

# Ist Geld wirklich ein Produktionsfaktor?

Von Klaus Schöler, Siegen

## I. Einleitung

Seit etwa zwanzig Jahren wird in der Literatur die Frage diskutiert, ob Geld ein Produktionsfaktor wie Arbeit und Kapital sei oder, ob Geld eher zum infrastrukturellen Rahmen einer modernen Güterproduktion gehöre. Verfolgt man die Diskussion, so fallen zwei Besonderheiten auf. Zum einen sind nur wenige Stimmen laut geworden, die Zweifel an der Einbeziehung der Realkasse in die Produktionsfunktion geäußert haben (*Saving* [1972], *Moroney* [1972], *Davidson* [1979]), zum anderen wurde dieses Problem vorwiegend empirisch untersucht (*Sinai / Stocks* [1972], *Prais* [1975], *Short* [1979], *Boyes / Karanangh* [1979], *Simos* [1981], *Nguyen* [1986]) und erstaunlich selten einer theoretischen Betrachtung unterzogen (*Saving* [1972], *Fisher* [1974]). Die empirischen Untersuchungen haben sich im Laufe der Zeit gewandelt, wurden zunächst *Cobb-Douglas*-Produktionsfunktionen unter Einbeziehung der Realkasse als drittem Produktionsfaktor getestet, so ging man später zu anderen Typen gesamtwirtschaftlicher Produktionsfunktionen über, wie etwa CES-Funktionen oder Translog-Funktionen. All diesen Beiträgen ist gemeinsam, daß ihnen keine analytisch formulierte mikroökonomische Fundierung zugrunde liegt, sondern die schon von *Friedman* [1969] geäußerte Vorstellung, daß eine Erhöhung der durchschnittlichen Realkasse Ressourcen für die Güterproduktion freisetzt, da weniger Ressourcen benötigt werden, um finanzwirtschaftliche Transaktionen durchzuführen. Kurz gesagt: Je höher die gehaltene reale Geldmenge ist, um so größer kann auch bei einem gegebenen Ressourcenbestand die Güterproduktion sein. Dieses Argument soll in diesem Beitrag näher untersucht werden. Ein anderes Argument, aus dem die Produktivität des Geldes abgeleitet wird, ist sicherlich unbestritten und soll nur kurz genannt werden. Der Übergang von einer Naturaltauschwirtschaft zu einer Geldwirtschaft setzt in einem erheblichen Umfang produktive Kräfte frei, da die Anzahl der Tauschakte und Preise in einer Geldwirtschaft erheblich geringer ist. Diese Ressourcen können zur Güterproduktion genutzt werden. Dieser unkontroverse Fall soll aus den weiteren Überlegungen ausgeschieden werden; es wird von der Existenz einer Geldwirtschaft ausgegangen.

Die Antwort auf die Frage, ob zwischen Realkasse und Output eine kausale Beziehung besteht, soll in vier Schritten versucht werden. Zunächst wird ein einfaches Modell der Firma entwickelt, das sowohl die Produktions- als auch die Finanzseite berücksichtigt (Abs. II). Anschließend wird nach dem optimalen Faktoreinsatz in der Finanzabteilung gefragt (Abs. III) und der optimale durchschnittliche Realkassenbestand abgeleitet (Abs. IV). In Abs. V wird mit Hilfe des *Hsiao*-Verfahrens auf makroökonomischer Ebene die Frage der Kausalität zwischen Output und realer Geldmenge geklärt.

## II. Das Modell der Firma

Das nachfolgend vorgestellte Modell kombiniert zwei bekannte Theorieelemente, nämlich den Lagerhaltungsansatz der Geldnachfrage (*Baumol* [1952], *Tobin* [1956]) und ein neoklassisches Standardmodell der Firma, wobei es in beiden Fällen genügt, sich auf einen nicht näher bezeichneten Produktionsfaktor  $x$  zu beschränken. Grundsätzlich kann unter Verwendung des Baumol-Tobin-Ansatzes von zwei Fällen ausgegangen werden, bei denen Einnahmen und Ausgaben des Unternehmens zeitlich auseinander fallen:

(1) Der Verkauf der produzierten Güter führt innerhalb einer Periode zu kontinuierlichen Einnahmen; am Ende der Periode verursacht die Entlohnung der Produktionsfaktoren eine einmalige Ausgabe.

(2) Die Produktion der Güter erfolgt während einer Periode, an deren Ende ihr Verkauf stattfindet. Die daraus fließenden Einnahmen dienen in der Folgeperiode zur kontinuierlichen Entlohnung der Produktionsfaktoren, mit deren Einsatz die weitere Produktion durchgeführt wird. Während das erste Modell eher für die Produktion von Massengütern zutrifft, könnte das zweite Modell herangezogen werden, um den Anlagenbau zu beschreiben. Aus Gründen der Vereinfachung wird in beiden Fällen von Kreditbeziehungen abgesehen. Den weiteren Überlegungen soll der zweite Ansatz zugrunde gelegt werden.

Die Berücksichtigung von Einnahme- und Ausgabeströmen sowie von Geldbeständen in einem Modell der Firma läßt zwei Abteilungen entstehen. Die Finanzabteilung hat den Gewinn aus der Verwaltung der Geld- und Finanzaktiva zu maximieren, während die Produktionsabteilung den Gewinn aus Güterherstellung und Verkauf maximiert. Als Ziel der Firma wird angenommen, daß sie das Gewinnaggregat je Periode maximiert. Da beide Abteilungen zur Erfüllung ihrer bereichsspezifischen Aufgaben Ressourcen benötigen, steht die Firma vor der grundsätzlichen Frage, wie ein

als gegeben angenommener Faktorbestand auf beide Abteilungen gewinnoptimal aufzuteilen ist. An dieser Stelle erweist es sich als notwendig, zwei Annahmen einzuführen. Zum einen sollen nicht alle Produktionsfaktoren in der Finanzabteilung eingesetzt werden, da in diesem Fall die Güterproduktion auf Null sinkt und sich das Modell des Produktionsunternehmens in ein Modell eines Finanzintermediäres verwandelt. Zum anderen müssen Ressourcen der Finanzabteilung zugeführt werden, um die Liquidität der Firma zu erhalten. Die Liquidität stellt eine notwendige wenn auch keine hinreichende Bedingung für die Existenz des Unternehmens und für die dauerhafte Verfolgung des Gewinnmaximierungszieles dar. Aus diesem Grund wird angenommen, daß die Gewinnmaximierung in der Finanzabteilung unter der – im folgenden Ansatz nicht modellierten – Restriktion der Liquiditätserhaltung durchgeführt wird. Gemäß des eingangs formulierten zweiten Ansatzes entsprechen die Erlöse  $p_{-1}y_{-1}$  am Ende der Vorperiode – zuzüglich der Zinszahlungen am Ende der Vorperiode  $z_{-1}$  – dem auf Geld- und Finanzaktiva aufzuteilenden Betrag  $c$  am Beginn der Folgeperiode

$$(1) \quad p_{-1}y_{-1} + z_{-1} \equiv c .$$

Dieser Beitrag wird – abzüglich des ersten Kassenbetrages – in Wertpapieren zu einem Zinssatz von  $r_b > 0$  gehalten. Während der Periode  $t = 1$  werden in gleichen Zeitabständen  $n$ -mal identische Wertpapierteilbestände verkauft und zur Wiederauffüllung der Kasse um identische Beträge verwendet. Die Kasse wird kontinuierlich abgebaut und verzinst sich mit einem Satz von  $r_m \leq 0$ . Für jede Transaktion von Finanzaktiva in Geldaktiva ergeben sich Kosten in Höhe von  $k$ . Der Gewinn der Finanzabteilung  $\Pi_f$  setzt sich aus den Zinseinkünften, vermindert um die Transaktionskosten, zusammen (Fisher [1979])

$$(2) \quad \Pi_f = c [r_b(n-1)/2n + r_m/2n] - nk .$$

Nimmt man an, daß  $n$  hinreichend groß ist und durch die als stetig angenommene Funktion

$$(3) \quad n = g(x_f), \quad g'(x_f) > 0, \quad g''(x_f) \leq 0, \quad g(0) = 0$$

approximiert werden kann, so stellt  $g(x_f)$  die Produktionsfunktion der Finanzabteilung dar. Die Größe  $x_f$  repräsentiert die zu diesem Zweck eingesetzte Faktormenge, die zusammen mit den restlichen zur Güterproduktion verwendeten Faktoren  $x_p$  den Gesamtfaktorbestand ergeben<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Anstelle von  $x$  können auch die Faktoren Kapital und Arbeit verwendet werden, wodurch sich aber das Problem nicht grundsätzlich ändert.

$$(4) \quad x \equiv x_f + x_p, \quad x - x_f > 0, \quad x - x_p > 0 .$$

Die Produktionsfunktion der Produktionsabteilung lautet

$$(5) \quad y = f(x_p) = f(x - x_f), \quad f'(x_p) > 0, \quad f''(x_p) \leq 0, \quad f(0) = 0 .$$

Unter Berücksichtigung der Güterpreise  $p$  und der Faktorpreise  $w$  erhält man den Gewinn der Produktionsabteilung

$$(6) \quad \Pi_p = pf(x_p) - wx_p .$$

Der zu maximierende Unternehmensgewinn lautet folglich:

$$(7) \quad \begin{aligned} \Pi &= \Pi_p + \Pi_f \\ &= c[r_b(g(x_f) - 1) / 2g(x_f) + r_m / 2g(x_f)] \\ &\quad - kg(x_f) + pf(x - x_f) - w(x - x_f) . \end{aligned}$$

Aus Gleichung (7), wird deutlich, daß es das Ziel der Unternehmensleitung ist, beide Gewinnkomponenten ( $\Pi_p, \Pi_f$ ) zu maximieren, indem eine optimale Gütermenge und eine optimale Kassenhaltung angestrebt wird. Beide Bereiche sind durch die angenommene Ressourcenbeschränkung und durch das Marktergebnis der Vorperiode miteinander verbunden; einen Input-Output-Zusammenhang läßt sich zwischen kontemporärer Kassenhaltung und physischem Produktionsergebnis nicht entdecken.

### III. Optimaler Ressourceneinsatz

Maximiert man (7) in bezug auf den Einsatz von  $x_f$ , so erhält man die Bedingung 1. und 2. Ordnung für ein Maximum von

$$(8) \quad \begin{aligned} \partial \Pi / \partial x_f &= cr_b(g'(x_f) / 2(g(x_f))^2 + cr_m / 2(g'(x_f))) \\ &\quad - kg'(x_f) - pf'(x_p) + w = 0 \end{aligned}$$

und

$$(9) \quad \begin{aligned} \partial^2 \Pi / \partial x_f^2 &= cr_b \frac{g''(x_f)g(x_f) - 2(g'(x_f))^2}{2(g(x_f))^3} + cr_m \frac{1}{2(g''(x_f))} \\ &\quad - kg''(x_f) - pf''(x_p) < 0 \end{aligned}$$

Nimmt man für die Produktionsfunktion (3) eine lineare Technologie

$$(10) \quad g(x_f) = ax_f, \quad a > 0$$

an, so lassen sich die Bedingungen 1. und 2. Ordnung als

$$(8') \quad \partial \Pi / \partial x_f = cr_b / 2ax_f^2 - cr_m / 2ax_f^2 - ka - pf'(x_p) + w = 0$$

und

$$(9') \quad \partial^2 \Pi / \partial x_f^2 = -c(r_b - r_m) / ax_f^3 - pf''(x_p) < 0$$

schreiben, wobei ein Maximum für  $c(r_b - r_m) / ax_f^3 > pf''(x_p)$  erfüllt ist. Aus (8') kann die gewinnoptimale Verwendung des Produktionsfaktors in der Finanzabteilung unmittelbar abgeleitet werden

$$(11) \quad x_f^* = \left( \frac{c(r_b - r_m)}{2a(ka + pf'(x_p) - w)} \right)^{1/2}.$$

Die Güterproduktion ergibt sich folglich aus

$$(12) \quad y = f(x - x_f^*)$$

und ist um so größer, je höher die Güterpreise und je niedriger die Kosten der Produktionsabteilung sind, aber vor allem: je geringer die Opportunitätskosten der Kassenhaltung sind und je größer die Grenzproduktivität  $a$  der Finanzabteilung ist. Nicht die Höhe der realen Kassenhaltung bestimmt eigentlich den Umfang der Güterproduktion, sondern die angewendete Technologie bei ihrer Verwaltung, wie sie in der Produktionsfunktion  $g(x_f)$  zum Ausdruck kommt. Ferner sind – wie zu erwarten ist – die Kosten  $k$  von Bedeutung.

Der Ansatz stellt ein spezielles Problem der Mehrproduktfirma dar, der es auf der mikroökonomischen Ebene nicht zuläßt, die Leistungen beider Abteilungen in einer Produktionsfunktion zusammenzufassen. In der Produktionsabteilung werden Güter erstellt, die einen Erlös im Markt erzielen; in der Finanzabteilung werden Transaktionen produziert, die einen bestimmten Zinsertrag erbringen und zu einer bestimmten durchschnittlichen Kassenhaltung führen. In einer Welt des Naturaltausches tritt an die Stelle der Finanzabteilung eine Güterauschabteilung mit vielfältigen Lagerhaltungsproblemen und einem hohen Faktorverbrauch für Transaktionen, woraus sich eine vergleichsweise geringe Güterproduktion ergibt. In der Gegenwelt der perfekt abgestimmten Güter- und Geldtransaktionen wird die Haltung von Geld- und Finanzaktiva überflüssig und die Faktoren können ausschließlich zur Gütererstellung verwendet werden.

#### IV. Optimale Kassenhaltung

Fragt man nicht nach dem gewinnmaximalen Einsatz des Faktors  $x_f$  in der Finanzabteilung, sondern nach der optimalen Anzahl der Transaktionen von Wertpapieren in Kassenbestände, so ist in (7)  $g(x_f)$  durch  $n$  zu ersetzen und maximieren. Die Bedingung 1. und 2. Ordnung lauten:

$$(13) \quad \partial \Pi / \partial n = c(r_b - r_m) / 2n^2 - k - pf'(x_p) \cdot g^{-1}(n) + wg^{-1}(n) = 0$$

und

$$(14) \quad \partial^2 \Pi / \partial n^2 = -c(r_b - r_m) / n^3 - p[f''(x_p)(g^{-1}(n))^2 + f'(x_p)g^{-1}(n)] + wg^{-1}(n) < 0 .$$

Verwendet man auch an dieser Stelle die Produktionsfunktion der Finanzabteilung  $n = g(x_f) = ax_f$ , so ergibt sich für die Bedingung erster und zweiter Ordnung

$$(13') \quad c(r_b - r_m) / 2n^2 = k + pf'(x_p) / a + w/a$$

und

$$(14') \quad c(r_b - r_m) / n^3 > p(f''(x_p) / a^2) .$$

Aus (13') folgt unmittelbar für die optimale Anzahl der Transaktionen:

$$(15) \quad n^* = \left( \frac{c(r_b - r_m)}{2(k + pf'(x_p) / a + w/a)} \right)^{1/2}$$

und die optimale durchschnittliche Kassenhaltung  $M_{\text{K}}$  von

$$(16) \quad M_{\text{K}} = c / 2n^* \\ = \left( \frac{c(k + pf'(x_p) / a + w/a)}{2(r_b - r_m)} \right)^{1/2} .$$

Nimmt man ferner an, daß der Güterpreis das Preisniveau hinreichend gut approximiert<sup>2</sup>, so beträgt die optimale durchschnittliche Realkasse  $m_{\text{K}} = M_{\text{K}}/p$

$$(17) \quad m_{\text{K}} = \left[ (c/p) \left( \frac{k/p + f'(x_p)/a + (w/p)(1/a)}{2(r_b - r_m)} \right) \right]^{1/2} .$$

<sup>2</sup> Diese Annahme ist nicht entscheidend für die nachfolgenden Ausführungen und dient zur Vereinfachung des Problems.

Die Nachfrage nach Realkasse hängt offensichtlich unter Vernachlässigung der Zinseinnahmen aus der Vorperiode  $z_{-1}$  von drei Determinanten ab: (1) Zunächst ist der reale Output der Vorperiode zu nennen ( $c/p \equiv y_{-1} (p_{-1}/p)$ ), der positiv mit der Realkasse verbunden ist. (2) Ferner bewirkt eine Änderung der Realverzinsung von Wertpapieren eine inverse Veränderung der Realkasse. Es wird angenommen, daß der Ertrag der Kassenhaltung  $r_m$  gleich der Inflationsrate ( $r_m < 0$ ) oder Deflationsrate ( $r_m > 0$ ) ist und daher die Differenz  $\hat{r} = r_b - r_m$  die Netto-Opportunitätskosten der Kassenhaltung darstellen. (3) Schließlich wird die optimale reale Kassenhaltung durch eine Reihe von Größen positiv beeinflusst ( $k/p, f'(x_p) / a, (w/p) (1/a)$ ), die unmittelbar – wie die Grenzproduktivitäten in beiden Abteilungen – oder mittelbar – wie die Faktor- und Transaktionskosten – aus der in den beiden Abteilungen angewandten Technologie folgen.

Die durchschnittliche Realkasse ist folglich eine Funktion des Realwertes der Produktion der Vorperiode

$$(18) \quad y_{-1}^r = c/p = y_{-1} (p_{-1}/p) ,$$

ferner der Netto-Opportunitätskosten der Kassenhaltung

$$(19) \quad \hat{r} = r_b - r_m$$

und der angewendeten Technologie in beiden Abteilungen

$$(20) \quad T = \Phi(k/p, w/p, f'(x_p), a)$$

und kann daher als

$$(21) \quad m_{\$}^* = \varphi(y_{-1}^r, \hat{r}, T)$$

geschrieben werden, wobei aus (17) sich

$$\partial m_{\$}^* / \partial y_{-1}^r > 0, \partial m_{\$}^* / \partial \hat{r} < 0, \partial m_{\$}^* / \partial T \cong 0$$

ergibt. Würde man nun die Realkasse  $m_{\$}^*$  – wie dies in den eingangs zitierten Untersuchungen vorgenommen wird – in die Produktionsfunktion als Faktor einbeziehen, so ergibt sich eine bestimmte Kausalstruktur zwischen  $m_{\$}^*$  und  $y^r$ . Dieser Fragestellung soll im folgenden Abschnitt auf makroökonomischer Ebene nachgegangen werden.

## V. Empirische Überprüfung des Zusammenhanges von Output und realer Geldmenge

Zur Überprüfung des makroökonomischen Zusammenhangs zwischen realem Output und den Größen Arbeit, Kapital und Realkasse empfiehlt es sich auf Grund der vermuteten komplexen Wechselwirkungen zwischen  $y^r$  und  $m$ , die sich – wie analytisch gezeigt wurde – nicht in einer simplen Produktionsbeziehung erschöpfen, die Laglängen, d. h. die Anzahl verzögerter Werte der endogenen wie exogenen Variablen prinzipiell offen zu lassen. Es liegt daher nahe, ein empirisches Verfahren anzuwenden, daß die Lagstruktur ohne A-priori-Restriktionen bestimmt und in allgemeiner Form komplexere stochastische Prozesse in den Input- und der Outputvariablen abbildet. Die von Hsiao [1979], [1981] vorgeschlagene Vorgehensweise erfüllt diese Voraussetzungen; das Verfahren selbst und die sich daran anschließenden Kausalitätsüberlegungen werden im Anhang dargestellt.

Für den Zeitraum von 1960 bis 1983 wurden für die Bundesrepublik Deutschland die nachstehenden Quartalsdaten zur Überprüfung des Zusammenhangs zwischen Output- und realer Geldmenge unter Einbeziehung der traditionellen Produktionsfaktoren ausgewählt. Für den Output  $y^r$  wurde das deflationierte Bruttosozialprodukt verwendet, die reale Geldmenge  $m$  wurde aus der ebenfalls deflationierten Geldmenge  $M1$  gebildet. Der Arbeitseinsatz  $A$  wurde durch die Anzahl der Arbeitsstunden wiedergegeben. Bekanntlich stellt die Operationalisierung des tatsächlichen Kapitaleinsatzes  $K$  erhebliche Probleme dar, insbesondere die Abschätzung des Nutzungsgrades des Kapitalstocks. Als approximative Größe für den Kapitalverzehr wurden daher die deflationierten Abschreibungen verwendet und notwendigerweise die damit verbundenen Fehler in Kauf genommen. Alle Zeitreihen wurden saisonbereinigt, logarithmiert und die ersten Differenzen gebildet. Die so transformierten Zeitreihen entsprachen der Erfordernis der Stationarität.

Nachstehend sind die Struktur und Lagorder der FPE-minimalen LS-Schätzungen angegeben, wobei Tabelle 1 die Beziehung zwischen dem Bruttosozialprodukt als endogener Größe sowie Arbeit, Kapital und realer Geldmenge als exogene Größen abbildet. Die Reihenfolge der exogenen Variablen orientiert sich an der a priori angenommenen Bedeutung der Inputfaktoren für die Produktion. Tabelle 2 bezieht sich auf die umgekehrte Fragestellung; es wird der Zusammenhang zwischen der realen Geldmenge als endogener Größe und Bruttosozialprodukt, Arbeit und Kapital als exogene Größen dargestellt.



Tabelle 1

**FPE-minimale Struktur für die Produktionsfunktion**

Variable	Regressions- koeffizienten	Std.-Fehler	t-Wert
$y^r$			
t = 1	-0,650	0,105	-6,209
t = 2	-0,533	0,112	-4,746
t = 3	-0,190	0,097	-1,964
t = 4	-0,384	0,086	-4,479
A			
t = 0	0,985	0,147	6,674
t = 1	1,085	0,184	5,894
t = 2	0,727	0,171	4,259
K			
t = 2	-0,296	0,176	-1,677
t = 3	-0,525	0,198	-2,655
t = 4	-0,394	0,176	-2,241
$m_1$	-	-	-
Konstante	-0,002	0,002	-1,040
FPE <sub>min</sub> = 0,00048		N = 85	

Wendet man die im Anhang beschriebenen Kausalitätsdefinitionen auf die Ergebnisse in den Tabellen 1 und 2 an, so zeigt sich ein eindeutiges Ergebnis: Die reale Geldmenge ist nicht – wie es für einen Produktionszusammenhang zu erwarten wäre – kausal für das reale Bruttonsozialprodukt. Dieser Schluß kann aus dem Vergleich der FPE-Werte gezogen werden, die sich aus der Überprüfung der Produktionsfunktion ergeben:  $FPE(m, 0) = 0,00048$  und  $FPE(m, n) = 0,00051$ , wobei im ersten Fall die reale Geldmenge als Produktionsfaktor ausgeschlossen und im zweiten Fall kontemporär zugelassen wird; zeitverzögerte Berücksichtigungen der realen Geldmenge ergeben allenfalls höhere FPE-Werte. Die Überprüfung der realen Geldmenge mit Hilfe der gleichen Variablen führt zu  $FPE(0, m) = 0,01266$  und  $FPE(n, m) = 0,01509$ . Im ersten Fall wird auf das reale Bruttonsozialprodukt

Tabelle 2

## FPE-minimale Struktur für die reale Geldmenge

Variable		Regressions- koeffizienten	Std.-Fehler	t-Wert
$m_1$	t = 1	-0,528	0,117	-4,524
	t = 2	-0,328	0,126	-2,596
	t = 3	-0,227	0,108	-2,106
	t = 4	-0,671	0,107	-6,285
	t = 5	-0,232	0,128	-1,819
	t = 6	-0,222	0,103	-2,152
$y^r$	-	-	-	-
A	-	-	-	-
K	t = 2	-2,864	1,064	-2,691
	t = 3	1,715	1,139	1,505
	t = 4	-1,321	1,161	-1,137
	t = 5	-2,703	1,116	-2,422
	t = 6	0,723	1,158	0,625
	t = 7	1,415	1,102	1,285
	t = 8	0,707	1,127	0,627
	t = 9	-0,652	1,111	-0,587
	t = 10	1,331	1,092	1,219
	t = 11	-2,803	1,066	-2,629
	Konstante		-0,004	0,012
FPE <sub>min</sub> = 0,01266      N = 78				

zur Erklärung der realen Geldmenge verzichtet, im zweiten Fall wird es hinzugenommen. Damit kann auf makroökonomischer Ebene kein Hinweis dafür gefunden werden, daß Veränderungen des Outputs eine Veränderung der realen Geldmenge zu Transaktionszwecken hervorrufen. Möglicherweise bilden die Quartalsdaten ein zu grobes Raster, um kurzfristige Wech-

selwirkungen aufdecken zu können. Festzuhalten ist aber, daß die Verwendung der Realkasse – durch  $M1$  operationalisiert – als Produktionsfaktor aus den verwendeten empirischen Daten und den erzielten Resultaten nicht abgeleitet werden kann.

### Anhang

Voraussetzung für die Anwendung des *Hsiao*-Verfahrens ist, daß die Zeitreihen  $y_t$ ,  $x_{1t}$  bis  $x_{kt}$  stationär sind, wobei  $y_t$  die endogene und  $x_{1t}$  bis  $x_{kt}$  die exogenen Variablen des Systems sind. Zur Vereinfachung der Darstellung soll zunächst davon ausgegangen werden, daß das System lediglich die Elemente  $y_t$  und  $x_t$  enthält. Somit ergibt sich ein bivariates autoregressives Modell

$$(A1) \quad y_t = \psi_{11}(L) y_t + \psi_{12}(L) x_t + u_t$$

$$(A2) \quad x_t = \psi_{21}(L) y_t + \psi_{22}(L) x_t + v_t$$

mit

$$\psi_{ij}(L) = \sum_{l=1}^{M_{ij}} \psi_{ijl} L^l,$$

wobei  $L$  den Lagoperator darstellt ( $Ly_t = y_{t-1}$ ). Die Größen  $u_t$  und  $v_t$  sind White-noise-Innovationsterme mit einer konstanten Kovarianzmatrix:

$$(A3) \quad E \begin{pmatrix} u_t \\ v_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_s \\ v_s \end{pmatrix} = \delta_{t,s} \Omega$$

und den Mittelwerten von Null. Die Ordnung der Lags wird unter Anwendung der LS-Schätzung durch die Minimierung des Final Prediction Errors (FPE) (*Akaike* [1969]) für  $y$ :  $E(y_t - \hat{y}_t)^2$  ermittelt, wobei  $\hat{y}_t$  der geschätzte Wert von  $y_t$

$$(A4) \quad \hat{y}_t = \hat{\psi}_{11}^m(L) y_t + \hat{\psi}_{12}^n(L) x_t + \hat{a}$$

mit der Lagstruktur  $m, n \leq M$  ist,  $M$  die a priori festgesetzte höchste Lagordnung bezeichnet und  $\hat{\psi}$  und  $\hat{a}$  die LS-Schätzer darstellen. In diesem Fall ist das FPE-Kriterium von *Akaike* [1969] als

$$(A5) \quad \text{FPE}_y(m, n) = \frac{N + m + n + 1}{N - m - n - 1} \cdot \sum_{t=1}^N (y_t - \hat{y}_t)^2 / N$$

definiert, wobei  $N$  die Anzahl der Beobachtungen repräsentiert.

Für alle exogenen Variablen  $x_{1t}$  bis  $x_{kt}$  lautet der geschätzte Wert  $\hat{y}_t$  analog zu (A4)

$$(A4') \quad \hat{y}_t = \hat{\psi}_{11}^m(L) y_t + \hat{\psi}_{12}^{n_1}(L) x_{1t} + \hat{\psi}_{13}^{n_2}(L) x_{2t} + \dots + \hat{\psi}_{1k+1}^{n_k}(L) x_{kt} + \hat{a},$$

mit der Lag-Struktur  $m, n_1 \dots n_k \leq M$ . Das FPE-Kriterium ist in diesem Fall definiert als

$$(A5') \quad \text{FPE}_y(m, n) = \frac{N + m + n_1 + n_2 + \dots + n_k + 1}{N - m - n_1 - n_2 - \dots - n_k - 1} \cdot \sum_{t=1}^N (y_t - \hat{y}_t)^2 / N.$$

Die optimale Lagstruktur erhält man durch die Variation von  $m$  und  $n_1$  bis  $n_k$  derart, daß der FPE-Wert minimiert wird. Der FPE versucht, die Verzerrung der Parameterschätzung, die aus der Wahl einer zu niedrigen Lagordnung entstehen können, gegen die Ineffizienz der Schätzung bei zu hoher Lagordnung auszugleichen. Dabei gewichtet das FPE-Kriterium die Eigenschaft der Unverzerrtheit höher als die Effizienz der Schätzung. Somit besteht eine Tendenz zu größeren Lagordnungen bei unverzerrten Parameterschätzungen mit höherer Varianz.

Die Lagordnungen  $m, n_1 \dots n_k$  werden in drei Schritten wie folgt bestimmt (*Blang / Schöler* [1987]):

In einem ersten Schritt wird der AR-Prozeß für  $y$  geschätzt und diejenige Lag-Ordnung für  $m$  gewählt, die den FPE mit  $\hat{y}_t = \hat{\psi}_1^m(L) y_t + \hat{a}$  minimiert. Dann wird die erste exogene Variable in das System eingeführt und – für gegebenes  $m$  – diejenige Lag-Ordnung für  $n_1$  gewählt, die den FPE mit  $\hat{y}_t = \hat{\psi}_1^m(L) y_t + \hat{\psi}_2^{n_1}(L) x_{1t} + \hat{a}$  minimiert. Der zuletzt erzielte FPE wird mit dem minimalen FPE für den AR( $m$ )-Prozeß in  $y$  verglichen: Ist der erste minimale FPE geringer als der letzte, so leistet  $x_1$  zur Erklärung des Output-Prozesses in  $y$  keinen Beitrag und wird nicht als Input-Größe für  $y$  angesehen. Dieses Vorgehen wird nacheinander für alle  $x_1, x_2, \dots, x_k$  angewendet. In der Gleichung verbleiben diejenigen Variablen, die zur Minimierung des FPE mit den Lag-Ordnungen  $m, n_1 \dots, n_k$  beitragen. Da die Variablen sequentiell in die Gleichung einbezogen werden, können die Lag-Ordnungen der vorhergehenden Variablen inadäquat sein, weil relevante Input-Variable noch im System fehlen. Daher werden in einem zweiten Schritt die Schätzungen unter Einschluß aller verbliebenen Variablen mit gegebenem  $m, n_1 \dots, n_k$  wiederholt und nacheinander beginnend mit der Ordnung des AR-Prozesses in  $y$  wiederum durch Minimierung des FPE die Lag-Ordnungen  $m, n_1 \dots, n_k$  korrigiert. In einem dritten Korrekturschritt werden in gleicher Weise die niedrigsten Lags  $b_1, b_2, \dots, b_{k+1}$  des Systems

$$(A6) \quad \hat{y}_t = \hat{\psi}_{11}^m(L) y_{t-b_1} + \hat{\psi}_{12}^{n_1}(L) x_{1,t-b_2} + \dots + \hat{\psi}_{1k+1}^{n_k}(L) x_{k,t-b_{k+1}} + \hat{a}$$

bestimmt. Bei der Anwendung des Verfahrens wurde  $M$  auf 12 Perioden festgesetzt.

Zur Feststellung der Kausalitätsstruktur zwischen endogener und exogener Variablen wird von der Definition der Kausalität nach Granger [1969] ausgegangen:

1. *Kausalität*: Ist die Residualvarianz der LS-Projektion von  $y$  auf Grund der Datenvektoren  $\bar{y}$  und  $\bar{x}$  geringer als die Residualvarianz der Projektion von  $y$  aufgrund von  $\bar{y}$  alleine, so spricht man von unidirectional causality ( $x \Rightarrow y$ ):  $\sigma^2(y|\bar{x}, \bar{y}) < \sigma^2(y|\bar{y})$ . Die Vektoren enthalten nicht die kontemporären Werte von  $x$  oder  $y$ . Übertragen auf das Hsiao-Verfahren liegt Kausalität vor, wenn gilt:  $FPE_y(m, 0) > FPE_y(m, n)$ .

2. *Feedback-Kausalität*: Die Bedingung 1 ist sowohl für  $y$  mit  $x$  als exogener Variablen als auch für  $x$  mit  $y$  als exogener Variablen erfüllt ( $x \Leftrightarrow y$ ):  $\sigma^2(y|\bar{y}, \bar{x}) < \sigma^2(y|\bar{y}) \wedge \sigma^2(x|\bar{x}, \bar{y}) < \sigma^2(x|\bar{x})$ ;  $x$  und  $y$  bedingen sich gegenseitig. Auf den FPE-Wert übertragen gilt  $FPE_y(m, n) < FPE_y(m, 0) \wedge FPE_x(m, n) < FPE_x(0, n)$ .

3. *Gleichzeitige Kausalität*: Schließt der Datenvektor von  $x$  den aktuellen Wert  $x_t$  ein ( $\bar{x}$ ), was durch den Lagparameter  $\bar{n}$  gekennzeichnet wird, so wird von gleichzeitiger Kausalität gesprochen, wenn gilt:  $\sigma^2(y|\bar{y}, \bar{x}) < \sigma^2(y|\bar{y}, \bar{x})$ . Für den FPE-Wert gilt folglich:  $FPE_y(m, \bar{n}) < FPE_y(m, n)$ . Anhand des verwendeten Datenmaterials ist zu prüfen, welche der drei Kausalitätsbeziehungen zwischen Output und Realkasse vorliegt.

### Literaturverzeichnis

- Akaike, H. [1969], Fitting Autoregressive Models for Prediction, in *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Bd. 21, S. 243 - 247. – Baumol, J. W. [1952], The Transaction Demand for Cash: An Inventory Approach, in: *Quarterly Journal of Economics*, Bd. 66, S. 545 - 556. – Blang, H.-G. / K. Schöler [1987], Informationsgrundlagen und Preiserwartungen, in: *Ifo-Studien*, Bd. 33, S. 133 - 151. – Boyes, W. / D. C. Karanagh [1979], Money and the Production Function: A Test of Specification Errors, in: *Review of Economics and Statistics*, Bd. 61, S. 442 - 446. – Davidson, P. [1979], Money as a Factor of Production: Ultimate Neoclassical Theory or Keynesian Insight? A Rejoinder, in: *Journal of Post-Keynesian Economics*, Bd. 2, S. 280 - 282. – Fisher, S. [1974], Money and the Production Function, in: *Economic Inquiry*, Bd. 12, S. 517 - 533. – Friedman, M. [1969], The Optimum Quantity of Money and Other Essays, Chicago. – Granger, C. W. J. [1969], Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods, in: *Econometrica*, Bd. 37, S. 424 - 438. – Hsiao, C. [1979], Autoregressive Modeling of Canadian Money and Income Data, in: *Journal of the American Statistical Association*, Bd. 74, S. 553 - 560. – Hsiao, C. [1981], Autoregressive Modeling and Money-Income Causality Detection, in: *Journal of Monetary Economics*, Bd. 7, S. 85 - 106. – Moroney, J. R. [1972], The Current State of Money and Production Theory, in: *American Economic Review, Papers and Proceedings*, Bd. 62, S. 335 - 343. – Nguyen, H. V. [1986], Money in the Aggregate Production Function, in: *Journal of Money, Credit and Banking*, Bd. 18, S. 141 - 151.

– *Prais*, Z. [1975], Real Money Balances as a Variable in the Production Function, in: *Review of Economics and Statistics*, Bd. 57, S. 243 - 244. – *Saving*, T. R. [1972], Transactions Costs and the Firm's Demand for Money, in: *Journal of Money, Credit and Banking*, Bd. 4, S. 245 - 259. – *Short*, E. D. [1979], A New Look at Real Money Balances as a Variable in the Production Function, in: *Journal of Money, Credit and Banking*, Bd. 11, S. 326 - 339. – *Simos*, E. D. [1981], Real Money Balances as a Production Input, in: *Journal of Monetary Economics*, Bd. 7, S. 207 - 225. – *Sinai*, A. / H. H. *Stokes* [1972], Real Money Balances: An Omitted Variable from the Production Function? in: *Review of Economics and Statistics*, Bd. 54, S. 290 - 296. – *Tobin*, J. [1956], The Interest-Elasticity of Transactions Demand for Cash, in: *Review of Economics and Statistics*, Bd. 38, S. 241 - 247.

## Zusammenfassung

### Ist Geld wirklich ein Produktionsfaktor?

In diesem Beitrag werden die mikroökonomischen Grundlagen für die Aufnahmen der Realkasse in eine gesamtwirtschaftliche Produktionsfunktion untersucht. Dabei zeigt sich, daß die Realkasse nicht Produktionsfaktor, sondern Ergebnis einer speziellen Produktion, nämlich der Herstellung finanzwirtschaftlicher Transaktionen, ist. Daher kann sie weder gegen Produktionsfaktoren substituiert werden, noch besteht ein physischer Zusammenhang zwischen ihr und dem Output. Wird – wie in der Literatur häufig geschehen – die Realkasse als Produktionsfaktor in die gesamtwirtschaftliche Produktionsfunktion aufgenommen und diese empirisch getestet, so wird nicht ihr produktiver Beitrag, sondern andere recht komplexe Zusammenhänge zwischen Geldmenge und Output überprüft. Die eigene empirische Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Output und realer Geldmenge sowie Arbeitseinsatz und Kapital auf makroökonomischer Ebene bestätigt dieses analytische Ergebnis. Die Wirkungsrichtung  $m \rightarrow y'$  ließ sich empirisch nicht nachweisen. Dieses Resultat, das durch die Anwendung des *Hsiao*-Verfahrens gewonnen wurde, steht im Einklang mit den theoretischen Modellüberlegungen auf mikroökonomischer Ebene.

## Summary

### Money: Is it a Real Production Factor?

This contribution analyzes the microeconomic bases for including real balances in overall production functions. It turns out to be the case that real balances are not production factors in themselves, but a special product generated by financial transactions. For this reason, real balances can neither be substituted for production factors nor is there any physical relationship between them and output. If real balance, when included as production factors in overall economic production functions, which is often done in economic writing, are empirically tested, a number of fairly complex interrelations between money supply and output are analyzed rather than their productive contribution. This empirical analysis of the interrelations between output and real money supply as well as labour and capital input at a macroeconomic level corroborates this analytical result. It has not been possible to prove the formula expressing

the impact direction  $m \rightarrow y^r$ . This result obtained on the basis of the *Hsiao* procedure is compatible with theoretical model theories at the microeconomic level.

### Résumé

#### L'argent est-il vraiment un facteur de production?

L'auteur analyse les bases microéconomiques pour l'intégration de la caisse réelle dans une fonction de production macroéconomique. On voit que la caisse réelle n'est pas un facteur de production, mais le résultat d'une production spéciale, à savoir de la production de transactions économiques financières. Elle ne peut donc pas être substituée à des facteurs de production et il n'existe aucun rapport physique entre elle et l'output. Si, comme souvent dans la littérature, la caisse réelle est prise comme facteur de production dans une fonction de production macroéconomique et testée empiriquement, ce n'est pas sa contribution productive qui est examinée, mais d'autres rapports fort complexes entre la quantité de monnaie en circulation et l'output. La propre recherche empirique sur le rapport entre l'output et la quantité de monnaie en circulation réelle ainsi qu'entre l'emploi de la main-d'oeuvre et la capital au niveau macroéconomique confirme ce résultat analytique. L'effet dans la direction  $m \rightarrow y^r$  n'a pas pu être prouvé empiriquement. Ce résultat, obtenu en utilisant le procédé d'*Hsiao*, concorde avec les réflexions théoriques du modèle sur le plan microéconomique.