

# Lassen sich zinsgewichtete Geldmengen besser steuern als herkömmliche Geldmengen?

Von Jörg W. Krämer, Frankfurt/Main\*

## I. Einleitung

Das von der Bundesbank als Zwischenziel betrachtete Geldmengenaggregat *M3* wird durch Addition verschiedener Komponenten berechnet. Dabei wird implizit zum einen vollkommene Substitutionalität zwischen den Summanden angenommen. Darüber hinaus wird unterstellt, Geld und Geldkapital seien keine Substitute. Die Entwicklung verzinslicher Zahlungsmittel und geldnaher Anlagemöglichkeiten hat Zweifel an diesen Annahmen aufkommen lassen (Issing, 1994, S. 8).

Als Alternative zu summarischen Geldmengen werden im folgenden zinsgewichtete Geldmengen berechnet. Die Gewichte, mit denen die einzelnen Geldmengenkomponenten in diese mikroökonomisch fundierten Aggregate eingehen, sind um so größer, je höher die Erträge sind, die einem Wirtschaftssubjekt zufließen, wenn anstelle der Geldmengenkomponenten nicht-monetäre Vermögensgegenstände gehalten werden.<sup>1</sup>

Eine Notenbank ist jedoch nicht nur an der theoretischen Fundierung unterschiedlicher Geldmengen interessiert. Darüber hinaus ist die empirische Frage relevant, ob zinsgewichtete Geldmengen als geldpolitisches Zwischenziel geeignet sind. Zunächst ist also zu untersuchen, ob zinsgewichtete Geldmengen in der Lage sind, das Preisniveau langfristig zu erklären. Erste empirische Analysen deuten darauf hin, daß zinsgewichtete Geldmengen zwar in einer langfristig stabilen Beziehung zum Preisniveau stehen, der Zusammenhang jedoch meist nicht so eng ist wie im Fall

---

\* Dieser Beitrag ist entstanden während meiner Tätigkeit am Institut für Weltwirtschaft an der Universität Kiel. Für hilfreiche Anmerkungen danke ich Joachim Scheide und einem anonymen Gutachter.

<sup>1</sup> Entwickelt worden ist der Ansatz von William A. Barnett. Vgl. als erste Arbeiten *Barnett* (1978, 1980). Einen zusammenfassenden Überblick geben *Barnett, Fisher und Serletis* (1992). Wie zwei in dieser Zeitschrift erschienene Aufsätze zeigen (*Issing, Tödter, Herrmann, Reimers*, 1993; *Tödter*, 1994), beschäftigt sich auch die Deutsche Bundesbank mit zinsgewichteten Geldmengen.

des Summenaggregats  $M3$ .<sup>2</sup> Das Zwischenziel muß weiter die Eigenschaft erfüllen, von der Notenbank hinreichend genau steuerbar zu sein. Im Rahmen der Geldangebotstheorie ist bisher für Deutschland nicht untersucht worden, ob sich zinsgewichtete Geldmengen besser steuern lassen als summarische Geldmengen.<sup>3</sup>

Nachdem ein Überblick über die Theorie zinsgewichteter Geldmengen (Abschnitt II.) gegeben worden ist, werden die Methoden vorgestellt, mit deren Hilfe sich die Steuerbarkeit von Geldmengen beurteilen läßt (Abschnitt III.). Für die Geldmengen werden monatliche Daten verwendet, die sich bis zur deutsch-deutschen Währungsunion auf die alten Bundesländer und anschließend auf den erweiterten Gebietsstand beziehen (Abschnitt IV.). Im fünften Abschnitt werden die Geldangebotsmultiplikatoren mit Hilfe univariater Zeitreihenmodelle erklärt. Die Schätzergebnisse dienen als Maßstab dafür, in welchem Ausmaß sich die Genauigkeit der Multiplikator- bzw. Geldmengenprognose verbessert, wenn die Notenbank zusätzlich die Informationen ausnutzt, die in der Geldbasis oder den Geldmarktzinsen enthalten sind (Abschnitt VI.). Der letzte Abschnitt faßt die Ergebnisse der Untersuchung zusammen.

## II. Zinsgewichtete Geldmengen – ein Überblick<sup>4</sup>

Sind die in das Aggregat  $M3$  eingehenden Komponenten keine vollkommenen Substitute, so ist  $M3$  nicht in der Lage, solche Umschichtungen zwischen den Komponenten zu internalisieren, die die insgesamt geleisteten Liquiditätsdienste unberührt lassen und somit reine Substitutionseffekte sind. Summenaggregate wären dann nicht geeignet, die von ihren Komponenten ausgehenden Liquiditätsdienste korrekt zu messen.

Im folgenden ist das Problem zu lösen, Geldmengenkomponenten, die im allgemeinen in unterschiedlichem Maße Liquiditätsdienste leisten und somit keine vollkommenen Substitute sein dürften, zu einer Größe zusammenzufassen. Im Fall von Haushalten bietet die mikroökonomische Theorie als Aggregat den von unterschiedlichen Geldmengen-Komponen-

---

<sup>2</sup> Krämer (1994b) untersucht dies im Rahmen des sogenannten P-Stern-Modells. Zu ähnlichen Ergebnissen kommen Herrmann, Reimers, Tödter (1994, S. 22 - 25).

<sup>3</sup> Herrmann, Reimers und Tödter (1994, S. 25 - 27) berechnen bei gegebener Zinspolitik der Notenbank den Fehler für die Prognose der Inflationsrate. Ein Teil des Fehlers geht auf den zurück, der sich – gestützt auf eine Geldnachfragefunktion – bei der Prognose der Geldmenge ergibt.

<sup>4</sup> Theorie und Berechnungsweise zinsgewichteter Geldmengen werden ausführlich dargestellt in Krämer (1994a).

ten ausgehenden Nutzen an.<sup>5</sup> Da diese mikroökonomisch fundierten Geldmengen mit den offiziellen Summenaggregaten  $SM1$ ,  $SM2$  und  $SM3$ <sup>6</sup> verglichen werden sollen, werden die Geldmengenkomponenten mit Hilfe rekursiv-separabler Nutzenfunktionen aggregiert (Serletis, 1991, S. 37/38):

$$(1) \quad U_3 = U_3 (M_{L2+1,t}, M_{L2+2,t}, \dots, M_{L3,t}, U_2)$$

$$(2) \quad U_2 = U_2 (M_{L1+1,t}, M_{L1+2,t}, \dots, M_{L2,t}, U_1)$$

$$(3) \quad U_1 = U_1 (M_{1,t}, M_{2,t}, \dots, M_{L1,t})$$

für  $l = 1, \dots, L1, \dots, L2, \dots, L3$ .

Die durch den tiefgestellten Laufindex  $l = 1, \dots, L1$  gekennzeichneten nominalen Geldmengen-Komponenten sind im Bundesbank-Summenaggregat  $SM1$  enthalten,  $L1 + 1, \dots, L2$  bezeichnet jene Komponenten, die über  $SM1$  hinaus in das offizielle Summenaggregat  $SM2$  eingehen;  $L2 + 1, \dots, L3$  steht für die zusätzlich in  $SM3$  enthaltenen Gelder.

Mit Hilfe der Nutzenfunktionen werden folgende Geldmengenaggregate berechnet:

$$(4) \quad XM1 = U_1$$

$$(5) \quad XM2 = U_2$$

$$(6) \quad XM3 = U_3.$$

Der Buchstabe  $X$  steht für das noch zu spezifizierende Aggregationsverfahren,  $M$  bedeutet nominale Geldmenge, die Zahl dahinter gibt an, mit welchem der drei offiziellen Summenaggregate das jeweilige Aggregat vergleichbar ist (Aggregationsniveau).

Um die spezifizierten Nutzenfunktionen maximieren zu können, benötigt man die mit der Nutzung einer nominalen Geldmengenkomponente  $M_{l,t}$  verbundenen Kosten. Diese hat Barnett (1978, S. 148) aus einer intertemporalen Budgetrestriktion heraus bestimmt:

$$(7) \quad P_{l,t} = \frac{R_t - r_{l,t}}{1 + R_t},$$

<sup>5</sup> Die Analyse läßt sich problemlos auf Unternehmen übertragen. Anstelle von Nutzenfunktionen betrachtet man Produktionsfunktionen von Unternehmen.

<sup>6</sup> Der gebräuchlicheren Abkürzung, etwa  $M1$ , ist der Buchstabe  $S$  vorangestellt, um die Art der Aggregation, nämlich Summation, zu kennzeichnen.

wobei  $R_t$  die Rendite einer nicht-monetären Anlageform und  $r_{l,t}$  die Eigenverzinsung der Geldmengenkomponente  $M_{l,t}$  ist. Die Nutzungskosten  $P_{l,t}$  spiegeln jenen abdiskontierten Ertrag wider, der einem Wirtschaftssubjekt zufließt, wenn anstelle der niedrig verzinsten  $l$ -ten Geldmengenkomponente mit  $R_t$  verzinste Anlagen gehalten werden.<sup>7</sup>

Um Geldmengenaggregate zu bestimmen, unterstellt man im folgenden für die Aggregationsfunktionen bestimmte Funktionalformen und leitet mit Hilfe eines Optimierungskalküls Gleichungen zur ökonomischen Bestimmung ihrer Parameter ab. Dabei wird angenommen, die Wirtschaftssubjekte teilen die Zinseinnahmen, auf die sie für Liquiditätsdienste insgesamt zu verzichten bereit sind, so auf die verschiedenen Geldmengenkomponenten auf, daß sie ein möglichst hohes Nutzenniveau erreichen. Die geschätzten Parameter bzw. das Gewichtungsschema zur Berechnung der Geldmengen sind im Zeitablauf konstant.

Zunächst unterstellt man – exemplarisch für das Aggregationsniveau 1 – eine linear-homogene Cobb-Douglas-Funktion

$$(8) \quad CDM1(M_t) = \prod_{l=1}^{L1} M_{l,t}^{\alpha_l}, \quad \text{mit} \quad \sum_{l=1}^{L1} \alpha_l = 1.$$

Die Zuwachsrate von  $CDM1$  entspricht den mit  $\alpha_l$  gewichteten Zuwachsraten der einzelnen Geldmengenkomponenten. Der Exponent  $\alpha_l$  läßt sich als Anteil  $W_{l,t}$  der Ausgaben für die  $l$ -te Komponente an den gesamten Ausgaben bestimmen. Jedoch dürften die empirisch beobachteten Werte der Ausgabenanteile um den Betrag der Störvariablen  $u_t$  von  $\alpha_l$  abweichen,

$$(9) \quad W_{l,t} = \frac{P_{l,t} M_{l,t}}{\sum_{l=1}^{L1} P_{l,t} M_{l,t}} = \alpha_l + u_t.$$

Der Koeffizient  $\alpha_l$  läßt sich mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate schätzen.<sup>8</sup>

Eine weitere Geldmenge wird berechnet, indem man für  $XM1$  eine linear-homogene Funktion mit konstanten Substitutionselastizitäten unterstellt:

<sup>7</sup> Nach der Formel für die Nutzungskosten hängt der von verschiedenen Geldmengenkomponenten ausgehende Nutzen nur von entgangenen Erträgen und nicht auch von deren Streuung ab; es wird somit unterstellt, es gebe keine Unsicherheit bzw. die Individuen seien risikoneutral (*Barnett, Fisher, Serletis*, 1992, S. 2112).

<sup>8</sup> *Tödter* (1994) bezeichnet das auf Basis einer Cobb-Douglas-Funktion berechnete Geldmengenaggregat als transaktionsorientiert.

$$(10) \quad CESM1(M_t) = \left[ \sum_{i=1}^{L1} \alpha_i M_{i,t}^\beta \right]^{1/\beta},$$

wobei für die Substitutionselastizität zwischen zwei beliebigen Geldmengenkomponenten  $i$  und  $j$  unabhängig vom betrachteten Paar gilt:

$$(11) \quad \sigma_{ij} = \frac{d \ln(M_i/M_j)}{d \ln \left( \frac{\partial CESM1(M)/\partial M_j}{\partial CESM1(M)/\partial M_i} \right)} = \frac{1}{1-\beta}.$$

Mit Hilfe des Nutzenmaximierungskalküls lassen sich für  $l = 2, \dots, L1$  folgende Marginalbedingungen ableiten:

$$(12) \quad \ln \left( \frac{M_{l,t}}{M_{1,t}} \right) = \frac{1}{\beta-1} \ln \left( \frac{P_{l,t}}{P_{1,t}} \right) - \frac{1}{\beta-1} \ln \left( \frac{\alpha_l}{\alpha_1} \right).$$

Wird diese deterministische Beziehung von einer Störvariablen überlagert und schätzt man die Parameter der Beziehung, so lassen sich  $\beta$  und – falls man  $\alpha_1$  normiert –  $\alpha_l$  bestimmen.<sup>9</sup>

Als Alternative zur Schätzung von Aggregationsfunktionen lassen sich statistische Mengenindizes verwenden. Statistische Mengenindizes zur Aggregation von Geldmengenkomponenten berechnet man direkt mit Hilfe von Daten für die einzelnen Geldmengenkomponenten  $M_l$  sowie für die Nutzungskosten  $P_l$ . Dies hat den Vorteil, daß nicht die Parameter von Aggregationsfunktionen geschätzt werden müssen. Um Geldmengenkomponenten zu aggregieren, benutzt man häufig die Indexformel nach Törnqvist (1936):

$$(13) \quad TM1_t = TM1_{t-1} \prod_{i=1}^{L1} [M_{i,t}/M_{i,t-1}]^{\frac{1}{2}[w_{i,t} + w_{i,t-1}]},$$

$$\text{mit } w_{i,t} = \frac{M_{i,t} P_{i,t}}{\sum_{i=1}^{L1} M_{i,t} P_{i,t}}.$$

Die Zuwachsrate von  $TM1$  ist ein mit den in den beiden Perioden durchschnittlich zu beobachtenden Ausgabenanteilen gewichtetes Mittel

<sup>9</sup> Strebt  $\beta$  gegen Null, so ergibt sich eine Substitutionselastizität von Eins, wie sie die Cobb-Douglas-Funktion aufweist. Die CES-Funktion enthält die Cobb-Douglas-Funktion als Spezialfall und ist damit allgemeiner.

<sup>10</sup> Chetty (1969, S. 276 - 280) hat einen ähnlichen Schätzansatz abgeleitet.

der Zuwachsraten der einzelnen Geldmengenkomponenten.<sup>11</sup> Im Gegensatz dazu werden beim Cobb-Douglas-Geldmengenindex die Zuwachsraten der einzelnen Geldmengenkomponenten mit geschätzten und somit im Zeitablauf konstanten Ausgabenanteilen gewichtet.

Statistische Mengenindizes sind ursprünglich ohne eine mikroökonomische Fundierung konzipiert worden. Im Rahmen der ökonomischen Index-Theorie ist nun gezeigt worden, daß sich statistische Indizes mit Hilfe eines Nutzenmaximierungskalküls aus bestimmten Aggregationsfunktionen ableiten lassen bzw. in bezug auf sie exakt sind. Beispielsweise ist der Törnqvist-Index exakt bezüglich einer Translog-Aggregationsfunktion (Diewert, 1976, S. 119f.). Ist ein Mengenindex exakt, so kann man mit dessen Hilfe Veränderungsrate eines Mengenaggregats berechnen, ohne die Parameter der zugehörigen Aggregationsfunktion bestimmen zu müssen. Für empirische Zwecke ist ein statistischer Mengenindex nur verwendbar, wenn die Aggregationsfunktion, in bezug auf die der Index exakt ist, die tatsächlichen Substitutionsbeziehungen hinreichend gut beschreibt. Beobachtet man beispielsweise zwischen einzelnen Geldmengenkomponenten starke Substitutionsbeziehungen, so sollte nicht eine limitationale Aggregationsfunktion verwendet werden. Solche Probleme treten nicht bei einer Aggregationsfunktion auf, deren Parameter so gewählt werden können, daß sie approximativ allen denkbaren, theoretisch konsistenten Aggregationsfunktionen entspricht bzw. flexibel ist. Ein bezüglich einer flexiblen Aggregationsfunktion exakter Index heißt superlativisch (Diewert, 1976, S. 116/7). Da die Translog-Aggregationsfunktion flexibel ist, ist der Törnqvist-Index superlativisch.<sup>12</sup>

### III. Die Methodik zur Beurteilung der Steuerbarkeit von Geldmengen

Die mit Hilfe eines bestimmten Aggregationsverfahrens gebildete Geldmenge *XML* mit ihren Komponenten Bargeld und Einlagen der Nichtbanken wird nicht nur von der Zentralbank, sondern auch von

---

<sup>11</sup> Der Törnqvist-Index ist eine diskrete Approximation des Divisia-Indexes, der für kontinuierlich beobachtbare Preise und Mengen definiert ist (Hulten, 1987). Deshalb wird die Formel (13) vereinfachend häufig direkt als Divisia-Index bezeichnet.

<sup>12</sup> Ein weiterer superlativischer Index ist der Fisher-Index, der ein geometrisches Mittel aus einem Laspeyres- und einem Paasche-Index ist. Weil beide Indizes superlativisch sind, unterscheiden sich die Werte des Fisher-Indexes kaum von denen des Törnqvist-Indexes (Krämer, 1994a, S. 42f.). Im folgenden werden nur die Eigenschaften des Törnqvist-Indexes untersucht, da dieser besser interpretierbar ist als der Fisher-Index.

Geschäftsbanken und Nichtbanken beeinflusst. Die Geldmenge unterliegt somit nicht vollständig der Kontrolle der Notenbank. Um die Geldmenge dennoch möglichst genau zu steuern, wählt die Notenbank ein operationales Ziel, an dem sie ihren täglichen Instrumenteeinsatz ausrichtet. Die Beziehung zwischen dem operationalen Ziel – es handelt sich meist um die Geldbasis oder um Geldmarktzinsen – und der Geldmenge, dem Zwischenziel der Geldpolitik, muß hinreichend genau prognostizierbar sein (von Hagen, 1988, S. 92). Eine Geldmenge ist um so besser steuerbar, je geringer bei gegebenem geldpolitischen Instrumenteeinsatz der Fehler für die Prognose der Geldmenge ist.

Um die Geldmenge  $XML$  zu prognostizieren, ist es hilfreich, diese als

$$(14) \quad XML_t \equiv m_{XML,t} \cdot B_t$$

bzw. in logarithmischer Schreibweise als

$$(15) \quad LXML_t \equiv m_{LXML,t} + LB_t$$

zu definieren, wobei  $m_{XML}$  der Geldmengenmultiplikator und  $B$  die Geldbasis ist.

Nimmt man an, die Notenbank habe die Geldbasis als operationales Ziel gewählt und könne diese etwa mit Hilfe von Wertpapierpensionsgeschäften exakt steuern<sup>13</sup> (Geldbasis-Regime), entspricht die Varianz des Fehlers bei der Prognose der Geldmenge der Varianz des Prognosefehlers des Multiplikators. Fixiert dagegen die Notenbank als alleiniger Anbieter von Basisgeld dessen Preis und betrachtet einen Geldmarktzins als operationales Ziel (Preis-Regime), so sind sowohl der Multiplikator als auch die Geldbasis endogen. Die Varianz des Geldmengenprognosefehlers hängt dann von der Varianz des Multiplikator-Prognosefehlers, von der Varianz des Prognosefehlers der Geldbasis sowie von der Kovarianz der beiden Prognosefehler ab (von Hagen, 1988, S. 96).

<sup>13</sup> Dies wird in der Literatur bisweilen mit dem Argument bestritten, daß die Geschäftsbanken ihr Mindestreservesoll mit einer Verzögerung von einem halben Monat zu erfüllen haben. Steht das Mindestreservesoll fest, so ist die Nachfrage bzw. das Angebot der Geschäftsbanken nach bzw. an Zentralbankeinlagen weitgehend preisunelastisch. Weicht der Reservebedarf der Geschäftsbanken stark vom Reserveangebot der Zentralbank ab, so kommt es auf dem Tagesgeldmarkt zu extremen Zinsschwankungen. Will dies die Bundesbank mit Blick auf die Stabilität des Finanzsystems vermeiden, so muß die Zentralbank ihr Angebot der Nachfrage der Geschäftsbanken anpassen. Von Hagen (1986, S. 87 - 97) zeigt jedoch, daß die Erwartungsbildung der Geschäftsbanken bezüglich des Angebotspreises der Reserven die Zinsentwicklung stabilisiert und ein zinsstabilisierendes Verhalten der Zentralbank unnötig macht.

Unterstellt man zunächst ein Geldbasis-Regime und vernachlässigt die in der Geldbasis enthaltenen Informationen, so läßt sich der Multiplikator durch autoregressive integrierte Moving-average-(ARIMA-) Prozesse beschreiben.<sup>14</sup> Ist eine beliebige Zeitreihe  $Y$  nach  $d$ -maliger Differenzenbildung stationär bzw. ist sie integriert vom Grade  $d$  (Engle, Granger, 1987, S. 252), so läßt sich die  $d$ -te Differenz durch folgendes Modell beschreiben:

$$(16) \quad \begin{aligned} \Delta_d Y_t = & \beta_1 \Delta_d Y_{t-1} + \beta_2 \Delta_d Y_{t-2} + \dots + \beta_p \Delta_d Y_{t-p} \\ & + \gamma_1 u_{t-1} + \gamma_2 u_{t-2} + \dots + \gamma_q u_{t-q} + u_t, \end{aligned}$$

wobei  $u_t$  eine Störvariable ist. Die verzögerten endogenen Variablen stellen einen autoregressiven Prozeß der Ordnung  $p$  dar, kurz AR( $p$ ). Die verzögerten Störvariablen bilden einen Moving-average-Prozeß der Ordnung  $q$ , kurz MA( $q$ ). Insgesamt handelt es sich um einen ARIMA( $p, d, q$ )-Prozeß.

Der datenerzeugende Prozeß ist zwar unbekannt, jedoch lassen sich seine Parameter schätzen und für Prognosen verwenden. Dazu wird zunächst die Ordnung des ARIMA-Prozesses bestimmt. Der Integrationsgrad wird mit Hilfe der Stationaritätstests nach Dickey und Fuller (1981) ermittelt. Die Ordnungen des AR- bzw. MA-Prozesses lassen sich mit Hilfe der partiellen bzw. „normalen“ Autokorrelationsfunktion bestimmen. Bei einem reinen AR( $p$ )-Prozeß ist nämlich der partielle Autokorrelationskoeffizient zum Lag  $p + 1$  gleich Null. Im Fall eines reinen MA( $q$ )-Prozesses nimmt der Autokorrelationskoeffizient mit einer Verzögerung von  $q + 1$  beginnend den Wert Null an.

Ist der ARIMA-Prozeß identifiziert, so werden seine Parameter mittels iterativer Verfahren so bestimmt, daß die Summe der quadrierten Abweichungen zwischen dem tatsächlichen und dem prognostizierten Wert minimiert wird. Bei adäquater Beschreibung der Beobachtungswerte sollten die Residuen einem Prozeß weißen Rauschens folgen. Dies wird mit Hilfe eines Lagrange-Multiplikator-Tests nach Breusch (1978) und Godfrey (1978) überprüft.<sup>15</sup> Ist diesem Test zufolge das Residuum des geschätzten ARIMA-Prozesses weißes Rauschen, so läßt sich der Prozeß durch Eliminieren einzelner AR- bzw. MA-Terme sparsamer

<sup>14</sup> Vgl. als zuerst erschienene Arbeit *Bomhoff* (1977).

<sup>15</sup> In der Zeitreihenanalyse wird die Freiheit von Autokorrelation üblicherweise mit Hilfe des sogenannten *Q*-Tests nach *Box* und *Pierce* (1970) untersucht. Nach *Maddala* (1992, S. 540 - 542) darf der *Q*-Test jedoch in autoregressiven Modellen nicht angewendet werden.



parametrisieren. Dazu wird das Akaike-Informationskriterium (AIC) verwendet (Judge et al., 1985, S. 245).

Ist die Schätzgleichung vereinfacht worden, so wird sie innerhalb des Schätzzeitraums für eine Prognose der Niveaus der Zeitreihe  $Y_t$  benutzt (Prognosehorizont je eine Periode). Ist  $Y_t$  integriert vom Grade Eins, prognostiziert das ARIMA( $p,1,q$ )-Modell die erste Differenz der Zeitreihe,  $\widehat{\Delta_1 Y_t}$ . Das prognostizierte Niveau  $\hat{Y}_t$  ergibt als

$$(17) \quad \hat{Y}_t = Y_{t-1} + \widehat{\Delta_1 Y_t}.$$

Bisher ist der Geldmengenmultiplikator mittels univariater Zeitreihenmodelle prognostiziert worden. Im folgenden nutzt die Zentralbank zusätzlich die Informationen aus, die in dem von ihr gewählten operationalen Ziel enthalten sind. Ist dies die Geldbasis, so gehen in die Multiplikator-Prognose auch die Werte der Geldbasis ein. Betrachtet die Notenbank dagegen einen Geldmarktzins als operationales Ziel, so wird für die Prognose des Multiplikators und der Geldbasis zusätzlich der Geldmarktzins berücksichtigt. Um die im jeweiligen operationalen Ziel  $Z$  enthaltenen Informationen auszunutzen, wird ein ARIMA-Modell für den Anteil der Variable  $Y_t$  spezifiziert, der durch  $Z_t$  nicht erklärt wird ( $\varepsilon_t$ ):

$$(18) \quad Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Z_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_p \varepsilon_{t-p} + \gamma_1 u_{t-1} + \dots + \gamma_q u_{t-q} + u_t.$$

Diese Kombination aus einem Regressions- und einem Zeitreihenmodell wird auch als Transferfunktionsmodell bezeichnet. Es erzielt vergleichsweise gute Prognoseergebnisse (Pindyck, Rubinfeld, 1991, S. 548-560).<sup>16</sup>

#### IV. Die verwendeten Daten

Grundsätzlich werden bis zu Beginn der Wirtschafts- und Währungsunion mit der ehemaligen DDR westdeutsche Daten und für die Monate ab einschließlich Juli 1990 gesamtdeutsche verwendet. Als operationales Ziel wird zum einen eine Geldbasis und zum anderen ein Geldmarktzins betrachtet. Gemessen wird die Geldbasis im folgenden durch die bereinigte Zentralbankgeldmenge des Sachverständigenrats ( $B$ ).<sup>17</sup> Bei deren

<sup>16</sup> Für die Prognose von Geldmengenmultiplikatoren werden Transferfunktionsmodelle beispielsweise von *Fratianni, Nabli* (1979) und *von Hagen* (1988, 1990) verwendet.

<sup>17</sup> Dies ist in Deutschland betreffenden Arbeiten üblich. Vgl. etwa *von Hagen* (1988, S. 97) oder *Scheide* (1993, S. 104).

Berechnung wird berücksichtigt, daß beispielsweise im Fall einer Mindestreservesatzsenkung ein Teil der von den Geschäftsbanken bei der Zentralbank gehaltenen Einlagen frei wird und die Fähigkeit der Geschäftsbanken erhöht, Geld zu schöpfen. Die Veränderungsraten von unbereinigter und bereinigter Zentralbankgeldmenge unterscheiden sich nur dann, wenn sich die Mindestreservesätze ändern.<sup>18</sup> Es werden Monatsdurchschnitte ab Juni 1978 verwendet, da die Zentralbankeinlagen der Postbank nur bis zu diesem Zeitpunkt berücksichtigt werden. Als Maß für den Geldmarktzins wird der Satz für Tagesgeld am Frankfurter Bankplatz gewählt.<sup>19</sup>

Um summarische und zinsgewichtete Geldmengen zu berechnen, werden zunächst die hierfür erforderlichen Geldmengenkomponenten- und Zinsdaten beschrieben. Bei der Geldmengenkomponente  $M_1$  handelt es sich um umlaufende DM-Noten und -Münzen ohne die Kassenbestände inländischer Geschäftsbanken sowie um Sichteinlagen inländischer Nichtbanken bei inländischen Geschäftsbanken und der Bundesbank. Die Geldmengenkomponente  $M_1$  entspricht dem offiziellen Summenaggregat  $SM1$ . Bei der Geldmengenkomponente  $M_2$  handelt es sich um Termineinlagen inländischer Nichtbanken bei inländischen Geschäftsbanken mit einer Befristung von einem bis unter vier Jahren. Die Geldmengenkomponente  $M_3$  umfaßt Spareinlagen inländischer Nichtbanken bei inländischen Geschäftsbanken mit dreimonatiger Kündigungsfrist.<sup>20</sup> Alle Daten sind nicht-saisonbereinigte Monatsendbestände. Durchschnitte für den laufenden Monat werden berechnet, indem das arithmetische Mittel aus dem Endwert des laufenden und dem des vorangegangenen Monats gebildet wird. Um die Nutzungskosten gemäß Gleichung (7) zu berechnen, verwendet man als Anleiherendite  $R$  Werte der Umlaufrendite festverzinslicher Wertpapiere (insgesamt). Als Maß für  $r_2$  wird der Habenzins für Festgelder mit vereinbarter Laufzeit von einem Monat bis drei Monate einschließlich und einem Anlagebetrag von 100 000 DM bis unter 1 Mill. DM gewählt. Für  $r_3$  werden die Habenzinsen von Spareinlagen mit dreimonatiger Kündigungsfrist verwendet.<sup>21</sup>

<sup>18</sup> Von der bereinigten Zentralbankgeldmenge ist die von der Bundesbank ausgewiesene Zentralbankgeldmenge zu konstanten Mindestreservesätzen zu unterscheiden. Letztere mißt nicht die Geldbasis im Sinne von durch die Zentralbank bereitgestellte Einlagen (Neumann, 1986, S. 525 f.).

<sup>19</sup> Alle im folgenden genannten Zeitreihen werden laufend im Monatsbericht der Deutschen Bundesbank veröffentlicht.

<sup>20</sup> Bis Juni 1993 Spareinlagen mit gesetzlicher Kündigungsfrist.

<sup>21</sup> Vgl. Fußnote 20.

Mit Hilfe der Daten für die Geldmengenkomponenten und die Nutzungskosten werden gemäß Gleichung (9) folgende Parameter der Cobb-Douglas- $M_2$ -Aggregationsfunktion geschätzt (Schätzzeitraum 75.2 bis 93.10, Methode der kleinsten Quadrate):

$$(19) \quad \frac{P_{1,t} M_{1,t}}{\sum_{l=1}^2 P_{l,t} M_{l,t}} = 0,8148, \text{ ADF}(2) = 1,04, \\ (167,51)$$

$$(20) \quad \frac{P_{2,t} M_{2,t}}{\sum_{l=1}^2 P_{l,t} M_{l,t}} = 0,1852, \text{ ADF}(2) = -1,19, \\ (38,09)$$

wobei in Klammern die Werte der  $t$ -Teststatistik angegeben sind und  $\text{ADF}(L)$  für die Augmented Dickey-Fuller-Teststatistik steht.<sup>22</sup>

Mit Hilfe der geschätzten Parameter bildet man die Geldmenge

$$(21) \quad \text{CDM}2_t = M_{1,t}^{0,8148} M_{2,t}^{0,1852}.$$

Für den impliziten Index der Nutzungskosten von  $\text{CDM}2$  gilt:

$$(22) \quad \text{CDP}2_t = \left( \sum_{l=1}^2 P_{l,t} M_{l,t} \right) / \text{CDM}2_t.$$

Weil die Nutzenfunktionen (1), (2) und (3) annahmegemäß rekursiv-separabel sind, werden mit Hilfe der Werte für  $\text{CDM}2$  und  $\text{CDP}2$  die Parameter von  $\text{CDM}3$  geschätzt:

$$(23) \quad \frac{\text{CDP}2_t \text{CDM}2_t}{\text{CDP}2_t \text{CDM}2_t + P_{3,t} M_{3,t}} = 0,6342, \text{ ADF}(2) = -0,20, \\ (406,90)$$

$$(24) \quad \frac{P_{3,t} M_{3,t}}{\text{CDP}2_t \text{CDM}2_t + P_{3,t} M_{3,t}} = 0,3658, \text{ ADF}(2) = -0,04; \\ (234,73)$$

<sup>22</sup> Die Nullhypothese des ADF-Tests ist, die Residuen der Schätzgleichungen (19) und (20) lassen sich nicht durch einen stationären Prozeß beschreiben. Da Residuen einen Mittelwert von Null besitzen, enthält der Testansatz keine Konstante. Der Buchstabe  $L$  gibt die Zahl der verzögerten endogenen Variablen an, um die die Testgleichung zu erweitern ist, um weißes Rauschen zu gewährleisten.

für die Geldmenge des Aggregationsniveaus 3 ergibt sich:

$$(25) \quad CDM3_t = CDM2_t^{0,6342} M_{3,t}^{0,3658}.$$

Um die Parameter der *CES-M2*-Aggregationsfunktion zu berechnen, wird eine Gleichung (12) entsprechende Spezifikation verwendet:

$$(26) \quad \ln \left( \frac{M_{2,t}}{M_{1,t}} \right) = \begin{matrix} -0,4987 & -0,1324 \\ (-28,41) & (-11,17) \end{matrix} \ln \left( \frac{P_{2,t}}{P_{1,t}} \right),$$

$$R^2 = 0,3586, ADF(2) = -1,37,$$

wobei für die Substitutionselastizität zwischen  $M_1$  und  $M_2$  ein Wert von 0,1324 folgt. Normiert man  $\alpha_1$  auf Eins, ergibt sich für die Geldmenge des Aggregationsniveaus 2:

$$(27) \quad CESM2_t = \left[ M_{1,t}^{-6,5542} + 0,0231 M_{2,t}^{-6,5542} \right]^{-0,1526}.$$

Mit Hilfe der Werte für *CESM2* und der des impliziten Indexes der Nutzungskosten (*CESP2*) werden die Parameter folgender Gleichung geschätzt:

$$(28) \quad \ln \left( \frac{M_{3,t}}{CESM2_t} \right) = \begin{matrix} -0,5164 & -0,7351 \\ (-63,75) & (-18,78) \end{matrix} \ln \left( \frac{P_{3,t}}{CESP2_t} \right),$$

$$R^2 = 0,6126, ADF(2) = -2,24;$$

für die Geldmenge des Aggregationsniveaus 3 gilt:

$$(29) \quad CESM3_t = \left[ CESM2_t^{-0,3603} + 0,4954 M_{3,t}^{-0,3603} \right]^{-2,7755}.$$

Die Substitutionselastizität zwischen *CESM2* und  $M_3$  ist mit einem Wert von 0,7351 höher als die zwischen  $M_1$  und  $M_2$ . Dies dürfte daran liegen, daß Spar- und Termineinlagen vor allem Anlagezwecken dienen und somit recht enge Substitute sind. Dagegen dürften Bargeld und Sichteinlagen vorrangig für Transaktionszwecke gehalten werden und somit bezüglich der Termineinlagen weniger enge Substitute sein.

In den obigen Schätzgleichungen überprüft der Augmented Dickey-Fuller-Test, ob die Residuen stationär bzw. die Beziehungen langfristig stabil sind. So geht es im Fall der Cobb-Douglas-Aggregationsfunktion um die Frage, ob die Ausgabenanteile um die geschätzten Mittelwerte schwanken bzw. ob sie – wie durch die Cobb-Douglas-Funktion impliziert – langfristig konstant sind. Der ADF-Test weist die Hypothese der

langfristigen Stabilität für die obigen Schätzgleichungen zurück. Wenn die auf Cobb-Douglas- bzw. CES-Funktionen basierenden Geldmengenaggregate dennoch in die folgenden Untersuchungen eingehen, so geschieht dies aus zwei Gründen:

1. Die Schätzgleichungen scheinen zwar langfristig nicht stabil zu sein. Jedoch kann das Ausmaß der Instabilität aus Sicht der geldpolitischen Instanzen insbesondere dann akzeptabel sein, wenn Cobb-Douglas- bzw. CES-Geldmengenaggregate als geldpolitische Indikatoren und Zwischenziele besser geeignet sind als Summenaggregate, die den tatsächlichen Substitutionsbeziehungen in keiner Weise Rechnung tragen.
2. Die auf der Schätzung von Aggregationsfunktionen basierenden Geldmengen spielen in der wissenschaftlichen Diskussion um zinsgewichtete Geldmengen durchaus eine Rolle. So favorisiert Tödter (1994, S. 340) Cobb-Douglas-Geldmengen, da sie bei gegebenen durchschnittlichen Ausgabenanteilen nur von Veränderungen der Geldmengenkomponenten und nicht von Zinsänderungen beeinflusst werden.

Die obigen Schätzprobleme lassen sich vermeiden, wenn man zinsgewichtete Geldmengen auf Basis des Törnqvist-Indexes unter Beachtung der rekursiven Separabilität der Nutzenfunktionen berechnet:

$$(30) \quad TM2_t = TM2_{t-1} \prod_{i=1}^2 [M_{i,t}/M_{i,t-1}]^{\frac{1}{2} [W_{i,t} + W_{i,t-1}]}, \quad \text{mit } W_{i,t} = \frac{M_{i,t} P_{i,t}}{\sum_{i=1}^2 M_{i,t} P_{i,t}},$$

$$(31) \quad TM3_t = TM3_{t-1} \left[ \frac{TM2_t}{TM2_{t-1}} \right]^{\frac{1}{2} \left[ \frac{TM2_t TP2_t}{TM2_t TP2_t + M_{3,t} P_{3,t}} + \frac{TM2_{t-1} TP2_{t-1}}{TM2_{t-1} TP2_{t-1} + M_{3,t-1} P_{3,t-1}} \right]}$$

$$(31) \quad \left[ \frac{M_{3,t}}{M_{3,t-1}} \right]^{\frac{1}{2} \left[ \frac{M_{3,t} P_{3,t}}{TM2_t TP2_t + M_{3,t} P_{3,t}} + \frac{M_{3,t-1} P_{3,t-1}}{TM2_{t-1} TP2_{t-1} + M_{3,t-1} P_{3,t-1}} \right]},$$

wobei  $TP2$  der auf Basis von  $TM2$  berechnete implizite Index der Nutzungskosten ist.

Um die zinsgewichteten Geldmengen mit den entsprechenden Summenaggregaten vergleichen zu können, werden die Werte der zinsgewichteten Aggregate für Februar 1975 auf die Werte der entsprechenden Summenaggregate normiert.

## V. Prognose von Geldmengenmultiplikatoren mittels univariater Modelle

Wie Stationaritätstests nach Dickey und Fuller (1981) zeigen, lassen sich mittels univariater ARIMA-Modelle sowohl die ersten Differenzen der saisonbereinigten Multiplikatoren

$$(32) \quad \Delta_1 m_{LXML,t} = m_{LXML,t} - m_{LXML,t-1}$$

als auch die ersten und zwölften Differenzen der nicht-saisonbereinigten Multiplikatoren

$$(33) \quad \begin{aligned} \Delta_1 \Delta_{12} m_{LXML,t} &= \Delta_{12} m_{LXML,t} - \Delta_{12} m_{LXML,t-1}, \text{ wobei} \\ \Delta_{12} m_{LXML,t} &= m_{LXML,t} - m_{LXML,t-12} \end{aligned}$$

beschreiben.<sup>23</sup> Bei der versuchsweisen und hier nicht dokumentierten Schätzung der Modelle in ersten Differenzen zeigt sich jedoch, daß die Residuen nicht frei von Autokorrelation und die Modelle somit fehlspezifiziert sind. Dagegen erweisen sich die für die ersten und zwölften Differenzen geschätzten Modelle<sup>24</sup> in der Regel als wohlspezifiziert (Tabelle 1): Mit Ausnahme des auf Basis von SM2 berechneten Multiplikators folgen die Residuen einem Prozeß weißen Rauschens. Die Modelle werden deshalb innerhalb des Schätzzeitraums zur Prognose der ersten und zwölften Differenz der Multiplikatoren benutzt (Prognosehorizont jeweils ein Monat). Analog zu Formel (17) werden Prognosen für die logarithmierten Niveaus der Multiplikatoren berechnet. Die Werte des Theilschen Ungleichheitskoeffizienten liegen meist unter 0,5; die Modelle weisen somit eine deutlich höhere Prognosegüte auf als sogenannte naive Prognoseverfahren, die die Niveaus der jeweiligen Geldmengenmultiplikatoren im Vormonat als Prognose für die laufende Periode verwenden. Die prognostizierten Werte der nicht-logarithmierten Multiplikatoren wei-

<sup>23</sup> Die Bildung der zwölften Differenz schaltet saisonale Einflüsse aus; sie reicht zumeist jedoch nicht aus, stationäre Zeitreihen zu erzeugen, weshalb zusätzlich erste Differenzen berechnet werden. Vgl. etwa *Bomhoff* (1977, S. 329) und *von Hagen* (1988, S. 97; 1990, S. 650). Zu den Ergebnissen der Stationaritätstests vgl. *Krämer* (1994c, S. 27).

<sup>24</sup> Der Schätzansatz enthält Dummy-Variable für den Juni und Juli der Jahre 1990 und 1991. Pro Jahr werden zwei Dummy-Variablen berücksichtigt, da die Monatsdurchschnitte für die Geldmengen aus jeweils zwei Monatsendbeständen berechnet werden. Die für den 30.6.1990 ausgewiesenen Geldmengen-Werte beziehen sich auf den erweiterten Gebietsstand. Dummy-Variable werden zusätzlich für 1991 angesetzt, da wegen der Bildung zwölfter Differenzen ein Basiseffekt eintritt.

chen innerhalb des Schätzzeitraums gemessen an der Wurzel aus dem durchschnittlichen quadrierten Prognosefehler (root mean squared error, kurz: RMSE) deutlich weniger als ein Prozent von den tatsächlichen Werten ab. Betrachtet man die Geldbasis als exakt steuerbar, so entspricht der Prognosefehler für den Multiplikator dem des Geldmengenaggregats. Schaubild 1 zeigt am Beispiel des auf Basis von *SM3* berechneten Multiplikators, daß auch nach der Wirtschafts- und Währungsunion mit der ehemaligen DDR keine außergewöhnlich großen Schätzfehler auftreten.

Gemessen an der Wurzel aus dem mittleren quadrierten Prognosefehler zeigt sich, daß die Prognose des Multiplikators innerhalb des Schätzzeitraums unabhängig von der Art der Aggregation (Summenbildung versus Zinsgewichtung) um so besser wird, je höher das Aggregationsniveau ist.

Beim Aggregationsniveau 2 verbessert die Zinsgewichtung innerhalb des Schätzzeitraums die Prognose des Multiplikators bzw. der Geldmenge. Allerdings ist es fraglich, ob das univariate ARIMA-Modell angesichts autokorrelierter Residuen die erste und zwölfte Differenz des auf Basis von *SM2* berechneten Multiplikators adäquat beschreibt und es somit als Vergleichsmaßstab geeignet ist. Beim Aggregationsniveau 3 läßt sich die Geldmenge *CDM3* am besten steuern. Dagegen sind die beiden anderen zinsgewichteten Geldmengen etwas schlechter prognostizierbar als *SM3*, das die Bundesbank derzeit als Zwischenziel betrachtet.

Bisher hat es sich um Ein-Monats-Prognosen innerhalb des Schätzzeitraums (80.7 - 93.4) gehandelt. Die sechs restlichen Beobachtungen der Stichprobe werden genutzt, um die Prognosegüte des Modells außerhalb des Schätzzeitraums zu überprüfen (Out-of-sample-Prognose). Die Ergebnisse widersprechen – gemessen am RMSE% – denen, die sich auf die Perioden innerhalb des Schätzzeitraums beziehen: *SM3* ist schlechter steuerbar als *SM1*; dasselbe gilt für die zinsgewichteten Geldmengen des Aggregationsniveaus 3 in bezug auf die des Aggregationsniveaus 2. Bei der Interpretation dieser Ergebnisse sollte beachtet werden, daß sich innerhalb des Prognosehorizonts, nämlich im August 1993, eine Krise im Europäischen Währungssystem ereignete. Gleichwohl zeigen die Out-of-sample-Prognosen, daß die Aussagen über die Steuerbarkeit einzelner Geldmengen durch Sondereinflüsse stark beeinflusst werden können.<sup>25</sup>

---

<sup>25</sup> Im folgenden werden die Ergebnisse der Out-of-sample-Prognosen nicht mehr kommentiert.

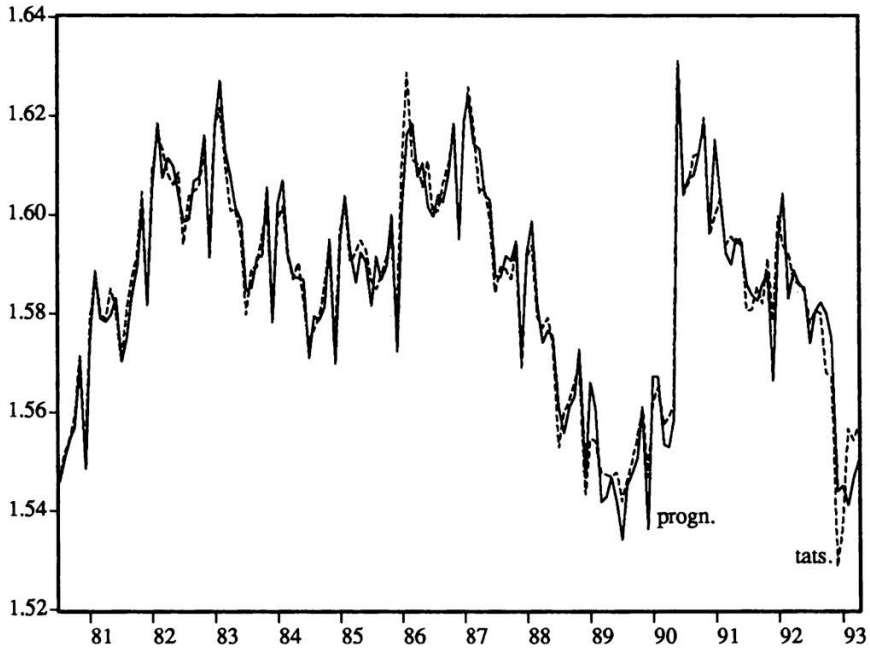
Tabelle 1: Prognose von Geldmengensmultiplikatoren mittels univariater Modelle<sup>1</sup>

Variable	AR <sup>2</sup>	MA <sup>2</sup>	AIC <sup>3</sup>	AC(1) <sup>4</sup>	AC(12) <sup>4</sup>	MAP <sup>5</sup>	RMSE <sup>6</sup>	TU <sup>7</sup>	RMSE <sup>8</sup>
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LSM1}$	3, 10	12	-9,9682	0,00	16,37	0,4672	0,6499	0,4313	0,4156
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LSM2}$	6	12	-10,0910	13,12***	28,55***	0,4815	0,6152	0,5112	0,8846
$\Delta_1\Delta_{12}m_{TM2}$	3, 4, 10	12	-10,2191	0,00	14,57	0,4406	0,5659	0,4388	0,3888
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LCSM2}$	3, 4, 10	12	-10,4672	0,37	12,76	0,3896	0,5032	0,4130	1,0651
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LCSM2}$	3, 6, 10	12	-10,1648	0,03	20,07*	0,4434	0,5853	0,4282	0,2999
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LSM3}$		11, 12	-10,5442	0,95	9,93	0,3740	0,4905	0,3840	0,6678
$\Delta_1\Delta_{12}m_{TM3}$	12	12	-10,5419	0,50	15,98	0,3938	0,4910	0,4244	1,5105
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LCSM3}$	12	12	-10,6698	0,00	15,29	0,3652	0,4606	0,4046	1,2129
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LCSM3}$	12	12	-10,5025	0,00	13,80	0,3997	0,5008	0,4288	1,4755

<sup>1</sup> Schätzzeitraum 80.7–93.4, Dummy-Variablen für Juni und Juli 1990 und 1991. Vgl. Fußnote 24. – <sup>2</sup> Verzögerung der AR- bzw. MA-Komponenten. – <sup>3</sup> Akaike-Informationskriterium. – <sup>4</sup> Breusch-Godfrey-Lagrange-Multiplikatorstest auf Autokorrelation. In Klammern die Ordnung des autoregressiven Prozesses. – <sup>5</sup> Mittlerer absoluter Ein-Perioden-Prognosefehler in vH, 80.7–93.4. – <sup>6</sup> Wurzel aus dem mittleren quadrierten Ein-Perioden-Prognosefehler in vH, 80.7–93.4. – <sup>7</sup> Ungleichheitskoeffizient nach Theil [1966, S. 28], berechnet auf Basis nicht-logarithmierter Werte, 80.7–93.4. – <sup>8</sup> Wurzel aus dem mittleren quadrierten Prognosefehler in vH, dynamische Out-of-sample-Prognose, 93.5–93.10. – \*(\*\*), \*\*\* = signifikant bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 vH (5 vH, 1 vH).



Schaubild 1: Der logarithmierte Geldmengenmultiplikator für SM3:  
tatsächliche und prognostizierte<sup>1</sup> Werte



<sup>1</sup> Ein-Perioden-Prognose, 80.7 - 93.4, vgl. Tabelle 1.

## VI. Prognose von Geldmengenmultiplikatoren mittels Transferfunktionen

Im vorangehenden Abschnitt ist der Multiplikator des laufenden Monats nur aus seinen zurückliegenden Werten erklärt worden. Nun wird zusätzlich das operationale Ziel des laufenden Monats – die Geldbasis ( $B$ ) oder der Geldmarktzins ( $i$ ) – berücksichtigt. Das Transferfunktionsmodell unter dem Geldbasis-Regime lautet:

$$(34) \Delta_1 \Delta_{12} m_{LXML,t} = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta_1 \Delta_{12} LB_t + \alpha_2 D90.6 + \alpha_3 D90.7 + \alpha_4 D91.6 + \alpha_5 D91.7 \\ + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_p \varepsilon_{t-p} + \gamma_1 u_{t-1} + \dots + \gamma_q u_{t-q} + u_t,$$

wobei  $D$  Dummy-Variable sind, die die Wirtschafts- und Währungsunion mit der ehemaligen DDR berücksichtigen.<sup>26</sup>

<sup>26</sup> Vgl. Fußnote 24.

Wie Tabelle 2 zeigt, folgen die Residuen aller Transferfunktionsmodelle einem Prozeß weißen Rauschens. Verglichen mit dem univariaten Modell hat sich die Prognosegüte innerhalb des Schätzzeitraums verbessert, und zwar am ausgeprägtesten im Fall des *SM3*-Multiplikators: Die Wurzel aus dem mittleren quadrierten Prognosefehler beträgt nur noch ein Drittel Prozent. Wie im Fall der univariaten Prognosen verbessert sich für ein bestimmtes Aggregationsverfahren die Prognose der Multiplikatoren bzw. Geldmengen mit zunehmendem Aggregationsniveau. Allerdings erweisen sich alle zinsgewichteten Geldmengen mit Ausnahme von *CDM2* als schlechter prognostizierbar als die entsprechenden Summenaggregate.

Unter dem Preis-Regime werden sowohl die Geldmengenmultiplikatoren als auch die Geldbasis prognostiziert. Die Parameter des folgenden Transferfunktionsmodells

$$(35) \quad \Delta_1 \Delta_{12} m_{LXML,t} = \alpha'_0 + \alpha'_1 \Delta_1 i_t + \alpha'_2 D90.6 + \alpha'_3 D90.7 + \alpha'_4 D91.6 \\ + \alpha'_5 D91.7 + \beta'_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta'_p \varepsilon_{t-p} + \gamma'_1 u_{t-1} + \dots + \gamma'_p u_{t-p} + u_t$$

werden geschätzt.<sup>27</sup> Wie Tabelle 3 zeigt, führt die Zinsgewichtung innerhalb des Schätzzeitraums beim Aggregationsniveau 2 gegenüber dem Summenaggregat in zwei Fällen zu einer Verbesserung und in einem zu einer Verschlechterung der Prognosegüte; am besten läßt sich der *CDM2*-Multiplikator erklären. Auf dem Aggregationsniveau 3 sind der *CDM3*- und der *TM3*-Multiplikator leicht besser prognostizierbar als der auf *SM3* basierende. Da unter dem Preis-Regime jedoch die Geldbasis endogen ist, müssen die Prognosen für die Multiplikatoren gemäß Beziehung (15) mit denen für die Geldbasis kombiniert werden, um Aussagen über die Steuerbarkeit der jeweiligen Geldmengen zu erhalten. Wie Tabelle 4 zeigt, verbessert die Zinsgewichtung gemessen an der Wurzel aus dem mittleren quadrierten Prognosefehler innerhalb des Schätzzeitraums bei keinem der Aggregationsniveaus die Prognostizierbarkeit der Geldmengen; unter den zinsgewichteten Geldmengen weisen die Cobb-Douglas-Aggregate – wie für die anderen untersuchten Prognosemethoden auch – die geringsten Fehler auf. Das Ergebnis ist insbesondere deshalb von Bedeutung, da die Bundesbank tatsächlich vor allem die Geldmarktsätze und nicht die Geldbasis steuert (Willms, 1993, S. 12f.).

<sup>27</sup> Im Ansatz wird die erste Differenz des Tagesgeldzinses aufgenommen, da diese stationär ist. Zur Erklärung von  $\Delta_1 \Delta_{12} LB$  wird ein (35) entsprechender Ansatz verwendet.

Tabelle 2: Prognose von Geldmengenmultiplikatoren mittels Transferfunktionen – Geldbasis-Regime<sup>1</sup>

Variable	AR <sup>2</sup>	MA <sup>2</sup>	AIC <sup>3</sup>	AC(1) <sup>4</sup>	AC(12) <sup>4</sup>	MAP% <sup>5</sup>	RMSE% <sup>6</sup>	TU <sup>7</sup>	RMSE% <sup>8</sup>
$\Delta_1\Delta_{12}m_{1,SM1}$	2, 3, 7, 10	12	-9,9937	0,00	8,89	0,4585	0,6293	0,4175	0,6319
$\Delta_1\Delta_{12}m_{1,SM2}$	5, 12	1	-10,4240	0,46	12,97	0,4012	0,5141	0,4235	0,9340
$\Delta_1\Delta_{12}m_{1,TM2}$	2, 3, 5, 10, 12	12	-10,2268	0,00	13,56	0,4199	0,5565	0,4335	0,5615
$\Delta_1\Delta_{12}m_{1,CDM2}$	2, 3, 12	3, 9, 12	-10,4625	0,05	15,66	0,3694	0,4946	0,4078	0,2381
$\Delta_1\Delta_{12}m_{1,CESM2}$	2, 3, 5, 12	1, 12	-10,1992	0,35	16,06	0,4352	0,5642	0,4202	0,7026
$\Delta_1\Delta_{12}m_{1,SM3}$	1, 3, 9	9, 12	-11,2986	0,27	5,93	0,2482	0,3277	0,2585	0,5049
$\Delta_1\Delta_{12}m_{1,TM3}$	1, 3	1, 3, 10, 12	-10,8736	0,00	9,04	0,3138	0,4027	0,3505	1,0560
$\Delta_1\Delta_{12}m_{1,CDM3}$	3	1, 3, 6, 10, 12	-11,1582	0,00	7,42	0,2820	0,3493	0,3100	0,5580
$\Delta_1\Delta_{12}m_{1,CESM3}$	1, 3, 10	1, 3, 9, 12	-10,7775	0,34	9,83	0,3350	0,4198	0,3613	0,9125

<sup>1</sup> Schätzzeitraum 80.7–93.4, Schätzgleichung (34). <sup>2</sup> Verzögerung der AR- bzw. MA-Komponenten. <sup>3</sup> Akaike-Informationskriterium. <sup>4</sup> Breusch-Godfrey-Lagrange-Multiplikator auf Autokorrelation. In Klammern die Ordnung des autoregressiven Prozesses. <sup>5</sup> Mittlerer absoluter Ein-Perioden-Prognosefehler in vH, 80.7–93.4. <sup>6</sup> Wurzel aus dem mittleren quadrierten Ein-Perioden-Prognosefehler in vH, 80.7–93.4. <sup>7</sup> Ungleichheitskoeffizient nach Theil [1966, S. 28], berechnet auf Basis nicht-logarithmierter Werte, 80.7–93.4. <sup>8</sup> Wurzel aus dem mittleren quadrierten Prognosefehler in vH, dynamische Out-of-sample-Prognose, 93.5–93.10. <sup>\*</sup>(\*\*, \*\*\*) = signifikant bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 vH (5 vH, 1 vH).

Tabelle 3: Prognose von Geldmengmultiplikatoren und der Geldbasis mittels Transferfunktionen – Preis-Regime<sup>1</sup>

Variable	AR <sup>2</sup>	MA <sup>2</sup>	AIC <sup>3</sup>	AC(1) <sup>4</sup>	AC(12) <sup>4</sup>	MAP% <sup>5</sup>	RMSE% <sup>6</sup>	TU <sup>7</sup>	RMSE% <sup>8</sup>
$\Delta_1\Delta_{12}LB$	1, 2, 10, 12	1, 2, 10, 12	-10,5497	0,00	10,56	0,3658	0,4674	0,2703	0,3509
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LSM1}$	3, 7, 12	12	-9,9553	0,00	15,87	0,4766	0,6457	0,4279	0,4641
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LSM2}$	1, 5, 6, 9, 10	2, 5, 6, 9, 12	-10,1868	0,00	3,79	0,4287	0,5531	0,4610	0,9820
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LTM2}$	2, 3, 4, 5, 6, 10, 12	12	-10,2481	0,00	6,40	0,4190	0,5435	0,4214	0,6137
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LDDM2}$	3, 4, 6, 10	12	-10,4804	0,33	8,30	0,3827	0,4934	0,4042	0,5670
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LCESM2}$	2, 3, 5, 6, 10	12	-10,2209	0,08	9,23	0,4264	0,5581	0,4149	0,3779
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LSM3}$	10	3, 12	-10,5455	0,00	3,33	0,3665	0,4838	0,3784	0,8613
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LTM3}$	10, 12	10, 12	-10,6364	1,36	8,92	0,3660	0,4593	0,3968	1,0372
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LDDM3}$	10	10, 12	-10,7011	0,14	8,29	0,3523	0,4476	0,3920	0,8600
$\Delta_1\Delta_{12}m_{LCESM3}$	3, 6, 9, 10, 12	3, 6, 9, 10, 12	-10,4350	0,75	6,15	0,3869	0,4886	0,4184	0,5195

<sup>1</sup> Schätzzeitraum 80.7–93.4, Schätzgleichung (35). – <sup>2</sup> Verzögerung der AR- bzw. MA-Komponenten. – <sup>3</sup> Akaike-Informationskriterium. – <sup>4</sup> Breusch-Godfrey-Lagrange-Multiplikator auf Autokorrelation. In Klammern die Ordnung des autoregressiven Prozesses. – <sup>5</sup> Mittlerer absoluter Ein-Perioden-Prognosefehler in vH. 80.7–93.4. – <sup>6</sup> Wurzel aus dem mittleren quadrierten Ein-Perioden-Prognosefehler in vH. 80.7–93.4. – <sup>7</sup> Ungleichheitskoeffizient nach Theil [1966, S. 28], berechnet auf Basis nicht-logarithmierter Werte. 80.7–93.4. – <sup>8</sup> Wurzel aus dem mittleren quadrierten Prognosefehler in vH, dynamische Out-of-sample-Prognose, 93.5–93.10. – \*(\*\*, \*\*\*) = signifikant bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 10 vH (5 vH, 1 vH).

Tabelle 4

Prognose von Geldmengen mittels Transferfunktionen – Preis-Regime<sup>1</sup>

Variable	MAP% <sup>2</sup>	RMSE% <sup>3</sup>	TU <sup>4</sup>	RMSE% <sup>5</sup>
SM1	0,5524	0,7766	0,3217	0,4884
SM2	0,3613	0,4652	0,3131	0,8053
TM2	0,4677	0,6318	0,3050	0,4389
CDM2	0,4239	0,5841	0,3020	0,8454
CESM2	0,4744	0,6379	0,2975	0,4063
SM3	0,2660	0,3580	0,2765	0,5612
TM3	0,3614	0,4578	0,2550	0,7724
CDM3	0,3335	0,4224	0,2454	0,5532
CESM3	0,3974	0,4962	0,2636	0,4461

<sup>1</sup> Schätzzeitraum 80.7–93.4, Prognose der Geldmengenmultiplikatoren und der Geldbasis gem. Tabelle 3. – <sup>2</sup> Mittlerer absoluter Ein-Perioden-Prognosefehler in vH, 80.7–93.4. – <sup>3</sup> Wurzel aus dem mittleren quadrierten Ein-Perioden-Prognosefehler in vH, 80.7–93.4. – <sup>4</sup> Ungleichheitskoeffizient nach Theil [1966, S. 28], berechnet auf Basis nicht-logarithmierter Werte, 80.7–93.4. – <sup>5</sup> Wurzel aus dem mittleren quadrierten Prognosefehler in vH, dynamische Out-of-sample-Prognose, 93.5–93.10.

## VII. Abschließende Bemerkungen

In der vorliegenden Arbeit wird im Rahmen der Geldangebotstheorie erstmals für Deutschland untersucht, ob zinsgewichtete Geldmengen besser steuerbar sind als summarische. Dazu werden sowohl univariate als auch multivariate Prognosemethoden angewendet. Letztgenannte berücksichtigen zusätzlich den Erklärungsbeitrag operationaler geldpolitischer Ziele (Geldbasis oder Geldmarktzinsen), mit deren Hilfe das geldpolitische Zwischenziel, die Geldmenge, gesteuert werden soll.

Wie die erste Zeile von Übersicht 1 zeigt, lassen sich die auf Cobb-Douglas-Funktionen basierenden Geldmengen bei der univariaten Methode zwar am besten steuern. Allerdings nutzt dieser Ansatz nicht die Informationen über das operationale geldpolitische Ziel der laufenden Periode aus. Berücksichtigt werden muß weiter, daß es für SM2 nicht gelingt, ein Modell zu schätzen, das die Daten adäquat beschreibt. Unterstellt man, die Bundesbank betrachte die Geldbasis als operationales Ziel, und nimmt man daher die Geldbasis in den Schätzansatz auf, so erweist sich die Cobb-Douglas-Geldmenge für das Aggregationsniveau 2 und die Geldmenge SM3 für das Aggregationsniveau 3 als am besten prognostizierbar (mittlere Zeile von Übersicht 1). Unter der Annahme, die Bundesbank kontrolliere die Geldmarktzinsen, lassen sich die

## Übersicht 1

**Geldmengen, die bei unterschiedlichen Aggregationsniveaus  
und Prognoseverfahren am besten steuerbar sind<sup>1</sup>**

Prognosemethode	Aggregationsniveau 2	Aggregationsniveau 3
Univariat <sup>2</sup>	<i>CDM2</i>	<i>CDM3</i>
Multivariat-Geldbasis-Regime <sup>3</sup>	<i>CDM2</i>	<i>SM3</i>
Multivariat-Preis-Regime <sup>4</sup>	<i>SM2</i>	<i>SM3</i>
<sup>1</sup> Gemessen an der Wurzel aus dem mittleren quadrierten Einperioden-Prognosefehler, 80.7–93.4. – <sup>2</sup> Vgl. Tabelle 1. – <sup>3</sup> Vgl. Tabelle 2. – <sup>4</sup> Vgl. Tabelle 4.		

Summen-Aggregate mit dem geringsten Fehler vorhersagen (untere Zeile von Übersicht 1). Dieses Ergebnis ist insbesondere deshalb bedeutsam, da die Bundesbank im Schätzzeitraum vor allem eine Zinspolitik betrieb. Alles in allem dürften also zinsgewichtete Geldmengen schlechter steuerbar sein als summarische Aggregate.

Die empirischen Untersuchungen zeigen weiter, daß von den zinsgewichteten Geldmengen die auf Cobb-Douglas-Funktionen basierenden am besten steuerbar sind. Auffällig ist auch, daß die Steuerbarkeit eher durch die Zahl der einbezogenen Geldmengenkomponenten (Bargeld, Sicht-, Termin- und Spareinlagen) beeinflusst wird als durch die Art ihrer Aggregation. Die Auswahl der Geldmengenkomponenten ist also das geeignetere Mittel, die Steuerbarkeit von geldpolitischen Zwischenzielen zu beeinflussen.

**Literatur**

*Barnett, William A.*, „The User Cost of Money“. *Economics Letters*, Vol. 1, 1978, S. 145 - 149. – *Barnett, William A.*, „Economic Monetary Aggregates, an Application of Index Number and Aggregation Theory“. *Journal of Econometrics*, Vol. 14, 1980, S. 11 - 48. – *Barnett, William A.*, *Fisher, Douglas, Serletis, Apostolos*, „Consumer Theory and the Demand for Money.“ *Journal of Economic Literature*, Vol. 30, 1992, S. 2086 - 2119. – *Bomhoff, Edward J.*, „Predicting the Money Multiplier. A Case Study for the U.S. and the Netherlands“. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 3, 1977, S. 325 - 345. – *Box, George E. P., Pierce, D. A.*, „Distribution

of Residual Autocorrelations in Autoregressive Integrated Moving Average Time Series Models“. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 65, 1970, S. 1509 - 1526. – *Breusch*, Trevor S., „Testing for Autocorrelation in Dynamic Linear Models.“ *Australian Economic Papers*, Vol. 17, 1978, S. 334 - 355. – *Chetty*, V. Karuppan, „On Measuring the Nearness of Near-monies“. *American Economic Review*, Vol. 59, 1969, S. 270 - 281. – *Dickey*, David A., *Fuller*, Wayne A., „Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root“. *Econometrica*, Vol. 49, 1981, S. 1057 - 1072. – *Diewert*, W. Erwin, „Exact and Superlative Index Numbers“. *Journal of Econometrics*, Vol. 4, 1976, S. 115 - 145. – *Engle*, Robert F., *Granger*, Clive W. J., „Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing“. *Econometrica*, Vol. 55, 1987, S. 251 - 276. – *Fra-tianni*, Michele, *Nabli*, Mustapha, „Money Stock Control in the EEC Countries“. *Weltwirtschaftliches Archiv*, Vol. 115, 1979, S. 401 - 424. – *Godfrey*, Leslie G., „Testing for Higher Order Serial Correlation in Regression Equations when the Regressors Include Lagged Dependent Variables.“ *Econometrica*, Vol. 46, 1978, S. 1303 - 1310. – *Hagen*, J. von, *Strategien kurzfristiger Geldmengensteuerung*. Hamburg 1986. – *Hagen*, J. von, „Alternative Operating Regimes for Money Stock Control in West Germany: An Empirical Evaluation“. *Weltwirtschaftliches Archiv*, Vol. 124, 1988, S. 89 - 107. – *Hagen*, J. von, „Operating Targets and Information Variables in Money Multiplier Forecasting“. *Weltwirtschaftliches Archiv*, Vol. 126, 1990, S. 643 - 661. – *Herrmann*, Heinz, *Reimers*, Hans-Eggert, *Tödter*, Karl-Heinz, *Weighted Monetary Aggregates for Germany*. Frankfurt/Main, August 1994. – *Hulten*, Charles R., „Divisia Index“. In: *Eatwell*, John et al. (Hrsg.), *The New Palgrave. A Dictionary of Economics*, Vol. 1, 1987, S. 899 - 901. – *Issing*, Otmar, „Die Geldmengenstrategie der Deutschen Bundesbank“. *Deutsche Bundesbank*, *Auszüge aus Presseartikeln*, Nr. 91, Frankfurt/Main, 9.12.1994, S. 1 - 10. – *Issing*, Otmar, *Tödter*, Karl-Heinz, *Herrmann*, Heinz, *Reimers*, Hans-Eggert, „Zinsgewichtete Geldmengenaggregate und M3 – ein Vergleich“. *Kredit und Kapital*, Vol. 26, 1993, S. 1 - 21. – *Judge*, George G., *Griffiths*, William, *Hill*, R. Carter, *Lütkepohl*, Helmut, *Lee*, Tsoung-Chao, *The Theory and Practice of Econometrics*, 2. Auflage, New York 1985. – *Krämer*, Jörg W. [a], *Theorie und empirische Bestimmung zinsgewichteter Geldmengenaggregate*. Kieler Arbeitspapier, 620, Institut für Weltwirtschaft, März 1994. – *Krämer*, Jörg W. [b], *Zinsgewichtete Geldmengenaggregate und Preisniveau*. Kieler Arbeitspapier, 635, Institut für Weltwirtschaft, Mai 1994. – *Krämer*, Jörg W. [c], *Lassen sich zinsgewichtete Geldmengen besser steuern als gewöhnliche Geldmengen?* Kieler Arbeitspapier, 657, Institut für Weltwirtschaft, November 1994. – *Maddala*, G. S., *Introduction to Econometrics*, 2. Aufl., New York 1992. – *Neumann*, Manfred J. M., „Die Grundgeldmenge – Ein neuer Indikator der Geldpolitik“. *Weltwirtschaftliches Archiv*, Vol. 122, 1986, S. 520 - 532. – *Pindyck*, Robert S., *Rubinfeld*, Daniel L., *Econometric Models and Economic Forecasts*. New York 1991. – *Scheide*, Joachim, „Deutsche Geldpolitik ohne Orientierung? Eine empirische Untersuchung zu den Grundlagen der Geldmengenziele“. *Konjunkturpolitik*, Vol. 39, 1993, S. 100 - 120. – *Serletis*, Apostolos, „The Demand for Divisia Money in the United States: A Dynamic Flexible Demand System“. *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 23, 1991, S. 35 - 52. – *Theil*, Henri, *Applied Economic Forecasting*. Amsterdam 1966. – *Tödter*, Karl-Heinz, „Eine transaktionsorientierte Geldmenge“. *Kredit und Kapital*, Vol. 27, 1994, S. 319 - 347. – *Törnqvist*, Leo, „The Bank of Finland's Consumption Price Index“. *Bank of Finland, Monthly Bulletin*, Vol. 16, Nr. 10, 1936, S. 27 - 34. –

*Willms, Manfred*, „The Money Supply Approach: Empirical Evidence for Germany“. In: Wolfgang Gebauer (Hrsg.), *Foundations of European Central Bank Policy*, Heidelberg 1993.

## **Zusammenfassung**

### **Lassen sich zinsgewichtete Geldmengen besser steuern als herkömmliche Geldmengen?**

Die von verschiedenen Geldmengenkomponenten ausgehenden Liquiditätsdienste werden in dieser Arbeit durch Nutzungspreise gemessen, also durch jene Zinserträge, die einem Wirtschaftssubjekt zufließen, wenn anstelle der Geldmengenkomponenten nicht-monetäre Vermögensgegenstände gehalten werden. Um die Geldmengenkomponenten mit Hilfe von Cobb-Douglas- und CES-Funktionen zu aggregieren, werden deren im Zeitablauf konstante Parameter mit Hilfe von Daten für die Geldmengenkomponenten und für die Nutzungspreise geschätzt. Die dabei auftretenden Schätzprobleme lassen sich vermeiden, indem Törnqvist-Geldmengenindizes mit zeitvariablen Gewichten direkt aus den Mengen- und Preisdaten ermittelt werden. Unter Steuerbarkeit wird die Genauigkeit verstanden, mit der die Notenbank die künftige Geldmengenentwicklung prognostizieren kann. Zunächst werden die auf Basis verschiedener zinsgewichteter und summarischer Geldmengen berechneten Geldmengenmultiplikatoren mit Hilfe univariater ARIMA-Modelle erklärt. Anschließend werden durch Transferfunktionsmodelle zusätzlich die Informationen ausgenutzt, die in der Geldbasis oder den Geldmarktzinsen enthalten sind. Die Ergebnisse für die drei Prognosevarianten sind nicht einheitlich. Unterstellt man jedoch realistisch, die Bundesbank versuche, statt der Geldbasis die Geldmarktzinsen zu steuern, erweisen sich die Summenaggregate als besser steuerbar. Von den zinsgewichteten Geldmengen sind die auf Cobb-Douglas-Funktionen basierenden für alle untersuchten Varianten am besten prognostizierbar.

## **Summary**

### **Are Interest-Weighted Monetary Aggregates Easier to manage than Traditional Ones?**

This study measures the liquidity services provided by various monetary assets in terms of user costs, i.e. in terms of the interest that would arise to market participants when holding non-monetary assets instead of monetary ones. In order to aggregate monetary assets with the help of Cobb-Douglas and CES functions, the parameters of these functions, constant over time, are estimated with the help of data pertaining to the monetary assets and to the user costs. Time variable-weighted Törnqvist aggregates are directly ascertained from the quantitative and the price data. Manageability is interpreted to mean the accuracy with which the central bank is able to forecast future money supply trends. To begin with, the money supply multipliers calculated on the basis of various interest-weighted and traditional monetary aggregates are explained with the help of univariate Box-



Jenkins models. Thereafter, transfer function models help to make additional use of the information that is included in the monetary base or the money-market interest rates. The results of the three prognosticating variants are not uniform. However, if it is assumed – which is realistic – that the Bundesbank attempts to manage money market interest rates instead of the monetary base, the sum aggregates turn out to be easier to manage. From among the interest-weighted monetary aggregates, the ones based on Cobb-Douglas functions are the easiest to prognosticate of all of the variants examined.

## Résumé

### **La masse monétaire pondérée par les intérêts est-elle plus contrôlable que la masse monétaire habituelle?**

Les services de liquidation partant des différents composants de la quantité de monnaie en circulation sont mesurés dans ce travail par les prix d'utilisation, c'est-à-dire par les produits d'intérêts versés à un sujet économique, si des éléments non-monnaies constitutifs du patrimoine sont gardés à la place de composants monétaires. Pour agréger les composants de la masse monétaire au moyen des fonctions de Cobb-Douglas et des fonctions CES, leurs paramètres constants dans le temps sont estimés à l'aide de données pour les composants de la masse monétaire et pour les prix d'utilisation. Les indices monétaires de Törnqvist avec des pondérations variables dans le temps sont déterminées directement à partir des quantités et des prix. On entend par régulation la précision avec laquelle la banque d'émission peut pronostiquer l'évolution future de la quantité de monnaie en circulation. Tout d'abord, les multiplicateurs monétaires calculés sur la base de différentes masses monétaires pondérées par les intérêts et globales sont expliqués à l'aide de modèles ARIMA à une variable. Ensuite, à l'aide de modèles de fonctions de transfert, on utilise aussi les informations qui sont contenues dans la base monétaire ou dans les intérêts du marché monétaire. Les résultats pour les trois variantes de prévision ne sont pas uniformes. Si l'on suppose de façon réaliste que la Bundesbank essaie de contrôler les intérêts du marché monétaire au lieu de la base monétaire, les agrégats globaux se révèlent mieux contrôlables. Parmi les masses monétaires pondérées par les intérêts, les variantes basées sur les fonctions de Cobb-Douglas sont les plus faciles à prévoir de toutes les variantes examinées.