

Der DAX-Future: Kursverhalten und Arbitragemöglichkeiten

Von Wolfgang Bühler* und Alexander Kempf**, Mannheim

Vorbemerkung

Der folgende Beitrag analysiert das Verhalten des DAX-Futures im ersten Jahr seines Bestehens unter Verwendung sämtlicher Transaktionskurse. Er enthält damit die erste umfassende Studie eines Aktienindex-futures, dessen Underlying ein Performance Index ist.

Es zeigt sich, daß der DAX-Future trotz dieser Besonderheit des Underlyings sich in vielen Belangen ähnlich wie ein Kursfuture verhält. Die höhere Volatilität der DAX-Futures im Vergleich zum DAX kann auf die Existenz von „Stale Prices“ im Index zurückgeführt werden. Bezuglich des Preisverhältnisses zwischen Kassa- und Futuresmarkt zeigt sich, daß der DAX-Future gegenüber dem gemäß Cash&Carry-Arbitrage fairen Kurs signifikant unterbewertet ist. Diese Unterbewertung wächst mit der Restlaufzeit, hängt aber nicht von der Marktliquidität ab. In einer ex-ante-Untersuchung wird gezeigt, daß selbst unter Berücksichtigung von restlaufzeitabhängigen Transaktionskosten und Ausführungsverzögerungen im Handel während des Untersuchungszeitraums nahezu risikolose Arbitragegewinne erzielt werden können. Die Anzahl und Höhe solcher Gewinnmöglichkeiten nimmt mit der Zeit jedoch deutlich ab.

Wir bedanken uns bei Michalis Kavalakis für seine wertvolle Unterstützung bei der Durchführung der Studie sowie bei Jürgen Kähler und einem unbekannten Gutachter für hilfreiche Anmerkungen zu einer früheren Fassung. Die DAX-Futures- und Zinsdaten erhielten wir von der Deutschen Finanzdatenbank, gefördert im Rahmen des DFG-Schwerpunktes „Empirische Kapitalmarktforschung“, die DAX-Kurse von der Frankfurter Wertpapierbörse. Wir danken für die Überlassung.

* Universität Mannheim und Zentrum für Europäische Wirtschaftsforschung (ZEW), Mannheim.

** Zentrum für Europäische Wirtschaftsforschung (ZEW), Mannheim.

I. Einleitung

Aktienindex-Futures zählen weltweit seit ihrer Einführung in den USA im Jahre 1982 zu den erfolgreichsten Finanzinnovationen. Nachdem in Deutschland mit der Änderung des Börsengesetzes und der Gründung der Deutschen Terminbörse (DTB) die Voraussetzungen für den Handel in solchen Kontrakten geschaffen worden waren, wurde der Handel in Futures auf den Deutschen Aktienindex (DAX) am 23. November 1990 aufgenommen.

Mit diesen sogenannten DAX-Futures wurde ein Instrument etabliert, das durch die Konstruktion des ihm zugrundeliegenden Indexes international eine Sonderstellung einnimmt. Denn der DAX stellt im Gegensatz zu allen wichtigen Aktienindizes einen Performanceindex dar. Er mißt die gesamte Wertentwicklung des zugrundeliegenden Aktienportefeuilles, die sich aus Aktienkursentwicklung, dem Wert von gewährten Nebenrechten (Bezugsrechte, etc.) und aus reinvestierten Dividendenzahlungen zusammensetzt. Während die ersten beiden Komponenten in der Regel auch von Kursindizes berücksichtigt werden, schlagen sich Dividendenzahlungen nur in einem Performanceindex nieder. Aus diesem Grund sind der DAX und damit auch der DAX-Future mit anderen Aktienindizes und darauf gehandelten Futures nicht direkt vergleichbar.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit besteht in einer umfassenden Untersuchung der Preisbeziehung zwischen der DAX-Notierung am Kassas- und Futuresmarkt in Deutschland. Dabei werden primär folgende Fragestellungen untersucht:

- Gibt es Unterschiede im statistischen Verhalten der DAX-Kassa- und DAX-Futureskurse?
- Steht der Futureskurs in einem – im Sinne der Cash&Carry-Arbitragie – fairen Verhältnis zum Kassakurs?
- Wenn nein, lassen sich systematische Einflußfaktoren für Abweichungen vom fairen Preisverhältnis erkennen?
- Ist der Futuresmarkt in dem Sinne ineffizient, daß sich aus beobachteten Preisungleichgewichten risikolose Gewinne erzielen lassen?

Während ähnliche Fragestellungen in anderen Ländern bereits intensiv untersucht wurden, liegen vergleichbare Arbeiten für den deutschen Markt noch kaum vor. Dieser wurde bisher von *Bamberg/Röder* (1992), *Loistl/Kobinger* (1992), *Prigge/Schlag* (1992) und *Grünbichler/Longstaff/Schwartz* (1992) analysiert. Dabei liegt in erstgenannter Untersuchung die Betonung auf dem Nachweis von steuerbedingten Arbitrage-

möglichkeiten, während *Loistl/Kobinger* (1992) – neben anderen Aspekten – auch die zweite und vierte der obigen Fragen untersuchen. *Grünbichler/Longstaff/Schwartz* (1992) diskutieren in ihrer Studie dagegen den Einfluß der Marktstruktur auf die Informationsverarbeitung, weshalb sie sich auf die erste der obigen Fragen beschränken. Abweichungen beobachteter Futureskurse und Geldmarktzinssätze von dem Cash & Carry Kursen und den zugehörigen Repo-Sätzen analysieren *Prigge/Schlag* (1992). Aufgrund des Ihnen zur Verfügung stehenden Datenmaterials können sie eine Reihe der oben formulierten Fragen nicht beantworten. Hierzu zählt auch die zusätzliche Frage nach möglichen Lead-Lag Beziehungen zwischen DAX- und Futureskursen. Sie wird in der begleitenden Studie von *Kempf/Kaehler* (1993) gestellt.

In der vorliegenden Untersuchung zum DAX-Future wird somit erstmals umfassend ein Future auf einen Performanceindex analysiert. Die Ergebnisse der Untersuchung werden am Ende des jeweiligen Abschnittes vergleichbaren Untersuchungen in der Literatur – vorwiegend Kursindex-Futures betreffend – gegenübergestellt.

Die Arbeit ist dabei folgendermaßen gegliedert: Zunächst wird in Abschnitt 2 kurz die Bewertungstheorie zur Ermittlung des fairen Futurepreises auf einen Performanceindex resumiert. Nach der Datenbeschreibung in Abschnitt 3 folgt in Abschnitt 4 eine Untersuchung der statistischen Eigenschaften der Renditen am Kassa- und Futuresmarkt. Im anschließenden Abschnitt 5 wird gezeigt, daß die am Markt beobachteten Kurse nicht mit den Werten des Cash&Carry-Modells übereinstimmen und daß die Höhe der Abweichung mit der Restlaufzeit zunimmt. Ob diese Abweichungen so groß sind, daß Investoren selbst unter Berücksichtigung von Transaktionskosten risikolose Gewinne erzielen können, wird in Abschnitt 6 analysiert. Hierbei wird zunächst untersucht, ob Preisungleichgewichte vorliegen, die Möglichkeit zu Arbitrage signalisieren. Ob das Handeln aufgrund dieser Signale – unter Berücksichtigung von Ausführungsverzögerungen bei der Orderabwicklung – zu sicheren Gewinnen führt, wird anschließend analysiert. Die wichtigsten Ergebnisse der Studie sind in Abschnitt 7 zusammengefaßt.

II. Bewertung des DAX-Futures

Das Standardmodell der Cash&Carry-Arbitrage zur Bewertung von Aktienindexfutures unterstellt in seiner einfachsten Form friktionslose Kapitalmärkte, einen konstanten Zinssatz und eine konstante Dividen-

denrate¹. Unter diesen Annahmen läßt sich der arbitragefreie Kurs $F^*(t, T)$ eines Aktienindexfutures zum Zeitpunkt t mit Fälligkeit in T bestimmen als²:

$$(1) \quad F^*(t, T) = I(t) e^{(r - d)(T - t)}$$

Hierbei bezeichnen $I(t)$ den Indexstand und damit den Wert des zugrundeliegenden Aktienportefeuilles, r den laufzeitäquivalenten Zinssatz p.a. und d die Dividendenrate p.a. Ein Investor, der das zugrundeliegende Aktienportefeuille kreditfinanziert kauft und bis Fälligkeit des Futures hält, erhält die anfallenden Dividendenzahlungen und muß Zinsen auf den Kredit zahlen. Zins- und Dividendenzahlungen werden als sicher unterstellt, ungewiß ist lediglich die Entwicklung des Kassakurses bis zum Zeitpunkt T .

Dem gleichen Kursrisiko ist ein Investor ausgesetzt, der statt des Aktienportefeuilles einen Aktienindexfuture kauft und bis Fälligkeit hält. Denn in diesem Zeitpunkt müssen sich Futures- und Kassakurs entsprechen. Bei dieser Strategie sind – unter Vernachlässigung des Marking to Market – alle Zahlungen bis zum Fälligkeitstermin T verschoben. Der Investor zahlt während der Laufzeit weder Zinsen noch erhält er Dividenden.

Da beide Anlagealternativen dem gleichen Risiko ausgesetzt sind, ist es möglich, aus diesen ein risikoloses Portefeuille zu bilden. Da dieses Portefeuille keinen Kapitaleinsatz vom Investor verlangt, darf es bei Arbitragefreiheit der Märkte in Zukunft auch keine Einzahlungen erbringen. Diese Bedingung ist genau dann erfüllt, wenn der Futurespreis genau um die Differenz zwischen Haltekosten und Halteerträge über

¹ Es ist seit *Black* (1976) bekannt, daß sich in diesem Fall die Preise von Futures und klassischen Termingeschäften (Forwards) entsprechen, so daß das Cash & Carry-Modell auf Futures angewendet werden kann. *Cox/Ingersoll/Ross* (1981) und *Jarrow/Oldfield* (1981) zeigen, daß dies nicht gilt, wenn die Zinsen stochastisch sind. Der Grund hierfür besteht in den unterschiedlichen Zahlungsströmen, die bei Futures und Forwards anfallen. Während bei ersteren Gewinne und Verluste börsentäglich dem Investor gutgeschrieben oder belastet werden (Marking to Market), führen sie bei Forwards erst am Fälligkeitstermin zu Zahlungsströmen.

Empirische Untersuchungen von *Rendleman/Carabini* (1979) und *Cornell/Reinaganum* (1981) haben jedoch gezeigt, daß die Preisunterschiede zwischen Forwards und Futures vernachlässigbar gering sind, so daß eine Bewertung von Futures unter Vernachlässigung des Marking to Market möglich ist. Zu einer komparativ statischen Analyse der Unterschiede zwischen einem Forward und dem Future auf Bundesanleihen vgl. *Berendes/Bühler* (1993).

² Vgl. zur Herleitung *Cornell/French* (1983a), S. 2 - 4.

dem Kassakurs liegt. Es ist aus Gleichung (1) klar, daß der arbitragefreie Futureskurs dabei über oder auch unter dem Index liegen kann.

Dies trifft jedoch nicht auf den DAX-Future zu. Der DAX mißt, wie bereits erwähnt, die gesamte Wertentwicklung eines zugrundeliegenden Aktienportefeuilles einschließlich der anfallenden Dividenden. Dies geschieht in der Weise, daß die Dividendenzahlungen am Dividendentermin rechnerisch in die Aktie reinvestiert werden, so daß sich die Anzahl der Aktien im zugrundeliegenden Portefeuille erhöht³. Der Future bezieht sich nach dem Dividendentermin also auf ein vergrößertes Aktienportefeuille. Auf diese Weise wird auch der Besitzer des Futures von Dividendenzahlungen in den zugrundeliegenden Aktien betroffen. Nimmt man vereinfachend an, daß der Inhaber des Aktienportefeuilles und des Futures in gleicher Höhe von Dividendenzahlungen profitieren, so ist die Differenz zwischen heutigem Futureskurs und Indexstand von Dividendenzahlungen unabhängig, der Indexfuture kann wie ein Future auf eine dividendenlose Aktie bewertet werden⁴:

$$(2) \quad F^*(t, T) = I(t) e^{r(T - t)}$$

Der arbitragefreie Kurs eines Futures auf einen Performanceindex liegt also bei positivem Zinssatz und Restlaufzeit stets über dem Indexstand. Dieser arbitragefreie Futureskurs stellt die Referenzgröße der Untersuchung dar. Weicht der tatsächliche Kurs $F(t, T)$ von diesem theoretischen Kurs ab, wird im folgenden von Fehlbewertung (FB) gesprochen. Deren Höhe ist definiert als:

$$(3) \quad FB(t, T) = F(t, T) e^{-r(T - t)} - I(t)$$

Daneben wird die relative Fehlbewertung $RFB(t, T)$ als Verhältnis von Fehlbewertung zum aktuellen DAX-Stand in Prozent definiert:

$$(4) \quad RFB(t, T) = \frac{FB(t, T)}{I(t)} \cdot 100 = \frac{F(t, T) e^{-r(T - t)} - I(t)}{I(t)} \cdot 100$$

³ Vgl. Richard (1992), S. 128 - 131.

⁴ Diese Annahme ist problematisch, da der Inhaber des Futures aufgrund der Reinvestitionshypothese des DAX stets die Bruttobardividende erhält, während der Mittelzufluß beim Besitzer des Aktienportefeuilles von seinem individuellen Grenzsteuersatz abhängt. Die Annahme scheint für die empirische Untersuchung trotzdem angemessen zu sein, da steuerliche Untersuchungen ergeben haben, daß Dividendenzahlungen in Deutschland durchschnittlich mit ca. 35 - 40 % belastet werden. Dies entspricht weitgehend dem Konzept der Reinvestition der Bruttobardividende, das eine Steuerbelastung von 36 % unterstellt. Vgl. zu einer ausführlichen Darstellung Kempf/Spengel (1993).

Eine positive Fehlbewertung wird als Überbewertung des Futures bezeichnet, die in friktionslosen Märkten, wie im Cash&Carry-Modell unterstellt, eine Long-Arbitrage (Kauf im Kassamarkt, Verkauf des Futures) nach sich zieht. Umgekehrt führt eine Unterbewertung des Futures, also eine negative Fehlbewertung, im Rahmen des Modells zu einer Short-Arbitrage (Verkauf im Kassamarkt, Kauf des Futures).

In der Praxis führen Fehlbewertungen aufgrund anfallender Transaktionskosten nicht notwendigerweise zu Arbitragemöglichkeiten. Letztere bieten sich nur, wenn die Fehlbewertungen so groß sind, daß sie die anfallenden Transaktionskosten übersteigen. Deshalb wird im folgenden zwischen Fehlbewertung und Arbitragemöglichkeit differenziert. Der erstgenannte Begriff findet immer dann Verwendung, wenn über Abweichungen des tatsächlichen Futureskurses vom theoretischen Modellwert gesprochen wird, während letzterer auf die Gewinnmöglichkeit eines Arbitrageurs unter Berücksichtigung von Transaktionskosten abzielt.

III. Datenbasis

Die Beschreibung der in der Studie verwandten Daten erfolgt in zwei Schritten. Zunächst werden die ursprünglich verfügbaren Daten dargestellt. Im zweiten Abschnitt wird die Zuordnung der Kassamarkt-, Terminmarkt- und Zinsdaten sowie die vorgenommene notwendige Datenbereinigung beschrieben.

1. Ursprungsdaten

Die Studie erstreckt sich auf den Zeitraum von Einführung des DAX-Futures am 23.11.1990 bis zum 19.12.1991, dem letzten Handelstag des Dez. 91-Kontraktes. Am DAX-Futuresmarkt sind vier Kontrakte mit Fälligkeit am dritten Freitag der Monate März, Juni, September und Dezember vorgesehen. Von diesen werden jeweils die drei Kontrakte mit der nächsten Fälligkeit gehandelt. Dies bedeutet, daß im Untersuchungszeitraum insgesamt sieben Futureskontrakte mit den Fälligkeiten Dez. 90, März 91, Juni 91, Sept. 91, Dez. 91, März 92 und Juni 92 existierten.

Die Eröffnung des Marktes erfolgte im November 1990 mit den ersten drei dieser Kontrakte. Der Dez. 90-Future hatte, da er bereits im Dezember 1990 auslief, lediglich eine Restlaufzeit von etwa einem Monat. Er wurde vom Sept. 91-Futures abgelöst, der als erster Kontrakt die vorgesehene Restlaufzeit von etwa 9 Monaten erreichte.

Von den insgesamt verfügbaren sieben Kontrakten finden der erste und die beiden letzten in der Studie keine Berücksichtigung. Der Dez. 90-

Future wird aufgrund der kurzen Laufzeit vernachlässigt. Die Kontrakte mit Fälligkeit im Jahr 1992 werden nicht berücksichtigt, da für diese Futures der verfügbare Datensatz nicht bis zu ihrer Fälligkeit reicht.

Der in der Studie verwendete Datensatz enthält für die Kontrakte sämtliche Transaktionskurse mit zugehörigem Handelstag, Handelszeitpunkt und Umsatz. Da die Handelszeitpunkte in unregelmäßigen Abständen anfallen, sind die zeitlichen Differenzen zwischen zwei Eintragungen in der Futuresdatei unterschiedlich groß. Die Gesamtzahl der Transaktionskurse kann für die verschiedenen Kontrakte aus der folgenden Tabelle entnommen werden:

Tabelle 1
Anzahl der Transaktionskurse einzelner Futureskontrakte

Transaktionskurse	März 91	Juni 91	Sept. 91	Dez. 91
Insgesamt	28 976	45 442	54 730	54 746

An jedem Börsentag werden zunächst sämtliche Transaktionskurse der Futures berücksichtigt, die in dem Zeitraum anfallen, in der auch der DAX berechnet wird. Dies umfaßt etwa die Zeitspanne von 10.30 Uhr bis 13.30 Uhr. Der genaue Beginn der DAX-Berechnung kann an den Tagen des Untersuchungszeitraums verschieden sein, da der erste DAX-Kurs erst dann ermittelt wird, wenn mindestens die Hälfte der im DAX enthaltenen Aktien gehandelt wurden⁵.

Der DAX wird in diesem Zeitraum minütlich ermittelt. Der in der Studie verwendete Datensatz beinhaltet mithin sämtliche im Untersuchungsintervall berechneten 48 353 DAX-Werte, nicht aber die Kurse der einzelnen zugrundeliegenden Aktien. Deshalb ist aus dem Datensatz auch nicht zu erkennen, ob und in welchem Umfang in den zugrundeliegenden Aktien binnen einer Minute Umsätze stattgefunden haben. Im Extremfall könnte sich der DAX minütlich ändern, obwohl nur ein im DAX enthaltener Titel binnen dieser Minute gehandelt wurde. Dieses Problem, daß der Index aus nicht zeitgleichen Aktienkursen berechnet wird („Stale Prices“), dürfte jedoch im DAX relativ unbedeutend sein, da die dem DAX zugrundeliegenden 30 Aktien unter anderem nach Aspekten der Marktliquidität ausgewählt sind.

⁵ Vgl. Janßen/Rudolph (1992), S. 6.

Der verwendete Zinsdatensatz beinhaltet auf Tagesbasis Geld- und Briefkurse des Geldmarktes für Tages-, 1-Monats-, 3-Monats-, 6-Monats- und 12-Monatsgeld.

Die Zins- und Futuresdaten entstammen der Deutschen Finanzdatenbank Karlsruhe und Mannheim, die DAX-Daten wurden von der Frankfurter Wertpapierbörse zur Verfügung gestellt.

2. Zuordnung und Bereinigung der Daten

Um die in Abschnitt 2 definierte Fehlbewertung zu berechnen, ist es nötig, weitgehend simultane DAX- und Futureskurse zu verwenden. Denn nur dann ist sichergestellt, daß ermittelte Fehlbewertungen nicht darauf zurückzuführen sind, daß den Kassa- und Futureskursen unterschiedliche Informationen zugrunde liegen. Die Zusammenführung von Futureskurs und DAX-Wert geschieht dabei in der Weise, daß in einem ersten Schritt jedem DAX-Wert der nächste Handelskurs des Futures zugeordnet wird. Aus dieser Vorgehensweise ergeben sich zwei Konsequenzen:

- Wird zwischen zwei DAX-Notierungen der Future mehrmals gehandelt, so wird nur der auf den ersten DAX-Wert unmittelbar folgende Futureskurs berücksichtigt.
- Wird der Future zwischen zwei aufeinanderfolgenden DAX-Notierungen nicht gehandelt, so erfolgt eine Zuordnung des nächsten Futureskurses zu mindestens zwei, in der Regel verschiedenen DAX-Werten. Ein einziger fehlpunkteter Future würde so mehrere Fehlbewertungen und Arbitragemöglichkeiten signalisieren, die jedoch am Markt nicht existierten.

Zur Vermeidung der zweiten Konsequenz werden aus dem Datensatz in einem zweiten Schritt alle Zuordnungen eliminiert, bei denen DAX und Future eine Minute oder mehr auseinander liegen⁶. Auf diese Weise ist eine weitgehende Synchronität der Kurse erreicht.

Zur Ermittlung des arbitragefreien Futureskurses wird ein laufzeitäquivalenter Geldmarktzinssatz benötigt. Dieser wird durch lineare Interpolation derjenigen beiden Geldmarktzinssätze bestimmt, deren Fristigkeit am besten mit der Restlaufzeit des betrachteten Futures übereinstimmen. Ferner wird bei dieser Interpolation der Mittelkurs zwischen Geld- und Briefsatz verwendet, um den oben definierten arbitragefreien Futureskurs zu bestimmen. Bei der Ermittlung von Arbitragemög-

⁶ Vgl. Tabelle 2 zur Anzahl der im Datensatz verbleibenden Beobachtungen.

lichkeiten wird dagegen auf den jeweils relevanten Geld- oder Briefzins-
satz zurückgegriffen.

Aus den so einander zugeordneten Kursen und Zinssätzen ist es möglich, Fehlbewertungen zu berechnen, die das Kriterium der zeitlichen Simultanität weitgehend erfüllen. Doch trifft dies nicht für den Beginn eines Handelstages zu, da die DAX-Berechnung bereits einsetzt, sobald die Mehrzahl der im DAX enthaltenen Aktien gehandelt ist. Um zu vermeiden, daß Fehlbewertungen ausgewiesen werden, die darauf beruhen, daß teilweise Aktienkurse des Vortages in die DAX-Berechnung eingehen, werden alle Fehlbewertungen aus dem Datensatz eliminiert, die vor 10.45 Uhr liegen. Da die dem DAX zugrundeliegenden Wertpapiere unter anderem nach der Verfügbarkeit früher Eröffnungskurse ausgewählt sind, dürften im allgemeinen alle dem DAX zugrundeliegenden Aktien während der ersten 15 Minuten eines Börsentages gehandelt werden, so daß die der Untersuchung zugrundeliegenden DAX-Werte vermutlich nicht mehr unter Verwendung von Aktienkursen des vergangenen Tages bestimmt werden⁷.

Die folgende Tabelle weist die Gesamtzahl der verbleibenden Beobachtungen und die ab 10.45 Uhr noch verfügbare Anzahl aus.

Tabelle 2
Bereinigte Datenbasis

Simultane Kurse auf Kassa- und Futuresmarkt	März 91	Juni 91	Sept. 91	Dez. 91
Insgesamt	9 405	13 043	13 138	11 612
Ab 10.45 Uhr	8 693	11 963	11 976	10 646

Grundlage der folgenden Untersuchungen sind die in der beschriebenen Weise bereinigten „Simultane Kurse ab 10.45 Uhr“, sofern nicht explizit auf eine andere Datenbasis Bezug genommen wird.

⁷ Vgl. zu den Auswahlkriterien der Aktien im DAX Janßen/Rudolph (1992), S. 8 - 11. Um exakt ermitteln zu können, welche DAX-Werte unter Verwendung von Aktienkursen des Vortages bestimmt sind, müßten zeitgestempelte Kurse der einzelnen Aktien zur Verfügung stehen.

IV. Statistische Eigenschaften der DAX- und DAX-Future-Renditen

In diesem Abschnitt werden innertägliche minütliche Renditen am Kassa- und Futuresmarkt untersucht⁸. Da hierfür die bereinigte Datenbasis „Simultane Kurse ab 10.45 Uhr“ verwendet wird, ist zwar eine weitgehende Synchronität der Kurse zu einem bestimmten Zeitpunkt gewährleistet, jedoch nicht sichergestellt, daß die Länge des Rendite-Intervalls immer genau eine Minute beträgt⁹. Um die Renditen vergleichbar zu machen, wird das logarithmierte Preisverhältnis mit der Länge des zugrundeliegenden Zeitintervalls, gemessen in Minuten, normiert. Die Renditen werden also für zwei aufeinanderfolgende Beobachtungszeitpunkte ($t - dt$) und t berechnet als:

$$(5) \quad R_t^{DAX} \equiv \frac{1}{dt} \ln \frac{I(t)}{I(t - dt)}$$

$$R_t^{Future} \equiv \frac{1}{dt} \ln \frac{F(t, T)}{F(t - dt, T)}$$

Trotz dieser Bereinigung sind bedingt durch die in Abschnitt 3.2. erläuterte Datenuordnung Differenzen in der Länge des Zeitintervalls bei der Berechnung von R_t^{Future} im Vergleich zu R_t^{DAX} von maximal 59 Sekunden möglich, die in einzelnen Zeitpunkten möglicherweise einen Einfluß auf die Höhe der Renditen in beiden Märkten besitzen. Da sich jedoch die durchschnittlichen Längen eines Zeitintervalls auf beiden Märkten entsprechen, sind keine systematischen Effekte zu erwarten.

In der folgenden Tabelle 3 werden Mittelwert und Standardabweichung der minütlichen Renditen für die vier zu analysierenden Futures dargestellt. Diese werden den Renditen des DAX im jeweils entsprechenden Zeitraum gegenübergestellt¹⁰.

Zunächst ist in dieser Tabelle zu erkennen, daß sich die durchschnittlichen minütlichen Renditen nicht von Null unterscheiden¹¹. Darüber hinaus zeigt sich, daß die Varianz der Rendite im Futuresmarkt stets

⁸ Aus sprachlichen Gründen wird im folgenden der Begriff „Rendite eines Futures“ benutzt, obwohl der klassische Renditebegriff stets ein positives eingesetztes Kapital voraussetzt und der Future als ein Instrument ohne Kapitalbindung im strengen Sinne keine Rendite aufweist. Deshalb wäre es exakter, lediglich von „Relativer Kursänderung eines Futures“ zu sprechen.

⁹ Wir danken dem anonymen Gutachter für einen entsprechenden Hinweis.

¹⁰ Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden am Ende jedes Abschnittes mit denjenigen für andere Märkte verglichen.

höher als im Kassamarkt ist. Dieser Unterschied in den Varianzen widerspricht auf den ersten Blick der Sichtweise, daß die Kursentwicklung eines Futures durch Arbitrage stets an die des Kassainstrumentes gebunden ist. Denn wenn dies zutrifft, würde man erwarten, daß Neuigkeiten sich gleichmäßig auf beiden Märkten ausbreiten und die Varianzen weitgehend übereinstimmen.

Tabelle 3
Mittelwert und Varianz der Renditen

Kontrakt	T	n	Mittelwert %	t-Statistik	VAR	V-VAR
Future	03/91	8 621	- 0,00021	- 0,26	0,005269	5,27
DAX		8 621	0,00064	1,87	0,000999	
Future	06/91	11 827	- 0,00041	- 0,87	0,002591	4,62
DAX		11 827	0,00022	1,02	0,000561	
Future	09/91	11 795	- 0,00024	- 0,59	0,002039	3,52
DAX		11 795	0,00003	0,14	0,000579	
Future	12/91	10 453	- 0,00010	- 0,28	0,001329	2,91
DAX		10 453	0,00008	0,36	0,000456	

T: Fälligkeit des Futures;

n: Anzahl der Beobachtungen;

VAR: Varianz (%²);

V-VAR: Varianz des Futures im Verhältnis zur Varianz des DAX.

Ein Grund für die höhere Varianz im Future könnte darin bestehen, daß einzelne Aktien binnen einer Minute nicht gehandelt werden und deshalb veraltete Aktienkurse im DAX enthalten sind. Wie stark ein solcher „Stale-Price-Effekt“ auf den DAX wirkt, läßt sich aus den Daten nicht direkt ablesen. Wenn jedoch veraltete Kurse im Index für die Varianzunterschiede verantwortlich sind, so sollte sich dies auch in den Autokorrelationen der Renditen in der Form äußern, daß diese im DAX positiv und höher als im DAX-Future sind. Dieses Argument beruht auf der Überlegung, daß eine Information, die Konsequenzen für mehrere

¹¹ Bei dieser Aussage wurde der t-Test verwendet. Auch unter der allgemeineren Annahme Pareto-verteilter Renditen mit charakteristischem Exponent α ($1 \leq \alpha < 2$) sind die Renditen nicht signifikant von Null verschieden. Zur Ermittlung von Fraktilen des t-Tests bei stabil verteilten Zufallsgrößen vgl. Krämer/Runde (1992), S. 11.

Aktien besitzt, beim Vorliegen von „Stale Prices“ nicht gleichzeitig verarbeitet wird und deshalb zu mehreren aufeinanderfolgenden Änderungen des DAX-Kurses führt.

Tabelle 4
Autokorrelationen in den Renditen

	<i>T</i>	AC (1)	<i>t</i> -Statistik	AC (2)	<i>t</i> -Statistik	AC (10)	<i>t</i> -Statistik
Future	03/91	- 0,09	- 8,00*	0,07	6,25*	- 0,031	- 2,81*
DAX		0,48	44,78*	0,37	28,61*	- 0,031	- 2,07
Future	06/91	- 0,06	- 6,69*	0,05	5,08*	- 0,012	- 1,30
DAX		0,47	51,33*	0,33	30,00*	- 0,062	- 5,05*
Future	09/91	- 0,03	- 3,28*	0,02	2,38*	0,002	0,26
DAX		0,38	41,18*	0,24	23,11*	0,033	2,85*
Future	12/91	0,03	2,62*	0,09	9,41*	- 0,033	- 3,35*
DAX		0,43	44,43*	0,35	30,60*	- 0,021	- 1,56

T: Fälligkeit des Futures;

AC (1): Autokorrelation zum Lag 1;

AC (2): Autokorrelation zum Lag 2;

AC (10): Autokorrelation zum Lag 10;

*: Signifikant auf 1 %-Niveau.

Wie aus Tabelle 4 zu erkennen ist, weist der DAX tatsächlich eine hohe positive Autokorrelation erster Ordnung auf, die im Future nicht zu beobachten ist. Dies spricht dafür, daß „Stale Prices“ einen Einfluß auf die statistischen Eigenschaften der DAX-Renditen besitzen. Die deutlich geringeren Autokorrelationsunterschiede beim Lag 2 und die äußerst geringen Autokorrelationen zum Lag 10 lassen vermuten, daß das Problem veralteter Preise verschwindet, wenn die DAX-Renditen für längere Zeitintervalle berechnet werden¹².

Tabelle 5 untermauert diese Vermutung. Sie zeigt, daß die Autokorrelation erster Ordnung im DAX in den vier Beobachtungszeiträumen fast vollständig verschwindet, wenn als Zeitintervall 15 Minuten gewählt wird, wohingegen bei 5-Minuten-Intervallen noch eine positive Autokorrelation vorliegt¹³.

¹² Aufgrund der großen Zahl von Beobachtungen (vgl. Tabelle 3) ist die Mehrzahl der in Tabelle 4 angegebenen Autokorrelationen noch signifikant von Null verschieden.

Tabelle 5

**Autokorrelation erster Ordnung der innertäglichen Renditen
im DAX in Abhängigkeit der Intervalllänge**

	T	n 5 Min.	AC (1) 5 Min.	t-Statistik	n 15 Min.	AC (1) 15 Min.	t-Statistik
DAX	03/91	2 495	0,33	16,60*	792	- 0,05	- 1,36
DAX	06/91	4 692	0,33	22,90*	1 496	- 0,04	- 1,41
DAX	09/91	6 172	0,34	27,09*	1 971	0,01	0,28
DAX	12/91	6 387	0,33	25,52*	2 045	0,02	1,05

T: Fälligkeit des Futures, über dessen Laufzeit die DAX-Renditen berechnet werden;

n: Anzahl der Beobachtungen bei einer Intervalllänge von 5 Minuten bzw. 15 Minuten;

AC (1): Autokorrelation zum Lag 1 bei einer Intervalllänge von 5 Minuten bzw. 15 Minuten;

*: Signifikant auf 1%-Niveau.

„Stale Prices“ scheinen in den DAX-Renditen bei Verwendung von 15-Minuten-Intervallen aufgrund der hohen Marktliquidität der einzelnen Aktien keine Rolle mehr zu spielen. Wenn „Stale Prices“ der Grund für die Varianzunterschiede zwischen DAX und DAX-Futures sind, sollte sich ab einer Intervalllänge von 15 Minuten das Varianzverhältnis bei Eins einstellen¹⁴.

Wie aus Tabelle 6 zu erkennen ist, liegt das Verhältnis der Rendite-Varianzen ab einer Intervalllänge von 15 Minuten deutlich näher an Eins als beim 1-Minuten-Intervall. Darüber hinaus ist die Varianz der Futures in längeren Rendite-Intervallen nicht mehr durchgängig höher als die des DAX. Durch dieses Ergebnis wird die Hypothese gestützt, daß „Stale Prices“ für die großen Varianzunterschiede im Minutenintervall verantwortlich gemacht werden können.

Zur besseren Vergleichbarkeit der Untersuchungsergebnisse bezüglich der Eigenschaften innertäglicher Renditen im DAX und in DAX-Futures mit denjenigen aus vorhandenen Analysen werden die wichtigsten Resultate nochmals zusammengestellt:

¹³ Da in dieser Untersuchung lediglich auf den DAX abgezielt wird, konnten alle DAX-Werte ab 10.45 Uhr verwendet werden, so daß die in der Tabelle angezeigten Intervalllängen exakt 5 bzw. 15 Minuten betragen. Es wurde hier also keine Datenbereinigung aufgrund fehlender simultaner Futureskurse vorgenommen.

¹⁴ Die Renditeberechnung für die 15-, 30- und 60-Minuten-Intervalle erfolgte analog zur oben dargestellten Vorgehensweise.

Tabelle 6
Verhältnis der Varianzen in Abhängigkeit der Intervalllänge

	<i>T</i>	1-Minuten- Intervall	15-Minuten Intervall	30-Minuten- Intervall	60-Minuten- Intervall
V-VAR	03/91	5,27	1,56	1,30	1,12
V-VAR	06/91	4,62	1,60	0,79	1,24
V-VAR	09/91	3,52	1,39	1,07	0,99
V-VAR	12/91	2,91	0,89	0,81	0,85
Durch- schnitt		4,03	1,36	0,97	1,05

T: Fälligkeit des Futures;

V-VAR: Varianz des Futures im Verhältnis zur Varianz des DAX.

- Die durchschnittlichen innertäglichen Renditen in beiden Märkten unterscheiden sich nicht signifikant von Null.
- Im Index liegt eine hohe positive Autokorrelation erster Ordnung vor, die im Future nicht zu beobachten ist. Diese positive Autokorrelation verschwindet, wenn 15-Minuten-Renditen analysiert werden.
- Die minütliche Rendite des Futures weist eine höhere Varianz auf als die des Indexes. Ab einer Rendite-Intervalllänge von 15 Minuten ist keine einheitliche Aussage über Varianzunterschiede möglich.

Die Ergebnisse bezüglich der Autokorrelation weisen eine weitgehende Übereinstimmung mit denen der Studie von *Chan/Chan/Karolyi* (1991) auf. Diese untersuchen den Standard&Poors 500 (S&P 500) Future von 1984 bis 1989 unter Verwendung von Kursen im 5-Minuten-Abstand. Sie finden eine hohe positive Autokorrelation erster Ordnung im Index und eine deutlich geringere, wenn auch immer noch positive Autokorrelation zweiter Ordnung. Im Future wird eine geringe negative Autokorrelation beobachtet.

MacKinlay/Ramaswamy (1988) untersuchen den S&P 500 Future im Zeitraum 09/83 bis 06/87 unter Verwendung unterschiedlicher Intervalllängen zur Renditeberechnung. Ihre Ergebnisse unterscheiden sich in zweierlei Hinsicht von denjenigen des deutschen Marktes. Zunächst ermitteln sie eine durchgängig höhere Varianz in den Futures für alle untersuchten Zeitintervalle zwischen 15 Minuten und einem Tag. Darüber hinaus erhalten sie – ebenfalls im Gegensatz zu unserer Studie – im

Index eine hohe, im Zeitablauf abnehmende, positive Autokorrelation erster Ordnung bei Verwendung eines 15-Minuten-Intervalls. Sie führen dieses Resultat hauptsächlich auf die Existenz von „Stale Prices“ zurück, ein Problem, das aufgrund des engeren Indexkonzeptes im DAX offensichtlich in geringerem Umfang auftritt.

Grünbichler/Longstaff/Schwartz (1992) untersuchen den deutschen Markt im Zeitraum 11/90 bis 09/91 unter Verwendung von 5-, 15- und 30-Minuten-Renditen. Ihre Renditeberechnung unterscheidet sich jedoch von der hier verwendeten in der Form, daß sie keine Korrektur der Datenreihen vornehmen, wenn die Längen der Rendite-Intervalle auf Futures- und Kassamarkt stark differieren. Dies bedeutet, daß bei fehlendem Handel im Futuresmarkt ein zukünftiger Futureskurs mehreren DAX-Werten zugeordnet wird. Wenn Handel im Futuresmarkt in Zeiten großer Kursschwankungen seltener stattfindet, ist eine Konsequenz der verwendeten Zuordnungsvorschrift, daß im ersten Intervall die Futureskursänderung und damit die Futuresrendite absolut betrachtet groß und in den folgenden Intervallen Null sein wird, während der DAX-Wert sich in kleineren Renditeschritten anpaßt. Als Folge dieser Berechnungsmethode dürfte die Varianz der Futuresrenditen überschätzt werden. Dies könnte erklären, warum *Grünbichler/Longstaff/Schwartz* (1992) im Futuresmarkt eine durchgängig höhere Varianz als im Kassamarkt finden.

Eine neuere Analyse des japanischen Marktes stammt von *Lim* (1992). Er untersucht hierbei unter Verwendung von 5-Minuten-Intervallen jeweils fünf Handelstage vier verschiedener Nikkei-Futures mit Fälligkeiten zwischen 06/88 und 09/89. Dabei werden weder positive Autokorrelationen im Index noch Varianzunterschiede zwischen den beiden Märkten gefunden.

Es bietet sich also bezüglich Autokorrelation und Varianzunterschieden kein einheitliches Bild. Beide Phänomene scheinen aber vorwiegend gemeinsam aufzutreten, was dafür spricht, daß „Stale Prices“ die Varianzunterschiede erklären können. Dieses Ergebnis läßt sich auch im deutschen Markt beobachten. Große Autokorrelationsunterschiede zwischen DAX und DAX-Future gehen mit hohen Varianzunterschieden einher. Sind die Autokorrelationen jedoch annähernd gleich, so lassen sich auch keine eindeutigen Aussagen bezüglich der Varianzunterschiede treffen.

V. Fehlbewertungen im DAX-Future

Nachdem bisher die Kurse von Index und Future getrennt untersucht wurden, wird in diesem Kapitel analysiert, ob das Verhältnis der Kurse fair im Sinne des Modells der Cash&Carry-Arbitrage ist. Die Untersuchungen werden hierbei auf Basis der in Abschnitt 2 definierten relativen Fehlbewertung des Futures $RFB(t, T)$ durchgeführt. Durch diese Definition wird jede noch so geringe Abweichung des Futureskurses von seinem fairen Wert als Fehlbewertung bezeichnet, so daß aufgrund der Rechengenauigkeit jede Index-Futures-Kombination als Fehlbewertung erfaßt wird.

1. Statistische Eigenschaften der relativen Fehlbewertung

Das Ziel dieses Abschnittes besteht in der Beschreibung der Abweichungen des Futures von seinem aus der Cash&Carry-Arbitrage vorgegebenen Wert. Diese Ergebnisse bilden die Grundlage für die Suche nach Erklärungshypothesen für die Abweichungsstruktur im nächsten Abschnitt.

In Tabelle 7 ist zunächst zu erkennen, daß sämtliche Futures im Mittel signifikant unterbewertet sind. Außer der Höhe der Fehlbewertung ist auch die Anzahl der Fehlbewertungen im negativen Bereich um ein Vielfaches höher als im positiven Bereich. So besteht eine Fehlbewertung beispielsweise im Future mit Fälligkeit im Dezember 1991 nur in einem von 22 Fällen aus einer Überbewertung.

Die hohe positive Autokorrelation – hier nur bis Lag 10 ausgewiesen – deutet auf eine große Persistenz in der Fehlbewertung hin, d.h. ist der Future unterbewertet, so bleibt er auch lange unterbewertet, und ist er überbewertet, so bleibt er auch lange überbewertet.

In Tabelle 7 fällt weiter auf, daß die durchschnittliche Unterbewertung beim Vergleich verschiedener Kontrakte zunächst zunimmt und später wieder abnimmt. Die Unterbewertungen scheinen also kein temporäres Phänomen bei der Eröffnung dieses neuen Marktes zu sein.

Betrachtet man anstelle der Höhe der relativen Fehlbewertungen deren erste Differenzen, so zeigt sich, daß diese in allen Kontrakten nicht signifikant von Null verschieden sind. Außerdem findet sich eine leichte negative Autokorrelation erster Ordnung. Dieses Ergebnis deutet in Verbindung mit den entsprechenden Ergebnissen aus Tabelle 7 darauf hin, daß die Zeitreihe der Fehlbewertungen nicht stationär ist. Diese Beob-

Tabelle 7

Beschreibung der relativen Fehlbewertung über die gesamte Laufzeit

$RFB(t, T)$	$T = 03/91$	$T = 06/91$	$T = 09/91$	$T = 12/91$
n	8 693	11 963	11 976	10 646
Mittelwert (%)	- 0,5533	- 0,7005	- 0,5368	- 0,4025
t -Statistik	- 97*	- 132*	- 101*	- 111*
SDV (%)	0,5338	0,5803	0,5763	0,3712
UB/ÜB	6:1	15:1	12:1	21:1
AC (1)	0,9851	0,9886	0,9889	0,9791
AC (2)	0,9789	0,9812	0,9816	0,9690
AC (10)	0,9469	0,9597	0,9490	0,9379

RFB : Relative Fehlbewertung des DAX-Futures;

T : Fälligkeit des Futures;

n : Anzahl der Beobachtungen;

SDV: Standardabweichung;

UB/ÜB: Anzahl der Unterbewertungen des Futures im Verhältnis zur Anzahl der Überbewertung des Futures;

AC (i): Autokorrelation zum Lag i;

*: Signifikant auf 1%-Niveau.

Tabelle 8

Beschreibung der ersten Differenzen der relativen Fehlbewertung

$RFB(t, T) - RFB(t-1, T)$	$T = 03/91$	$T = 06/91$	$T = 09/91$	$T = 12/91$
Mittelwert (%)	0,000043	0,000083	0,000328	0,000188
t -Statistik	0,0446	0,1045	0,4490	0,2629
SDV (%)	0,0918	0,0870	0,0799	0,0739
AC (1)	- 0,2963	- 0,1706	- 0,2022	- 0,2739
AC (2)	- 0,0312	- 0,1098	- 0,0794	- 0,1298
AC (10)	- 0,0042	- 0,0213	0,0194	- 0,0154

RFB : Relative Fehlbewertung des Futures;

T : Fälligkeit des Futures;

SDV: Standardabweichung;

AC (i): Autokorrelation zum Lag i.

achtung stellt die Grundlage für die im folgenden Abschnitt formulierte Hypothese über die Abhängigkeit der Fehlbewertung von der Restlaufzeit des Futures dar.

Die bisher dargestellten Ergebnisse scheinen der Hypothese eines temporären Ungleichgewichtes bei Markteröffnung zu widersprechen. Doch fällt auf, daß die mit einer solchen Hypothese konsistente Entwicklung der durchschnittlichen Fehlbewertungen beobachtet werden kann, wenn man lediglich die letzten drei Kontrakte vergleicht. Diese Kontrakte weisen im Gegensatz zum ersten eine annähernd gleich lange Laufzeit auf, so daß die oben dargestellten Resultate möglicherweise auf einer unterschiedlichen Gesamlaufzeit beruhen. Deshalb werden die durchschnittlichen Fehlbewertungen in den Kontrakten getrennt für drei Subintervalle S1, S2 und S3 untersucht. Diese werden entsprechend der Restlaufzeit eines Futures im Verhältnis zur Restlaufzeit der anderen gleichzeitig gehandelten Futures gebildet.

- S1: Alle Zeitpunkte, in denen es am Markt keinen Future mit längerer Restlaufzeit gibt.
- S2: Alle Zeitpunkte, in denen es am Markt sowohl einen Future mit längerer Restlaufzeit als auch einen Future mit kürzerer Restlaufzeit gibt.
- S3: Alle Zeitpunkte, in denen es am Markt keinen Future mit kürzerer Restlaufzeit gibt.

Diese Intervalle entsprechen damit etwa einer Frist von drei Monaten. Ihre exakte Länge hängt jedoch jeweils davon ab, an welchem Kalentertag die einzelnen Futures fällig werden¹⁵. In der folgenden Tabelle 9 ist zu beachten, daß das Intervall S1 des Futures mit Fälligkeit im März 1991 nicht besetzt ist, da dieser gleichzeitig mit dem Juni-Future eingeführt wurde.

Erstaunlicherweise bleibt der Effekt, daß eine Verringerung der Fehlbewertung nur in Kontrakten mit annähernd gleicher Gesamlaufzeit zu beobachten ist, auch erhalten, wenn man Laufzeitquartale vergleicht. Die Unterschiede in den Fehlbewertungen für die nicht überlappenden Teilintervalle S3 sind bei Verwendung des Wilcoxon-Rang-Testes jeweils hoch signifikant.

Zusammenfassend kann damit als erstes Zwischenergebnis bezüglich der Fehlbewertung dreierlei festgehalten werden:

¹⁵ Wenn im folgenden bezüglich der Laufzeit des Futures von Quartalen gesprochen wird, so bezieht sich dies stets auf die eben definierten Zeitintervalle S1, S2, S3.

Tabelle 9
Mittlere relative Fehlbewertung für Teilintervalle

<i>RFB</i> (<i>t</i> , <i>T</i>)	<i>T</i> = 03/91	<i>T</i> = 06/91	<i>T</i> = 09/91	<i>T</i> = 12/91
Gesamtaufzeit	- 0,55	- 0,70	- 0,53	- 0,40
S1		- 2,35	- 2,27	- 1,60
S2	- 1,10	- 1,25	- 0,91	- 0,72
S3	- 0,46	- 0,49	- 0,29	- 0,26

RFB: Relative Fehlbewertung;
T: Fälligkeit des Futures;
S: Laufzeitquartale.

- Der Markt bewertet den Future niedriger als das Modell der Cash & Carry-Arbitrage.
- Die durchschnittliche Höhe der Unterbewertung nimmt bei vergleichbarer Gesamtaufzeit der Kontrakte ab, wohingegen das Verhältnis von Unterbewertungen zu Überbewertungen keinen eindeutigen Trend erkennen lässt.
- Fehlbewertungen sind in den Niveaus hoch positiv und in den ersten Differenzen leicht negativ autokorrielt. Dies deutet auf Nicht-Stationarität hin.

Das Ziel des folgenden Abschnittes besteht nun darin, Erklärungen für dieses Unterbewertungsphänomen zu finden.

2. Struktur der Fehlbewertung

Die bleibende Unterbewertung der Futures bedeutet, daß die Marktteilnehmer nur bereit sind, Futures mit einem Abschlag gegenüber dem vom Modell vorgegebenen Wert zu handeln und daß Arbitrageure nicht in der Lage sind, diese Fehlbewertung auszunutzen. Während letzteres möglicherweise mit in der Realität anfallenden Transaktionskosten begründet werden kann, ist ein Grund für den Abschlag, den die sonstigen Investoren in Futures verlangen, schwieriger zu finden.

Das Standardargument zur Erklärung von Unterbewertungen geht auf *Cornell/French* (1983b) zurück. Dort wird gezeigt, daß Aktien im Gegensatz zu Futures die Möglichkeit beinhalten, Steuerzahlungen zu verschieben. Diese in Futures fehlende sogenannte Tax-Timing-Option bewirkt,

daß Investoren nur bereit sind, Futures zu einem niedrigeren als dem durch Cash&Carry-Arbitrage bestimmten fairen Preis zu kaufen.

Als Alternative hierzu werden im folgenden zwei weitere mögliche Erklärungsansätze für Unterbewertung dargestellt und empirisch überprüft:

- Investoren sind sich bewußt, daß das Bewertungsmodell nur für Forwards zutrifft und Futures gegenüber ersteren zusätzliche Risiken für den Anleger aufweisen. Diese Risiken bestehen primär in Form von individuellen Liquiditätsrisiken, da Futures aufgrund der täglichen Gewinn- und Verlustverrechnung Zahlungen während der Laufzeit mit sich bringen. Dieses Risiko einer Nachschußpflicht werden risikoaverse Investoren höher bewerten als die Chance eines unerwarteten Mittelzuflusses. Eine solche von Investoren geforderte Liquiditäts-Risikoprämie dürfte mit der Restlaufzeit des Futures zunehmen, so daß die Hypothese formuliert werden kann, daß der Future um so stärker unterbewertet ist, je länger die Restlaufzeit ist.
- Außer mit solchen Liquiditätsrisiken lassen sich Preisabschläge auch mit mangelnder Marktliquidität der Kontrakte begründen. Liquidere Kontrakte ermöglichen Investoren, ihre Orders jederzeit am Markt auszuführen, ohne dadurch die Kurse wesentlich zu ihren Ungunsten zu verändern. Für illiquidere Kontrakte werden sie deshalb nur bereit sein, weniger zu bezahlen. Ein solcher Qualitätsunterschied zwischen Futures aufgrund der Marktliquidität wird im Cash&Carry-Modell nicht berücksichtigt und könnte folglich Preisabweichungen erklären.

Die erste Erklärungshypothese wird unter Verwendung von Tagesmittelwerten mit einer linearen Regression der Form

$$(6) \quad \overline{RFB}(t, T) = a + b \cdot (T - t) + \tilde{\varepsilon}$$

untersucht. Hierbei bezeichnet $\overline{RFB}(t, T)$ die mittlere tägliche Fehlbewertung und $(T - t)$ die Restlaufzeit des Futures. Aufgrund der in Tabelle 7 aufgedeckten hohen Autokorrelationen der Fehlbewertungen wird die Störgröße $\tilde{\varepsilon}$ als autoregressiver Prozeß erster Ordnung modelliert.

Die Ergebnisse der Regressionsanalyse sind in Tabelle 10 zusammengestellt. Diese stützen in allen Kontrakten die aufgestellte erste Hypothese. In den letzten drei Kontrakten ist der Koeffizient b der Restlaufzeit hoch signifikant. Eine einheitliche Entwicklung des Koeffizienten b im Zeitablauf kann nicht beobachtet werden. Die Konstante a , die in der Regres-

Tabelle 10

Zusammenhang zwischen mittlerer Fehlbewertung und Restlaufzeit

Kontrakt	$T = 03/91$	$T = 06/91$	$T = 09/91$	$T = 12/91$
a	- 0,3663	0,0127	0,6160	0,2593
t -Statistik	- 1,4300	0,0634	3,7405 *	5,1035 *
b	- 0,0069	- 0,0110	- 0,0135	- 0,0085
t -Statistik	- 1,9273	- 6,7330 *	- 12,499 *	- 26,554 *
RHO	0,7942	0,8574	0,8317	0,4869
t -Statistik	10,972 *	19,518 *	20,042 *	7,5087 *
D-W-Statistik	1,6552	1,7539	2,3947	2,2497
R^2	0,7515	0,9482	0,9627	0,9360

- a : Konstante;
 b : Koeffizient der Restlaufzeit;
 T : Fälligkeit des Futures;
RHO: Koeffizient des autoregressiven Prozesses der Residuen;
D-W: Durbin-Watson;
 R^2 : Bestimmtheitsmaß;
*: Signifikant auf 1%-Niveau.

sion mitgeschätzt wird, ist in zwei Kontrakten signifikant größer als Null. Dies könnte ein Indiz dafür sein, daß außer einem restlaufzeitabhängigen Risikotermin eine weitere unidentifizierte Größe Einfluß auf die Höhe der Fehlbewertung hat.

Die folgende Grafik zeigt am Beispiel des Juni-Futures optisch den oben diskutierten Zusammenhang zwischen durchschnittlicher Fehlbewertung und Restlaufzeit.

Zur Überprüfung der zweiten eingangs formulierten Hypothese wird eine zu oben analoge lineare Regression unter Verwendung des Tagesumsatzes (in 1000 Stück) im Futureskontrakt als erklärende Variable geschätzt, deren Ergebnisse in Tabelle 11 dargestellt sind.

Das Vorzeichen des Koeffizienten vor dem Volumen ist nicht, wie erwartet, einheitlich positiv. In keinem der Fälle hat das Handelsvolumen auf einem Signifikanzniveau von 5 % einen Einfluß auf die Fehlbewertung. Das gleiche Ergebnis zeigt sich auch in einer weiteren, hier nicht näher ausgeführten Regression mit Restlaufzeit und Handelsvolumen als erklärenden Variablen.

Als Fazit der Untersuchung läßt sich somit feststellen:

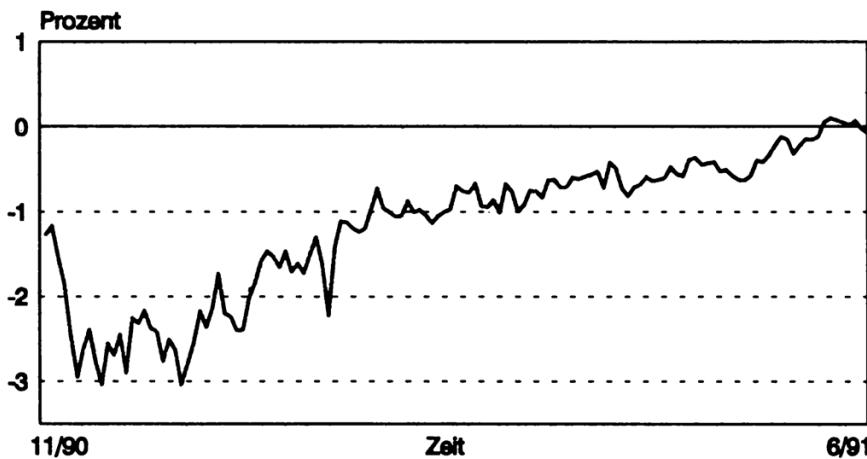


Abb. 1: Durchschnittliche Fehlbewertung in Abhängigkeit der Zeit

Tabelle 11

Zusammenhang zwischen mittlerer Fehlbewertung und Handelsvolumen

Kontrakt	$T = 03/91$	$T = 06/91$	$T = 09/91$	$T = 12/91$
a	- 0,8506	- 1,1247	- 1,6628	- 1,0183
t -Statistik	- 5,9909 *	- 2,7469 *	- 1,4233	- 3,4605 *
b	0,0220	0,0439	- 0,0073	0,0233
t -Statistik	0,6403	1,7756	- 0,3333	1,0626
RHO	0,8561	0,9660	0,9921	0,9579
t -Statistik	14,027 *	43,820 *	110,42 *	45,039 *
D-W-Statistik	1,7132	1,8229	2,5652	2,8387
R^2	0,7455	0,9463	0,9590	0,9165

- a : Konstante;
 b : Koeffizient des Handelsvolumens;
 T : Fälligkeit des Futures;
RHO: Koeffizient des autoregressiven Prozesses der Residuen;
D-W: Durbin-Watson;
 R^2 : Bestimmtheitsmaß;
*: Signifikant auf 1%-Niveau.

- Ein Future ist um so stärker unterbewertet, je länger die Restlaufzeit ist.
- Das Handelsvolumen in den einzelnen Kontrakten hat keinen signifikanten Einfluß auf die Unterbewertung.

Entscheidend für die stärkere Unterbewertung langlaufender Futures scheint also nicht die geringere Marktliquidität dieser Kontrakte, sondern das damit verbundene Nachschuhrisiko für Investoren zu sein.

Alle in diesem fünften Abschnitt angestellten Untersuchungen zielten auf die Frage ab, ob das Modell der Cash&Carry-Arbitrage in der Lage ist, das beobachtete Preisverhältnis zwischen Kassa- und Futuresmarkt zu erklären. Aus den hierbei gefundenen Abweichungen folgt jedoch nicht zwingend, daß diese in der Realität durch Arbitrageure gewinnbringend ausgenutzt werden können. Diese Frage wird im folgenden für andere Aktienindexfutures gegenübergestellt.

Zur Frage der Existenz einer dauerhaften Unterbewertung eines Futures liegen mehrere Arbeiten vor, die jedoch nicht zu einem einheitlichen Ergebnis kommen.

Figlewski (1984) findet bei Eröffnung des Handels in S&P 500 Futures eine Unterbewertung des Futures, die sich jedoch im Untersuchungszeitraum, der sich von 06/82 bis 09/83 erstreckt, in eine Überbewertung wandelt. Ein ähnliches Unterbewertungssphänomen entdecken auch *Lim* (1992) und *Brenner/Subrahmanyam/Uno* (1989) am japanischen Markt. *Lim* (1992) berichtet von einer Unterbewertung, die sich im Untersuchungszeitraum in eine Überbewertung wandelt, während *Brenner/Subrahmanyam/Uno* (1989) eine permanente, sich jedoch verringernde Unterbewertung des Futures dokumentieren. Ein Zusammenhang zwischen Fehlbewertung und Restlaufzeit wird in beiden Untersuchungen nicht beobachtet, gleichwohl jedoch eine positive, in den Lags abnehmende Autokorrelation der Fehlbewertungen, wie sie auch am deutschen Markt zu beobachten ist. *Stulz/Wasserfallen/Stucki* (1990) ermitteln am schweizerischen Markt ebenfalls eine signifikante Unterbewertung des Futures bei positiver Autokorrelation, die jedoch in den einzelnen untersuchten Kontrakten sehr unterschiedlich ist.

Die Ergebnisse von *Yadav/Pope* (1990) für den Aktienindex-Future an der LIFFE weisen teilweise eine große Ähnlichkeit zu Ergebnissen im DAX-Future auf. Die Futures sind im Untersuchungszeitraum 07/84 bis 06/88 durchschnittlich unterbewertet, die Unterbewertung nimmt jedoch mit der Zeit ab. Die Fehlbewertung ist stark positiv autokorriert, jedoch deutlich geringer als im DAX-Future. Eine Regression auf die Restlaufzeit ergibt für die ersten sechs Kontrakte einen signifikant negativen Koeffizienten, danach ist er jedoch positiv oder insignifikant.

Loistl/Kobinger (1992) untersuchen bezüglich der Fehlbewertung den DAX-Future mit Fälligkeit im September 1991 für das Zeitintervall von 07/91 bis 09/91. Sie entdecken dabei im Mittel eine abnehmende Unter-

bewertung in den ersten beiden Monaten und keine signifikante Fehlbewertung im letzten Monat. Prigge/Schlag (1992) berichten ebenfalls über eine deutliche Dominanz der negativen Fehlbewertungen des DAX-Futures in dem von ihnen untersuchten Zeitraum vom 23.11.1990 bis 30.6.1992. Bemerkenswert ist ihre Beobachtung, daß die Überbewertungen sich auf den fällig werdenden Kontrakt kurz vor dessen Schlußabrechnung konzentrieren.

Im Gegensatz zu den bisher zitierten Studien berichten *Cornell* (1985) vom amerikanischen und *Bailey* (1989) vom japanischen Aktienindex-Futuresmarkt, daß die Fehlbewertungen sich nicht signifikant von Null unterscheiden und die Kurse im Mittel durch das Modell der Cash&Carry-Arbitrage erklärt werden können.

MacKinlay/Ramaswamy (1988) entdecken in ihrer bereits erwähnten Studie im Mittel über alle untersuchten Kontrakte eine Fehlbewertung in Höhe von 0,12 %, wobei in den ersten Kontrakten Überbewertung vorherrscht und in den späteren Kontrakten Unterbewertung überwiegt. Die Fehlbewertungen sind stark positiv autokorreliert. Außerdem finden *MacKinlay/Ramaswamy* einen positiven Zusammenhang zwischen dem Absolutwert der relativen Fehlbewertung und der Restlaufzeit. *Bhatt/Cakici* (1990) untersuchen den S&P 500 Future unter Verwendung von Tagesschlußkursen für den Zeitraum 04/82 bis 06/87. Dabei ermitteln sie eine geringe durchschnittliche Überbewertung des Futures. Den Zusammenhang zwischen Restlaufzeit und Fehlbewertung untersuchen sie auf zweierlei Weise. Mittels einer linearen Regression entdecken sie analog zu *MacKinlay/Ramaswamy* (1988) einen positiven Zusammenhang zwischen dem Absolutwert der relativen Fehlbewertung und der Restlaufzeit. Durch Vergleich von Kontrakten mit drei Monaten Restlaufzeit und solchen mit einer Restlaufzeit zwischen drei und sechs Monaten finden sie ferner heraus, daß die Fehlbewertung bei längerer Restlaufzeit im Mittel größer ist und häufiger aus einer Überbewertung des Futures besteht. Damit stehen ihre Ergebnisse in einem krassen Gegensatz zu denjenigen im DAX-Future.

VI. Arbitragemöglichkeiten

Nachdem bisher die Frage untersucht wurde, ob die Cash&Carry-Arbitrage ein geeignetes Modell zur Beschreibung der Futureskurse darstellt und wie Kursabweichungen erklärt werden können, wird im weiteren Verlauf der Studie analysiert, ob Arbitrageure in der Lage sind, aus den herrschenden Preisverhältnissen risikolose Gewinne zu erzielen.

Das Vorgehen hierbei ist zweistufig, um die Realität der Anlagepraxis möglichst exakt widerzuspiegeln. Zunächst wird in Abschnitt 1 untersucht, ob Arbitrageure Fehlbewertungen beobachten können, die so groß sind, daß sie ihnen Arbitragechancen signalisieren. Nur wenn dies der Fall ist, werden sie zu handeln bereit sein. Um zu untersuchen, ob dieses Handeln auch zu Gewinnen führt, muß berücksichtigt werden, daß die Aufträge der Arbitrageure nicht zu den beobachteten Signalkursen abgewickelt werden. Da Anleger bei der Ausführung ihrer Aufträge stets Zeitverzögerungen ausgesetzt sind, werden sich im allgemeinen Signal- und Handelskurs voneinander unterscheiden. Eine solche Analyse der tatsächlich realisierten Gewinne unter Berücksichtigung verschiedener Ausführungsverzögerungen wird in Abschnitt 2 durchgeführt. Nur ein solcher Ansatz, der zwischen Signal- und Handelskursen unterscheidet, ist in der Lage Arbitragemöglichkeiten zu bestimmen, die von Anlegern auch ausgenutzt werden können¹⁶. Ein Vergleich mit anderen Studien, die sich mit der Arbitragefreiheit von Futuresmärkten beschäftigen, schließt sich an.

1. Arbitragesignale

Damit eine Fehlbewertung eine Arbitragemöglichkeit signalisiert, muß sie mindestens die anfallenden Transaktionskosten decken. Dies wird einem Arbitrageur aber nicht ausreichen, da er mit dem oben skizzierten Problem konfrontiert wird, daß seine Aufträge zu anderen als den beobachteten, daher bereits alten Marktkursen abgewickelt werden. So wird er nur bereit sein, zu handeln, wenn die Differenz zwischen beobachteter Fehlbewertung und Transaktionskosten eine bestimmte Mindesthöhe erreicht. Er verlangt also im allgemeinen eine individuell festgesetzte Risikoprämie.

Während die Fehlbewertung bereits ermittelt ist, müssen Transaktionskosten und Risikozuschlag noch bestimmt werden. Hierzu sind grundsätzlich zwei Vorgehensweisen denkbar. Der erste, in der Literatur meist verfolgte Ansatz besteht darin, unterschiedliche Transaktionskostensätze, meist zwischen 0,5 % und 2,5 %, zu unterstellen und alle Ergebnisse in Abhängigkeit der Transaktionskosten darzustellen. Dieses Vorgehen kann damit begründet werden, daß unterschiedliche Investoren auch unterschiedliche Transaktionskosten zu zahlen haben. Ein zweiter

¹⁶ Die auf Signal- und Handelskursen beruhende Analyse von Arbitragestrategien wird als „ex-ante“-Arbitrage bezeichnet. „Ex-post“-Arbitrage bezeichnet demgegenüber Arbitragestrategien, bei denen unterstellt wird, daß der Arbitrageur zum Signalkurs handeln kann. Vgl. Galai (1983), S. 47.

Weg besteht darin, nur den Arbitrageur mit den niedrigsten Transaktionskosten zu betrachten, der zu diesen Kosten theoretisch in der Lage ist, jederzeit zu handeln. Diese Vorgehensweise, die auch hier gewählt wird, ist einer Analyse zur Arbitragefreiheit deshalb angemessen, da Arbitragemöglichkeiten bereits dann vorliegen, wenn für die Akteure mit den geringsten Transaktionskosten risikolose Gewinne zu erzielen sind. Es ist offensichtlich, daß die Ergebnisse der Untersuchung in starkem Maße von der Spezifizierung der Transaktionskosten abhängen und nur für den unterstellten Minimal-Transaktionskosten-Arbitrageur gelten.

Transaktionskosten fallen beim Eingehen und Auflösen der Position am Kassa- und Futuresmarkt an. Während der Arbitrageur die beim Aufbau der Position anfallenden Kosten genau spezifizieren kann, sind diejenigen, die bei der späteren Auflösung zu zahlen sind, aus heutiger Sicht unbekannt. Es wird in der vorliegenden Studie unterstellt, daß der Arbitrageur bei seiner Arbitrageentscheidung diese in der Form einkalkuliert, daß er die sofort anfallenden Transaktionskosten in doppelter Höhe zum Ansatz bringt.

Als Minimal-Transaktionskosten-Arbitrageure können institutionelle Marktteilnehmer vermutet werden. Deren Transaktionskosten werden primär durch die zu zahlende Courtage (C) am Kassamarkt in Höhe von 0,06 % des Kurswertes und die Kosten der Wertpapierleihe (WPL) bei einer Short-Arbitrage geprägt.¹⁷ Für den Untersuchungszeitraum wird nach Rücksprache mit Marktteilnehmern ein Leihekostensatz in Höhe von 2,5 % p.a. des Kurswertes unterstellt. Die Berücksichtigung von Leihekosten bei Short-Arbitrage impliziert zweierlei:

- Arbitrageure können die Aktien nicht aus dem Eigenbestand verkaufen, sondern müssen sich diese über das Wertpapierleihesystem der Deutsche Kassenverein AG oder einer Geschäftsbank leihen. Diese Annahme wird getroffen, damit eine Short-Arbitrage nicht an die Existenz von Eigenbeständen gebunden ist.
- Arbitrageure verleihen Aktien, die sie im Bestand haben, nicht.¹⁸

Im Vergleich zu Courtage und Leihekosten sind die Handelsgebühren an der DTB in Höhe von DM 4,- pro Kontrakt vernachlässigbar gering.

Bei der Ermittlung des theoretischen Futureskurses wurde ein einheitlicher Zinssatz für Long- und Short-Arbitrage unterstellt. Da ein Arbitrageur jedoch Mittel nur zum Sollzins r_{soll} aufnehmen und zum Habenzins r_{haben} anlegen kann, wird der Arbitragegewinn bei Verwendung

¹⁷ Vgl. zur Wertpapierleihe Acker (1991), Hohmann (1991).

¹⁸ Vgl. Hohmann (1991) zu einem Modell, in dem Arbitrageure auch Wertpapiere verleihen.

eines mittleren Zinssatzes überschätzt. Um diese systematische Verzerrung zu vermeiden, wird bei der Ermittlung der Arbitragesignale der entsprechende Soll- oder Habenzins berücksichtigt.

Unter diesen Annahmen ergibt sich, bedingt durch die Transaktionskosten, ein Arbitrageband, innerhalb dessen Arbitrageure nicht handeln. Aufgrund der Wertpapierleihekosten, die nur bei einer Short-Arbitrage anfallen, ist dieses Band nicht um Null symmetrisch und im Bereich der Short-Arbitrage restlaufzeitabhängig.

Dieses Arbitrageband wird durch Berücksichtigung einer geforderten Risikoprämie (RP) breiter. Nach Rücksprache mit Marktteilnehmern wird eine Risikoprämie in Höhe von 4 Punkten im DAX unterstellt.

Ein Arbitragesignal liegt genau dann vor, wenn sich die – unter Verwendung des relevanten Zinssatzes ermittelte – Fehlbewertung außerhalb des Arbitragebandes befindet, welches durch die Höhe der Transaktionskosten und der Risikoprämie bestimmt wird¹⁹. Ein Signal zur Long-Arbitrage liegt vor, wenn gilt:

$$(7) \quad RFB(t, T)_{soll} = \frac{F(t, T) e^{-r_{soll}(T-t)} - I(t)}{I(t)} \cdot 100 > 2C + \frac{RP}{I(t)}$$

Ein Short-Arbitrage-Signal liegt dagegen erst vor, wenn die Fehlbewertung außer Courtage und Risikoprämie auch die Kosten der Wertpapierleihe übersteigt:

$$(8) \quad RFB(t, T)_{haben} = -\frac{F(t, T) e^{-r_{haben}(T-t)} - I(t)}{I(t)} \cdot 100 > 2C + \frac{RP}{I(t)} + WPL \cdot (T-t)$$

Die folgende Tabelle 12 gibt zunächst die Anzahl der Arbitragesignale getrennt nach der Strategie an, die dadurch ausgelöst wird. Es wird deutlich, daß Arbitragesignale vorwiegend bei Unterbewertungen des Futures auftraten. Dies kann in absoluten Zahlen auch nicht überraschen, da die Ergebnisse in Abschnitt 5 zeigen, daß die Futureskontrakte im Mittel unterbewertet sind.

Kontrolliert man für die ungleiche Zahl von Unter- und Überbewertungen, indem man die Arbitragesignale, die eine Short-Arbitrage (Long-Arbitrage) implizieren, auf die Gesamtzahl der Unterbewertungen

¹⁹ Es wird hierbei unterstellt, daß ein Arbitrageur die Zahlungsabflüsse aus dem Eingehen einer Long-Position im Kassamarkt kreditfinanziert und die Zuflüsse aus dem Eingehen einer Short-Position am Kassamarkt am Geldmarkt verzinslich anlegt.

Tabelle 12
Arbitragesignale, aufgeteilt nach Über- und Unterbewertung

Kontrakt		T = 03/91	T = 06/91	T = 09/91	T = 12/91
Unterbewertungs-Signale	Zahl	2362	2043	644	29
	Höhe (%)	0,3367	0,3446	0,4053	0,4174
Überbewertungs-Signale	Zahl	21	0	4	1
	Höhe (%)	0,1402	-	0,4308	0,3365
Signale/Fehlbewertungen		27,2 %	17,1 %	5,37 %	0,27 %
Sig-UB/UB		32,0 %	18,2 %	5,8 %	0,29 %
Sig-ÜB/ÜB		1,6 %	0,0 %	0,4 %	0,20 %

T: Fälligkeit des Futures;
 Signale/Fehlbewertung: Gesamtzahl der Arbitragesignale im Verhältnis zur Anzahl der Fehlbewertungen;
 Sig-UB/UB: Anzahl der Arbitragesignale, die Short-Arbitrage implizieren, im Verhältnis zur Gesamtzahl der Unterbewertungen;
 Sig-ÜB/ÜB: Anzahl der Arbitragesignale, die Long-Arbitrage implizieren, im Verhältnis zur Gesamtzahl der Überbewertungen;
 Höhe (%): Differenz zwischen Fehlbewertung und Arbitrageband im Verhältnis zur Höhe des DAX.

(Überbewertungen) des Futures normiert, so zeigen die letzten beiden Zeilen der Tabelle 12, daß auch die relative Zahl der Arbitragesignale bei Unterbewertung des Futures größer als bei Überbewertung ist.

Darüber hinaus dokumentiert Tabelle 12, daß die absolute Anzahl und der prozentuale Anteil der Fehlbewertungen, die die Arbitragegrenzen durchbrechen, im Zeitablauf deutlich geringer werden. Für Arbitrageure nimmt also die Anzahl der Gelegenheiten, Arbitrage zu betreiben, im Zeitablauf ab.

Neben der Anzahl der Arbitragesignale kann in Tabelle 12 auch deren Höhe abgelesen werden. Diese ist definiert als die Differenz zwischen Fehlbewertung und Arbitrageband relativ zum DAX in all den Fällen, in denen ein Arbitragesignal vorliegt. Es zeigt sich, daß die durchschnittliche Höhe des Arbitragesignals – im Gegensatz zur Anzahl – im Falle der Unterbewertung nicht durchgängig höher als bei einer Überbewertung ist.

Gegen die bisher durchgeführte Analyse könnte eingewandt werden, daß eine Untersuchung auf Arbitragemöglichkeiten für die gesamte Laufzeit eines Kontraktes nicht sinnvoll ist, da Arbitrageure aufgrund der aufgezeigten Transaktionsrisiken in erster Linie im Kontrakt mit der kürzesten Restlaufzeit handeln. Wenn dieses Argument zutrifft, kann

man erwarten, daß bei Kontrakten mit längerer Restlaufzeit häufiger Verstöße gegen die Arbitragegrenzen zu beobachten sind als bei solchen mit kürzerer. Deshalb wird im folgenden jeder Future innerhalb des letzten Quartals analysiert, in dem es keinen anderen Future mit kürzerer Restlaufzeit gibt²⁰.

In der Tat dokumentiert Tabelle 13, daß deutlich weniger und, mit Ausnahme des März-Kontraktes, schwächere Arbitragesignale im letzten Quartal auftreten als in der gesamten Laufzeit (vgl. Tabelle 12). Noch deutlicher wird der Unterschied, wenn das Verhalten eines Kontraktes in den Intervallen S1 und S2 mit demjenigen in S3 verglichen wird.

In den beiden ersten Kontrakten signalisieren – bei einer Restlaufzeit von mehr als drei Monaten – etwa die Hälfte aller Fehlbewertungen auch Arbitragemöglichkeiten. Dies deutet auf besonders große Chancen für Arbitrageure hin. Umgekehrt kann man daraus auch schließen, daß Arbitrageure in diesen Kontrakten mit langer Restlaufzeit nicht stark handelten, da ein solches Handeln die Fehlbewertung wieder an die Arbitragegrenzen herangeführt hätte.

Ein weiteres mögliches Indiz für die Handelsintensität der Arbitrageure stellt die Anzahl der aufeinanderfolgenden Arbitragesignale dar. Ist diese groß, kann daraus gefolgert werden, daß die Arbitrageure ins-

Tabelle 13
Arbitragesignale im letzten Quartal (S3)

Kontrakt		$T = 03/91$	$T = 06/91$	$T = 09/91$	$T = 12/91$
Unterbewertungs-Signale	Zahl	1633	918	114	0
	Höhe (%)	0,38	0,06	0,10	-
Überbewertungs-Signale	Zahl	21	0	4	0
	Höhe (%)	0,14	-	0,43	-
Signale/Fehlbewertungen		22,2 %	9,8 %	1,36 %	0 %

T : Fälligkeit des Futures;

Signale/Fehlbewertung: Gesamtzahl der Arbitragesignale im Verhältnis zur Anzahl der Fehlbewertungen;
Höhe (%): Differenz zwischen Fehlbewertung und Arbitrageband im Verhältnis zur Höhe des DAX.

²⁰ Die meisten Studien, die sich mit ähnlichen Fragestellungen beschäftigen, beschränken ihren Untersuchungszeitraum auf ein solches Teilintervall der Laufzeit.

Vgl. bspw. *MacKinlay/Ramaswamy* (1988), *Bhatt/Cakici* (1990), *Yadav/Pope* (1990).

Tabelle 14
Arbitragesignale vor dem letzten Quartal (S1 + S2)

Kontrakt		<i>T</i> = 03/91	<i>T</i> = 06/91	<i>T</i> = 09/91	<i>T</i> = 12/91
Unterbewertungs-Signale	Zahl Höhe (%)	729 0,24	1125 0,57	530 0,47	29 0,41
Überbewertungs-Signale	Zahl Höhe (%)	0 -	0 -	0 -	1 0,33
Signale/Fehlbewertungen		58,6 %	43,2 %	15,9 %	1,3 %

T: Fälligkeit des Futures;

Signale/Fehlbewertung: Gesamtzahl der Arbitragesignale im Verhältnis zur Anzahl der Fehlbewertungen;

Höhe (%): Differenz zwischen Fehlbewertung und Arbitrageband im Verhältnis zur Höhe des DAX.

gesamt relativ wenig handeln und eine große Fehlbewertung relativ lange bestehen bleibt. Für den einzelnen Arbitrageur ist in diesem Fall die zeitliche Frist zwischen Arbitragesignal und Orderausführung nur von untergeordneter Bedeutung.

Entsprechend den Ergebnissen zur Häufigkeit von Arbitragesignalen steht bezüglich der Folge von Signalen zu vermuten, daß diese im Quartal S3 kürzer ist als in den Quartalen S1 und S2. In Tabelle 15 ist dargestellt, wieviele aufeinanderfolgende Fehlbewertungen durchschnittlich außerhalb der Arbitragegrenzen liegen, sobald diese durchbrochen sind. Ein Durchbrechen der Grenzen und sofortiges Rückkehren der Fehlbewertung in das Arbitrageband schlägt sich in der Berechnung also mit dem Wert 1 nieder. So zeigt die Tabelle im März-Future beispielsweise für die gesamte Laufzeit, daß einer Fehlbewertung außerhalb der Arbitragegrenzen durchschnittlich 15,3 weitere Arbitragesignale folgen.

Da die Anzahl der Arbitragesignale im Falle einer Überbewertung sehr gering ist, sollten Schlußfolgerungen nur aus den Werten bei einer Unterbewertung gezogen werden. Tabelle 15 zeigt zunächst für die gesamte Laufzeit deutlich, daß im Durchschnitt mehrere Arbitragesignale nacheinander auftreten. Deren Zahl nimmt jedoch mit der Zeit ab. Daraus lassen sich für die Ergebnisse einer Arbitragestrategie folgende Hypothesen formulieren. Die Ausführungsverzögerung beim Aufbau einer Arbitrageposition beeinflußt die Gewinnwahrscheinlichkeit in den ersten drei Kontrakten nicht wesentlich. Im letzten Kontrakt ist es allerdings möglich, daß bei einer längeren Ausführungsverzögerung Arbitrageure im Durchschnitt keine Gewinne mehr erzielen können.

Tabelle 15
Durchschnittliche Zahl aufeinanderfolgender Arbitragesignale

Kontrakt	Intervall	$T = 03/91$	$T = 06/91$	$T = 09/91$	$T = 12/91$
UBS	$S_1 + S_2 + S_3$	16,3	7,1	5,3	1,6
ÜBS	$S_1 + S_2 + S_3$	3,5	0	2	1
UBS	S_3	17,9	4,4	3	0
ÜBS	S_3	3,5	0	2	0
UBS	$S_1 + S_2$	13,5	14,1	6,4	1,6
ÜBS	$S_1 + S_2$	0	0	0	1

T : Fälligkeit des Futures;
 UBS: Unterbewertungs-Signal;
 ÜBS: Überbewertungs-Signal.

Bei einer nach Teilintervallen getrennten Betrachtung sieht man – außer im März-Kontrakt – die Hypothese gestützt, daß Arbitrageure vorwiegend im Kontrakt mit der kürzesten Restlaufzeit handeln und so die Kurse schneller in die Arbitragegrenzen zurückkehren. Die Anzahl der aufeinanderfolgenden Arbitragesignale ist im letzten Quartal deutlich niedriger als in den vorhergehenden Quartalen. Im März-Kontrakt ist ein solcher Effekt nicht zu beobachten. Dies kann zum einen darauf beruhen, daß Arbitrageure kurz nach Eröffnung des Handels im DAX-Future generell kaum handelten, oder zum anderen darauf, daß die Restlaufzeit im März-Future ohnehin nur maximal vier Monate betrug.

Zusammenfassend läßt sich bezüglich der beobachtbaren Arbitragesignale folgendes festhalten:

- Fehlbewertungen signalisieren in den meisten Fällen Chancen für eine Short-Arbitrage, also für den Kauf des Futures und den Verkauf des Kassainstrumentes.
- Arbitragesignale treten relativ häufiger auf, wenn die Restlaufzeit noch mehr als 3 Monate beträgt.
- Sobald eine Arbitragemöglichkeit signalisiert wird, bleibt das Signal über einen längeren Zeitraum erhalten.
- Arbitragesignale bleiben, außer im März-Future, bei größerer Restlaufzeit länger erhalten als bei kürzerer Restlaufzeit.
- Über den Untersuchungszeitraum verringern sich sowohl Anzahl als auch durchschnittliche Dauer und Höhe eines Arbitragesignals.

Nachdem bisher lediglich untersucht wurde, wie häufig die Fehlbewertung einem Arbitrageur signalisiert, daß er handeln kann, wird im folgenden Abschnitt analysiert, ob Arbitragesignale unter Berücksichtigung von Ausführungsverzögerungen erfolgreich in Arbitragepositionen umgesetzt werden können.

2. Arbitrageerfolg

Die Strategie des Arbitrageurs, die auf ihren Erfolg hin untersucht werden soll, besteht darin, daß er, sobald er ein Arbitragesignal beobachtet, eine entsprechende Arbitrageposition aufbaut. Hierbei wird unterstellt, daß er den Future ohne Zeitverzögerung zum Signalkurs kaufen bzw. verkaufen kann, da an der DTB als vollelektronischer Börse Ausführungsverzögerungen vernachlässigbar gering sind. Dagegen wird für den Aufbau der Gegenposition am Kassamarkt eine Zeitverzögerung von einer bzw. zwei Minuten unterstellt. Die Höhe des Arbitrageergebnisses ist somit von dem zukünftigen DAX-Wert abhängig und deshalb zum Zeitpunkt des Engagements im Futuresmarkt ungewiß. Es kann grundsätzlich positiv oder negativ sein. Eine kurze Ausführungsverzögerung von maximal 2 Minuten kann nur deshalb unterstellt werden, da als Arbitrageur, wie auch bei der Ermittlung der Transaktionskosten, ein institutioneller Anleger angenommen wird. Doch selbst für institutionelle Anleger ist diese Handelsgeschwindigkeit nur möglich, da der DAX relativ wenige Aktien umfaßt und das zugrundeliegende Portefeuille deshalb schnell gehandelt werden kann.

Transaktionskosten werden sowohl bei der Ermittlung des Arbitrage-signals als auch beim Aufbau der Arbitrageposition berücksichtigt. Es ist dabei zu beachten, daß der Risikozuschlag von vier DAX-Punkten das Arbitragesignal beeinflußt, nicht aber die Höhe des Arbitrageerfolgs. Wie in den vorangegangenen Abschnitten wird der Future wie ein Forward behandelt, die Auswirkungen des Marking to Markets auf das Arbitrageergebnis werden also vernachlässigt.

Zunächst ist in Tabelle 16 ausgewiesen, in wieviel Prozent der Fälle die dargestellte Strategie dazu führt, daß der Arbitrageur unter Berücksichtigung einer Ausführungsverzögerung von einer bzw. zwei Minuten einen Arbitragegewinn erzielt. Da aufgrund der Ergebnisse in Abschnitt 6.1 vermutet werden kann, daß Arbitrageure vorwiegend im letzten Quartal handeln, werden die Ergebnisse hierfür in Tabelle 17 getrennt ausgewiesen.

Tabelle 16

**Erfolgreiche Arbitragepositionen während der gesamten Laufzeit
bei einer Ausführungsverzögerung von einer Minute (AV1) bzw.
zwei Minuten (AV2)**

Kontrakt	$T = 03/91$	$T = 06/91$	$T = 09/91$	$T = 12/91$
AV1-UB	2343	2035	639	29
AV1-UB/UBS (%)	99,19	99,60	99,22	100
AV1-ÜB	21	0	4	1
AV1-ÜB/ÜBS (%)	100	-	100	100
AV1/AS (%)	99,20	99,60	99,23	100
AV2-UB	2339	2035	637	29
AV2-UB/UBS (%)	99,02	99,60	98,91	100
AV2-ÜB	21	0	4	1
AV2-ÜB/ÜBS (%)	100	-	100	100
AV2/AS (%)	99,03	99,60	98,92	100

T: Fälligkeit des Futures;

AV1-UB: Anzahl der erfolgreichen Arbitragepositionen bei Unterbewertung und einer Ausführungsverzögerung von einer Minute;

AV1-UB/UBS: AV1-UB im Verhältnis zur Anzahl der Unterbewertungs-Signale;

AV1-AS: Gesamtzahl der erfolgreichen Arbitragepositionen im Verhältnis zu den Arbitragesignalen. Die übrigen Symbole bei einer Überbewertung und einer Ausführungsverzögerung von zwei Minuten sind analog zu interpretieren.

Tabelle 16 zeigt, daß die Verwendung einer Risikoprämie von 4 DAX-Punkten dazu führt, daß der Arbitrageur in fast allen Fällen trotz einer Ausführungsverzögerung von einer oder zwei Minuten einen Arbitragegewinn realisieren kann. Dies gilt unabhängig davon, ob eine Long-Arbitrage oder eine Short-Arbitrage durchgeführt wird.

Ein Vergleich dieser Ergebnisse mit denjenigen in Tabelle 17, die sich auf das letzte Quartal beziehen, erbringt keine nennenswerten Unterschiede.

Um zu prüfen, ob die wenigen Fälle, in denen der Arbitrageur-Verlust erzielt, insgesamt seine Gewinne überdecken, wird zusätzlich die durchschnittliche Höhe des Arbitrageergebnisses ermittelt. Diese ist definiert als

$$\begin{aligned}
 & \text{Durchschnitt gesamt} \\
 & = \frac{\sum_{\text{Alle Long-Arbitrage}} \{ RFB(t + \text{lag}, T)_{\text{soll}} - 2C \}}{\text{Anzahl der Transaktionen}} \\
 (9) \quad & + \frac{\sum_{\text{Alle Short-Arbitrage}} \{ RFB(t + \text{lag}, T)_{\text{haben}} - 2C - WPL \cdot (T - t) \}}{\text{Anzahl der Transaktionen}}
 \end{aligned}$$

und wird für verschiedene Ausführungsverzögerungen und Strategien ausgewiesen. Die Transaktionskosten umfassen dabei im Falle der Long-Arbitrage lediglich die Händlercourtage, im Falle der Short-Arbitrage darüber hinaus auch die Leihekosten.

Tabelle 18 dokumentiert, daß die Strategie des Arbitrageurs ihm in allen Kontrakten einen positiven durchschnittlichen Arbitragegewinn erbringt. Dieser ist deutlich höher als das ursprüngliche Arbitragesignal.

Tabelle 17
Erfolgreiche Arbitragepositionen im letzten Quartal (S3)
bei einer Ausführungsverzögerung von einer Minute (AV1) bzw.
zwei Minuten (AV2)

Kontrakt	$T = 03/91$	$T = 06/91$	$T = 09/91$	$T = 12/91$
AV1-UB	1622	915	111	0
AV1-UB/UBS (%)	99,32	99,67	97,36	-
AV1-ÜB	21	0	4	0
AV1-ÜB/ÜBS (%)	100	0	100	-
AV1/AS (%)	99,33	99,67	97,45	-
AV2-UB	1619	915	109	0
AV2-UB/UBS (%)	99,14	99,67	95,61	-
AV2-ÜB	21	0	4	0
AV2-ÜB/ÜBS (%)	100	0	100	-
AV2/AS (%)	99,15	99,67	95,76	0

T: Fälligkeit des Futures;
AV1-UB: Anzahl der erfolgreichen Arbitragepositionen bei Unterbewertung und einer Ausführungsverzögerung von einer Minute;
AV1-UB/UBS: AV1-UB im Verhältnis zur Anzahl der Unterbewertungs-Signale;
AV1/AS: Gesamtzahl der erfolgreichen Arbitragepositionen im Verhältnis zu den Arbitragesignalen. Die übrigen Symbole bei einer Überbewertung und einer Ausführungsverzögerung von zwei Minuten sind analog zu interpretieren.

Der Risikozuschlag übertrifft also den durch die Ausführungsverzögerung verursachten durchschnittlichen Verlust.

Als Risikomaß ist der Verlust ausgewiesen, den ein Arbitrageur durchschnittlich in den wenigen Fällen erleidet, in denen die Ausführungsverzögerung eine erfolgreiche Arbitragetransaktion verhindert. Dieser ist definiert als:

$$\begin{aligned}
 & \text{Durchschnittsverlust} \\
 & = \frac{\sum_{\substack{\text{Verlustbringende Long-Arbitrage}}} \{ RFB(t + \text{lag}, T)_{\text{soll}} - 2C \}}{\text{Anzahl der verlustbringenden Transaktionen}} \\
 (10) \quad & + \frac{\sum_{\substack{\text{Verlustbringende Short-Arbitrage}}} \{ RFB(t + \text{lag}, T)_{\text{haben}} - 2C - WPL \cdot (T - t) \}}{\text{Anzahl der verlustbringenden Transaktionen}}
 \end{aligned}$$

Man erkennt in Tabelle 18, daß der durchschnittliche Verlust, wenn gleich der Verlustfall selten auftritt, bis zu 1,15 % betragen kann. Bei einem DAX-Stand von 1600 entspricht dies DM 1840,- pro Kontrakt.

Analysiert man lediglich das letzte Quartal, ist die Arbitragestrategie immer noch erfolgreich, auch wenn die Anzahl der Arbitragemöglichkei-

Tabelle 18
Höhe des Arbitrageergebnisses in Prozent während der gesamten Laufzeit

Kontrakt		$T = 03/91$	$T = 06/91$	$T = 09/91$	$T = 12/91$
AV1-UB	Durchschnitt gesamt (%)	0,61	0,60	0,65	0,62
	Durchschnittsverlust (%)	0,68	1,15	0,14	-
AV1-ÜB	Durchschnitt gesamt (%)	0,39	-	0,46	0,32
	Druchschnittsverlust (%)	-	-	-	-
AV2-UB	Durchschnitt gesamt (%)	0,61	0,60	0,65	0,59
	Durchschnittsverlust (%)	0,72	1,15	0,16	-
AV2-ÜB	Durchschnitt gesamt (%)	0,38	-	0,29	0,25
	Durchschnittsverlust (%)	-	-	-	-

T: Fälligkeit des Futures;

AV1-UB: „Durchschnitt gesamt“ bezeichnet den durchschnittlichen Gewinn eines Arbitrageurs bei einer Ausführungsverzögerung von einer Minute, wenn er immer dann handelt, sobald ein Unterbewertungssignal vorliegt;

„Durchschnittsverlust“ bezeichnet den durchschnittlichen Verlust eines Arbitrageurs bei einer Ausführungsverzögerung von einer Minute in denjenigen Fällen, in denen er das Unterbewertungssignal nicht erfolgreich in eine Arbitragetransaktion umsetzen kann.

Die übrigen Symbole bei einer Überbewertung und einer Ausführungsverzögerung von zwei Minuten sind analog zu interpretieren.

ten wesentlich geringer ist (vgl. Tabellen 16, 17). Es fällt jedoch auf, daß ab dem Juni-Future das durchschnittliche Arbitrageergebnis deutlich geringer ist als bei der Untersuchung der gesamten Laufzeit der Futures. Der Dezember-Future weist keinen Gewinn bzw. Verlust auf, da in dessen letztem Quartal keine Arbitragesignale vorliegen (vgl. Tabelle 13).

Der Vergleich der Arbitragemöglichkeiten zwischen dem letzten Teilintervall und der gesamten Laufzeit wird plastischer, wenn man den DM-Gewinn eines Arbitrageurs betrachtet, der bei jedem Signal genau einen Future kauft oder verkauft und die Gegenseite am Kassamarkt aufbaut. Wie man in Tabelle 20 sieht, hätte der Arbitrageur bei der unterstellten Strategie zu Beginn des Untersuchungszeitraums große Gewinne realisieren können, besonders wenn er auch in Futures mit langer Restlaufzeit tätig geworden wäre. Es wird hierbei nicht unterschieden, ob der Gewinn aus einer Short- oder aus einer Long-Arbitrage entstanden ist.

Man erkennt aus Tabelle 20 ferner, daß die durchschnittlichen Arbitragegewinne durch die Ausführungsverzögerung nicht wesentlich beeinflußt werden.

Tabelle 19
Höhe des Arbitrageergebnisses in Prozent im letzten Quartal (S3)

Kontrakt		<i>T</i> = 03/91	<i>T</i> = 06/91	<i>T</i> = 09/91	<i>T</i> = 12/91
AV1-UB	Durchschnitt gesamt (%)	0,66	0,30	0,31	-
	Durchschnittsverlust (%)	0,58	0,58	0,14	-
AV1-ÜB	Durchschnitt gesamt (%)	0,39	-	0,46	-
	Durchschnittsverlust (%)	-	-	-	-
AV2-UB	Durchschnitt gesamt (%)	0,66	0,29	0,28	-
	Durchschnittsverlust (%)	0,51	0,58	0,16	-
AV2-ÜB	Durchschnitt gesamt (%)	0,38	-	0,29	-
	Durchschnittsverlust (%)	-	-	-	-

T: Fälligkeit des Futures;

AV1-UB: „Durchschnitt gesamt“ bezeichnet den durchschnittlichen Gewinn eines Arbitrageurs bei einer Ausführungsverzögerung von einer Minute, wenn er immer dann handelt, wenn ein Unterbewertungssignal vorliegt;
„Durchschnittsverlust“ bezeichnet den durchschnittlichen Verlust eines Arbitrageurs bei einer Ausführungsverzögerung von einer Minute in denjenigen Fällen, in denen er das Unterbewertungssignal nicht erfolgreich in eine Arbitrageposition umsetzen kann.

Die übrigen Symbole bei einer Überbewertung und einer Ausführungsverzögerung von zwei Minuten sind analog zu interpretieren.

Tabelle 20
Arbitragegewinn in Tsd. DM

Gewinn in Tsd. DM	S1 + S2 + S3 Lag = 1 Min.	S3 Lag = 1 Min.	S1 + S2 + S3 Lag = 2 Min.	S3 Lag = 2 Min.
<i>T</i> = 03/91	2021	1493	2007	1486
<i>T</i> = 06/91	1781	444	1746	435
<i>T</i> = 09/91	586	58	550	50
<i>T</i> = 12/91	29	0	27	0

T: Fälligkeit des Futures;

S: Laufzeitquartale.

Zusammenfassend kann damit folgendes festgestellt werden:

- Risikolose Arbitrage ist am DAX-Futures-Markt im Untersuchungszeitraum nicht möglich, das Risiko der Arbitrageure bei ihren Transaktionen ist jedoch sehr gering.
- Es bietet sich für Arbitrageure im Untersuchungszeitraum insgesamt eine große Zahl von Arbitragemöglichkeiten, im besonderen in Kontrakten mit langer Restlaufzeit.
- Gewinnmöglichkeiten bestehen vorwiegend in Form einer Short-Arbitrage.
- Anzahl und Höhe der Arbitragemöglichkeiten nehmen mit der Zeit deutlich ab.
- Am Ende des Untersuchungszeitraums bieten sich nahezu keine Arbitragemöglichkeiten mehr.

Abschließend sollen diese Ergebnisse wiederum mit denjenigen verglichen werden, die von anderen Märkten berichtet werden. Um Untersuchungen über Arbitragemöglichkeiten sinnvoll durchführen zu können, ist es notwendig, annähernd zeitgleiche Futures- und Kassakurse zu verwenden. Dies ist bei den beiden folgenden Studien nicht gewährleistet, da sie mit Tagesschlußkursen arbeiten, die im jeweiligen Kassa- und Futuresmarkt zu unterschiedlichen Zeiten ermittelt werden.

Brenner/Subrahmanyam/Uno (1989) ermitteln in einer reinen ex-post-Analyse (Signalkurs = Handelskurs) des japanischen Marktes bei Transaktionskosten in Höhe von einem Prozent, daß etwa 40 % aller Notierungen außerhalb der Arbitragebänder liegen. Davon signalisieren 90 % eine

Short-Arbitrage. Bei Transaktionskosten von zwei Prozent bleiben noch etwa 20 % aller Notierungen außerhalb des Arbitragebandes, davon 98 % unterhalb der unteren Arbitragegrenze. Ähnlich wie im DAX-Future dominieren also die Short-Arbitragemöglichkeiten.

Yadav/Pope (1990) berichten von ex-post-Arbitragemöglichkeiten an der LIFFE bei Transaktionskosten in Höhe von einem Prozent, die jedoch bei einer Erhöhung der Transaktionskosten auf 1,5 oder 2 Prozent verschwinden. Ex-ante-Arbitragemöglichkeiten treten kaum auf. Dies kann nicht verwundern, da in ihrem Modell entweder der Eröffnungs- oder der Schlußkurs eines Tages als Signalkurs dient und die Aufträge erst zum Schlußkurs des Tages oder zum Eröffnungskurs des folgenden Tages ausgeführt werden.

Das Problem der Nicht-Simultanität der Kurse vermeiden *Loistl/Kobinger* (1992), indem sie innertägliche Kurse verwenden. In einer reinen ex-post-Untersuchung finden sie kaum Long-Arbitragemöglichkeiten, jedoch häufig Short-Arbitragemöglichkeiten.

Eine ausführliche Studie zu Arbitragemöglichkeiten stammt von *Chung* (1991). Er untersucht den Future auf den Major Market Index unter Verwendung aller Transaktionskurse im Zeitraum von 07/84 bis 08/86. Ex-post liegen innerhalb eines Jahres bis maximal 33 % aller Notierungen außerhalb eines Transaktionskostenbandes von 0,5 %, jedoch nur etwa 1,5 % aller Notierungen außerhalb eines Bandes von 1 %. Durchschnittlich erlauben etwa vier Notierungen hintereinander den Aufbau derselben Arbitrageposition. Bei der Ermittlung von ex-ante-Arbitragemöglichkeiten berücksichtigt Chung an beiden Märkten Ausführungsverzögerungen von 20 Sekunden, zwei Minuten und fünf Minuten. Hierdurch reduzieren sich besonders bei größeren Transaktionskosten die Arbitragemöglichkeiten. Es ergeben sich teilweise bedeutende Differenzen zwischen Arbitragesignal und tatsächlichem Arbitragewinn, d.h. die Ausführungsverzögerung stellt für den Arbitrageur ein erhebliches Risiko dar. Ein Grund hierfür dürfte sein, daß Chung in seiner Studie keine Risikoprämie bei der Arbitrageentscheidung berücksichtigt, so daß bereits eine geringe ungünstige Kursänderung einen Verlust entstehen lassen kann. Die Ex-ante-Arbitragemöglichkeiten nehmen im Laufe der Zeit ab, ein Ergebnis, das sich auch im DAX-Future wiederfindet.

VII. Zusammenfassung

In der vorliegenden empirischen Studie werden erstmals umfassend die Beziehungen zwischen Futures auf einen Performanceindex und dem zugehörigen Kassainstrument untersucht. Trotz dieser Besonderheit des Underlyings verhält sich der DAX-Future in vielen Belangen ähnlich wie die Futures auf Kursindizes.

So zeigt sich bei einer Analyse minütlicher Renditen an Kassa- und Futuresmarkt, daß letzterer durchgängig eine höhere Varianz aufweist. Dieses Ergebnis kann auf die Existenz von „Stale Prices“ zurückgeführt werden. „Stale Prices“ scheinen bei DAX-Renditen jedoch nur in sehr kurzen Zeitintervallen eine Rolle zu spielen. Im Mittel sind die Renditen auf beiden Märkten nicht von Null verschieden.

Das traditionelle Modell der Cash&Carry-Arbitrage ist nicht in der Lage, die am Markt beobachtbaren Futureskurse zu erklären. Futures werden am Markt im Durchschnitt mit einem Abschlag gegenüber dem arbitragefreien Cash&Carry-Kurs gehandelt. Ein solcher Preisabschlag läßt sich mit dem individuellen Liquiditätsrisiko aufgrund von Nachschußverpflichtungen aus dem Marking to Market, nicht aber mit fehlender Marktliquidität bei Futures mit langer Restlaufzeit erklären.

Die Abweichungen vom – im Sinne der Cash&Carry-Arbitrage – fairen Futureskurs sind besonders zu Beginn des Untersuchungszeitraums so groß, daß sie trotz der mit der Restlaufzeit wachsenden Transaktionskosten häufig Möglichkeiten zur Arbitrage, dabei vorwiegend zur Short-Arbitrage, signalisieren.

Die Berücksichtigung einer Risikoprämie in der Arbitrageentscheidung führt dazu, daß trotz Ausführungsverzögerungen im Kassamarkt in fast allen Fällen Arbitragesignale in erfolgreiche Arbitragepositionen umgesetzt werden können. Die Anzahl und Höhe der Arbitragemöglichkeiten nehmen jedoch im Untersuchungszeitraum so stark ab, daß der DAX-Futures-Markt am Ende des Jahres 1991 als weitgehend arbitragefrei bezeichnet werden kann.

Literatur

Acker, Georg (1991): Die Wertpapierleihe. Grundlagen, Abwicklung und Risiken eines neuen Bankproduktes, Wiesbaden 1991. – Bailey, Warren (1989): The Market for Japanese Stock Index Futures: Some Preliminary Evidence, in: Journal of Futures Markets, Vol. 9 (1989), S. 283 - 295. – Bamberg, Günter & Röder, Klaus (1992): Arbitrage am DAX-Futures Markt unter Berücksichtigung von Steuern,

Arbeitspapier zur mathematischen Wirtschaftsforschung, Heft 111/1992, Institut für Statistik und Mathematische Wirtschaftstheorie der Universität Augsburg, Augsburg 1992. – *Berendes, Michael & Bühler, Wolfgang* (1993): Analyse der Preisunterschiede von Zinsforward und Zinsfuture, Arbeitsbericht 93-2 Lehrstuhl für Finanzierung der Universität Mannheim, Mannheim 1993. – *Bhatt, Swati & Cakici, Nusret* (1990): Premiums on Stock Index Futures – Some Evidence, in: Journal of Futures Markets, Vol. 10 (1990), S. 367 – 375. – *Black, Fischer* (1976): The Pricing of Commodity Contracts, in: Journal of Financial Economics, Vol. 3 (1976), S. 167 – 179. – *Brenner, Menachem & Subrahmanyam, Marti G. & Uno, Jun* (1989): The Behavior of Prices in the Nikkei Spot and Futures Market, in: Journal of Financial Economics, Vol. 23 (1989), S. 363 – 383. – *Chan, Kalok & Chan, K. C. & Karolyi, G. Andrew* (1991): Intraday Volatility of Stock Index and Stock Index Futures Markets, in: Review of Financial Studies, Vol. 4 (1991), S. 657 – 684. – *Chung, Peter Y.* (1991): A Transactions Data Test of Stock Index Futures Market Efficiency and Index Arbitrage Profitability, in: Journal of Finance, Vol. 46 (1991), S. 1791 – 1800. – *Cornell, Bradford* (1985): Taxes and the Pricing of Stock Index Futures: Empirical Results, in: Journal of Futures Markets, Vol. 5 (1985), S. 89 – 101. – *Cornell, Bradford & French, Kenneth R.* (1983a): The Pricing of Stock Index Futures, in: Journal of Futures Markets, Vol. 3 (1983), S. 1 – 14. – *Cornell, Bradford & French, Kenneth R.* (1983b): Taxes and the Pricing of Stock Index Futures, in: Journal of Finance, Vol. 38 (1983), S. 675 – 694. – *Cornell, Bradford & Reinganum, Marc R.* (1981): Forward and Futures Prices: Evidence from the Foreign Exchange Markets, in: Journal of Finance, Vol. 36 (1981), S. 1035 – 1045. – *Cox, John C. & Ingersoll, Jonathan E. Jr. & Ross, Stephan A.* (1981): The Relation between Forward Prices and Futures Prices, in: Journal of Financial Economics, Vol. 9 (1981), S. 321 – 346. – *Figlewski, Stephan* (1984): Hedging Performance and Basis Risk in Stock Index Futures: Empirical Results, in: Journal of Finance, Vol. 39 (1984), S. 657 – 669. – *Galai, Dan* (1983): A Survey of Empirical Tests of Option Pricing Models, in: *Brenner, Menachem, ed.* (1983): Option Pricing – Theory and Applications, Lexington 1983, S. 45 – 85. – *Grünbichler, Andreas & Longstaff, Francis A. & Schwartz, Eduardo S.* (1992): Electronic Screen Trading and the Transmission of Information: An Empirical Examination, Working Paper # 27 – 92, University of California, Los Angeles 1992. – *Hohmann, Ralf* (1991): Der Einfluß der Wertpapierleihe auf die Bewertung des DAX-Futures, in: Kapitalanlagen, Wirtschaft, Recht, Steuern, Vol. 4 (1991), S. 574 – 582. – *Janßen, Birgit & Rudolph, Bernd* (1992): Der Deutsche Aktienindex DAX. Konstruktion und Anwendungsmöglichkeiten, Frankfurt 1992. – *Jarrow, Robert A. & Oldfield, George S.* (1981): Forward Contracts and Futures Contracts, in: Journal of Financial Economics, Vol. 9 (1981), S. 373 – 382. – *Kempf, Alexander & Spengel, Christoph* (1993): Die Bewertung des DAX-Futures: Der Einfluß von Dividenden, ZEW-Discussion-Paper No. 93-12, Mannheim 1993. – *Kempf, Alexander & Kaeler, Jürgen* (1993): Informationsverarbeitung auf Kassa- und Terminmarkt: DAX versus DAX-Futures, in: ZEW Wirtschaftsanalysen, Bd. 1 (1993), S. 359 – 380. – *Krämer, Walter & Runde, Ralf* (1992): Kalendereffekte auf Kapitalmärkten, Arbeitsbericht Fachbereich Statistik der Universität Dortmund, Dortmund 1992. – *Lim, Kian-Guan* (1992): Arbitrage and Price Behavior of the Nikkei Stock Index Futures, in: Journal of Futures Markets, Vol. 12 (1992), S. 151 – 161. – *Loistl, Otto & Kobinger, Martin* (1992): Index-Arbitrage insbesondere mit DAX-Futures, in: Deutsche Vereinigung für Finanzanalyse und Anlageberatung, Beiträge zur Wert-

papieranalyse Nr. 28, Dreieich 1992. – *MacKinlay, A. Craig & Ramaswamy, Krishna* (1988): Index-Futures Arbitrage and the Behavior of Stock Index Futures Prices, in: *Review of Financial Studies*, Vol. 1 (1988), S. 137 – 158. – *Prigge, Jutta & Schlag, Christian* (1992): Die Bewertung des DAX-Future-Kontrakts an der Deutschen Terminbörse, in: *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft*, Bd. 4 (1992), S. 299 – 307. – *Rendleman, Richard J. Jr. & Carabini, Christopher E.* (1979): The Efficiency of the Treasury Bill Futures Market, in: *Journal of Finance*, Vol. 34 (1979), S. 895 – 914. – *Richard, Hermann-Josef* (1992): Aktienindizes. Grundlagen ihrer Konstruktion und Verwendungsmöglichkeiten unter besonderer Berücksichtigung des Deutschen Aktienindex – DAX, Bergisch Gladbach 1992. – *Stulz, Rene M. & Wasserfallen, Walter & Stucki, Thomas* (1990): Stock Index Futures in Switzerland: Pricing and Hedging Performance, in: *Review of Futures Markets*, Vol. 9 (1990), S. 557 – 592. – *Yadav, Pradeep K. & Pope, Peter F.* (1990): Stock Index Futures Arbitrage: International Evidence, in: *Journal of Futures Markets*, Vol. 6 (1990), S. 573 – 603.

Summary

The DAX Futures Contract: Price Trends and Arbitrage Possibilities

The following contribution analyzes the behaviour of DAX futures contracts in their first year of existence using all transaction prices. It thus presents the first comprehensive study of stock index futures contracts whose underlying is a performance index.

It turns out that, in spite of this special characteristic of the underlying, the DAX futures contracts have behaved in much the same way as future rates agreements. The greater volatility of the DAX futures contract compared with the DAX may be attributed to the existence of "stale prices" in the index. This contribution demonstrates for the price ratio between the cash and the futures markets that DAX futures contracts have been significantly undervalued compared with the price that can be referred to as fair according to cash-and-carry arbitrage. Such undervaluation increases with the residual lifetime, but is not dependent on the liquidity of the market. An ex-ante analysis shows that, even when transaction costs depend on the residual lifetime and delays in implementing deals are taken into consideration, it was possible in the period under review to make arbitrage gains almost without risk. However, the number of opportunities for making such gains decreases in level over time.

Résumé

Les opérations à terme sur l'indice DAX Comportement des cours et possibilités d'arbitrage

Cet article analyse le comportement des opérations à terme sur l'indice DAX au cours de la première année de leur existence en utilisant tous les cours des trans-

actions. Il contient ainsi la première étude approfondie des opérations à terme sur l'indice des actions dont l'underlying est l'indice de performance.

On constate que, malgré cette particularité de l'underlying, le contrat à terme sur l'indice DAX se comporte dans beaucoup de cas de la même manière qu'une opération à terme sur les cours. La volatilité plus élevée des opérations à terme sur l'indice DAX comparée au DAX peut s'expliquer par l'existence de »stale prices« dans l'indice. Pour ce qui est du rapport-prix entre le marché des contrats au comptant et à terme, on voit que l'opération à terme sur l'indice DAX est sous-évaluée de façon significative par rapport au cours équitable selon l'arbitrage Cash&Carry. Cette sous-évaluation augmente avec l'échéance restante, mais elle ne dépend pas de la liquidité du marché. Dans une analyse *ex-ante*, il est montré que, même en considérant les coûts des transactions dépendants de l'échéance restante et des retards d'exécution dans le commerce pendant la période analysée, on peut obtenir des bénéfices d'arbitrage presque sans risques. Le nombre et le montant de telles possibilités de bénéfices diminuent cependant fortement au cours du temps.