

# **Zur Integration von Betriebsergebnis- und Effektivzinsrechnung bei Disagiokrediten mit Festzinsvereinbarung**

Von Henner Schierenbeck, Münster

## **A. Problemstellung**

Die Kalkulation von Margen für Kundenkreditgeschäfte setzt unter anderem voraus, daß die vereinbarten Konditionen in einem einheitlichen Effektivzins ausgedrückt werden. Dabei entsteht eine Fülle von Problemen, die im Interesse der Steuerungsfunktion von Effektivzinsinformationen sachgerecht zu lösen sind. Ein für das Bank-Controlling zentrales Problem sei im folgenden herausgegriffen. Es geht dabei um die Frage, wie die Ergebnisse der Effektivzinsrechnung mit dem Zahlenmaterial der Betriebsergebnisrechnung synchronisiert werden können. Anders ausgedrückt, es geht darum, sicherzustellen, daß die tatsächlich vereinbarten (planmäßigen) Zinsüberschüsse exakt den auf der Grundlage von Effektivzinssätzen kalkulierten Zinsüberschüssen in den einzelnen Jahren entsprechen. Denn nur wenn dieses erreicht wird, kann von einem geschlossenen Controlling-Zyklus zwischen Entscheidungsrechnung und Ergebnisrechnung gesprochen werden.

Als eine mögliche Störgröße sind dabei – sieht man einmal von Systemmängeln der Margenkalkulation selbst ab – etwaige Disagiovereinbarungen bei Festzinskrediten anzusehen. Deren rechnungsmäßige Behandlung wird damit zu einem maßgeblichen Indikator für die Funktionsfähigkeit von Controllingsystemen im Wertbereich eines Kreditinstituts.

Die Effektivzinsrechnung erhält in diesem Zusammenhang die Aufgabe, das vereinbarte Disagio gemeinsam mit dem Nominalzins in einen Effektivzins umzurechnen. Je nach Methode wird dabei das Disagio in bestimmter Weise auf die durchschnittliche Kreditlaufzeit bzw. auf die durchschnittliche Dauer der Zinsbindung verteilt. In der Betriebsergebnisrechnung entsteht dagegen das Problem, daß dem Kunden lediglich der Kreditbetrag abzüglich Disagio ausgezahlt wird, dieser jedoch den gesamten Darlehensbetrag innerhalb der Kreditlaufzeit zurückzuzahlen hat und die Bank somit

das Disagio nach den Grundsätzen ordnungsmäßiger Buchführung und Bilanzierung zu bestimmten Zeitpunkten erfolgsmäßig vereinnahmen muß.

Das vereinbarte Disagio ist dementsprechend auf die Jahre der Laufzeit zu verteilen, und zwar so, daß sich ein jährlich gleichbleibender Effektivzins als Ausdruck für den aufgrund des Festzinscharakters periodisch konstanten Erfolgsbeitrags des betrachteten Kundenkreditgeschäfts ergibt.

Aus diesen Problemkreisen ergibt sich für die weiteren Ausführungen folgende Zielsetzung: Es gilt, die Methoden der Disagioverteilung dahingehend zu analysieren, daß sie sowohl einen jährlich gleichbleibenden Effektivzins für die Margenkalkulation garantieren als auch möglichst viele der folgenden Anforderungen erfüllen:

- vollständige Verteilung des gesamten Disagios,
- handels- und steuerrechtliche Zulässigkeit,,
- Steuerungsadäquanz der Effektivzinsinformationen,
- einfache und damit praxisnahe Handhabung.

Die Suche nach geeigneten Methoden erfolgt in zwei Stufen. Zunächst soll festgestellt werden, welche Methoden zur Effektivzinsberechnung generell zur Verfügung stehen und mit welchen Annahmen diese in bezug auf die zeitliche Disagioverteilung arbeiten. Hierauf aufbauend werden einerseits in der Praxis gebräuchliche Verfahren der Disagioverteilung hinsichtlich Zulässigkeit und Zweckmäßigkeit erörtert und andererseits theoretisch in Frage kommende, effektivzinsorientierte Methoden vorgestellt und anhand eines durchgängigen Beispiels diskutiert. In die Betrachtung einzubeziehen sind dabei sowohl Zeitaspekte durch Berücksichtigung von statischen und dynamischen Verfahren, als auch alle denkbaren Tilgungsmodalitäten, wie endfällige Tilgung, Ratentilgung mit und ohne Freijahren sowie Annuitätentilgung. Soweit möglich wird zusätzlich versucht, für die jeweiligen Verfahren bei alternativen Tilgungsformen Regeln zu entwickeln, die die Anwendung eventuell vereinfachen könnten.

Im Vordergrund der Betrachtung stehen hier Disagokredite mit Festzinsvereinbarung. Für die Verteilung des Damnum ist es dabei von Bedeutung, ob sich die Dauer der Zinsbindung auf die gesamte Kreditlaufzeit erstreckt oder ob sie sich auf eine gegenüber der Gesamtauflaufzeit kürzere Periode bezieht und der Kunde nach Ablauf in neue Konditionenverhandlungen eintreten muß. Fallen dementsprechend Kreditlaufzeit und Festzinsperiode auseinander, so kann das Disagio nicht mehr als zinsmäßiges Äquivalent für die Gesamtauflaufzeit des Kredits angesehen werden, sondern ist lediglich der Dauer der Zinsbindung anzulasten. An die Stelle der Gesamtauflaufzeit tritt

dann die Festzinsperiode als Disagioverbrauchszeit und die durchschnittliche Kreditlaufzeit ist zu ersetzen durch die durchschnittliche Festzinskreditlaufzeit. Im folgenden ist deshalb unter Laufzeit generell die Zinsbindungsdauer zu verstehen. Dort, wo keine zusätzlichen Angaben gemacht werden, entspricht sie jedoch vereinfacht der Gesamtaufzeit des Festzinskredites.

### **B. Methodenimmanente Annahmen zur zeitlichen Disagioverteilung bei Effektivzinsrechnungen**

Effektivzinssätze für Kreditgeschäfte mit Disagiovereinbarung lassen sich grundsätzlich mit Hilfe von Verfahren der Wirtschaftlichkeitsrechnung ermitteln. Insofern stehen zu ihrer Berechnung sowohl statische wie auch dynamische Ansätze zur Verfügung. In Betracht kommen für die anstehende Thematik folgende grundlegende Verfahren:

- (1) die traditionelle (statische) Methode
- (2) die klassische (dynamische) Interne Zinsfußmethode
- (3) die (dynamische) Reale Zinsfußmethode.

Die zur Verfügung stehenden Methoden unterscheiden sich nicht nur hinsichtlich der zugrunde liegenden Annahmen über die Berücksichtigung des Zeitfaktors und die Wiederanlage von zwischenzeitlichen Zahlungen, sondern verteilen einzubeziehende Konditionenbestandteile mit Ausnahme des Nominalzinssatzes auch unterschiedlich auf die Jahre der Nutzung. Die Wahl der Rechenmethode beeinflusst somit auch die Verteilung des Disagios über die Laufzeit eines Kredites und natürlich letztlich dessen Effektivzins. Sie ist dementsprechend sorgfältig abzuwegen<sup>1</sup>.

Während die dynamischen Rechenverfahren effektive Zahlungszeitpunkte berücksichtigen, arbeitet das traditionelle statische Verfahren auf Basis von Durchschnittswerten. Zur Berechnung des Effektivzinses werden die durchschnittlich pro Jahr anfallenden Erlöse aus dem Kreditgeschäft ermittelt und dem Auszahlungsbetrag gegenübergestellt:

---

<sup>1</sup> Um die Ausführungen übersichtlich zu gestalten, werden im folgenden jährliche Zins- und Tilgungszahlungen mit zeitsynchroner Zinsverrechnung unterstellt. Der Einbezug von unterjährigen Zins- und Tilgungsterminen würde lediglich zu einer Verkomplizierung der Berechnungen, nicht aber zu neuen Erkenntnissen führen. Weiterhin genügt es, die Betrachtung der Konditionenbestandteile auf Nominalzins und Disagio zu beschränken, da sich laufende sowie einmalige Kreditnebenkosten in diesen Komponenten berücksichtigen lassen.

$$i_{SR} = \frac{i_N + \frac{d}{n_D}}{1 - d}$$

Die Verteilung der einmaligen Kreditnebenkosten (hier repräsentiert durch das Disagio) erfolgt dabei mit Hilfe der durchschnittlichen Kreditlaufzeit, welche das durchschnittliche, während der Gesamtaufzeit verfügbare Kapitalnutzungsvolumen charakterisiert. Ihre Bestimmungsgleichung lautet unabhängig von der Tilgungsform

$$n_D = \frac{\sum_{t=1}^n K_t - F_N}{i_N \times F_N}$$

und lässt sich für den Fall der Ratentilgung auf

$$n_D = \frac{n - n_F + 1}{2} + n_F = \frac{n + n_F + 1}{2}$$

reduzieren<sup>2</sup>.

Aus der Formel für den statischen Effektivzins wird unmittelbar deutlich, welche Annahmen die traditionelle statische Rechenmethode hinsichtlich der zeitlichen Disagioverteilung trifft: Das Disagio wird grundsätzlich linear auf die durchschnittliche Kreditlaufzeit verteilt  $\left(\frac{d}{n_D}\right)$ . Jedem Jahr der Laufzeit wird also ohne Berücksichtigung des Zeitaspektes derselbe Anteil am Disagio zugewiesen.

Im Gegensatz zur statischen Rechenmethode, die eine Durchschnittsbetrachtung vornimmt, bezieht die dynamische „Interne Zinsfußmethode“ sämtliche Zahlungen eines Kreditgeschäfts nach Höhe und zeitlicher Verteilung differenziert und als Zahlungsreihe konkretisiert in den Effektivzinskalkül mit ein. Gesucht wird dann der Zinsfuß, bei dem die mit diesem

<sup>2</sup> Die erstgenannte Formel zur Berechnung der durchschnittlichen Kreditlaufzeit gilt nur für den im folgenden unterstellten, vereinfachten Fall, in dem Gesamtaufzeit und Zinsbindungsduer übereinstimmen. Sind Kreditlaufzeit und Disagioverbrauchszeit dagegen nicht identisch, so ist diese Formel in all den Fällen zu modifizieren, in denen der Kredit bis zum Ende der Festzinsperiode noch nicht vollständig getilgt wurde. Die durchschnittliche Festzinskreditlaufzeit bestimmt sich dann durch

$$n_D = \frac{\sum_{t=1}^n (K_t - T_t)}{i_N \times F_N} \quad \text{mit } n = \text{Festzinsperiode} \\ T_t = \text{Tilgung der Periode } t$$

Zinssatz abgezinsten Kapitaldienstleistungen dem Auszahlungsbetrag entsprechen:

$$F_0 \stackrel{!}{=} \sum_{t=1}^n \frac{K_t}{(1 + i_{IZM})^t}$$

Im Regelfall muß zur Berechnung dieses Effektivzinses ein Probierverfahren mittels verschiedener Versuchszinssätze angewendet werden. Eine Näherungslösung mit hinreichender Genauigkeit ist aber zu erreichen, indem man den Internen Zinsfuß vorab schätzt und ihn über den Disagioverteilungsfaktor als dynamische Komponente in die Berechnungsmethode des statischen Verfahrens miteinbezieht:

$$i_{IZM} = \frac{i_N + d \times DVF_{n_D}^{i_{IZM}}}{1 - d}$$

mit

$$DVF_{n_D}^{i_{IZM}} = \frac{AF_{n_D}^{i_{IZM}}}{RBF_{n_D}^{i_{IZM}}} \quad \text{und}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} AF_{n_D}^{i_{IZM}} = (1 + i_{IZM})^{-n_D} \\ RBF_{n_D}^{i_{IZM}} = \frac{(1 + i_{IZM})^{n_D} - 1}{i_{IZM} \times (1 + i_{IZM})^{n_D}} \end{array} \right.$$

Während die exakte Formel zur Ermittlung des Effektivzinses noch keine Schlüsse auf die Behandlung des Disagios zuläßt, wird aus der vereinfachten Version unmittelbar ersichtlich, welche Annahmen die Interne Zinsfußmethode hinsichtlich der zeitlichen Disagioverteilung trifft. Genau wie bei der statischen Methode erfolgt auch hier eine Verteilung des Disagios über die durchschnittliche Kreditlaufzeit, allerdings nicht gleichmäßig auf alle Perioden, sondern annuitäisch mit Hilfe des Disagioverteilungsfaktors. Das Disagio wird also bei der Effektivzinsberechnung mit der dynamischen Internen Zinsfußmethode so auf die Laufzeit verteilt, daß die Summe der pro Periode verrechneten und mit dem ermittelten Effektivzins bis zum Laufzeitende aufgezinsten Teilbeträge genau dem Gesamtdisagio entspricht.

Die Wahl der Internen Zinsfußmethode zur Effektivzinsberechnung hat gleichzeitig auch die Übernahme ihrer Prämissen zur Folge. Eine Wiederanlage zurückgezahlter Tilgungsbeträge bzw. Nachfinanzierung aufgeschobener Tilgsungsleistungen erfolgt unabhängig vom tatsächlichen Zinsniveau immer zum ermittelten Effektivzins und beeinträchtigt letztlich die Vergleichbarkeit von Krediten mit alternativen Tilgungsmodalitäten.

Die „Reale Zinsfußmethode“ als dritte Möglichkeit zur Effektivzinsberechnung unterscheidet sich von der Internen Zinsfußmethode insbesondere dadurch, daß sie deren implizite Verzinsungsprämissen ersetzt durch eine explizite, den tatsächlichen Gegebenheiten entsprechende Annahme bezüg-

lich der Nachfinanzierung bzw. Wiederanlage des Kapitaldienstes. Zwischenzeitliche Zahlungsdifferenzen werden hier nicht mehr zum Effektivzins verzinst, sondern mit einem bekannten, durchaus veränderbarem Zinssatz  $h$ , der sich an der Realität orientieren sollte. Mit diesem Marktzinssatz  $h$  werden alle Zins- und Tilgungsleistungen des betrachteten Kreditgeschäfts bis zum Ende der Gesamlaufzeit aufgezinst. Der Effektivzinssatz ist dann der Zinssatz, bei dem der mit ihm aufgezinste Auszahlungsbetrag genau dem zuvor ermittelten Endwert der Kapitaldienstleistungen entspricht:

$$F_0 \times (1 + i_{RZM})^n = \sum_{t=1}^n K_t (1 + h)^{n-t} \quad \text{oder}$$

$$i_{RZM} = \sqrt[n]{\frac{\sum_{t=1}^n K_t (1 + h)^{n-t}}{F_0}} - 1$$

Die Reale Zinsfußmethode stellt eine konsequente Verallgemeinerung der Internen Zinsfußmethode dar und geht in diese über, sobald Marktzins und Interner Zinsfuß identisch sind. Insofern gelten für die Disagioverteilung im Grundsatz die gleichen Überlegungen. Auch bei Effektivzinsberechnung mit Hilfe der Realen Zinsfußmethode erfolgt eine annuitätische Verteilung des Disagios über die durchschnittliche Kreditlaufzeit, allerdings mit anderen Annahmen hinsichtlich der verwendeten Zinsfüße. Im Gegensatz zur Internen Zinsfußmethode läßt sich aber eine vereinfachte Formel, die diese Zusammenhänge unmittelbar offensichtlich werden läßt, nicht ohne Weiteres konkretisieren.

### C. Verfahren der effektivzinskonstanten Disagioabgrenzung

Ziel dieser Untersuchung ist die Synchronisation von für die kalkulatorische Erfolgsrechnung notwendiger Effektivzinsberechnung und für die Betriebsergebnisrechnung erforderlicher Disagioabgrenzung. Hierzu muß der pro Kreditgeschäft kalkulierte und für die Dauer der Zinsbindung konstante Erfolgsbeitrag möglichst exakt den Zinsüberschüssen entsprechen, die unter Einfluß des jeweils aufgelösten Disagioteilbetrages tatsächlich in den einzelnen Jahren vereinnahmt werden. Die geforderte Synchronisation setzt also eine Disagioverteilung voraus, die einen für jedes Jahr der Laufzeit gleichbleibenden Effektivzins garantiert; gesucht werden dementsprechend effektivzinskonstante Möglichkeiten zur Disagioabgrenzung. Grundsätzlich in Frage kommen hierzu sowohl Verfahren auf Basis der bereits

beschriebenen Methoden zur Effektivzinsberechnung wie auch in der Praxis gebräuchliche Vorschriften und Vereinfachungsverfahren zur bilanziellen Disagioabschreibung. Alle Methoden sind insofern auf ihre Eignung zur effektivzinskonstanten Disagioabgrenzung hin zu überprüfen.

### I. Verfahren der bilanziellen Disagioabschreibung in der Praxis

Früher allgemein üblich, inzwischen aber steuerrechtlich nicht mehr zulässig, war eine voll ertragswirksame Verbuchung des gesamten Disagios zum Zeitpunkt der Kreditvergabe. Da jedoch alle Methoden der Effektivzinsberechnung das Disagio entweder linear oder annuitätisch auf die durchschnittliche Kreditlaufzeit verteilen, ist auch in der Betriebsergebnisrechnung eine Verteilung des Disagios über die Laufzeit erforderlich und nicht eine lediglich einmalige Verbuchung. Ungeachtet der rechtlichen Zulässigkeit muß von dieser Methode also auch unter Synchronisationsaspekten abgesehen werden.

Steuerlich vorgeschrieben ist prinzipiell eine passive Rechnungsabgrenzung und kapitalanteilige Auflösung des Disagios über die Jahre der Laufzeit. Empfohlen hierfür wird die Zinsstaffelmethode oder ihr äquivalente Verfahren. Die Zinsstaffelmethode verteilt das Disagio proportional zum pro Jahr zu verzinsenden Kapital und zwar entsprechend dem Produkt aus jährlichen Nominalzinsen und dem Verhältnis von Disagio zur Summe aller Nominalzinsen. Da die Höhe der Gesamtzinsen offensichtlich von der Tilgungsform abhängt und insofern für jeden Kredit einzeln berechnet werden muß, werden in der Praxis tendenziell Vereinfachungsverfahren angewendet. Die gebräuchlichste und auch steuerlich akzeptierte Methode ist hier wohl das Einzelberechnungsverfahren nach der digitalen Methode. Hierbei wird nicht nach unterschiedlichen Tilgungsformen unterschieden, sondern pauschal durch jährlich sinkende (digitale) Disagioauflösungsbeträge dem durch Tilgung abnehmendem Kreditbetrag Rechnung getragen. Dieses und ähnliche Vereinfachungsverfahren wurden zwar für steuerrechtliche Zwecke entwickelt, werden aber auch für die handelsrechtliche Rechnungslegung verwendet. Handelsrechtlich lassen sich nämlich mit Ausnahme des für Hypothekenbanken seit 1963 geltenden § 25 HBG keine zwingenden Vorschriften zur Disagioverteilung nachweisen. § 25 HBG schreibt für Darlehen eine Kombination aus tilgungsabhängiger und tilgungsunabhängiger Disagioverteilung vor, wobei der tilgungsunabhängige Anteil linear verteilt wird und mit steigender Höhe des Disagios zunimmt. Insofern kann auch diese Form der Disagioabgrenzung nicht zu einer Synchronisation zwischen Effektivzinsrechnung und Betriebsergebnisrechnung führen und ist folglich aus der weiteren Betrachtung auszuklammern.

Letztlich muß festgestellt werden, daß in der Praxis weder eindeutige Vorschriften hinsichtlich handels- und steuerrechtlicher Handhabung der Disagioverteilung existieren, noch die dort angewandten Verfahren im Sinne der hier betrachteten Problematik zufriedenstellen können. Da die Höhe des Effektivzinses bei Disagiokrediten grundsätzlich von den Tilgungsmodalitäten beeinflußt wird, kommen im weiteren lediglich die tilgungsabhängigen Verfahren der Disagioverteilung in Betracht und davon insbesondere die effektivzinsorientierten Methoden. Die Berechnung des Effektivzinses für die kalkulatorische Margenermittlung erfolgt nämlich auf Basis der zuvor beschriebenen statischen oder dynamischen Verfahren und läßt im Hinblick auf eine Synchronisation zwischen Effektivzinsberechnung und Betriebsergebnisrechnung auch eine Verwendung dieser Methoden zur Disagioverteilung zweckmäßig erscheinen. Damit kommen für die weitere Analyse prinzipiell in Frage:

- die Disagioabgrenzung mit Hilfe des statischen Effektivzinses auf Real- oder Nominalkapitalbasis
- die Disagioabgrenzung mit Hilfe des Internen oder Realen Zinsfußes.

## **II. Disagioabgrenzung mit Hilfe des statischen Effektivzinses auf Realkapitalbasis**

### *1. Generelle Bestimmung der Disagioteilbeträge*

Voraussetzung zur Disagioabgrenzung mit Hilfe des statischen Effektivzinses auf Realkapitalbasis ist zunächst dessen Berechnung. Hierzu werden die im Durchschnitt pro Jahr anfallenden Kostenbestandteile (Zinsen und Nebenkosten) auf den Auszahlungsbetrag, also auf das dem Kreditnehmer real zur Verfügung stehende Kapital, bezogen:

$$i_{SR} = \frac{i_N \times F_N + \frac{D}{n_D}}{F_N (1 - d)}$$

Gesucht werden in diesem Zusammenhang die pro Jahr zu verrechnenden Disagioteilbeträge  $D_t$ , die den statischen Effektivzins  $i_{SR}$  in jedem Jahr der Laufzeit unverändert lassen und deren Summe wiederum das Gesamtdisagio  $D$  ergibt. Die geforderte effektivzinskonstante Verteilung des Disagios auf die Jahre der Laufzeit wird dann erreicht, wenn die Summe aus Nominalzinsen und Disagioteilbetrag pro Jahr bezogen auf die um den Disagoprozentsatz gekürzte Restforderung in jedem Jahr immer den gleichen Effektivzins  $i_{SR}$  ergibt:

6\*

$$i_{SR} = \frac{i_N \times F_t + D_t}{F_t (1 - d)}$$

$$D_t = i_{SR} \times F_t (1 - d) - i_N \times F_t$$

Durch die Art der Ermittlung wurde die Effektivzinskonstanz der Verteilung sichergestellt. Die pro Jahr zu verrechnenden Disagioanteile ergeben sich jeweils aus der Differenz zwischen der mit dem statischen Effektivzins multiplizierten und um den Disagioprozentsatz gekürzten Restforderung und den jährlichen Nominalzinsen. Während der statische Effektivzins  $i_{SR}$  generell zuvor ermittelt werden kann und Disagioprozentsatz  $d$  sowie Nominalzinssatz  $i_N$  konstant sind, hängt die pro Jahr variierende Restforderung  $F_t$  von den vereinbarten Tilgungsmodalitäten ab. Diese sind bei Raten- sowie endfälliger Tilgung relativ leicht systematisch darstellbar, bei Annuitätentilgung hingegen von Fall zu Fall unterschiedlich und insofern wesentlich aufwendiger zu erfassen.

Um die im folgenden zu formulierenden tilgungsabhängigen Regeln zur Disagioverteilung anschaulicher zu gestalten, sollen sie durchgängig anhand eines einheitlichen Zahlenbeispiels verdeutlicht werden. Zugrunde gelegt wird hierzu der folgende Festzinskredit:

- Kreditbetrag               $F_N : 1000 \text{ DM}$
- Disagio                     $D : 100 \text{ DM}$
- Disagioprozentsatz  $d : 0,1 (= 10\%)$
- Zinssatz                    $i_N : 0,08 (= 8\%)$
- Laufzeit                    $n : 5 \text{ Jahre}$

Die Tilgungsmodalitäten werden je nach Fragestellung variiert.

## *2. Regeln zur zeitlichen Disagioverteilung*

### a) bei endfälliger Tilgung und Ratentilgung

Die Ermittlung genereller Regeln zur zeitlichen Disagioverteilung basiert auf der eingangs beschriebenen Gleichung für die Berechnung effektivzinskonstanter Disagioteilbeträge:

$$D_t = i_{SR} \times F_t (1 - d) - i_N \times F_t$$

Die Art der vereinbarten Tilgung findet hierbei Eingang in die Höhe der jeweiligen Restforderung sowie in die Ermittlung der durchschnittlichen Kreditlaufzeit, die letztlich die Höhe des statischen Effektivzinses mitbestimmt.

- Bei endfälliger Tilgung bleibt die Höhe der Restforderung konstant und entspricht dem Rückzahlungsbetrag des Kredites (also  $F_t = F_N$ ). Weiterhin sind durchschnittliche Kreditlaufzeiten und Gesamtaufzeit identisch (also  $n_D = n$ ). Damit ergibt sich

$$D_t = \frac{i_N \times F_N + \frac{D}{n}}{F_N(1-d)} \times F_N(1-d) - i_N \times F_N = \frac{D}{n}$$

Bei endfälliger Tilgung ist das Disagio also linear über die Gesamtaufzeit abzuschreiben. Für das Beispiel erhält man einen Effektivzins von

$$i_{SR} = \frac{0,08 \times 1000 + \frac{100}{5}}{1000(1-0,1)} = 0,11111 (\cong 11,111\%)$$

und die folgenden Disagioteilbeträge:

Zu Beginn $F_t = F_N$ $F_t(1-d)$ $i_{SR} \times (3)$ $i_N \times (2)$ $D_t = (4) - (5)$ Ermittlung mittels des Jahres						
Formel $\frac{D}{n}$						
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	1000	900	100	80	20	20
2	1000	900	100	80	20	20
3	1000	900	100	80	20	20
4	1000	900	100	80	20	20
5	1000	900	100	80	20	20
$\Sigma$				100	100	

Um eine Effektivzinskonstanz der Disagioverteilung zu gewährleisten, muß also in jedem Jahr der Laufzeit ein Teilbetrag von  $D = 20$  verrechnet werden.

- Bei Ratentilgung ohne Freijahre ermittelt sich die durchschnittliche Kreditlaufzeit als  $n_D = \frac{n+1}{2}$  und der Rückzahlungsbetrag sinkt jährlich in gleichen Raten. Für die Disagioverteilung gilt infolgedessen:

$$D_t = \frac{i_N \times F_N + \frac{D}{n_D}}{F_N(1-d)} \times F_t(1-d) - i_N \times F_t = \frac{D}{n_D} \times \frac{F_t}{F_N}$$

Da sich die Restforderung  $F_t$  von Jahr zu Jahr um den gleichen Betrag vermindert, verringert sich offensichtlich auch der pro Jahr zu verrechnende Disagioanteilbetrag um jeweils den gleichen absoluten Betrag. Bei Ratentilgung ohne Freijahre ist das Disagio also digital über die Gesamtalaufzeit abzuschreiben.

Für das Beispiel ergibt sich somit bei einer durchschnittlichen Kreditaufzeit von  $n_D = \frac{5 + 1}{2} = 3$  ein Effektivzins von

$$i_{SR} = \frac{0,08 \times 1000 + \frac{100}{3}}{1000 (1 - 0,1)} = 1,12593 (\cong 12,593\%)$$

und die folgenden Disagioanteilbeträge:

Zu Beginn des Jahres						Ermittlung mittels Formel		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	$\frac{D}{n_D}$	$\frac{F_t}{F_N}$	$D_t$
1	1000	900	113,33	80	33,33	33,33	1	33,33
2	800	720	90,67	64	26,67	33,33	0,8	26,67
3	600	540	68,00	48	20,00	33,33	0,6	20,00
4	400	360	45,33	32	13,33	33,33	0,4	13,33
5	200	180	22,67	16	6,67	33,33	0,2	6,67
$\Sigma$						100,00		100,00

- Die Ratentilgung mit Freijahren stellt eine Kombination aus den beiden zuvor dargestellten Tilgungsvarianten dar. Die durchschnittliche Kreditaufzeit ermittelt sich aus

$$n_D = \frac{n - n_F + 1}{2} + n_F$$

und die Disagioanteilbeträge wie bei Ratentilgung ohne Freijahre aus

$$D_t = \frac{D}{n_D} \times \frac{F_t}{F_N}$$

mit dem Unterschied, daß sich  $F_t$  erst nach Ablauf der Freijahre vermindert. Insofern ist das Disagio für die Dauer der Tilgungsfreiheit linear abzuschreiben ( $F_t = F_N!$ ), danach dann digital.

Unterstellt man für das Beispiel 2 Freijahre, so errechnet sich

$$n_D = \frac{5 - 2 + 1}{2} + 2 = 4 \text{ und } i_{SR} = \frac{0,08 \times 1000 + \frac{100}{4}}{1000 (1 - 0,1)} = 1,11667 (\triangleq 11,667\%)$$

Zu Beginn des Jahres	$F_t$	$F_t(1 - d)$	$i_{SR} \times (3)$	$i_N \times (2)$	$D_t = (4) - (5)$	Ermittlung mittels Formel $\frac{D}{n_D}$	$\frac{F_t}{F_N}$	$(7) \times (8)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
1	1000	900	105	80	25	25	1	25
2	1000	900	105	80	25	25	1	25
3	1000	900	105	80	25	25	1	25
4	666,67	600	70	53,33	16,67	25	0,6667	16,67
5	333,33	300	35	26,67	8,33	25	0,3333	8,33
$\Sigma$				100,00		-		100,00

### b) bei Annuitätentilgung

Kennzeichen der Annuitätentilgung ist die Zahlung von Zinsen und Tilgung in jährlich gleichbleibenden Beträgen. Die vom Kreditnehmer pro Jahr zu entrichtende Annuität setzt sich aus einem im Zeitablauf steigenden Tilgungsanteil zusammen. Die Höhe der Annuität und damit auch das Ausmaß der Tilgung sowie der Umfang der jährlichen Restforderung werden maßgeblich bestimmt durch den vereinbarten Nominalzins und die Gesamtlaufzeit des Kredites. Insofern gilt zwar zur Ermittlung der Disagioanteile die bereits zuvor ermittelte allgemeine Formel zur Disagioverteilung [ $D_t = i_{SR} \times F_t (1 - d) - i_N \times F_t$ ], ist aber die Entwicklung der Restschuldbeträge  $F_t$  nicht vorhersehbar und muß für jeden Fall individuell berechnet werden. Bevor die effektivzinskonstanten Disagioanteile ermittelt werden können, ist folglich ein Zins- und Tilgungsplan aufzustellen und die Höhe der jährlichen Restforderung zu berechnen.

Für das zuvor verwendete Beispiel ergibt sich eine Annuität von

$$A = \underbrace{\frac{i_N (1 + i_N)^n}{(1 + i_N)^n - 1}}_{WGF} \times F_N = \frac{0,08 (1 + 0,08)^5}{(1 + 0,08)^5 - 1} \times 100 = 250,46$$

und damit der folgende Tilgungsplan

Jahr <i>t</i>	Annuität <i>A</i>	Zinsen <i>i<sub>N</sub> × F<sub>t</sub></i>	Tilgung <i>A – i<sub>N</sub> × F<sub>t</sub></i>	Restschuld <i>F<sub>t+1</sub></i>
0				1000
1	250,46	80,00	170,46	829,54
2	250,46	66,36	184,1	645,44
3	250,46	51,63	198,83	446,61
4	250,46	35,73	214,73	231,88
5	250,54	18,55	231,91	– 0,03
$\Sigma$	1252,30	252,27	1000,03	–

Die durchschnittliche Kreditlaufzeit berechnet sich als

$$n_D = \frac{n \times A - F_N}{i_n \times F_n} = \frac{1252,30 - 1000}{0,08 \times 1000} = 3,15375$$

und der statische Effektivzins zu

$$i_{SR} = \frac{i_N \times F_N + \frac{D}{n_D}}{F_N (1 - d)} = \frac{0,08 \times 1000 + \frac{100}{3,15375}}{1000 (1 - 0,1)} = 0,12412 (\hat{=} 12,412\%)$$

Hieraus lassen sich nun schrittweise die folgenden effektivzinskonstanten Disagioabtrieäge ermitteln:

Zu Beginn des Jahres	<i>F<sub>t</sub></i>	<i>F<sub>t</sub> (1 – d)</i>	<i>i<sub>SR</sub> × (3)</i>	<i>i<sub>N</sub> × (2)</i>	<i>D<sub>t</sub> = (4) – (5)</i>
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	1000,00	900,00	117,71	80,00	31,71
2	829,54	746,59	92,67	66,36	26,31
3	645,44	580,9	72,1	51,63	20,47
4	446,61	401,95	49,89	35,73	14,16
5	231,88	208,69	25,9	18,55	7,35
$\Sigma$					100,00

Betrachtet man den Verlauf der Disagioabschreibung, so wird ersichtlich, daß sich bei Annuitätentilgung keine allgemeingültige Verteilungsvorschrift

formulieren lässt. Vielmehr müssen die einzelnen Teilbeträge in Abhängigkeit von der Höhe des Disagios, der Annuität, der Laufzeit sowie des Nominalzinses für jeden konkreten Fall berechnet werden.

Trotz fehlender einheitlicher Abschreibungsverläufe kann aber auch für den Fall der Annuitätentilgung eine Formel zur Ermittlung der Disagioteilbeträge abgeleitet werden<sup>3</sup>. Ihre Herleitung und auch spätere Verwendung erfordert allerdings mehr Rechenaufwand als bei den vorherigen Tilgungsvarianten.

Ausgangspunkt ist die bereits zuvor abgeleitete allgemeingültige Bestimmungsgleichung zur effektivzinskonstanten Disagioverteilung, die sich reduzieren lässt auf

$$(1) \quad D_t = \frac{d}{n_D} \times F_t$$

wobei sich  $n_D$  bei Annuitätentilgung ergibt aus

$$(2) \quad n_D = \frac{n \times A - F_N}{i_N \times F_N}$$

(2) in (1)

$$(3) \quad D_t = \frac{d \times i_N \times F_N}{n \times A - F_N} \times F_t$$

Schwierigkeiten in Formel (3) bereitet allein die Ermittlung der Restforderungsbeträge  $F_t$ , deren Entwicklung für jeden Kredit individuell verläuft. Um ihn allgemein darstellen zu können, soll zunächst von den Gleichungen zur Ermittlung jeder einzelnen jährlichen Restschuld ausgegangen werden, um dann daraus eine generelle Bestimmungsgleichung abzuleiten.

$$F_1 = F_N$$

$$F_2 = (1 + i_N) \times F_1 - A$$

$$F_3 = (1 + i_N) \times F_2 - A$$

$$= (1 + i_N) \times (1 + i_N) \times F_1 - A - A$$

$$= (1 + i_N)^2 \times F_N - (1 + i_N) \times A - (1 + i_N)^0 \times A$$

---

<sup>3</sup> Für die Herleitung dieser Formel danke ich Herrn Dipl.-Math. Dr. Hans Hofmann, wissenschaftlicher Mitarbeiter von Herrn Prof. Dr. D. Adam am Institut für industrielle Unternehmensforschung der Universität Münster.

## Allgemein

$$(4) \quad F_t = (1 + i_N)^{t-1} \times F_N - A \times \sum_{k=0}^{t-2} (1 + i_N)^{k-4}$$

$$F_t = (1 + i_N)^{t-1} \times F_N - A \times \frac{(1 + i_N)^{t-1} - 1}{(1 + i_N) - 1}$$

$$F_t = (1 + i_N)^{t-1} \times F_N - A \times \frac{(1 + i_N)^{t-1}}{i_N} + \frac{A}{i_N}$$

$$F_t = (1 + i_N)^{t-1} \times \left( F_N - \frac{A}{i_N} \right) + \frac{A}{i_N}$$

(4) in (3)

$$(5) \quad D_t = \frac{d \times i_N \times F_N}{n \times A - F_N} \times (1 + i_N)^{t-1} \times \left( F_N - \frac{A}{i_N} \right) + \frac{A}{i_N}$$

$$D_t = \frac{D \times i_N}{n \times A - F_N} \times \frac{(1 + i_N)^{t-1} \times (F_N \times i_N - A) + A}{i_N}$$

$$D_t = \frac{D \times A}{n \times A - F_N} + \frac{D \times (F_N \times i_N - A)}{n \times A - F_N} \times (1 + i_N)^{t-1}$$

Die hier entwickelte Gleichung gilt generell für die Disagioverteilung mit Hilfe der statischen Effektivzinsrechnung bei Annuitätentilgung. Die ersten beiden Quotienten sind hierbei konstant und müssen nur einmal ermittelt werden. Lediglich der letzte Term variiert pro Jahr der Laufzeit. Zur Verdeutlichung sollen die zuvor am Beispiel ermittelten Disagioteilbeträge noch einmal mittels obiger Formel (5) berechnet werden:

$$D_t = \underbrace{\frac{100 \times 250,46}{5 \times 250,46 - 1000}}_{99,27} + \underbrace{\frac{100 (1000 \times 0,08 - 250,46)}{5 \times 250,46 - 1000}}_{-67,56} \times 1,08^{t-1}$$

$$D_1 = 99,27 - 67,56 \times 1,08^0 = 31,71$$

$$D_2 = 99,27 - 67,56 \times 1,08^1 = 26,31$$

$$D_3 = 99,27 - 67,56 \times 1,08^2 = 20,47$$

$$D_4 = 99,27 - 67,56 \times 1,08^3 = 14,16$$

$$D_5 = 99,27 - 67,56 \times 1,08^4 = 7,35$$

<sup>4</sup> Der zweite Term der Differenz stellt eine geometrische Reihe dar. Dementsprechend findet hier die Summenformel für geometrische Reihen Anwendung.

Die Berechnungen zeigen, daß mit Hilfe der verwendeten Disagioverteilungsformel identische Ergebnisse wie bei der zuvor durchgeföhrten ausführlichen Berechnung zu erzielen sind. Der Disagioabschreibungsverlauf kann also so bestimmt werden, daß auch bei Annuitätentilgung die statische Effektivzinsrechnung mit der Betriebsergebnisrechnung den formulierten Anforderungen gemäß synchronisiert werden kann.

### 3. Zusammenhänge zur durchschnittszinskonstanten Disagioabgrenzung

Die für alternative Tilgungsmodalitäten entwickelten Disagioverteilungsregeln erfüllen nur dann die an sie gestellten Anforderungen, wenn zur Margenkalkulation der statische Effektivzins herangezogen wird und zusätzlich entsprechende Annahmen über die Bemessung des der Margenermittlung zugrundeliegenden Geschäftsvolumens getroffen werden:

- Als maßgebliche Volumensgröße ist nicht – wie es die Zinsertragsbilanz fordert – die unkomensierte Restforderung der Bank anzusetzen, welche dann durch passivische Rechnungsabgrenzungsposten um den noch nicht erfolgswirksam vereinnahmten Disagioanteil korrigiert wird, sondern die bereits gekürzte Buchschuld.
- Die Kürzung selbst ist unabhängig von der tatsächlichen bilanziellen Disagioverteilung unter der Annahme einer gleichmäßigen Verteilung des Disagios über die Disagioverbrauchszeit mit dem Faktor  $(1 - d)$  vorzunehmen, da ohne diese Vereinfachung so erhebliche mathematische Probleme auftreten, daß eine auch praktischen Zwecken genügende Problemlösung nicht mehr möglich ist.

Die Einhaltung dieser Bedingungen ist für eine Synchronisation zwischen Effektivzinsrechnung und Betriebsergebnisrechnung einerseits zwingend erforderlich, sie begründet aber andererseits die wichtigsten Kritikpunkte an der Disagioverteilung mit Hilfe der statischen Effektivzinsrechnung auf Realkapitalbasis:

- Die Zinsertragsbilanz als unkomensierte Bilanz weist auf der Aktivseite die zum Betrachtungszeitpunkt bestehende Restforderung und auf der Passivseite den jeweils noch nicht erfolgswirksam aufgelösten Bestandteil des Disagios aus. Die hier betrachtete Methode zur Effektivzinsberechnung bezieht dagegen alle Ertragsbestandteile und damit auch den pro Jahr zu verrechnenden Disagioanteil auf eine komensierte Größe und zwar auf die pauschal um den Disagoprozentsatz gekürzte Buchforderung. Es werden folglich auch keine passivischen Rechnungsabgrenzungsposten gebildet, obgleich faktisch eine zeitliche Disagioabgrenzung stattfindet.

- Neben fehlender Übereinstimmung zwischen maßgeblicher Volumengröße von Betriebsergebnis- und Effektivzinsrechnung muß außerdem ein logischer Widerspruch des Verfahrens bezüglich der abgegrenzten Disagioanteile hingenommen werden. Während die Höhe der pro Jahr abzugrenzenden Teilbeträge des Disagios von den Tilgungsmodalitäten abhängt und für jedes Jahr der Laufzeit ermittelt werden muß, erfolgt die oben angesprochene aktivische Kürzung der Buchforderung ungeachtet der tatsächlichen Disagioverteilung pro Jahr pauschal mit Hilfe des Faktors  $(1 - d)$ .

Darüber hinaus wurde mit Schreiben des Bundesministers der Finanzen vom 24. November 1977 (IV B 2 – S. 2133 – 18) diese auf Grundlage der statischen Normalversion vorgenommene Disagioabgrenzungsmethode für unzulässig erklärt.

Verordnet wurde stattdessen eine „durchschnittszinskonstante“ Abgrenzungsmethode, hinter der sich eine Disagioverteilung mit Hilfe der statischen Effektivzinsrechnung auf Nominalkapitalbasis verbirgt. Bezugsgrößen für die Berechnung des disagioverteilungs-relevanten Zinssatzes  $i_{SR}^N$  ist hier nicht das tatsächlich eingesetzte Kapital, sondern das Nominalkapital ohne Abzug des Disagios:

$$i_{SR}^N = \frac{i_N \times F_N + \frac{D}{n_D}}{F_N}$$

bzw. pro Jahr

$$i_{SR}^N = \frac{i_N \times F_t + D_t}{F_t}$$

Dementsprechend ergeben sich die effektivzinskonstanten Disagioteilbeträge aus

$$D_t = i_{SR}^N \times F_t - i_N \times F_t$$

Berechnet man hiermit die einzelnen Disagioteilbeträge für das bereits zuvor verwendete Beispiel (z.B. bei Ratentilgung ohne Freijahre) so erhält man identische Ergebnisse bei Verwendung der statischen Normalversion der Effektivzinsrechnung:

$$i_{SR}^N = \frac{0,08 \times 1000 + \frac{100}{3}}{1000} = 0,1133 (\triangleq 11,33\%)$$

Ende des Jahres	$F_t$	$F_t \times i_{SR}^N$	$F_t \times i_N$	$D_t = (3) - (4)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	1000	113,33	80	33,33
2	800	90,67	64	26,67
3	600	68,00	48	20,00
4	400	45,33	32	13,33
5	200	22,67	16	6,67
$\Sigma$				100,00

Wie der Vergleich der allgemeinen Formeln auf Real- und Nominalkapitalbasis zeigt, ist die hier erscheinende Ergebnisidentität nicht zufällig, sondern unabhängig von der Tilgungsform allgemein gültig:

$$D_t^R = i_{SR} \times F_t (1 - d) - i_N \times F_t$$

$$D_t^R = \frac{i_N \times F_N + \frac{D}{n_D}}{F_N (1 - d)} \times F_t (1 - d) - i_N \times F_t$$

$$D_t^R = \frac{i_N \times F_N + \frac{D}{n_D}}{F_N} \times F_t - i_N \times F_t$$

$$D_t^R = i_{SR}^N \times F_t - i_N \times F_t$$

$$D_t^R = D_t^N$$

Die durchschnittszinskonstante Methode besitzt jedoch gegenüber der statischen Normalversion den Vorteil, das Geschäftsvolumen als nominelle Kreditforderung (ohne Abzug des Disagios) auszuweisen und somit die wichtige Übereinstimmung mit der unkompensierten Zinsertragsbilanz herzustellen. Dieser Vorteil wird allerdings mit dem Nachteil erkauft, daß durch Wahl des Nominalbetrages als Bezugsgröße keine echten Effektivzinsinformationen mehr geliefert werden, da die Bank letztlich nur den um das Disagio gekürzten Betrag als Kredit finanzieren muß, nicht aber den gesamten Rückzahlungsbetrag. Insofern erscheint es sinnvoll, diesen Mangel zu kompensieren, indem man dem jährlich anzusetzenden passivischen Rechnungsabgrenzungsposten einen Erfolgsbestandteil zuordnet, der die Aufgabe erhält, den verzerrten Effektivzins zu korrigieren. Allerdings führt die

Berücksichtigung einer solchen Passivmarge für jeden einzelnen Disagokredit zu Verzerrungen in der Gesamtzinsspannenrechnung und ist aus diesem Grunde nicht zu empfehlen.

### **III. Disagioabgrenzung mit Hilfe des Internen Zinsfußes**

#### *1. Allgemeine Darstellung*

Eine Effektivzinsberechnung auf Basis der Internen Zinsfußmethode bezieht im Gegensatz zu den statischen Verfahren den Zeitaspekt mit in die Betrachtung ein. Auch hier erfolgt eine Auflösung des Disagios so, daß sich in den einzelnen Jahren ein konstanter Effektivzins diesmal in Höhe des internen Zinsfußes ergibt.

Dieses dynamische Verfahren interpretiert das Disagio als Ausdruck für die Differenz zwischen Rückzahlungs- und Auszahlungsbetrag des Kredits im Zeitpunkt der Darlehensvergabe, wobei der Auszahlungsbetrag definitionsgemäß dem Gesamtbetrag aller zukünftigen, mit dem Internen Zinsfuß abgezinsten Zins- und Tilgungszahlungen entspricht. Diese Differenz zwischen nomineller Restschuld und effektivem Barwert noch ausstehender Zahlungen zum Betrachtungszeitpunkt vermindert sich im Laufe der Zeit und bestimmt damit die Höhe des jeweils abzugrenzenden Disagios.

Die jährlichen Disagioteilbeträge ermitteln sich folglich wiederum als Differenz zwischen der mit dem Effektivzins bzw. dem Nominalzins multiplizierten, allerdings zum Teil modifizierten Restschuld. Als Effektivzins dient in diesem Zusammenhang der interne Zinsfuß. Im Unterschied zu den statischen Verfahren wird er allerdings nicht auf die nominelle, bzw. pauschal um den Disagioanteilsatz gekürzte Restforderung bezogen, sondern auf den effektiven Barwert der noch ausstehenden Zahlungen. Da der jeweilige Barwert mit Hilfe des Internen Zinsfußes berechnet wird, entspricht er genau der um den noch nicht vereinnahmten Disagioanteil gekürzten Restforderung. Insofern gelingt es hier, die tatsächliche bilanzielle Disagioverteilung auf Basis der Internen Zinsfußmethode auch bei der Ermittlung der volumensmäßigen Bezugssgröße zu berücksichtigen.

Wie schon bei der Disagioverteilung auf Basis des statischen Effektivzinses ist auch bei den dynamischen Verfahren nach Tilgungsmodalitäten zu differenzieren. Hier können allerdings keine generellen Verteilungsvorschriften angegeben werden, wohl aber je nach Tilgungsvariante verschiedene Formeln zur Ermittlung. Eine weitere Möglichkeit zur Berechnung der Disagioteilbeträge besteht darin, für jede einzelne Kreditvergabe die Differenz zwischen auf die jeweilige Restschuld bezogenem Effektivzins und

Nominalzins zu ermitteln. Beide Alternativen sollen im folgenden anhand des bereits zuvor verwendeten Beispiels und aller Tilgungsvarianten demonstriert werden.

## 2. Bestimmung der Disagioanteilbeträge am Beispiel

### a) Endfällige Tilgung

Bevor das Disagio auf die Jahre der Laufzeit verteilt werden kann, ist zunächst die Zahlungsreihe des Kredites aufzustellen und daraus der Interne Zinsfuß zu ermitteln:

$$-900 + \frac{80}{(1+i_{IZM})} + \frac{80}{(1+i_{IZM})^2} + \frac{80}{(1+i_{IZM})^3} + \frac{80}{(1+i_{IZM})^4} + \frac{1080}{(1+i_{IZM})^5} = 0$$

Durch Probieren erhält man den Internen Zinsfuß dieser Zahlungsreihe von  $i_{IZM} = 10,684\%$ . Auf der Basis dieses Effektivzinses ergibt sich dann die folgende Disagioverteilung, wobei als Bezugsgröße für den Effektivzins die um den noch nicht verrechneten Disagioanteil gekürzte Restforderung herangezogen wird (3):

Jahr	$F_t$	$F_t - D + \sum_{k=0}^{t-1} D_k$	$i_{IZM} \times (3)$	$i_N \times (2)$	$D_t = (4) - (5)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	1000	<u>900 + 0</u> 900	96,16	80	16,16
2	1000	<u>900 + 16,16</u> 916,16	97,88	80	17,88
3	1000	<u>916,16 + 17,88</u> 934,04	99,79	80	19,79
4	1000	<u>934,04 + 19,79</u> 953,83	101,91	80	21,91
5	1000	<u>953,83 + 21,91</u> 975,74	104,25	80	24,25
$\Sigma$					99,99

Einfacher kann das Disagio auf Basis des Internen Zinsfußes bei endfälliger Tilgung mit Hilfe der folgenden Formel<sup>5</sup> verteilt werden:

$$\begin{aligned}
 D_t &= \frac{(i_{IZM} - i_N) \times 1000}{(1 + i_{IZM})^n} (1 + i_{IZM})^{t-1} \\
 D_t &= \frac{(0,10684 - 0,08) \times 1000}{1,10684^5} \times 1,10684^{t-1} = 16,16 \times 1,10684^{t-1} \\
 D_1 &= 16,16 \times 1,10684^0 = 16,16 \\
 D_2 &= 16,16 \times 1,10684^1 = 17,89 \\
 D_3 &= 16,16 \times 1,10684^2 = 19,80 \\
 D_4 &= 16,16 \times 1,10684^3 = 21,91 \\
 D_5 &= 16,16 \times 1,10684^4 = 24,25 \\
 &\quad \underline{\hspace{1cm}} \\
 &100,01
 \end{aligned}$$

Wie das verwendete Beispiel zeigt, führen Formel und detaillierte Ermittlung zu identischen Ergebnissen (etwaige Differenzen beruhen auf Rundungsfehlern). Betrachtet man die Formel genauer, wird deutlich, daß der Quotient konstant bleibt, der Klammerausdruck jedoch im Zeitablauf steigt. Bei endfälliger Tilgung ergeben sich somit im Zeitablauf ansteigende Disagioteilbeträge.

### b) Ratentilgung ohne Freijahre

Voraussetzung für die Disagioabgrenzung ist auch hier wiederum die Ermittlung des Internen Zinsfußes. Für das bereits verwendete Beispiel ergibt sich  $i_{IZM}$  zu 12,33 % aus

$$-900 + \frac{280}{(1 + i_{IZM})} + \frac{264}{(1 + i_{IZM})^2} + \frac{248}{(1 + i_{IZM})^3} + \frac{232}{(1 + i_{IZM})^4} + \frac{216}{(1 + i_{IZM})^5} \stackrel{!}{=} 0$$

Die Ermittlung der Disagioteilbeträge erfolgt wiederum nach bekanntem Schema:

---

<sup>5</sup> Die Herleitung dieser und der im folgenden vorgestellten Formeln zur Disagioverteilung auf Basis des Internen Zinsfußes führt in diesem Zusammenhang zu weit. Vgl. hierzu Falkenroth, Günther, Damnum-Verteilung auf die Laufzeit des Darlehens, in: Der Betriebs-Berater, Heft 15, 1983, S. 642 f. und die dort angegebene Literatur.

Jahr	$F_t$	$F_t - D + \sum_{k=0}^{t-1} D_k$	$i_{IZM} \times (3)$	$i_N \times (2)$	$D_t = (4) - (5)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	1000	<u><math>1000 - 100 + 0</math></u> 900	110,97	80	30,97
2	800	<u><math>800 - 100 + 30,97</math></u> 730,97	90,13	64	26,13
3	600	<u><math>600 - 100 + 30,97 + 26,13</math></u> 557,10	68,69	48	20,69
4	400	<u><math>400 - 100 + 30,97 + 26,13 + 20,69</math></u> 377,79	45,58	32	14,58
5	200	<u><math>200 - 100 + 30,97 + 26,13 + 20,69 + 15,58</math></u> 192,37	32,72	16	7,72
$\Sigma$					100,09

Die Formel für die Ermittlung der Disagioanteilbeträge bei Ratentilgung ohne Freijahre lautet:

$$D_t = \frac{1}{n} (i_{IZM} - i_N) \times F_N \times \frac{(1 + i_{IZM})^{n+1-t} - 1}{i_{IZM} \times (1 + i_{IZM})^{n+1-t}}$$

bzw. für das Beispiel

$$D_t = \frac{1}{5} (0,1233 - 0,08) \times 1000 \times \frac{1,1233^{6-t} - 1}{0,1233 \times 1,1233^{6-t}} = 8,66 \times \frac{1,1233^{6-t} - 1}{0,1233 \times 1,1233^{6-t}}$$

$$D_1 = 30,96$$

$$D_2 = 26,12$$

$$D_3 = 20,68$$

$$D_4 = 14,57$$

$$D_5 = 7,71$$

Im Gegensatz zur endfälligen Tilgung ergeben sich bei der Ratentilgung ohne Freijahre im Zeitablauf fallende Disagioanteilbeträge, da  $(n + 1 - t)$  mit steigendem  $t$  abnimmt.

### c) Ratentilgung mit Freijahren

Die Ratentilgung mit Freijahren stellt eine Kombination aus den in a) und b) vorgestellten Varianten dar. Die tilgungsfreie Zeit ist vergleichbar mit dem Fall der endfälligen Tilgung, die Zeit danach entspricht der Ratentilgung ohne Freijahre. Dementsprechend kann bei Ratentilgung mit Freijahren eine Kombination beider Varianten erfolgen, indem für die tilgungsfreie Zeit und für die Zeit der Tilgung jeweils unterschiedliche Formeln verwendet werden und zwar die der vergleichbaren Tilgungsform unter Berücksichtigung der Freijahre..

Die sukzessive Ermittlung der Disagioanteile muß selbstverständlich weiterhin individuell erfolgen, da sich je nach Tilgungsmodalität unterschiedliche Zahlungsreihen und damit auch verschiedene Interne Zinsfuße ermitteln. Unterstellt man Ratentilgung mit 2 Freijahren, ergibt sich für das bekannte Beispiel ein Interner Zinsfuß von 11,27% aus

$$-900 + \frac{80}{(1+i_{IZM})} + \frac{80}{(1+i_{IZM})^2} + \frac{413,33}{(1+i_{IZM})^3} + \frac{386,66}{(1+i_{IZM})^4} + \frac{360}{(1+i_{IZM})^5} = 0$$

und als Disagioverteilung:

Jahr	$F_t$	$F_t - D + \sum_{k=0}^{t-1} D_k$	$i_{IZM} \times (3)$	$i_N \times (2)$	$D_t = (4) - (5)$	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	
1	1000	<u><math>\frac{1000 - 100 + 0}{900}</math></u>		101,43	80	21,43
2	1000	<u><math>\frac{1000 - 100 + 21,43}{921,43}</math></u>		103,85	80	23,85
3	1000	<u><math>\frac{1000 - 100 + 21,43 + 23,85}{945,28}</math></u>		106,53	80	26,53
4	666,67	<u><math>\frac{666,67 - 100 + 21,43 + 23,85 + 26,53}{638,48}</math></u>		71,96	53,33	18,63
5	333,33	<u><math>\frac{333,33 - 100 + 21,43 + 23,85 + 26,53 + 18,63}{323,78}</math></u>		36,49	26,67	9,82
<b><math>\Sigma</math></b>					<b>100,26</b>	

Für die formelmäßige Ermittlung der Disagioanteilbeträge ist dagegen zu unterscheiden zwischen tilgungsfreiem Zeitraum und Zeitraum, in dem in konstanten Jahresraten getilgt wird, so daß letztlich zwei verschiedene Formeln zur Anwendung gelangen:

- Für die Zeit bis zur ersten Tilgungsrate, d.h. bis  $n_F + 1$  ist die folgende Formel zu verwenden:

$$D_t = (i_{IZM} - i_N - d \times i_{IZM}) \times F_N \times (1 + i_{IZM})^{t-1}$$

Für das verwendete Beispiel gilt diese Formel folglich für  $t = 0$  bis  $t = n_F + 1 = 3$

$$D_t = (0,1127 - 0,08 - 0,1 \times 0,1127) \times 1000 \times 1,1127^{t-1} = 21,43 \times 1,1129^{t-1}$$

$$D_1 = 21,43$$

$$D_2 = 23,85$$

$$D_3 = 26,53$$

Für den Zeitraum  $n_F + 1$  bis  $n$  gilt dagegen

$$D_t = \frac{1}{n - n_F - 1} (i_{IZM} - i_N) \times (F_N - T) \times \frac{(1 + i_{IZM})^{n+1-t} - 1}{i_{IZM} \times (1 + i_{IZM})^{n+1-t}}$$

also

$$D_t = \frac{1}{5 - 2 - 1} (0,1127 - 0,08) \times (1000 - 333,33) \frac{1,1127^{6-t} - 1}{0,1127 \times 1,1127^{6-t}} = 10,9 \times \frac{1,1127^{6-t} - 1}{0,1127 \times 1,1127^{6-t}}$$

$$D_4 = 18,6$$

$$D_5 = 9,8$$

Beide Formeln lassen sich auch für die zugrundeliegenden Fälle der endfälligen Tilgung bzw. Ratentilgung ohne Freijahre verwenden. Das geringfügig unterschiedliche Erscheinungsbild der jeweiligen Formeln beruht allein auf der Notwendigkeit, die Anzahl der Freijahre explizit zu berücksichtigen. Dementsprechend ergibt sich auch ein identischer Abschreibungsverlauf: Für die tilgungsfreie Zeit ergeben sich steigende, für die Zeit danach fallende Disagioanteilbeträge.

## d) Annuitätentilgung

Auch bei Annuitätentilgung erfolgt die sukzessive Disagioverteilung nach bekanntem Schema. Für das Beispiel ergibt sich der Interne Zinsfuß zu  $i_{IZM} = 12,115\%$  aus

$$-900 + 250,46 \times \frac{(1 + i_{IZM})^5 - 1}{i_{IZM} \times (1 + i_{IZM})^5} \stackrel{!}{=} 0$$

Jahr	$F_t$	$F_t - D + \sum_{k=0}^{t-1} D_k$	$i_{IZM} \times (3)$	$i_N \times (2)$	$D_t = (4) - (5)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	1000	<u><math>\frac{1000 - 100}{900}</math></u>			109,04
2	829,54	<u><math>\frac{829,54 - 100 + 29,04}{858,58}</math></u>		80	29,04
3	645,44	<u><math>\frac{645,44 - 100 + 29,04 + 25,54}{600,02}</math></u>		91,9	66,36
4	446,61	<u><math>\frac{446,61 - 100 + 29,04 + 25,54 + 21,06}{422,25}</math></u>		72,69	51,63
5	231,88	<u><math>\frac{231,88 - 100 + 29,04 + 25,54 + 21,06 + 15,43}{222,95}</math></u>		51,16	37,73
				27,01	15,43
	$\Sigma$			18,55	8,46
					99,53

Alternativ können die Disagioanteilbeträge mittels folgender Formel ermittelt werden:

$$D_t = \left[ \frac{1}{(1 + i_N)^{n+1-t}} - \frac{1}{(1 + i_{IZM})^{n+1-t}} \right] \times A$$

bzw.

$$D_t = \left[ \frac{1}{1,08^{6-t}} - \frac{1}{1,12115^{6-t}} \right] \times 250,46$$

$$\begin{array}{r}
 D_1 = 29,07 \\
 D_2 = 25,58 \\
 D_3 = 21,10 \\
 D_4 = 15,47 \\
 D_5 = 8,51 \\
 \hline
 \Sigma = 99,73
 \end{array}$$

Bei  $i_{IZM} > i_N$  ergeben sich im Zeitablauf fallende Disagioanteile, da die Differenz in der Klammer mit steigendem  $t$  abnimmt.

### *3. Verwendung des Realen Zinsfußes als Verallgemeinerung des Internen Zinsfußes zur Disagioabgrenzung*

Die Disagioabgrenzung mittels Interner Zinsfußmethode ermöglicht eine korrekte Verknüpfung ertrags- und volumensmäßiger Aspekte in der Margenkalkulation. Sie berücksichtigt die tatsächlich pro Jahr bilanziell abgegrenzten Disagioanteile bei der Marginenentwicklung sowohl als Ertragsbestandteil wie auch zur Ermittlung der volumensmäßigen Bezugsgröße. Um die gewünschte Synchronisation zwischen Betriebsergebnis- und Effektivzinsrechnung zu gewährleisten, ist es allerdings wiederum erforderlich, in der Zinsertragsbilanz mit kompensierten Kreditvolumina zu arbeiten. Die explizite Berücksichtigung von Rechnungsabgrenzungsposten und der damit verbundene Ausweis des nominellen Kreditbetrages würde nämlich dem Prinzip der Internen Zinsfußmethode, die generell vom effektiven Auszahlungsbetrag ausgeht, widersprechen.

Beachtet man diesen Grundsatz jedoch, so liefert die Interne Zinsfußmethode unter Steuerungs- und Integrationsaspekten zufriedenstellende Ergebnisse. Bedenkt man zudem, daß auch die in der Praxis verwendeten Effektivzinstabellen im Regelfall auf diesem Verfahren basieren, so scheint die Interne Zinsfußmethode zunächst das empfehlenswerteste der hier vorgestellten Verfahren zu sein. Bei genauerer Betrachtung erweist sich jedoch auch die Disagioabgrenzung mit Hilfe der Internen Zinsfußmethode als problematisch und zwar insbesondere dadurch, daß

- die impliziten Wiederanlageprämissen der Internen Zinsfußmethode sich zwangsläufig auch auf die Disagioabgrenzung auswirken
- die Methode steuerlich nicht zulässig ist und
- im Gegensatz zur Abgrenzung mit Hilfe der statischen Effektivzinsrechnung auch bei einfachen Tilgungsmodalitäten keine allgemeinen Entscheidungsregeln angegeben werden können, die Disagioverteilung also in jedem Einzelfall (analog zur Annuitätentilgung bei statischer Effektivzinsrechnung) zu berechnen ist.

Bereits bei der Darstellung der verschiedenen Verfahren zur Effektivzinsrechnung wurde die Reale Zinsfußmethode als Weiterentwicklung der Internen Zinsfußmethode vorgestellt<sup>6</sup>. Sie bietet die Möglichkeit, deren implizite Wiederanlageprämisse durch eine explizite, den tatsächlichen Gegebenheiten entsprechende Verzinsungsannahme zu ersetzen. Dementsprechend liegt es nahe, die Reale Zinsfußmethode auch bei der Suche nach einem steuerungssadäquaten und Effektivzinskonstanz gewährleistenden Verfahren zur Disagioabgrenzung zu berücksichtigen.

Reale und Interne Zinsfußmethode beruhen auf derselben Grundidee zur zeitlichen Disagioverteilung. Beide Verfahren vereinnahmen pro Periode genau den Teil des aktvierten Disagios, der der Verringerung der Differenz zwischen dem Barwert der noch ausstehenden Zahlungen und der Nominalrestforderung zum selben Zeitpunkt entspricht<sup>7</sup>. Während bei der Internen Zinsfußmethode der zuvor für die gesamte Zahlungsreihe ermittelte Interne Zinsfuß zur Ermittlung der jeweiligen Barwerte herangezogen wird, erfolgt bei der Realen Zinsfußmethode eine Abzinsung noch ausstehender Zahlungen mit Hilfe des Realen Zinsfußes.

Zur Ermittlung der Disagioteilbeträge werden folglich bei beiden Verfahren die mittels des zugehörigen Zinsfußes berechneten Barwerte zugrunde gelegt mit dem Unterschied, daß diese lediglich bei der Internen Zinsfußmethode mit der tatsächlichen Restforderung abzüglich des noch nicht ertragswirksam vereinnahmten Disagios übereinstimmen. Bei der Realen Zinsfußmethode entsprechen sich Barwerte und tatsächlich vom Kreditnehmer nutzbares Kapital hingegen nicht.

Zur Verdeutlichung sollen für das bekannte Beispiel für Ratentilgung ohne Freijahre die jährlichen Barwerte für beide Methoden einander gegenübergestellt und eine Disagioabgrenzung mittels Realer Zinsfußmethode auf dieser Basis versucht werden.

Legt man einen Marktzins von  $h = 10\%$  zugrunde, so errechnet sich der Reale Zinsfuß zu

$$i_{RZM} = \sqrt[n]{\frac{K_t (1 + h)^{n-t}}{F_N (1 - d)}} - 1$$

$$i_{RZM} = \sqrt[5]{\frac{280 \times 1,1^4 + 264 \times 1,1^3 + 248 \times 1,1^2 + 232 \times 1,1 + 216}{1000 (1 - 0,1)}} - 1$$

<sup>6</sup> Vgl. dazu S. 6 f.

<sup>7</sup> Siehe dazu auch S. 21.

$$i_{RZM} = \sqrt[5]{\frac{1532,612}{900}} - 1 = 0,11234 \triangleq (11,234\%)$$

Als Barwerte ergeben sich dann bei Berücksichtigung nur der dem Zeitpunkt  $t$  folgenden Einzahlungen:

Ende des Jahres $t$	$B_t$ bei $i_{RZM} = 11,234\%$	$B_t$ bei $i_{IZM} = 12,33\%$
0	923,67	900,00
1	747,43	730,91
2	567,40	551,69
3	383,14	377,72
4	194,19	192,29
5	0	0

Legt man der Disagioabgrenzung die jeweiligen mit  $i_{RZM}$  errechneten Barwerte und den Realen Zinsfuß von 11,234% zugrunde, so erhält man die nachfolgenden Disagioteilbeträge, die sich jedoch nicht zum Gesamtdisagio ( $D = 100$ ) addieren lassen.

Jahr $t$	$F_t$	$B_t$	$i_{RZM} \times (3)$	$i_N \times (2)$	$D_t = (4) - (5)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	1000	923,67	103,76	80	23,76
2	800	747,43	83,97	64	19,97
3	600	567,40	63,74	48	15,74
4	400	383,14	43,04	32	11,04
5	200	194,19	21,82	16	5,82
$\Sigma$					76,33

Der Summe der erfolgswirksam vereinnahmten Disagiobestandteile von 76,33 steht ein tatsächlich zu verteilendes Disagio von 100 gegenüber. Nicht verrechnet wurde somit ein Betrag von 23,67, welcher genau der Differenz der Barwerte in  $t_0$  bei Abzinsen mit Hilfe des Realen bzw. Internen Zinsfußes entspricht (923,67 - 900,00).

Die Ursache hierfür ist in der unterschiedlichen Berechnung der zugrunde gelegten Zinsfuße zu suchen. Während der Interne Zinsfuß so ermittelt wurde, daß die mit ihm auf den Zeitpunkt  $t_0$  abgezinsten Zins- und Tilgungszahlungen genau dem Auszahlungsbetrag entsprechen, die Differenz

zwischen Nominalforderung und Darlehensbarwert in  $t_0$  somit genau das Gesamtdisagio ergibt, zeigt sich bei Verwendung des Realen Zinsfußes ein anderes Bild. Hier entspricht der mit dem Realen Zinsfuß abgezinste Barwert zum Zeitpunkt  $t_0$  nicht dem tatsächlichen Auszahlungsbetrag, die Differenz zwischen Nominalforderung und Darlehensbarwert also auch nicht dem Gesamtdisagio. Dieser Differenzbetrag ist letztlich genau der Teil des Disagios, der bei Verwendung der Realen Zinsfußmethode nicht erfolgswirksam zu vereinnahmen ist, da er bereits in  $t_0$  nicht bei der Verteilung berücksichtigt wird.

Als Resultat dieser Betrachtung ergibt sich, daß mit diesem Grundtyp der Realen Zinsfußmethode das Gesamtdisagio nicht vollständig während der Laufzeit des Kredites verteilt wird. Jedoch läßt sich dies mit Hilfe einer Modifikation der Realen Zinsfußmethode, wie sie vor allem zur völligen Herausfilterung des Zinsänderungsrisikos aus dem Konditionsbeitrag bei der Marktzinsmethode erforderlich ist, erreichen. Da dieses spezifische Verfahren unmittelbar aus dem Grundgedanken der Marktzinsbewertung abzuleiten und daher als methodenimmanente Form der effektivzinskonstanten Disagioabgrenzung anzusehen ist, soll an dieser Stelle auf einen anderen Beitrag verwiesen werden, in dem das Effektivzinsproblem speziell im Hinblick auf die Marktzinsmethode analysiert wird<sup>8</sup>.

#### D. Schlußbetrachtung

Gesucht wurde ein Verfahren zur bilanziellen Disagioverteilung bei Kundenkreditgeschäften mit Festzinsvereinbarung, welches die vollständige Vereinnahmung des Damnum über die Jahre der Zinsbindung sicherstellt, einen pro Jahr gleichbleibenden Effektivzins garantiert und zudem als entscheidungsorientiert und steuerungsdäquat gelten kann.

Eingehend erörtert wurden in diesem Zusammenhang neben bilanziellen Verteilungsverfahren der Praxis insbesondere statische und dynamische effektivzinsorientierte Methoden. Hierbei erwies sich das statische Verfahren auf Realkapitalbasis als besonders anwendungsfreundlich, da es hier möglich war, generelle Verteilungsregeln für alternative Tilgungsmodalitäten vorzugeben. Eine effektivzinskonstante Disagioverteilung konnte allerdings nur dann sichergestellt werden, wenn sowohl ein logischer Widerspruch bei der Berechnung hingenommen wie auch entsprechende Annahmen über die Bemessung des zugrundegelegten Geschäftsvolumens getrof-

<sup>8</sup> Vgl. Schierenbeck / Rolfs, Effektivzinsrechnung und Marktzinsmethode, in: Die Bank 1986, (im Druck).

fen wurden. Da beim statischen Verfahren auf Realkapitalbasis das zu tilgende Nennkapital nicht Basis der Berechnung ist, wird es im Gegensatz zum durchschnittszinskonstanten Verfahren, welches identische Ergebnisse liefert, steuerlich nicht anerkannt. Bei letzterem erfolgt die Disagioverteilung auf Nominalkapitalbasis, was zwar zur Übereinstimmung mit der unkompenzierten Zinsertragsbilanz sowie zur steuerlichen Zulässigkeit führt, letztlich aber keine echten Effektivzinsinformationen mehr garantiert, da die Bank stets effektiv nur den um das Disagio gekürzten Betrag als Kredit finanzieren muß. Auch eine Bildung passivischer Rechnungsabgrenzungsposten vermag diesen Mangel nicht zu kompensieren, weil dies Verzerrungen in der Gesamtzinsspannenrechnung zur Folge hat.

Aufgrund der aufgezeigten Mängel erschien es sinnvoll, auch die dynamischen Effektivzinsmethoden in die Betrachtung einzubeziehen. Mit Hilfe der Internen Zinsfußmethode konnten hinsichtlich der Disagioabgrenzung durchaus akzeptable Ergebnisse erzielt werden. Der bei der statischen Methode vorhandene logische Widerspruch zwischen tatsächlicher bilanzieller und als Bezugsgrundlage verwendeter pauschaler Disagioverteilung entfällt hier. Weiterhin konnten zwar keine allgemeinen Entscheidungsregeln für alternative Tilgungsmodalitäten, jedoch zumindest Formeln zur Ermittlung vorgestellt werden, die die immer noch individuell pro Kredit vorzunehmende Berechnung der Disagioanteile erheblich vereinfachen. Als Nachteile der Disagioverteilung auf Basis der Internen Zinsfußmethode gelten deren implizite Wiederanlageprämissen, die sich zwangsläufig auch auf die Disagioabgrenzung auswirkt und vor allem auch hier die steuerliche Unzulässigkeit mit der Begründung, daß die Interne Zinsfußmethode keine Disagioverteilung nach dem zu tilgenden Kapital ermöglicht. Hinzu kommt, daß man gezwungen ist, in der Zinsertragsbilanz mit kompensierte Kreditvolumina zu arbeiten, da in der Internen Zinsfußmethode prinzipiell vom effektiven Auszahlungsbetrag ausgegangen wird. Hinsichtlich der Realen Zinsfußmethode mußte festgestellt werden, daß mit dem Grundtyp keine vollständige Disagioverteilung erreicht wird. Jedoch kann hier auf eine Sonderform der Effektivzinsrechnung auf der Basis realer Zinsen im Rahmen der Marktzinsmethode verwiesen werden, mit deren Hilfe sich auch das beim Grundtyp der Realen Zinsfußmethode verbleibende Rest-Disagio vollständig abgrenzen läßt.

Abschließend kann festgestellt werden, daß beim gegenwärtigen Erkenntnisstand keine handels- und steuerrechtlich zulässigen Verfahren zur Disagioverteilung zur Verfügung stehen, die gleichzeitig die gesamte und zudem effektivzinskonstante Vereinnahmung des Damnum sicherstellen und als entscheidungsorientiert und steuerungsdäquat akzeptiert werden können.

### Abkürzungsverzeichnis

- $A$  = Annuität  
 $a$  = Annuität in % des Nominalbetrages  
 $AF$  = Abzinsungsfaktor  
 $B_t$  = Barwert zum Zeitpunkt  $t$   
 $D$  = Disagio  
 $D_t$  = pro Jahr zu verrechnender Disagioteilbetrag  
 $D_t^R$  =  $D_t$  ermittelt auf Realkapitalbasis  
 $D_t^N$  =  $D_t$  ermittelt auf Nominalkapitalbasis  
 $d$  = Disagiozentsatz (bezogen auf  $F_N$ )  
 $d_t$  = jährlich zu verrechnender Disagiozentsatz (bezogen auf  $F_N$ )  
 $DVF$  = Disagioverteilungsfaktor  
 $F_N$  = Nennwert bzw. Rückzahlungsbetrag des Kredits  
 $F_0$  = Effektiver Auszahlungsbetrag des Kredits ( $= F_N - D$ )  
 $F_t$  = Restforderung  
 $h$  = Wiederanlage- resp. Nachfinanzierungssatz (Marktzins)  
 $i_{IZM}$  = Dynamischer Effektivzins (berechnet mit Hilfe der Internen Zinsfußmethode)  
 $i_N$  = Nominalzins (bezogen auf  $F_N$ )  
 $i_{RZM}$  = Dynamischer Effektivzins (berechnet mit Hilfe der Realen Zinsfußmethode)  
 $i_{SR}$  = Statischer Effektivzins auf Realkapitalbasis  
 $i_{SR}^N$  = Statischer Effektivzins auf Nominalkapitalbasis  
 $K_t$  = Kapitaldienst (= Zinsen und Tilgungen in der Periode  $t$ )  
 $n$  = Gesamtlaufzeit des Kredits bzw. Festzinsperiode  
 $n_D$  = durchschnittliche Kreditlaufzeit bzw. durchschnittliche Dauer der Zinsbindung  
 $n_F$  = Tilgungsfreijahre  
 $RBF$  = Rentenbarwertfaktor  
 $t$  = Periodenindex  
 $T_t$  = Tilgung in der Periode  $t$

## Zusammenfassung

### **Zur Integration von Betriebsergebnis- und Effektivzinsrechnung bei Disagokrediten mit Festzinsvereinbarung**

Speziell bei Kundenkreditgeschäften mit Festzinsvereinbarung wird häufig ein Disagio (Damnum) vereinbart, das Zinsersatzfunktion hat und die Möglichkeit bietet, einen niedrigeren laufenden Nominalzins zu fixieren. In solchen Fällen ist es für die Kalkulation von Kreditmargen erforderlich, das vereinbarte Disagio zusammen mit dem Nominalzins in einen Effektivzins umzurechnen. Gleichzeitig entsteht aber das Problem, daß der Kunde den Kreditbetrag abzüglich Disagio ausgezahlt bekommt und die Bank das Disagio nach den Grundsätzen ordnungsmäßiger Buchführung und Bilanzierung zu vereinnahmen hat.

Im Sinne eines geschlossenen Controlling-Zyklus sind beide Problemkreise, die Effektivzinsrechnung und die Vereinnahmung der Disagien in der Betriebsergebnisrechnung sinnvoll zu synchronisieren. Anders ausgedrückt, geht es darum sicherzustellen, daß die tatsächlich vereinnahmten (planmäßigen) Zinsüberschüsse einschließlich des anteiligen Disagiros möglichst exakt den auf der Grundlage von Effektivzinsraten kalkulierten Zinsüberschüssen in den einzelnen Jahren entsprechen. Denn nur, wenn das erreicht wird, sind die kalkulierten Kreditmargen nachher auch periodengerecht abgegrenzt im Betriebsergebnis enthalten.

Die Suche nach Methoden der Disagioverteilung, die dieser Zielsetzung möglichst umfassend gerecht werden, erfolgt im vorliegenden Beitrag in zwei Stufen. Zunächst wird festgestellt, welche Methoden zur Effektivzinsrechnung prinzipiell zur Verfügung stehen und mit welchen Annahmen diese in Bezug auf die zeitliche Disagioverteilung arbeiten. Hierauf aufbauend werden dann sowohl die in der Praxis gebräuchlichen Verfahren der bilanziellen Disagioverteilung erörtert als auch die theoretisch vorkommenden effektivzinsorientierten Methoden vorgestellt und anhand eines durchgängigen Beispiels diskutiert. Einbezogen werden sowohl die Verfahren der statischen Effektivzinsrechnung auf Realkapital- und Nominalkapitalbasis sowie die dynamischen Verfahren des Internen und des Realen Zinsfußes. In allen Fällen wird versucht, Regeln zur zeitlichen Disagioverteilung in Abhängigkeit alternativer Tilgungsmodalitäten herzuleiten.

Die Analyse verdeutlicht im Ergebnis, daß beim gegenwärtigen Erkenntnisstand keines der analysierten Verfahren in vollem Umfang in der Lage ist, eine allen Anforderungen gerecht werdende effektivzinskonstante Disagioabgrenzung sicherzustellen. Da jedes der vorgestellten Verfahren spezifische Vor- und Nachteile aufweist, muß im Einzelfall stets ein Kompromiß getroffen werden, der die Kriterien der Praktikabilität, der bilanziellen Zulässigkeit und der Steuerungsdäquanz von Verteilungsregeln bestmöglich verknüpft.

## Summary

### **On the Integration of Operating Statement and Effective Interest Statement for Loans at a Discount with Fixed-rate Agreement**

Especially in the case of sales finance transactions with a fixed-interest agreement, frequently a debt discount is agreed upon, which has an interest-substitution function and offers the possibility of fixing a lower, regular nominal interest rate. In such cases it is necessary for calculation of credit margins to convert the agreed discount together with the nominal interest rate into an effective interest rate. At the same time, however, the problem arises that the loan amount less discount is paid out to the customer and the bank has to book receipt of the discount in accordance with the principles of orderly accounting and balance-sheet preparation.

In the interests of a self-contained controlling cycle, both problem areas, the effective interest statement and the receipt of the discounts, have to be synchronized meaningfully in the operating statement. In other words, the issue is to ensure that the actually received (scheduled) interest surpluses including the pro rata discount correspond as exactly as possible to the interest surpluses calculated on the basis of the effective interest rates in the individual years. For only if that is achieved are the calculated credit margins subsequently contained in the operating statement in well-defined period-relevant form.

The search for discount distribution methods which serve to attain this objective as comprehensively as possible is undertaken in this article in two steps. First, it is determined what effective-interest calculation methods are, in principle, available and with what assumptions they work with regard to temporal discount distribution. Then, building up on this, both the methods customary in practice for balance-sheet discount distribution and the effective-interest-oriented methods found in the theories are presented and discussed on the basis of an unvarying example. Both the methods of static effective interest calculation on a real capital and nominal capital basis and the dynamic methods of the internal and real interest rate are included. In all cases, an attempt is made to derive rules for temporal discount distribution as a function of alternative amortization terms.

The results of the analysis show that with our present knowledge none of the analysed methods is fully capable of ensuring a discount allocation with constant effective interest that satisfies all requirements. Since each of the methods presented exhibits specific advantages and disadvantages, in the individual case it is necessary to make a compromise giving the best possible combination of the criteria of practicability, balance-sheet reliability and adequacy of control of distribution rules.

## Résumé

### **L'intégration du compte de résultats intermédiaires et du calcul du taux d'intérêt effectif pour des crédits d'escompte avec convention d'intérêts fixes**

Spécialement pour les opérations de crédit au client avec convention d'intérêts fixes, on conclut souvent un escompte qui à fonction de remplacer l'intérêt et permet de fixer un taux d'intérêt nominal courant inférieur. Dans de tels cas, il faut convertir l'escompte convenu ainsi que l'intérêt nominal en un intérêt effectif pour calculer les

marges de crédit. Mais il se pose en même temps le problème suivant: il est versé au client le montant du crédit moins l'escompte et la banque doit encaisser l'escompte selon les principes de comptabilité et de bilan réguliers.

Dans le sens d'un cycle de controlling fermé, le calcul de l'intérêt effectif et l'encaissement des escomptes doivent être synchronisés utilement dans le compte de résultats intermédiaires. Autrement dit, les excédents d'intérêt (budgétés) effectivement encaissés y compris l'escompte proportionnel doivent correspondre chaque année le plus exactement possible aux excédents d'intérêt calculés sur la base des taux d'intérêt effectifs. Ceci est la condition sine qua non pour que les marges de crédit calculées soient contenues dans le résultat d'exploitation conformément aux périodes imputables.

L'auteur de l'article cherche des méthodes pour répartir l'escompte qui répondent le plus possible à cet objectif. Il le fait en deux étapes. Il détermine tout d'abord quelles sont les méthodes en principe disponibles pour calculer l'intérêt effectif et quelles en sont leurs hypothèses pour ce qui est de la répartition temporelle de l'escompte. Puis, sur cette base, il évoque les processus utilisés dans la pratique pour répartir l'escompte dans le bilan, et présente les méthodes orientées vers l'intérêt effectif, théoriquement existantes, et les discute à l'aide d'un exemple général. Il y intègre aussi bien les méthodes du calcul de l'intérêt effectif statique sur base du capital réel et nominal que les méthodes dynamiques du taux d'intérêt interne et réel. Dans tous les cas, il essaie de déduire des règles visant à répartir l'escompte dans le temps, en dépendance de modalités de remboursement alternatives.

Le résultat de l'analyse montre qu'au niveau des connaissances actuelles, aucun des processus analysés n'est entièrement en mesure de garantir une délimitation d'escompte avec un intérêt effectif constant, répondant à toutes les exigences. Chacune des méthodes présentées ayant des avantages et désavantages spécifiques, il faut dans chaque cas faire un compromis qui combine le mieux possible les critères de la praticabilité, de l'admissibilité au bilan et de l'adéquation de règles de répartition.