la constance des salaires réels, ceci implique aussi des variations du revenu réel. Au plus l'élasticité de la vitesse de circulation et/ou des salaires nominaux est élevée par rapport au taux d'inflation, au plus il est probable d'obtenir des solutions oscillantes tout d'abord, instables ensuite.

Donc, au plus l'élasticité-prix du système de marché est élevée, au plus il est probable que la stabilité à long terme soit atteinte. Ceci est un résultat important spécialement en ce qui concerne les mesures de libération de prix dans des processus de transformation, mais aussi quant aux possibilités de contrôle monétaire dans les pays où les prix deviennent de moins en moins flexibles.