Eine exakte und geschlossene Bewertungsformel für geometrische Average-Rate Optionen

Von Helmut Büchel, Berlin

I. Einleitung

Schon in den siebziger Jahren wurden Finanzinstrumente kreiert, die sich aus Bonds und Average-Rate Optionen (asiatischen Optionen) zusammensetzten[1]. Inzwischen sind asiatische Optionen auch losgelöst von Anleihen emittiert worden[2], wobei festzustellen ist, daß sich diese zunehmender Beliebtheit erfreuen[3].

Eine Kaufoption[4] berechtigt den Inhaber, das zugrundeliegende Wirtschaftsgut zu einem festen Preis, dem Basispreis X, zu erwerben. Durch Ausübung wird die Differenz zwischen dem Preis des optierbaren Objekts und dem Basispreis vereinnahmt, sofern diese positiv ist.

Man unterscheidet europäische Optionen, die nur am Verfallsdatum ausgeübt werden können, und jederzeit ausübbare amerikanische Optionen. Beim optierbaren Objekt kann es sich um Aktien, Renten, Devisen, Gold oder Waren handeln.

Eine asiatische Option verbrieft dem Inhaber am Verfallsdatum den Anspruch auf die Differenz zwischen dem Durchschnittskurs des zugrundeliegenden Objekts über einen bestimmten Zeitraum (der am Ende der Laufzeit liegt) und dem Basispreis[5].

Die Mittelung der Kurse kann arithmetisch oder geometrisch erfolgen. Der arithmetische Durchschnitt errechnet sich als Verhältnis zwischen der Summe der Kurse und deren Anzahl n, während sich das geometrische Mit-

---

[1] Vgl. *Kemna, A. G. Z.* und *Vorst, A. C. F.*, 1990.

[2] z.B. der von AB Svensk Exportkredit 1988 emittierte asiatische Währungsoptionsschein.

[3] Vgl. *Krzyzak, K.*, 1990, p. 30.

[4] Da in der vorliegenden Arbeit ausschließlich Kaufoptionen (Calls) betrachtet werden, sprechen wir im folgenden nur noch von Optionen.

[5] Die europäische Option ist demnach ein Spezialfall einer asiatischen Option: Bei ihr wird nur über einen Kurs (nämlich den am Verfallsdatum) „gemittelt".

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.3.361 | Generated on 2024-04-20 06:06:26
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

tel als n-te Wurzel aus dem Produkt der Kurse ergibt. Dementsprechend unterscheidet man arithmetische und geometrische Average-Rate Optionen.

Die grundlegende Arbeit zur Bewertung europäischer Optionen wurde von *Black* und *Scholes* im Jahre 1973 publiziert[6]. Artikel, die sich mit dem Pricing anders ausgestatteter Optionen befassen, stammen unter anderem von *Büchel* (1988), *Fischer* (1978), *Margrabe* (1978), *Stulz* (1982) und *Welcker* (1989).

Kemna und *Vorst*[7] präsentierten als erste eine geschlossene Formel für geometrische asiatische Optionen. Diese genügt jedoch nicht allen empirischen Anforderungen[8], da sie nur dann gilt, wenn der Mittelungszeitraum gleich der Restlaufzeit ist. Ein theoretisch und praktisch befriedigendes Modell scheint derzeit nicht zu existieren.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Herleitung einer geschlossenen und praktisch anwendbaren (d.h. leicht programmierbaren) Formel für geometrische, asiatische Devisen-Optionen, die sich außerdem leicht für die Bewertung von Optionen auf andere Objekte modifizieren läßt.

II. Das Bewertungsmodell

Die Restlaufzeit der Option betrage t Börsentage, die Mittelung erfolge über n aufeinanderfolgende Börsentage und S^* bezeichne den aktuellen Devisen-Kurs. Am Tage i der Mittelungsperiode wird der Kassakurs durch die Zufallsvariable Y_i beschrieben, wobei die Zählung mit $i = 1$ am Verfallsdatum beginnt und der heutige Tag die Nummer $t + 1$ besitzt. Für Y_i unterstellen wir die logarithmische Normalverteilung, die – bezüglich des Lebesgue-Maßes – die Wahrscheinlichkeitsdichte $L(\ln S^* + m_i, \sigma_i^2)$ besitzt[9].

Bei $L(\ln S^* + m_i, \sigma_i^2)$ handelt es sich um folgende Funktion:

$$L(\ln S^* + m_i, \sigma_i^2)(z) = (\sqrt{2}\,\pi\,\sigma_i\,z)^{-1} \exp(-(\ln(z/S^*) - m_i)^2 / (2\,\sigma_i^2))$$

Sie ist durch den Erwartungswert

$$\mu_i = S^* \exp(m_i + \sigma_i^2 / 2)$$

und die Varianz

$$V_i = \mu_i^2 (\exp(\sigma_i^2) - 1)$$

charakterisiert[10].

---

[6] Vgl. *Black, F.* und *Scholes, M.*, 1973.

[7] Vgl. *Kemna, A.G.Z.* und *Vorst, A.C.F.*, 1990.

[8] Vgl. *Ruttiens, A.*, 1990, p. 33.

[9] Wenn man annimmt, daß der Devisenkurs einem geometrischen Brownschen Prozeß folgt – was in der Literatur häufig gemacht wird – so ergibt sich für die Verteilung des Devisenkurses an einem bestimmten Zeitpunkt die hier verwendete logarithmische Normalverteilung.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.3.361 | Generated on 2024-04-20 06:06:26
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Es wird unterstellt, daß die Varianzen σ_i^2 linear mit dem zeitlichen Abstand vom aktuellen Datum zunehmen. Sie lassen sich somit als Produkt aus einer konstanten Varianzrate σ^2 und der Zeit schreiben.

Das Modell hängt sehr wesentlich davon ab, ob die Bewertung vor oder während der Durchschnittsbildung erfolgt. Es sind daher zwei Fälle zu unterscheiden:

1. *Die Restlaufzeit ist nicht kleiner als der Zeitraum, über den gemittelt wird* ($t \geq n$)

Zur gedanklichen Vereinfachung stellen wir uns vor, daß die Ausprägungen von $Y_1, \ldots, Y_n$ nicht an n aufeinanderfolgenden Börsentagen erfolgen, sondern alle am Verfallsdatum, d.h., man unterstellt, daß die n Kurszettel erst am Verfallsdatum publiziert werden und der i-te Kurszettel die Ausprägung der Zufallsvariablen Y_i enthält. Durch diesen Kunstgriff wird das Modell selbstverständlich in keinster Weise verändert.

Die Herleitung der Formel gliedert sich in drei Schritte:

1. Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilung des geometrischen Mittels
2. Berechnung des Optionspreises am Verfallsdatum
3. Eruierung des aktuellen Optionswertes als abdiskontierten Erwartungswert des Optionswertes am Verfallsdatum[11].

Der i-te Tag (entsprechend der obigen Zählung) ist $t - i + 1$ Tage von heute entfernt. Da – laut Voraussetzung – die Varianzrate σ^2 konstant ist, ergibt sich die Varianz σ_i^2 von Y_i zu $\sigma^2 (t - i + 1) / 250$[12].

Zur Bestimmung von m_i betrachten wir zwei alternative Investments von 1 DM:

Mit risikolosen Bonds erzielt man in $t - i + 1$ Tagen $\exp (r_d (t - i + 1) / 250)$ DM (r_d bezeichnet den inländischen Zinssatz). In ausländischer Währung investiert ist der Ertrag nach $t - i + 1$ Tagen eine Zufallsvariable. Unterstellt man risikoneutrale Anleger und werden Transaktionskosten sowie Steuern vernachlässigt, so muß der Erwartungswert des Ertrags bei einem effizienten[13] Kapitalmarkt mit den Rückflüssen aus einer risikolosen Anlage übereinstimmen. Daher gilt folgende Gleichung:

---

[10] Vgl. *Aitchison, J.* und *Brown, J.A.C.*, 1976, p. 8.

[11] Vgl. *Smith, C.W.*, 1976, p. 22.

[12] Es wird davon ausgegangen, daß ein Jahr 250 Börsentage hat.

[13] Ein Kapitalmarkt heißt effizient, wenn sich alle verfügbaren Informationen vollständig in den Kursen widerspiegeln.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.3.361 | Generated on 2024-04-20 06:06:26
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

$$\exp(r_d(t-i+1)/250) = \exp(r_f(t-i+1)/250) \cdot \exp(m_i + \sigma_i^2/2)$$

wobei r_f den ausländischen Zinssatz bezeichnet. Durch Auflösen nach m_i erhält man:

$$m_i = (r_d - r_f - \sigma^2/2)(t-i+1)/250$$

Der Ausdruck $r_d - r_f$ gibt an, wie hoch die jährlichen Kosten für das Halten von zum Zinssatz r_f angelegten Devisen sind. Diese Bestandshaltekosten werden im folgenden mit r_c bezeichnet.

Das logarithmierte geometrische Mittel läßt sich als Linearkombination von $\ln Y_n$ und den logarithmierten Inkrementen darstellen:

$$(1/n) \cdot \sum_{i=1}^{n} \ln Y_i = \ln Y_n + (1/n) \cdot \sum_{i=1}^{n-1} i(\ln Y_i - \ln Y_{i+1}).$$

Die Summanden des Ausdrucks auf der rechten Seite sind statistisch unabhängig, weshalb man für die Wahrscheinlichkeitsdichte des geometrischen Mittels folgende Funktion erhält[14]:

$$L(\ln S^* + m_g, \sigma_g^2)$$

wobei

$$m_g = (r_c - \sigma^2/2)(t - n + (n+1)/2))/250$$

und

$$\sigma_g^2 = \sigma^2 \cdot (t - n + n/3 + 1/2 + 1/(6n))/250$$

ist.

Der Wert der Option am Verfallsdatum ergibt sich zu

$$C = \begin{cases} 0 & \text{falls } (\prod_{i=1}^{n} Y_i)^{1/n} \le X \\ (\prod_{i=1}^{n} Y_i)^{1/n} - X & \text{falls } (\prod_{i=1}^{n} Y_i)^{1/n} > X \end{cases}$$

Der aktuelle Wert der Option ist daher gleich

$$\exp(-r_d t/250) \int_{x}^{\infty} (S - X) L(\ln S^* + m_g, \sigma_g^2)\, dS$$

[14] Vgl. *Aitchison, J.* und *Brown, J.A.C.*, 1976, p. 11.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.3.361 | Generated on 2024-04-20 06:06:26
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Durch Ausintegrieren gelangen wir zu:

(1) $\exp(-r_d\, t / 250)\,(S^* \exp(m_g + \sigma_g^2 / 2)\, N((\ln(S^* / X) + m_g + \sigma_g^2) / \sigma_g) - X \cdot N((\ln(S^* / X) + m_g) / \sigma_g))$

wobei $N(\cdot)$ die *Gaußsche* Normalverteilungsfunktion bezeichnet.

2. *Die Restlaufzeit ist kleiner als der Mittelungszeitraum ($t < n$)*

Der heutige Tag gehört laut Voraussetzung zur Mittelungsperiode. Wir geben ihm die Nummer $t+1$ d.h., die Restlaufzeit beträgt t Tage. Ebenso wie in Punkt 1 geht man wieder davon aus, daß die künftigen Kurse erst am Verfallsdatum bekannt sind. Sie werden – in diesem Bild – am Ende der Laufzeit gezogen. Mit S_i wird der Kurs am Tage i ($i = t+1, \ldots, n$) und mit S^* ($= S_{t+1}$) wieder der aktuelle Kurs bezeichnet.

Die gleiche Argumentation wie in Punkt 1 führt zu den folgenden Ausdrücken für m_i und σ_i^2:

$$m_i = (r_c - \sigma^2 / 2)\,(t - i + 1) / (n \cdot 250) \quad (i = 1, \ldots, t)$$

$$\sigma_i^2 = \sigma^2\,(t - i + 1) / (n^2 \cdot 250) \quad (i = 1, \ldots, t)$$

Wie vorhin wird das geometrische Mittel

$$[(\prod_{i=1}^{t} Y_i)\, S^* \,(\prod_{i=t+2}^{n} S_i)]^{1/n}$$

logarithmiert und als Summe statistisch unabhängiger logarithmischer Inkremente dargestellt. Die Wahrscheinlichkeitsdichte ergibt sich dann zu[15]:

$$L((\ln(\prod_{i=t+2}^{n} S_i)) / n + \ln(S^*) \cdot (t + 1) / n + m_g,\ \sigma_g)$$

wobei

$$m_g = (r_c - \sigma^2 / 2)\, t\,(t + 1) / (n \cdot 500)$$

und

$$\sigma_g^2 = \sigma^2\, t\,(t + 1)\,(2\,t + 1)\,(n^2 \cdot 1500)$$

ist. Für den Wert der Option am Verfallsdatum erhält man

---

[15] Vgl. *Aitchison, J.* und *Brown, J.A.C.*, p. 11.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.3.361 | Generated on 2024-04-20 06:06:26
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

$$C = \begin{cases} 0 \quad \text{falls } [(\prod_{i=1}^{t} Y_i)\, S^* \,(\prod_{i=t+2}^{n} S_i)]^{1/n} \leq X \\ [(\prod_{i=1}^{t} Y_i)\, S^* \,(\prod_{i=t+2}^{n} S_i)]^{1/n} - X \text{ falls } [(\prod_{i=1}^{t} Y_i)\, S^* \,(\prod_{i=t+2}^{n} S_i)]^{1/n} > X \end{cases}$$

Der momentane Optionspreis ist daher gleich

$$\exp(-r_d\, t / 250) \cdot \int_{X}^{\infty} (S - X) \cdot L\left\{[\ln(\prod_{i=t+2}^{n} S_i)] / n + \ln(S^*) \cdot (t+1) / n + m_g,\ \sigma_g^2\right\} dS$$

Mit der Abkürzung

$$S' = (\prod_{i=t+2}^{n} S_i)^{1/n} \cdot S^{*\,(t+1)/n}$$

gelangt man schließlich zu folgendem Ausdruck für den aktuellen Optionspreis:

$$(2) \quad \exp(-r_d\, t / 250)\,(S' \cdot \exp(m_g + \sigma_g^2 / 2)\, N((\ln(S' / X) + m_g + \sigma_g^2) / \sigma_g) - X \cdot N((\ln(S' / X) + m_g) / \sigma_g))$$

III. Analyse der Optionspreisformeln

Die hier verwendete Messung der Restlaufzeit in Börsentagen unterscheidet sich geringfügig von der sonst üblichen Angabe in Kalendertagen bzw. Jahren. Diese kleine Abweichung könnte man selbstverständlich dadurch beheben, daß bei der Berechnung von m_g und σ_g statt Börsentage Kalendertage verwendet und diese durch 360 dividiert werden. Zwar ergeben sich dann kompliziertere Ausdrücke für m_g und σ_g, die beiden Größen können jedoch problemfrei mit Hilfe eines geeigneten Computer-Programmes ermittelt werden.

Es ist unmittelbar einsichtig, daß die Formeln (1) und (2) für $t = n$ ineinander übergehen.

Bei Restlaufzeiten, die länger als der Mittelungszeitraum sind, besitzt die Formel eine weitgehende Ähnlichkeit mit derjenigen für europäische Devisenoptionen. Diese lautet[16]:

[16] Vgl. *Garman, M. B.* und *Kohlhagen, S. W.*, 1983.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.3.361 | Generated on 2024-04-20 06:06:26
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

$$(3) \qquad \exp(-r_d\, t / 250)\,(\exp(m_o + \sigma_o^2 / 2) \cdot S \cdot N((\ln(S/X) + m_o + \sigma_o^2) / \sigma_o) - X \cdot N((\ln(S/X) + m_o) / \sigma_o))$$

wobei $\sigma_o^2 = \sigma^2 t / 250$ und $m_o = (r_c - \sigma^2 / 2) \cdot t / 250$ ist.

Für $n = 1$ geht in Formel (1) m_g in m_o und σ_g^2 in σ_o^2 über, so daß man die Formel von *Garman* und *Kohlhagen* als Spezialfall erhält.

Aus der Gegenüberstellung von

$$\sigma_o^2 = \sigma^2 t/250$$

und

$$\sigma^2 (t - n + n / 3 + 1 / 2 + 1 / (6n)) / 250$$

ersieht man, daß bei einer klassischen europäischen Option eine deutlich höhere Varianz in die Formel eingeht als bei einer asiatischen. Dies ist unmittelbar einsichtig, da ein einzelner Kurs erheblich stärker schwankt als der Durchschnitt über mehrere Tage.

Ist $t < n$, so stellen wir fest, daß σ_g^2 nicht linear von der Restlaufzeit abhängt, sondern eine kubische Funktion dieser Größe ist. Je mehr sich die Restlaufzeit dem Ende des Mittelungszeitraumes nähert, desto mehr ist über den endgültigen Durchschnittskurs bekannt und desto geringer sind die möglichen Auswirkungen der noch ausstehenden Kurse auf das geometrische Mittel. Genau dieser Sachverhalt spiegelt sich in Formel (2) wider, da

- die Varianz gegen Ende der Restlaufzeit rasch abnimmt
- der einzusetzende Durchschnittskurs S' durch die historischen Kurse mitbestimmt und daher nur noch begrenzt durch die künftigen Kurse beeinflußt wird.

Man sieht dies auch sehr deutlich bei einem direkten Vergleich der Varianzen

$$\sigma_o^2 = \sigma^2 t / 250$$

und

$$\sigma_g^2 = \sigma^2 t (t + 1) (2t + 1) / (n^2 \cdot 1500).$$

Wird das optierbare Objekt durch ein anderes ersetzt, so lassen sich die Formeln (1) und (2) einfach dadurch adaptieren, daß man statt r_c (= $r_d - r_f$) die entsprechenden Bestandshaltekosten einsetzt.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.3.361 | Generated on 2024-04-20 06:06:26
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Für r_f wäre also folgende Größe einzusetzen[17]:

d: (Dividendenrendite) bei Aktienoptionen
l: (Lagerhaltungskosten) bei Warenoptionen
r_a: (Eigenzins der Anleihe) bei Rentenoptionen.

Nimmt man als optierbares Objekt Aktien mit einer Dividenden-Rendite von 0 und setzt $n = 1$, so geht Formel (1) in die *Black-Scholes*-Formel über.

Die Formeln (1) und (2) lassen sich auch sehr leicht für den Fall adaptieren, daß in die Durchschnittsbildung keine täglichen Kurse eingehen, sondern eine andere Periodizität verwendet wird.

IV. Schlußbemerkung

In der vorliegenden Arbeit wurde eine Formel zur Bewertung von geometrischen asiatischen Devisen-Optionen gefunden, die
- geschlossen ist
- sich einfach handhaben (und programmieren) läßt
- eine exakte Lösung darstellt
- empirisch anwendbar ist
- leicht auf andere Optionsarten übertragbar ist.
- die Formeln von *Garman / Kohlhagen* und *Black / Scholes* als Spezialfälle enthält.

Das Problem des Pricings geometrischer, asiatischer Optionen ist somit gelöst.

Bezeichnungen:

m_i = Erwartungswert des logarithmierten Kursquotienten am Tage i
m_g = Erwartungswert des logarithmierten, relativen Durchschnittskurses
$N(.)$ = *Gauß*sche Normalverteilungsfunktion
n = Mittelungszeitraum (in Börsentagen)
r_d = inländischer risikoloser Zinssatz
r_f = ausländischer risikoloser Zinssatz
r_c = $r_d - r_f$ (Bestandshaltekosten)
S^* = aktueller Aktienkurs
S' = gemittelter Kurs
S_i = Kurs am Mittelungstag i (Die Zählung beginnt mit $i = 1$ am Verfallsdatum)
X = Basispreis
t = Restlaufzeit (in Börsentagen)

[17] Vgl. *Welcker, J.* und *Nerge, C.*, 1989, p. 4.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.3.361 | Generated on 2024-04-20 06:06:26
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

σ^2 = Varianzrate
σ_i^2 = Varianz des i-ten zur Mittelung beitragenden, logarithmierten Kurses
σ_g^2 = Varianz des logarithmierten Durchschnittskurses

Literatur

Aitchison, J. und *Brown,* J. A. C.: The Lognormal Distribution; Cambridge University Press, 1976. – *Black,* F. und *Scholes,* M.: The Pricing of Options and Corporate Liabilities; Journal of Political Economy, Vol. 81, May - June 1973, p. 637 - 659. – *Büchel,* H.: Bewertung von Optionen mit aktienkursabhängigem Basispreis; ZfbF, Okt. 1988, p. 884 - 895. – *Fischer,* S.: Call Option Pricing when the Exercise Price is Uncertain and the Valuation of Index Bonds; Journal of Finance, 33, 1978, p. 169 - 176. – *Garman,* M. B. und *Kohlhagen,* S. W.: Foreign Currency Option Values; Journal of International Money and Finance, 1983, 2, p. 231 - 237. – *Kemna,* A. G. Z. und *Vorst,* A. C. F.: A Pricing Method for Options Based on Average Asset Values; Journal of Banking and Finance, 14, 1990, p. 113 - 129. – *Krzyzak,* K.: Average-Rate Options – Asean Elegance; Risk, Vol. 3, No. 1, Dec. 1989 - Jan. 1990, p. 30 - 49. – *Margrabe,* W.: The Value of an Option to Exchange One Asset for Another; Journal of Finance, 33, 1978, p. 177 - 186. – *Osborne,* M. F. M.: Brownian Motion in the Stock Market; Operations Research, 1959, p. 145 - 173. – *Ruttiens,* A.: Average-Rate Options – Classical Replica; Risk, Vol. 3, No. 2, Febr. 1990, p. 33 - 36. – *Smith,* C. W. Jr.: Option Pricing: A Review; Journal of Financial Economics, Vol. 3, 1976, P. 3 - 51. – *Stulz,* R.: Options on the Minimum or Maximum of two Risky Assets, Analysis and Applications; Journal of Financial Economics 10, 1982, p. 161 - 185. – *Welcker,* J. und *Schindler,* K.: Währungsoptionsscheine und Rückerstattungswährungsoptionsscheine (RWOS – money back currency warrant) der Nordiska Investerringsbanken (NIB); Kredit und Kapital, 22. Jg., Heft 2, 1989, p. 239 - 266. – *Welcker,* J. und *Nerge,* C.: Erfolgsrezepte der Experten; Börsen-Journal, Nr. 18, 8.9.1989, p. 41 - 43.

Zusammenfassung

Eine exakte und geschlossene Bewertungsformel für geometrische Average-Rate Optionen

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Bewertung von geometrischen Average-Rate Optionen. Es wird eine geschlossene und leicht programmierbare Bewertungsformel hergeleitet, die sich wesentlich von der 1990 von *Kemna* und *Vorst* publizierten Formel unterscheidet. So zeigt sich unter anderem, daß – eine konstante Varianzrate für den Kurs des Underlyings unterstellt – die Varianz des geometrischen Mittels quadratisch von der Restlaufzeit abhängt. Wenn man den Mittelungszeitraum auf einen Tag zusammenschrumpfen läßt, ergeben sich als Spezialfälle die klassischen Formeln für europäische Optionen.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.3.361 | Generated on 2024-04-20 06:06:26
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Summary

Geometric Average-Rate Options
An Exact Closed-End Evaluation Formula

This contribution seeks to evaluate geometric average-rate options. It develops a closed-end evaluation formula, easy to programme, which differs significantly from the formula published by *Kemna* and *Vorst* in 1990. It turns out, among other things, that the variance of the geometric average rate is a quadratic function of the residual lifetime of the option, when a constant rate of variance is assumed for the rate of the underlyings. If the period at the base of the geometric average is reduced to one day, the resultant special cases represent the classic formulae for European options.

Résumé

Une Formule d'évaluation exacte et fermée pour des options géométriques à cours moyens

L'auteur examine dans ce travail l'évaluation d'options géométriques à cours moyens. Il établit une formule fermée et facile à programmer, qui se différencie considérablement de la formule publiée en 1990 par *Kemna* et *Vorst*. On constate, entre autres, que – en supposant un taux de variance constant pour le cours de l'Underlying – la variance de la moyenne géométrique dépend quadratiquement de l'échéance restante. Si l'on réduit la période du calcul de la moyenne à un jour, les formules classiques pour des options européennes en ressortent comme cas speciaux.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.24.3.361 | Generated on 2024-04-20 06:06:26
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/