

# **Die Bestimmung der Zinsstruktur am deutschen Kapitalmarkt**

**Eine empirische Untersuchung für den Zeitraum 1978 bis 1986\***

Von Johannes Bußmann, Karlsruhe

## **I. Einleitung**

Die Fristigkeitsstruktur der Zinssätze, im folgenden kurz Zinsstruktur genannt, ist eine wichtige ökonomische Größe und ist von großer Bedeutung für die Bewertung zinsabhängiger Finanztitel, z.B. Anleihen mit verschiedenen Ausstattungen, Zins-Futures und Optionen auf Anleihen. Als Fristigkeitsstruktur der Zinssätze („term structure of interest rates“) wird die in einem Zeitpunkt beobachtbare Menge der internen Zinssätze von Anleihen bezeichnet, die sich nur hinsichtlich ihrer Restlaufzeit unterscheiden<sup>1</sup>.

Insbesondere in der Praxis wird häufig die Menge der internen Zinssätze („yield to maturity“, Effektivzinssätze, Renditen) gesamtfälliger Anleihen ohne Insolvenzrisiko als Zinsstruktur bezeichnet. Wegen der Wiederanlageprämisse bei der Berechnung interner Zinssätze, sind diese für die Bewertung einzelner zukünftiger zinsabhängiger Zahlungen nicht geeignet. Als Zinsstruktur wird deshalb in dieser Arbeit die Menge der in einem Zeitpunkt gegebenen Zinssätze bezeichnet, die der konstanten impliziten periodigen Verzinsung einer sicheren zukünftigen Zahlung entsprechen. Die Periodenlänge beträgt ein Jahr. Als Zinsverrechnungsart wird die kontinuierliche (stetige) Verzinsung angenommen.

Die Zinsstruktur für den gegenwärtigen Zeitpunkt  $\tau$  wird als Kassazinsstruktur bezeichnet. Die Zinsstruktur eines zukünftigen Bezugszeitpunktes wird Terminzinsstruktur genannt. Jeder Zinssatz der Kassazinsstruktur ist damit die gleichbleibende jährliche Wachstumsrate,  $R(\tau, t)$ , die den heutigen (Zeitpunkt  $\tau$ ) Wert einer sicheren Zahlung,  $B(\tau, t)$ , auf genau 1 GE in einem zukünftigen Zeitpunkt  $t > \tau$  anwachsen lässt<sup>2</sup>. Es gilt also:

---

\* Diese Untersuchung wurde finanziell von der Deutschen Genossenschaftsbank, Frankfurt, und von der Südwestdeutschen Genossenschafts Zentralbank, Frankfurt / Karlsruhe, unterstützt.

<sup>1</sup> Vgl. z.B. *Malkiel, 1966; Nelson, 1979; Van Horne, 1978*, S. 78.

<sup>2</sup> Dies entspricht dem Zinsbegriff von *Hicks*; vgl. *Hicks, 1939*.

$$(1) \quad B(\tau, t) \cdot e^{R(\tau, t)(t - \tau)} = 1$$

In der Literatur wurden verschiedene Verfahren zur Bestimmung der Zinsstruktur vorgeschlagen. Vergleichende Tests dieser Verfahren, sowie ihre Anwendung zur Bestimmung der Zinsstruktur am deutschen Kapitalmarkt sind bisher nicht bekannt. Zielsetzung dieser Arbeit ist ein empirischer Vergleich alternativer Verfahren zur Bestimmung der Zinsstruktur mit Daten des deutschen Rentenmarktes.

## II. Problemstellung der Zinsstrukturschätzung

Aus zwei Gründen kann die Zinsstruktur weder direkt am Markt beobachtet, noch aus Marktpreisen von Anleihen berechnet werden. Zum einen ist der Markt insolvenzrisikoloser, gesamtfälliger Anleihen nicht vollständig; der zweite Grund sind fehlerhafte Marktbewertungen der Anleihen, d.h. temporäre zufällige Abweichungen zwischen den beobachteten Marktpreisen und den tatsächlichen Marktwerten. Nur wenn für jede Fristigkeit, für die in einem Zeitpunkt ein Zinssatz bestimmt werden soll, eine insolvenzrisikolose, gesamtfällige Anleihe mit einer der Fristigkeit entsprechenden Restlaufzeit existiert und die beobachtbaren Marktpreise derartiger Anleihen ohne Bewertungsfehler sind, kann aus diesen die Zinsstruktur berechnet werden. Andernfalls muß die Zinsstruktur aus den jeweils aktuellen Marktpreisen öffentlicher Anleihen geschätzt werden.

Um Mißverständnisse zu vermeiden sei darauf hingewiesen, daß die von der deutschen Bundesbank monatlich veröffentlichte „Renditenstruktur am Rentenmarkt“<sup>3</sup> keine Zinsstruktur in dem in der Einleitung definierten Sinne ist. Die Rendite einer Anleihe ist eine komplexe Aggregation der Kassazinssätze, deren Fristigkeit der Laufzeit der einzelnen Zahlungen der Anleihe entspricht.

Der folgende allgemeine Modellansatz zeigt die Problematik der Zinsstrukturschätzung. Ausgangspunkt ist die allgemeine Bewertungsgleichung für insolvenzrisikolose Anleihen:

---

<sup>3</sup> Diese ist das Ergebnis der Schätzung der Renditen insolvenzrisikoloser Anleihen in Abhängigkeit ihrer Restlaufzeit und Höhe der Nominalverzinsung aus allen tarifbesteuerten Anleihen von Bund, Bahn und Post mit einer Restlaufzeit von mindestens einem Jahr. Für Restlaufzeiten von 1 bis 10 Jahren und halbjährliche Abstände werden jeweils für den letzten Börsentag eines Monats die Schätzwerte der Renditen in Tabelle 8d der Wertpapierstatistik der Deutschen Bundesbank veröffentlicht. Zur Erläuterung des Schätzverfahrens vgl. Monatsbericht der Deutschen Bundesbank, Januar 1983, S. 25. Die Darstellung weiterer Verfahren zur Ermittlung der Renditenstruktur sowie monatliche Renditenstrukturschätzungen für die Bundesrepublik von Januar 1972 bis Dezember 1983 enthält Rosinski, 1984.

$$(2) \quad W_{i\tau} = \sum_{t > \tau} A_i(t) \cdot B(\tau, t).$$

Hierin sind:

$t$  = allgemeiner Zeitindex

$\tau$  = Bezugszeitpunkt

$W_{i\tau}$  = Barwert der Anleihe  $i$  im Zeitpunkt  $\tau$

$A_i(t)$  = Zahlungsreihe der Anleihe  $i$

$B(\tau, t)$  = Diskontierungsfaktor für die Fristigkeit  $s = t - \tau$   $t > \tau$ .

Die Zinsstruktur kann mit Gleichung (1) direkt aus den Diskontierungsfaktoren berechnet werden. Aus Gleichung (2) erhält man zur Schätzung der Zinsstruktur das folgende stochastische Modell:

$$(3) \quad W_{i\tau} = \sum_{t > \tau} A_i(t) \cdot B(\tau, t) + \varepsilon_{i\tau}.$$

Es gilt für geeignete Modellspezialisierungen und mit geeigneten Schätzverfahren die unbekannten Diskontierungsfaktoren  $B(\tau, t)$  eines Zeitpunktes  $\tau$  zu bestimmen. In Gleichung (3) sind die Marktpreise  $W_{i\tau}$  und die Zahlungsreihen  $A_i(t)$  der Anleihen  $i$  bekannte Größen.

Obwohl die Zinsstruktur eine wichtige ökonomische Größe ist und ihre Kenntnis Voraussetzung zur Beantwortung verschiedener Fragestellungen ist, wie z.B.

- die Erklärung der Zeitpräferenzen der Investoren am Kapitalmarkt,
- die Berechnung von Risikoprämien für Anleihen oder
- die Bewertung von Anleihen und anderen Finanztiteln mit Zahlungen in verschiedenen zukünftigen Zeitpunkten,

wurde erstmals 1971 in einer Arbeit von *McCulloch* ein Verfahren zur Schätzung der Zinsstruktur vorgeschlagen und empirisch getestet. Frühere empirische Untersuchungen verwenden als Zinsstruktur die Fristigkeitsstruktur der internen Zinssätze insolvenzrisikoloser Anleihen, die nur bei gleicher periodiger Verzinsung für alle Fristigkeiten (flache Zinskurve<sup>4</sup>) mit der Zinsstruktur übereinstimmt<sup>5</sup>.

Es existieren bisher nur wenige Veröffentlichungen der Ergebnisse empirischer Untersuchungen zur Zinsstrukturschätzung, insbesondere fehlen

<sup>4</sup> Als Zinskurve wird die graphische Darstellung der Zinssätze in Abhängigkeit ihrer Fristigkeit bezeichnet.

<sup>5</sup> Neben den Schätzverfahren gibt es einige Berechnungsverfahren, die allerdings schätztheoretisch nicht effizient sind. Vgl. z.B. die Rekursionsmethode in *Nelson, 1979* sowie das Verfahren von *Caks, 1973*.

vergleichende Tests alternativer Schätzverfahren über längere Zeiträume. Eine Aussage, welches Verfahren zur Schätzung der Zinsstruktur am besten geeignet ist, kann auf Basis der bisher veröffentlichten Ergebnisse nicht gemacht werden. Deshalb werden im Rahmen dieser Arbeit alternative Verfahren zur Schätzung der Zinsstruktur für die Bundesrepublik getestet. Die Ergebnisse sind in Abschnitt V zusammengefaßt. Eine Übersicht der Schätzverfahren enthält Abschnitt III; die Datenbasis wird in Abschnitt IV beschrieben.

### III. Verfahren zur Schätzung der Zinsstruktur

Ein einfacher Ansatz zur Schätzung der Zinsstruktur wurde von *Carleton/Cooper – CC – (1976)* vorgeschlagen. In diesem Ansatz werden Diskontierungsfaktoren für Zahlungen in zukünftigen diskreten Zeitpunkten mit einem linearen Regressionsmodell geschätzt. Hierfür wird angenommen, daß alle Zahlungen der Anleihen, aus denen die Diskontierungsfaktoren geschätzt werden, zu diskreten Zeitpunkten anfallen, und daß die Diskontierungsfaktoren linear unabhängig sind. Gleichung (3) ist dann die Regressionsgleichung mit den Zahlungen der Anleihen als unabhängige Variablen und dem Marktpreis der Anleihen im Schätzzeitpunkt als abhängige Variable. Die mittels der Kleinst-Quadrat-Methode geschätzten Regressionskoeffizienten  $B(\tau, t)$  sind dann die Diskontierungsfaktoren für den Schätzzeitpunkt  $\tau$ , aus denen die diskrete Zinsstruktur berechnet werden kann.

Ausgehend von den Ansätzen von *McCulloch (1971)* und *Schaefer (1973)* wurden in den letzten Jahren verschiedene Ansätze zur Schätzung kontinuierlicher Zinsstrukturen entwickelt. Die prinzipiell gleiche Vorgehensweise dieser Ansätze besteht darin, die unbekannte wahre Zinsstruktur oder Diskontierungsfunktion durch ein Polynom oder eine Exponentialfunktion möglichst gut zu approximieren.

In dem Ansatz von *Chambers / Carleton / Waldman – CCW – (1984)* sowie in *Shea (1984)* wird auf verschiedene Art die Zinsstruktur durch ein einfaches Polynom approximiert. Theoretischer Ausgangspunkt der Vorgehensweise beider Ansätze ist das Approximationstheorem von Weierstrass, nach dem kontinuierliche, differenzierbare Funktionen in festgelegten Intervallen durch Polynome beliebig genau approximiert werden können. Im Ansatz von CCW wird die Zinsstruktur für den gesamten Fristigkeitsbereich durch ein Polynom approximiert, während bei Shea der relevante Fristigkeitsbereich in mehrere Intervalle aufgeteilt wird und für jedes Intervall ein eigenes Polynom als Approximation der Zinsstruktur in diesem Intervall geschätzt wird.

*Vasicek / Fong* (1982) sowie *Shea* (1985) verwenden Exponentialfunktionen zur Approximation der Diskontierungsfunktion. Die Vorteilhaftigkeit der Verwendung von Exponentialfunktionen gegenüber Polynomen wird damit begründet, daß der Verlauf von Diskontierungsfunktionen tendenziell exponentiell sei und Polynome einen hiervon abweichenden Verlauf haben. Die Folge sei, daß sich die geschätzten Polynome wellenförmig um die exponentiell verlaufende Diskontierungsfunktion bewegen, woraus große, ökonomisch nicht erklärbare Schwankungen der geschätzten Terminzinssätze resultieren<sup>6</sup>.

Weiterhin erhält man aus Anwendungen zeitstetiger und zeitdiskreter Arbitragegleichgewichtsmodelle der Zinsstruktur ebenfalls eine Schätzung der Kassazinsstruktur<sup>7</sup>. In den bisherigen empirischen Tests dieser Modelle wurden allerdings keine guten Zinsstrukturschätzungen erzielt<sup>8</sup>.

Ein Vorteil der Schätzung kontinuierlicher im Vergleich zu diskreten Zinsstrukturen ist, daß für jede Fristigkeit ein Zinssatz bzw. Diskontfaktor bestimmt wird, während bei Schätzungen einer diskreten Zinsstruktur die Zinssätze für Fristigkeiten zwischen zwei diskreten Fristigkeiten der Schätzung interpoliert werden müssen.

Im folgenden werden die Ergebnisse der Zinsstrukturschätzungen mit den Ansätzen von CC, CCW und *Shea* dargestellt. Der Ansatz von *Vasicek / Fong* wurde nicht getestet, da seine Implementation und die Durchführung der Schätzungen sehr aufwendig sind und in der Untersuchung von *Shea* (1985) gezeigt wurde, daß Zinsstrukturschätzungen mit diesem Ansatz nicht besser sind als Schätzungen mit dem Ansatz von *Shea* (1984)<sup>9</sup>.

#### IV. Die Datenbasis

Für die Zinsstrukturschätzungen werden die Ausstattungsmerkmale und Kurszeitreihen insolvenzrisikoloser gesamtfälliger Anleihen benötigt. Zur Erfüllung der Homogenitätsforderung der Anleihen, die in die Zinsstrukturschätzungen einbezogen werden, werden nur gesamtfällige Anleihen von

<sup>6</sup> Vgl. *Vasicek / Fong*, 1982, S. 345f.

<sup>7</sup> Vgl. hierzu die Modellansätze in *Cox / Ingersoll / Ross*, 1981 und 1985, *Dothan*, 1978, *Langsetieg*, 1980, *Richard*, 1978, *Vasicek*, 1977, *Brennan / Schwartz*, 1979.

<sup>8</sup> Vgl. hierzu die Ergebnisse der Tests eines Zweifaktorenmodells für den deutschen Kapitalmarkt in *Böhler / Rothacker*, 1986, und *Bußmann*, 1988 sowie die Ergebnisse für den US-amerikanischen Markt in *Brennan / Schwartz*, 1982 a.

<sup>9</sup> Weitere interessante Ansätze sind: *Lee*, 1985 – Einbeziehung kündbarer Anleihen; *Schaefer*, 1981, sowie *McCulloch*, 1975 – Schätzung der Zinsstruktur nach Steuern.

Bund, Bahn und Post verwendet<sup>10</sup>. Aus diesen Daten werden die Marktpreise (Kurse + Stückzinsen<sup>11</sup>) und die Zahlungsreihen der Anleihen bestimmt.

Für insgesamt 286 Anleihen wurden tägliche Kursnotierungen beschafft. Systematische oder längerfristige Anomalien der Kursentwicklungen der Anleihen der Datenbasis wurden nicht festgestellt. Die Kursnotierungen öffentlicher Anleihen sind fast ausschließlich Preise, zu denen tatsächlich Umsätze stattgefunden haben. Ein Grund hierfür ist, daß der Markt durch Ankäufe und Verkäufe der Deutschen Bundesbank liquide gehalten wird. Alle Kurse sind Notierungen der Frankfurter Wertpapierbörsen und stammen aus der Datenbank des Informationsdienstes *Datastream Ltd.*, London. Die Kurse wurden zur Weiterverarbeitung als Rentendivision in die *Karlsruher Kapitalmarktdatenbank* integriert<sup>12</sup>. Die Verteilung der Restlaufzeiten der gesamtfälligen öffentlichen Anleihen in der Datenbank zeigt Tabelle 1<sup>13</sup>.

## V. Ergebnisse der Zinsstrukturschätzungen

Für den Zeitraum Januar 1978 bis Juli 1986 wurden für jeden Monat am 15. bzw. am ersten Börsentag nach dem 15. dieses Monats für den Fristigkeitsbereich 0 bis 10 Jahre Zinsstrukturschätzungen für den deutschen Markt durchgeführt. Die Einschränkung des Schätzzeitraums und des Fristigkeitsbereichs sind notwendig, denn für die Schätzungen der Zinsstruktur in dem oben definierten Sinne werden Anleihen höchster Bonität (öffentliche Anleihen) mit Restlaufzeiten, die möglichst gleichmäßig über den Fristigkeitsbereich verteilt sind, benötigt<sup>14</sup>.

Kriterien zur Beurteilung der Güte alternativer Zinsstrukturschätzungen sind:

1. eine möglichst gute Anpassung an die Marktdaten, d.h. kleine Abweichungen zwischen Marktpreisen und den mit der geschätzten Zinsstruk-

---

<sup>10</sup> Zur Problematik der Wahl einer geeigneten Datenbasis für Zinsstrukturschätzungen vgl. *Faßbender*, 1973, sowie *Rosinski*, 1984. Inhomogenitäten der Anleihen, die aus Unterschieden bei der Besteuerung von Zinserträgen und Kursgewinnen resultieren, werden vernachlässigt, da in der Bundesrepublik kein einheitlicher Steuersatz für alle Investoren existiert.

<sup>11</sup> Stückzinsen sind der Nominalzinsanteil, der bei linearer Aufteilung auf den Zeitraum zwischen dem letzten Zinstermin und dem aktuellen Zeitpunkt entfällt. Für die Berechnung gilt: 1 Monat = 30 Tage, 1 Jahr = 12 Monate.

<sup>12</sup> Zum Aufbau und Inhalt der Datenbank vgl. *Frantzmann / Haller*, 1987.

<sup>13</sup> Tabellen und Abbildungen befinden sich am Ende des Textes.

<sup>14</sup> Vgl. die Restlaufzeitverteilung gesamtfälliger öffentlicher Anleihen der Datenbasis in Tabelle 1.

tur berechneten Barwerten der Anleihen – im folgenden wird dies durch die mittlere quadratische Abweichung zwischen Marktpreisen und geschätzten Barwerten (MSE) gemessen;

2. ein ökonomisch sinnvoller Verlauf der Zinskurve, d. h. keine übermäßigen Schwankungen und keine negativen Werte der impliziten Terminzinssätze und
3. statistische Signifikanz der Schätzungen.

#### *1. Schätzungen mit dem Ansatz von Carleton / Cooper (CC)*

Das lineare Modell aus Gleichung (3) wird mit der OLS-Methode geschätzt. Hierbei kann nicht für jeden Zeitpunkt, in dem eine Zahlung einer in die Schätzung einbezogenen Anleihe fällig wird, ein Diskontierungsfaktor geschätzt werden, da in diesem Fall die aus den Zahlungsreihen gebildete Datenmatrix der unabhängigen Variablen singulär und damit eine OLS-Schätzung nicht möglich ist. Deshalb werden die ursprünglichen Zahlungsreihen der Anleihen derart verschoben, daß alle Zahlungen in quartalsweisen Abständen vom Schätzzeitpunkt fällig werden. Mit diesen Zahlungsreihen und den um die Stückzinsen für die Zeit der Verschiebung der Zahlungsreihen korrigierten Marktpreisen werden Diskontierungsfaktoren für die 40 Quartalszeitpunkte des Fristigkeitsintervalls 0 bis 10 Jahre geschätzt<sup>15</sup>.

Der minimale Zeitabstand zwischen den geschätzten Diskontierungsfaktoren ergibt sich für eine gegebene Datenbasis direkt aus den notwendigen Voraussetzungen der OLS-Methode. Hat die Datenmatrix zwei identische Spalten dann ist sie singulär, so daß eine OLS-Schätzung nicht möglich ist. Dieser Fall tritt meist dann auf, wenn in mehreren Quartalszeitpunkten keine Anleihe aus der Datenbasis fällig wird. Mit der verfügbaren Datenbasis waren deshalb Zinsstrukturschätzungen mit dem Ansatz von CC erst ab Januar 1981 möglich.

Auch Schätzungen für Betrachtungszeitpunkte, in denen in einigen der zukünftigen Quartalszeitpunkten keine Anleihe fällig wird, sind problematisch. Die Datenmatrix ist in diesen Fällen zwar nichtsingulär, es tritt aber hohe Multikolinearität zwischen den unabhängigen Größen, d. h. den Zah-

<sup>15</sup> Die Verschiebung der Zahlungsreihen ist eine mögliche Fehlerquelle bei den Zinsstrukturschätzungen. Schätzungen für verschiedene Zeitpunkte mit unterschiedlicher Verschiebung der Zahlungsreihen (unterschiedlichen Zuordnungszeitpunkten der Zahlungen der Anleihen) führen in allen Fällen zu Unterschieden der MSE-Werte von weniger als 5 %. Die Fehler aus der Zahlungsreihenverschiebung sind vernachlässigbar klein.

lungsvektoren der Quartalszeitpunkte, auf. Die geschätzten Diskontierungsfunktionen (Regressionskoeffizienten) solcher Quartalszeitpunkte waren häufig negativ und in allen Fällen nichtsignifikant; sie sind ökonomisch weder sinnvoll noch erklärbar. Für diese Problemfälle wurden die Schätzungen mit 20 Halbjahreszeitpunkten in entsprechender Weise wiederholt. Das Ergebnis sind Diskontierungsfaktoren mit halbjährlichen Abständen.

Die MSE-Werte, die mit den endgültigen Schätzungen berechnet wurden, sind in der mit CC bezeichneten Spalte von Tabelle 2 dargestellt. Die vergleichsweise hohen MSE-Werte einiger Zeitpunkte sind ein deutlicher Hinweis auf immer noch vorhandene Schätzprobleme. Mit speziellen Tests wurde für diese Zeitpunkte hohe Multikolinearität zwischen einigen Regressoren festgestellt. Ihre Beseitigung erfordert eine größere Datenbasis, aus der nach bestimmten Kriterien die Daten für die Regressionen ausgewählt werden.

## *2. Schätzungen mit dem Ansatz von Chambers / Carleton / Waldman (CCW)*

Die kontinuierliche Zinsstruktur wird bei diesem Ansatz durch ein Polynom  $n$ -ten Grades approximiert

$$(4) \quad R(0, t) = \sum_{j=0}^n x_j \cdot t^j .$$

Für die zu schätzenden Diskontierungsfaktoren gilt dann

$$(5) \quad B(0, t) = e^{- \sum_{j=0}^n x_j \cdot t^{j+1}}$$

Mit Gleichung (5) ist Gleichung (3) ein nichtlineares Modell in den Zinsstrukturparametern  $x_j$ . Die  $x_j$ -Werte wurden in einer Querschnittsanalyse mit einem Verfahren der nichtlinearen Regression geschätzt. Die geschätzte Zinsstruktur ist durch die geschätzten  $x_j$ -Werte vollständig beschrieben.

Für die 102 Schätzzeitpunkte wurden Regressionen mit Polynomen 3-ten, 5-ten und 7-ten Grades durchgeführt. Aus den Ergebnissen wurden Plots der Zinsstruktur erstellt. Diese zeigen um so kleinere Abweichungen zwischen den mit unterschiedlichem Polynomgrad geschätzten Zinsstrukturen, je flacher ihr Verlauf ist. Mit höherem Grad des Polynoms wird der Verlauf der Zinskurve wellenförmiger, da eine bessere Anpassung der Zinskurve an Ausreißer möglich ist. Dies ist insbesondere an den Enden des Fristigkeitsintervalls erkennbar. In Abbildung 1 sind die geschätzten Zinskurven für

den Zeitpunkt Juni 1984 dargestellt. Die MSE-Werte aus den Schätzungen mit den Polynomlängen 3, 5 und 7 enthalten die Spalten CCW-3, CCW-5 und CCW-7 der Tabelle 2. Der Preis für die Reduzierung der MSE-Werte und damit einer besseren Anpassung an die Marktdaten, aber auch an Ausreißer, ist ein weniger glatter Verlauf der geschätzten Zinskurve und starke Schwankungen der Terminzinssätze. Zinsstrukturschätzungen mit einem Polynom 5-ten Grades sind deshalb ein guter Kompromiß.

### 3. Schätzungen mit dem Verfahren von Shea

Das Spezifische dieses Ansatzes ist die Approximation der Diskontierungsfunktion durch aneinandergesetzte Polynome für Teilintervalle des gesamten Fristigkeitsbereichs<sup>16</sup>. Im  $i$ -ten Teilintervall wird die Diskontierungsfunktion approximiert durch

$$(6) \quad B(0, t) = 1 + \sum_{j=0}^n x_{ij} \cdot t^j, \quad t \in (t_{i-1}; t_i)$$

Setzt man Gleichung (6) in (3) ein, erhält man ein lineares Modell für die Zinsstrukturparameter  $x_{ij}$ . Um einen stetigen und möglichst glatten Verlauf der geschätzten Zinskurve zu gewährleisten, werden an den Intervallgrenzen die Übereinstimmung der Zinssätze (gleiche Ordinatenabschnitte), sowie Übereinstimmung der ersten und der zweiten Ableitung nach  $t$  gefordert. Mit diesen Restriktionen wird ein stetiger Verlauf der Zinskurve und ihre gleiche Krümmung rechts und links von den Intervallgrenzen erzwungen. Für jede Intervallgrenze ergeben sich drei Restriktionen. Die Genauigkeit und der Kurvenverlauf der Approximation können durch den Grad des Polynoms in (6) und die Festlegung der Teilintervalle gesteuert werden.

Der Ansatz wurde von *Shea* nur für Diskontanleihen entwickelt. Deshalb mußte der Ansatz so verändert werden, daß die Schätzungen auch mit Kuponanleihen möglich sind, da im Untersuchungszeitraum für den deutschen Markt geeignete Daten nur für Kuponanleihen verfügbar sind.

Das lineare Regressionsmodell aus Gleichung (3) und Gleichung (6) mit den genannten Nebenbedingungen wurde für ein bis vier Intervalle gleicher Länge und ein Polynom 3-ten Grades für alle 102 Schätzzeitpunkte mit der GLS-Methode geschätzt, weil bei den OLS-Schätzungen Heteroskedastizi-

---

<sup>16</sup> Mit diesen als spline functions bezeichneten stückweisen Polynomfunktionen wird die Approximation eines Polynoms hohen Grades durch aneinandergesetzte Polynome niedrigen Grades erreicht.

tät festgestellt wurde. Für die Schätzung der Residuenvarianzen wurde angenommen, daß diese proportional zur Restlaufzeit sind. Die Ergebnisse zeigen, daß mit dieser Vorgehensweise die Heteroskedastizität beseitigt wurde. Mit zunehmender Anzahl der Teilintervalle wird die Zinsstrukturschätzung gegen Ausreißer anfällig, was zu einem unruhigeren Verlauf der Zinskurve führt. Ein Beispiel zeigt Abbildung 2. Die MSE-Werte der mit *Shea* bezeichneten Spalte in Tabelle 2 wurden aus den Regressionen für die Modellversion mit 3 Intervallen berechnet. In Hinblick auf die konkurrierenden Beurteilungskriterien glatter Verlauf der Zinskurve und kleine MSE-Werte sind die Schätzungen mit 3 Intervallen (*Shea-3*) ein guter Kompromiß.

#### 4. Zusammenfassung der Ergebnisse

Für jeden Schätzzeitpunkt und jedes Schätzverfahren wurde der mittlere quadratische Fehler der geschätzten Preise berechnet. Die wesentlichen Ergebnisse zeigt Tabelle 2. In der letzten Spalte werden die mittleren quadratischen Fehler angegeben, die auftreten, falls man die Barwerte der Anleihen nicht mittels einer geschätzten Zinsstruktur, sondern mittels der Renditenstruktur der Bundesbank berechnet. Entsprechend dem Schätzzeitpunkt der Renditenstruktur ist der Stichtag für die Berechnung der MSE-Werte, die in der mit *BB* bezeichneten Spalte von Tabelle 2 angegeben sind, der letzte Börsentag des angegebenen Monats.

Wie aus Tabelle 2 ersichtlich ist, ergeben sich für die verschiedenen Schätzverfahren deutlich parallele Veränderungen der MSE-Werte im Zeitablauf. Mit wenigen Ausnahmen sind die Ergebnisse für das Verfahren von CCW mit einem Polynom 7-ten Grades (CCW-7) und für CCW-5 besser als für das Verfahren von *Shea*. In einigen Schätzzeitpunkten wurden mit allen Verfahren vergleichsweise schlechte Ergebnisse (große MSE-Werte) erzielt. Mit dem Verfahren von CC wurden in vielen Zeitpunkten vergleichbar gute und in einigen Zeitpunkten deutlich bessere Ergebnisse als mit den anderen Schätzverfahren erzielt. Weil mit dem Verfahren von CC für die gegebene Datenbasis in vielen Zeitpunkten keine oder unbrauchbare Ergebnisse erzielt wurden, muß es als geeignetes Verfahren abgelehnt werden.

Wie erwartet sind die mit den Renditenstrukturschätzungen der Bundesbank berechneten MSE-Werte für Schätzzeitpunkte mit steigender oder fallender Zinskurve schlechter als die MSE-Werte, die mit den geschätzten Zinsstrukturen berechnet wurden. Bei flachem Verlauf der Zinskurve sind die mit den Zins- und den Renditenstrukturen berechneten MSE-Werte nahezu identisch, wie die Ergebnisse für Mitte 1979 und für das erste Halb-

jahr 1982 deutlich zeigen. Dies ist eine Bestätigung der theoretischen Übereinstimmung von Renditen- und Zinsstruktur bei flacher Zinskurve.

Zum Vergleich der Ergebnisse wurden gemeinsame Plots für die geschätzten Zinsstrukturen und die Renditenstruktur der Bundesbank sowie für die aus diesen berechneten impliziten Terminzinssätzen erstellt. Beispiele zeigen die Abbildungen 3 und 4. In den Plots wird der theoretische Zusammenhang zwischen Renditen- und Zinsstruktur bestätigt. In Zeitpunkten mit steigender Zinskurve liegt die Renditenstruktur unterhalb und in Zeitpunkten mit fallender Zinskurve oberhalb der Zinsstruktur.

Aufgrund der MSE-Werte und der graphischen Darstellungen der Kassazins- und Terminzinskurven erfüllen die Schätzungen mit dem Ansatz von CCW für ein Polynom 5-ten Grades (CCW-5) für den Gesamtuntersuchungszeitraum die zuvor genannten Beurteilungskriterien am besten. Abbildung 5 zeigt für verschiedene Zeitpunkte die mit CCW-5 geschätzten Zinsstrukturen. In Abbildung 6 ist die zeitliche Entwicklung der Kassazinssätze ausgewählter Fristigkeiten für die CCW-5 Schätzungen dargestellt. Die Ergebnisse dieser Zinsstrukturschätzungen sind damit je Zeitpunkt die fünf geschätzten Parameter  $x_1, \dots, x_5$ , aus denen mit Gleichung (4) bzw. (5) für jede Fristigkeit der Kassazins bzw. Diskontierungsfaktor berechnet werden kann.

Je geringer der Abstand der Kurven in Abbildung 6 ist, um so flacher verlaufen die geschätzten Zinskurven. Für die Schätzzeitpunkte von Mitte 1979 bis Ende 1982 erkennt man außerdem einen inversen Verlauf der Zinskurven. Die Abbildungen 5 und 6 zeigen, daß die Zinssätze mit zunehmender Fristigkeit weniger stark schwanken und daß häufig weder parallele noch gleichgerichtete Veränderungen der Zinsstruktur auftreten.

## Literatur

- Brennan, M. J. und Schwartz, E. S. (1979): A Continuous Time Approach of the Pricing of Bonds, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 3, 1979, S. 133 - 155. – Brennan, M. J. und Schwartz, E. S. (1982a): An Equilibrium Model of Bond Pricing and a Test of Market Efficiency, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 17, 1982, S. 301 - 329. – Brennan, M. J. und Schwartz, E. S. (1982b): Bond Pricing and Market Efficiency, in: Financial Analysts Journal, September / October 1982, S. 3 - 10. – Bußmann, J. (1988): Messung und Management von Zinsänderungsrisiken. Eine empirische Untersuchung alternativer Risikomaße für den Deutschen Rentenmarkt, Verlag P. Lang, Bern 1988. – Buse, A. (1970): Expectations, Prices, Coupons and Yields, in: Journal of Finance, Vol. 25, 1970, S. 809 - 818. – Caks, J. (1977): The Coupon Effect on Yield to Maturity, in: Journal of Finance, Vol. 32, 1977, S. 103 - 115. – Carleton, W. T. und Cooper, I. A. (1976): Estimation and Uses of the Term Structure

of Interest Rates, in: *Journal of Finance*, Vol. 31, 1976, S. 1067 - 1084. – *Carr, J. L., Halpern, P. J. und McCallum, J. S.* (1974): Correcting the Yield Curve: A Re-Interpretation of the Duration Problem, in: *Journal of Finance*, Vol. 29, 1974, S. 1287 - 1294. – *Chambers, D. R., Carleton, W. T. und Waldman, D. W.* (1984): A New Approach to Estimation of the Term Structure of Interest Rates, in: *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 19, 1984, S. 233 - 253. – *Cox, J. C., Ingersoll, J. E. und Ross, S. A.* (1981): A Re-examination of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates, in: *Journal of Finance*, Vol. 36, 1981, S. 769 - 799. – *Cox, J. C., Ingersoll, J. E. und Ross, S. A.* (1985): A Theory of the Term Structure of Interest Rates, in: *Econometrica*, Vol. 53, 1985, S. 385 - 407. – *Dothan, L. U.* (1978): On the Term Structure of Interest Rates, in: *Journal of Financial Economics*, Vol. 6, 1978, S. 59 - 69. – *Faßbender, H.* (1973): Zur Theorie und Empirie der Fristigkeitsstruktur der Zinssätze, Verlag Duncker & Humblot, Berlin 1973. – *Faßbender, H.* (1977): Die Theorie der Fristigkeitsstruktur der Zinssätze: Ein Überblick, in: *Wirtschaftswissenschaftliches Studium*, Vol. 6, 1977, S. 97 - 103. – *Fischer, E. O. und Zechner, J.* (1984): Diffusion Process Specifications for Interest Rates – An Empirical Investigation for the FRG, in: *Bamberg, G. and Spremann, K.*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 227, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 1984, S. 64 - 73. – *Frantzmann, H.-J., Haller, A.* (1987): Eine kurze Beschreibung der Karlsruher Kapitalmarktdatenbank, Diskussionspapier Nr. 87, Institut für Entscheidungstheorie und Unternehmensforschung, Universität Karlsruhe, 1987. – *Fritzsche, B.* (1980): Zinsstruktur und Zinsprognose – das Problem der Risikoprämie, Dissertation, Berlin 1980. – *Hicks, J. R.* (1939): Value and Capital, Clarendon Press, Oxford 1939. – *Langetieg, T. C.* (1980): A Multivariate Model of the Term Structure, in: *Journal of Finance*, Vol. 35, 1980, S. 71 - 97. – *Lee, S. B.* (1985): The Pricing of Callable Government Bonds and Term Structure Estimation, Working Paper No. 347, Salomon Brothers Series, New York University, 1985. – *Malkiel, B. G.* (1966): The Term Structure of Interest Rates, Princeton 1966. – *McCulloch, J. H.* (1971): Measuring the Term Structure of Interest Rates, in: *Journal of Business*, Vol. 44, 1971, S. 19 - 31. – *McCulloch, J. H.* (1975): An Estimate of the Liquidity Premium, in: *Journal of Political Economy*, Vol. 83, 1975, S. 95 - 119. – *Meiselmann, D.* (1962): The Term Structure of Interest Rates, Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1962. – *Nelson, C. R.* (1972): The Term Structure of Interest Rates, Basic Books, New York 1972. – *Nelson, C. R.* (1979): The Term Structure of Interest Rates: Theories and Evidence, in: *Bicksler, J. L.* (ed.): *Handbook of Financial Economics*, North Holland Publishing Company, Amsterdam 1979, S. 123 - 138. – *Neumann, M. J. M.* (1968): Yield-Curve Analysis: Eine Methode zur empirischen Bestimmung der Zinsstruktur am Rentenmarkt, in: *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Vol. 182, 1968, S. 193 - 203. – *Nuske, M.* (1983): Die Bestimmung der impliziten Kapitalmarktdiskontierungsfaktoren zur Bewertung von Anleihen und Obligationen, Diskussionspapier Nr. 49, Institut für Entscheidungstheorie und Unternehmensforschung, Universität Karlsruhe, 1983. – *Pesando, J. E.* (1978): On the Efficiency of the Bond Market: Some Canadian Evidence, in: *Journal of Political Economy*, Vol. 86, 1978, S. 1057 - 1076. – *Richard, S. F.* (1978): An Arbitrage Model of the Term Structure of Interest Rates, in: *Journal of Financial Economics*, Vol. 6, 1978, S. 33 - 57. – *Roll, R.* (1970): The Behavior of Interest Rates, Basic Books, New York 1983. – *Roll, R.* (1971): Investment Diversification and Bond Maturity, in: *Journal of Finance*, Vol. 26, 1971, S. 51 - 66. – *Rosinski, B.* (1984): Zur Zinsstruktur am Deutschen Kapitalmarkt – Empirisch-statistische Untersuchung der Entwicklung in den Jahren 1972 bis 1983 unter Berücksichtigung anlagestrategischer Probleme, Disserta-

tion, Berlin 1984. – *Schaefer, S.* (1981): Measuring a Tax-Specific Term Structure of Interest Rates in the Market for British Government Securities, in: *The Economic Journal*, Vol. 91, 1981, S. 415 - 438. – *Shea, G. S.* (1984): Pitfalls from Smoothing Interest Rate Term Structure Data: Equilibrium Models and Spline Approximations, in: *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 19, 1984, S. 253 - 269. – *Shea, G. S.* (1985): Interest Rate Structure Estimation with Exponential Splines: A Note, in: *Journal of Finance*, Vol. 40, 1985, S. 319 - 325. – *Van Horne, J. C.* (1978): *Financial Market Rates and Flows*, Prentice-Hall International, London 1978. – *Vasicek, O.* (1977): An Equilibrium Characterization of the Term Structure, in: *Journal of Financial Economics*, Vol. 5, 1977, S. 177 - 188. – *Vasicek, O.* und *Fong, H. G.* (1982): Term Structure Modeling Using Exponential Splines, in: *Journal of Finance*, Vol. 37, 1982, S. 339 - 348. – *Vollmer, K.-H.* (1982): *Zinsstruktur und Laufzeitstruktur am deutschen Kapitalmarkt*, Dissertation, Frankfurt 1982. – Quellen statistischer Daten: Deutsche Bundesbank (Hrsg.): Monatsberichte, monatlich erscheinende Hefte, Frankfurt am Main. – Deutsche Bundesbank (Hrsg.): Statistische Beihefte zu den Monatsberichten, Reihe 2, Wertpapierstatistik, monatlich erscheinende Hefte, Frankfurt am Main. – Frankfurter Wertpapierbörsen (Hrsg.): Jahresberichte, jährlich erscheinende Hefte, Frankfurt am Main.

## Zusammenfassung

### Die Bestimmung der Zinsstruktur am deutschen Kapitalmarkt Eine empirische Untersuchung für den Zeitraum 1978 bis 1986

Die Fristigkeitsstruktur der Zinssätze in einem Zeitpunkt (kurz Zinsstruktur bezeichnet) ist die Menge der internen Zinssätze einzelner deterministischer zukünftiger Zahlungen. Da die Zinsstruktur nicht direkt aus beobachtbaren Marktdaten berechnet werden kann, sondern aus diesen mit geeigneten statistischen Verfahren geschätzt werden muß, wird in der Praxis ersatzweise die einfacher bestimmbare Renditenstruktur verwendet. Beide stimmen theoretisch nur im Falle einer flachen Zinskurve überein.

Für den Untersuchungszeitraum 1978 bis 1986 wurde die Zinsstruktur am Deutschen Kapitalmarkt bestimmt. Mit verschiedenen Verfahren wurde jeweils für die Mitte des Monats aus den Marktpreisen aller ausstehenden gesamtfälligen Anleihen von Bund, Bahn und Post die Zinsstruktur geschätzt. Für verschiedene Schätzzeitpunkte sind die Abweichungen der Schätzergebnisse graphisch dargestellt. Für jeden Schätzzeitpunkt und jedes Verfahren wurde der mittlere quadratische Fehler der geschätzten Anleihepreise bestimmt. Die Ergebnisse zeigen, daß die mit dem Verfahren von *Shea* und die mit dem Verfahren von *Chambers / Carleton / Waldman* geschätzten Zinsstrukturen den Renditestrukturschätzungen der Deutschen Bundesbank überlegen sind.

## Summary

### Determination of the Interest Rate Regime on the German Capital Market – An Empirical Study for the Period 1978/1986

The time to maturity of an interest rate regime at a given moment represents the sum total of the internal interest rates of individual deterministic payments in future. Since it is not possible to calculate the interest rate regime from observable market data directly, but must be estimated from such data with the help of appropriate statistical methods, the yield structure is – in practice – used in its place since it is more easily ascertainable. Both are congruent, theoretically, in the case of flat interest rate curves only.

The interest rate regime on the German capital market was determined for the period under review of 1978 to 1986. Various methods were employed to estimate the interest rate regime at mid-month from the market prices of all outstanding loans floated by the Federal Government, the Federal Railways and the German PTT. A graph shows the deviations from the estimated results at several estimating dates. For each of them and for each method employed, the standard deviation of the estimated loan price was ascertained. The results show that the interest rate regimes ascertained on the basis of *Shea* as well as of *Chambers / Carleton / Waldman* are superior to the yield structure estimates of the Deutsche Bundesbank.

## Résumé

### La détermination de la structure des taux d'intérêt sur le marché des capitaux allemands – Une analyse empirique pour la période allant de 1978 à 1986

La structure de l'échéance des taux d'intérêt à un moment (en abrégé, la structure des taux d'intérêt) est la quantité des taux d'intérêt internes de paiements futurs individuels. La structure des taux d'intérêt ne pouvant pas se calculer directement à partir de données de marché observables, mais devant être estimée en se basant sur de telles données avec des procédés statistiques adéquats, on utilise comme succédané dans la pratique la structure des rentes, qui se laisse plus facilement déterminer. Les deux méthodes ne coïncident théoriquement que si la courbe d'intérêt est plate.

La structure des taux d'intérêt sur le marché des capitaux allemand a été déterminée pour la période d'analyse, s'étirant de 1978 à 1986. A l'aide de plusieurs méthodes, la structure des taux d'intérêt a été respectivement évaluée pour le milieu du mois à partir des prix de marché de tous les emprunts en suspens arrivés à échéance de l'Etat, des chemins de fer et de la poste. Les écarts des résultats d'estimation sont présentés graphiquement pour différents moments estimés. Pour chaque moment estimé et chaque procédé, l'erreur moyenne quadratique des prix d'emprunts estimés a été déterminée. Comme les résultats le montrent, les structures des taux d'intérêt, estimées avec le procédé de *Shea* et ainsi également avec celui de *Chambers / Carleton / Waldman*, sont meilleures que les estimations des structures des rentes de la Banque fédérale d'Allemagne.

*Tabelle 1*

**Verteilung der Kursnotierungen der gesamtfälligen Anleihen  
der Datenbasis über Restlaufzeitklassen**

Zeitpunkt	Restlaufzeit in Jahren								Gesamt
	0,25 bis 1,25	1,25 bis 2,5	2,5 bis 3,5	3,5 bis 4,5	4,5 bis 5,5	5,5 bis 6,5	6,5 bis 7,5	7,5 bis $\infty$	
16.1.78	2	1	8	13	14	6	4	8	58
15.1.79	6	6	20	19	8	7	3	15	84
15.1.80	15	17	20	9	11	4	5	19	100
15.1.81	27	17	8	20	5	6	4	22	109
15.1.82	28	8	20	12	14	4	11	23	120
15.1.83	23	17	14	20	8	11	10	27	130
16.1.84	32	14	23	15	14	10	8	31	147
15.1.85	38	16	14	19	14	8	14	30	153
15.1.86	35	13	16	17	11	15	12	30	149

Tabelle 2

**Mittlerer quadratischer Fehler (MSE) der im Schätzzeitpunkt ausstehenden Anleihen für alternative Zinsstrukturschätzungen  
(Angaben in DM je 100 DM Nominalwert der Anleihen)**

Schätzzeitpunkt	SHEA	CCW-3	CCW-5	CCW-7	CC	BB <sup>1)</sup>
16. 1. 78	0,143	0,140	0,199	0,120	.	0,245
15. 2. 78	0,119	0,113	0,114	0,102	.	0,192
15. 3. 78	0,977	0,976	0,989	0,967	.	0,303
17. 4. 78	0,251	0,238	0,228	0,140	.	1,477
15. 5. 78	0,259	0,255	0,195	0,152	.	0,747
15. 6. 78	0,148	0,156	0,128	0,093	.	0,640
17. 7. 78	0,636	0,597	0,362	0,305	.	1,425
15. 8. 78	0,359	0,363	0,323	0,310	.	0,478
15. 9. 78	0,259	0,247	0,226	0,177	.	0,319
16. 10. 78	0,244	0,250	0,198	0,184	.	0,743
15. 11. 78	0,349	0,311	0,197	0,185	.	0,909
15. 12. 78	0,408	0,373	0,138	0,095	.	0,759
15. 1. 79	0,373	0,349	0,168	0,127	.	0,830
15. 2. 79	0,322	0,304	0,119	0,069	.	0,559
15. 3. 79	1,095	1,070	1,016	0,926	.	0,447
17. 4. 79	0,298	0,290	0,265	0,216	.	0,306
15. 5. 79	0,212	0,207	0,212	0,190	.	0,181
15. 6. 79	0,058	0,059	0,052	0,053	.	0,089
16. 7. 79	0,107	0,101	0,075	0,071	.	0,122
15. 8. 79	0,107	0,105	0,108	0,099	.	0,096
17. 9. 79	0,169	0,152	0,135	0,120	.	0,109
15. 10. 79	0,283	0,245	0,198	0,188	.	0,087
15. 11. 79	0,121	0,165	0,122	0,124	.	0,142
17. 12. 79	0,075	0,092	0,073	0,066	.	0,267
15. 1. 80	0,138	0,156	0,120	0,119	.	0,077
15. 2. 80	0,114	0,114	0,104	0,099	.	0,093
17. 3. 80	0,697	0,692	0,704	0,713	.	0,130
15. 4. 80	0,264	0,325	0,253	0,253	.	0,183
16. 5. 80	0,119	0,196	0,107	0,096	.	0,133
16. 6. 80	0,068	0,119	0,064	0,061	.	0,128
15. 7. 80	0,066	0,099	0,047	0,043	.	0,083
15. 8. 80	0,073	0,070	0,052	0,051	.	0,084
15. 9. 80	0,127	0,120	0,111	0,108	.	0,144
15. 10. 80	0,119	0,107	0,090	0,090	.	0,227
17. 11. 80	0,213	0,210	0,206	0,198	.	0,164
15. 12. 80	0,380	0,359	0,343	0,301	.	0,246
15. 1. 81	0,212	0,205	0,192	0,190	3,835	0,227
16. 2. 81	0,104	0,107	0,099	0,089	1,306	0,133
16. 3. 81	0,650	0,660	0,639	0,642	1,684	0,292
15. 4. 81	0,311	0,250	0,228	0,168	0,171	0,316
15. 5. 81	0,500	0,508	0,490	0,495	0,433	1,349
15. 6. 81	0,243	0,234	0,228	0,210	3,267	0,357
15. 7. 81	0,374	0,349	0,322	0,264	10,695	0,722
17. 8. 81	0,372	0,331	0,283	0,170	2,291	0,697
15. 9. 81	0,402	0,410	0,351	0,284	0,359	0,404
15. 10. 81	0,129	0,132	0,116	0,114	0,128	0,119
16. 11. 81	0,118	0,168	0,103	0,100	0,106	0,062
15. 12. 81	0,089	0,087	0,084	0,081	0,064	0,080
15. 1. 82	0,140	0,143	0,140	0,143	0,582	0,041
15. 2. 82	0,914	0,930	0,869	0,782	0,190	0,043
15. 3. 82	0,398	0,395	0,400	0,391	0,033	0,035
15. 4. 82	0,056	0,054	0,048	0,048	1,881	0,067

Schätz-zeitpunkt	SHEA	CCW-3	CCW-5	CCW-7	CC	BB <sup>1)</sup>
17. 5. 82	0,078	0,079	0,073	0,068	9,573	0,055
15. 6. 82	0,118	0,125	0,120	0,103	0,087	0,055
15. 7. 82	0,059	0,061	0,060	0,057	0,211	0,159
16. 8. 82	0,059	0,060	0,059	0,056	0,900	0,162
15. 9. 82	0,176	0,197	0,172	0,151	2,580	0,455
15. 10. 82	0,269	0,315	0,260	0,216	0,272	0,563
15. 11. 82	0,307	0,359	0,298	0,258	0,332	0,609
15. 12. 82	0,466	0,568	0,413	0,330	0,414	0,724
17. 1. 83	0,774	0,884	0,661	0,552	0,478	0,909
15. 2. 83	1,287	1,349	1,214	1,179	0,212	0,910
15. 3. 83	0,780	0,776	0,691	0,603	4,020	0,980
15. 4. 83	0,525	0,554	0,355	0,312	0,222	0,965
16. 5. 83	0,517	0,567	0,330	0,281	0,197	0,793
15. 6. 83	0,409	0,444	0,317	0,314	5,642	4,237
15. 7. 83	0,385	0,422	0,304	0,308	0,465	0,566
15. 8. 83	0,721	0,715	0,685	0,689	11,947	0,512
15. 9. 83	0,180	0,223	0,105	0,097	0,387	0,480
17. 10. 83	0,121	0,141	0,060	0,049	4,746	0,326
15. 11. 83	0,227	0,206	0,146	0,131	1,450	0,281
15. 12. 83	0,175	0,200	0,121	0,117	0,102	0,256
16. 1. 84	0,156	0,182	0,110	0,096	0,074	0,263
15. 2. 84	0,912	0,928	0,890	0,887	0,109	0,384
15. 3. 84	0,278	0,278	0,258	0,218	0,225	0,546
16. 4. 84	0,233	0,236	0,224	0,189	0,213	0,424
15. 5. 84	0,170	0,173	0,158	0,146	0,128	0,267
15. 6. 84	0,107	0,109	0,104	0,092	0,068	0,303
16. 7. 84	0,090	0,092	0,081	0,069	0,061	0,192
15. 8. 84	0,593	0,588	0,596	0,594	8,276	0,323
17. 9. 84	0,169	0,169	0,171	0,147	0,104	0,378
15. 10. 84	0,186	0,209	0,188	0,176	0,162	0,507
15. 11. 84	0,170	0,192	0,174	0,170	0,177	0,570
17. 12. 84	0,207	0,213	0,209	0,210	0,248	0,443
15. 1. 85	0,162	0,166	0,153	0,145	1,184	0,302
15. 2. 85	0,962	0,956	0,966	0,978	7,494	0,288
15. 3. 85	0,177	0,177	0,164	0,160	0,107	0,238
15. 4. 85	0,170	0,189	0,170	0,153	0,100	0,337
15. 5. 85	0,161	0,180	0,162	0,157	10,045	0,350
18. 6. 85	0,173	0,193	0,176	0,176	0,135	0,568
15. 7. 85	0,318	0,354	0,324	0,319	0,186	0,543
15. 8. 85	0,700	0,701	0,706	0,714	0,101	0,655
16. 9. 85	0,225	0,237	0,210	0,212	0,217	0,717
15. 10. 85	0,403	0,420	0,384	0,386	13,441	0,404
15. 11. 85	0,187	0,184	0,186	0,187	0,133	0,642
16. 12. 85	0,360	0,363	0,361	0,366	0,228	0,710
15. 1. 86	0,388	0,410	0,368	0,371	0,265	0,623
17. 2. 86	0,179	0,194	0,179	0,181	0,102	0,510
17. 3. 86	0,183	0,200	0,183	0,184	0,135	0,493
15. 4. 86	0,353	0,410	0,354	0,346	0,229	0,791
15. 5. 86	0,318	0,336	0,314	0,316	0,221	0,544
16. 6. 86	0,308	0,325	0,311	0,310	0,214	0,465
Mittelwert	0,308	0,316	0,272	0,254	1,752	0,412
Standard-abweichung	0,249	0,252	0,239	0,233	3,223	0,334

..“ Schätzungen mit den verfügbaren Daten nicht möglich  
1) Stichtag für die Berechnungen ist der letzte Börsentag des Monats

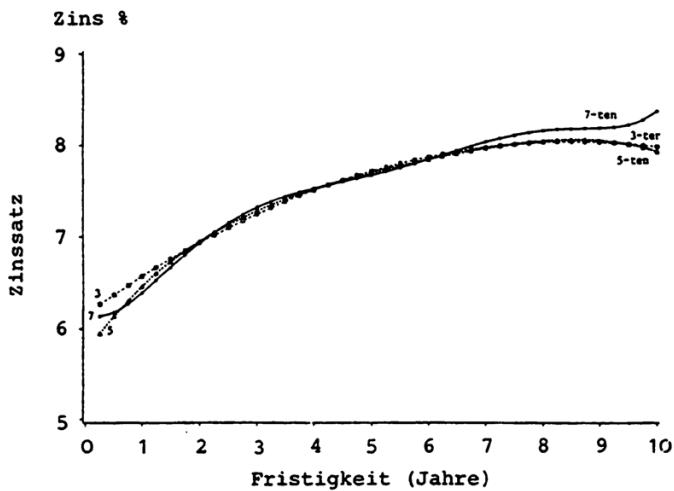


Abb. 1: Zinsstrukturschätzungen mit dem Ansatz von CCW für den 15.06.84, mit einem Polynom 3-ten, 5-ten und 7-ten Grades

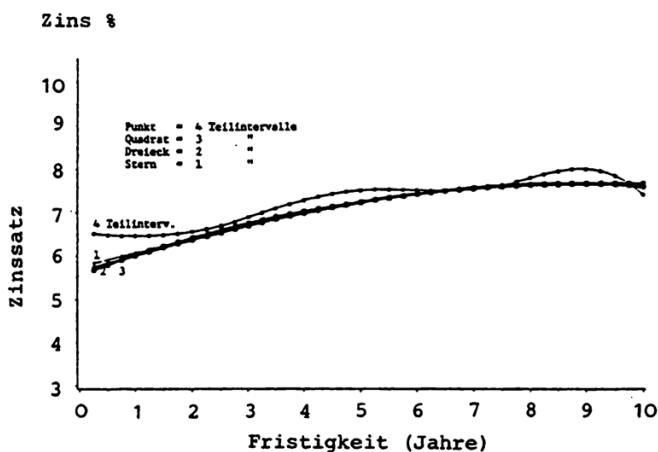


Abb. 2: Zinsstrukturschätzungen mit dem Ansatz von Shea mit 1 bis 4 Teilintervallen, für den 15.03.83

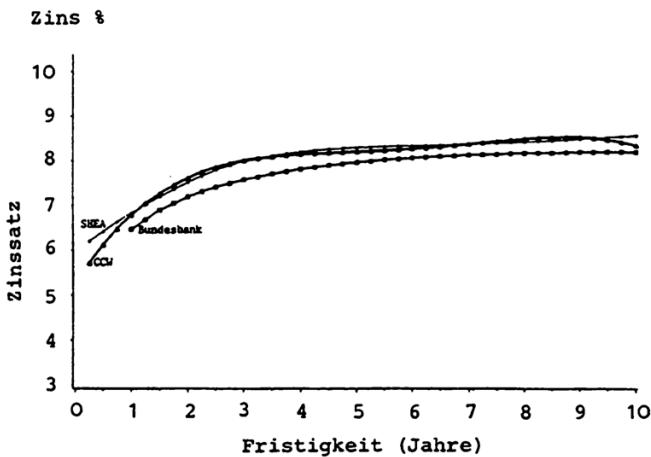


Abb. 3: Schätzungen der Kassazinsstruktur für den 15.01.87 mit Shea-3 und CCW-5 sowie Schätzungen der Renditenstruktur der Bundesbank

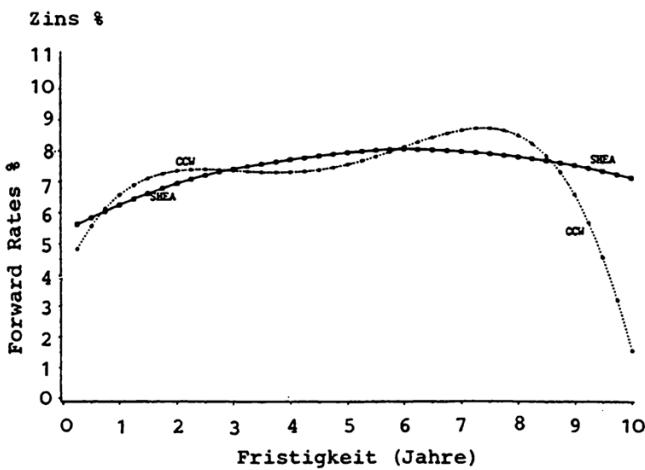


Abb. 4: Implizite Terminzinssätze aus den Zinsstrukturschätzungen mit dem Verfahren Shea-3 und CCW-5 für den 15.03.83

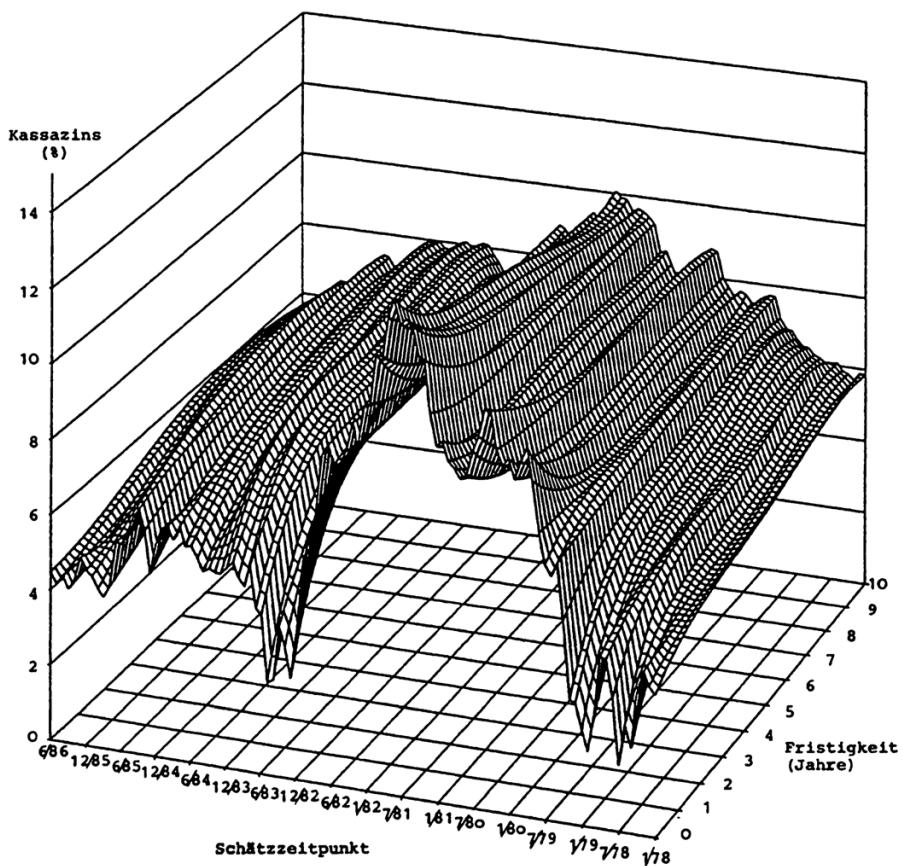


Abb. 5: Kassazinsstrukturen aus den monatlichen Schätzungen mit dem Verfahren CCW-5 (Polynom 5-ten Grades)

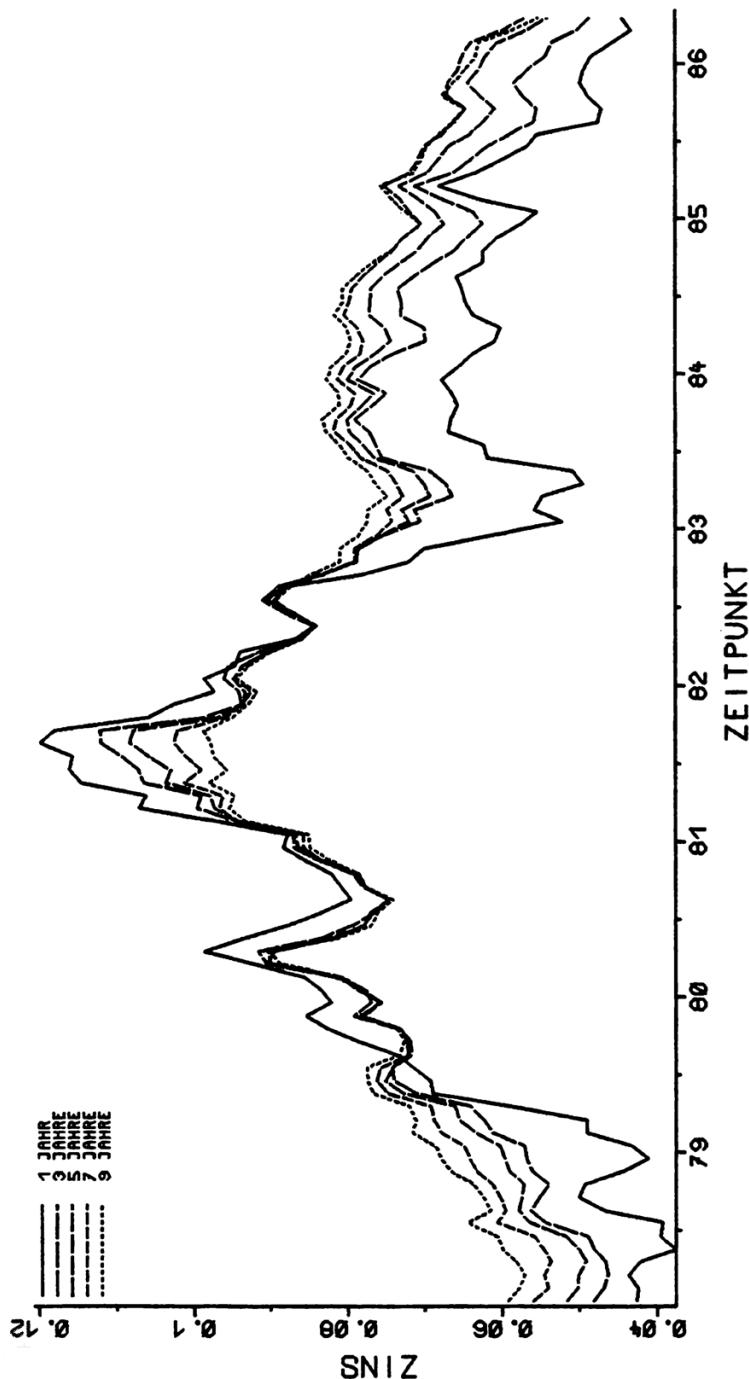


Abb. 6: Kassazinssätze ausgewählter Fristigkeiten aus Schätzungen mit dem Verfahren von CCW für ein Polynom 5-ten Grades