

Handelsfrequenz und Nichtmengenanpassung

Von Hans Hirth, Tübingen

I. Untersuchungsgegenstand

Wettbewerb findet nicht nur auf Märkten statt. Auch Märkte selbst stehen im Wettbewerb zueinander. Dies gilt zur Zeit in besonderem Maße für Finanzmärkte. Nicht zuletzt die fortschreitende Globalisierung zwingt einzelne Börsen dazu, auf den erhöhten Wettbewerbsdruck zu reagieren und die Effizienz der Ausgestaltung ihres Handels zu überprüfen. Zu untersuchen sind Wirkungen der Marktorganisation auf die Informationseffizienz, Risikoallokation und Liquidität des Marktes. Dieses Untersuchungsgebiet wird üblicherweise als Marktmikrostruktur bezeichnet.

Der vorliegende Beitrag beschäftigt sich mit der Handelsfrequenz als einem bestimmten Merkmal der Marktorganisation. Die Handelsfrequenz drückt aus, wie häufig die Anleger innerhalb eines gegebenen Zeitintervalls miteinander handeln können und wie häufig sich auf diese Weise Marktkurse bilden. Im folgenden wird untersucht, welche Bedeutung die Handelsfrequenz in bezug auf die Risikoallokation besitzt, wenn ein Anleger seine eigenen Kurswirkungen auch in intertemporaler Hinsicht einkalkuliert. Informationseffekte sollen dabei keine Rolle spielen. Alle Anleger handeln ausschließlich aus Gründen der Risikoteilung zwischen einem sicheren und einem unsicheren Titel. Ihre Kalküle werden modellendogen nachvollzogen. Analysiert wird dann die Wirkung der Handelsfrequenz auf die Risikoallokation bei gegebener Nichtmengenanpassung eines Anlegers.

Die Relevanz der Häufigkeit des Handels hat unterschiedliche Ursachen. Zum einen könnte man davon ausgehen, daß Transaktionswünsche zufällig asynchron im Zeitablauf entstehen.¹ In diesem Fall führt eine abnehmende Handelsfrequenz dazu, daß der Kurs zwar seltener festgestellt wird, ihm aber mehr Transaktionswünsche zugrunde liegen. Dies ist z. B. vorteilhaft, um individuelle Schätzfehler auszugleichen oder um

¹ So wie schon bei *Garman* (1976) oder *Garbade* und *Silber* (1979).

zufällige temporäre Nachfrage- oder Angebotsüberhänge zu vermeiden. Demgegenüber besteht ein Nachteil darin, daß die Anleger im Durchschnitt länger auf die Kursfeststellung und Erfüllung ihres Transaktionswunsches warten müssen und dabei einem Risiko ausgesetzt sind. Aus diesem Trade-off läßt sich eine optimale Handelsfrequenz bestimmen.

Andere Beiträge befassen sich mit intertemporalen Handelsstrategien von Insidern.² Untersucht wird, welcher Nachfragestrategie ein Insider folgt, wenn die Höhe seiner Nachfrage ein unsicheres Informationssignal für Uninformierte aussendet und auf diese Weise den Kurs beeinflusst. Bei wiederholtem Handel muß der Insider antizipieren, daß die Uninformierten aus den jeweils vorangegangenen Handelsrunden lernen. Die Zahl der Handelsrunden, also die Handelsfrequenz, beeinflusst dann das Verhalten des Insiders. Diese Fragestellung kann auch auf die Existenz mehrerer Insider ausgeweitet werden und wird behandelt von *Kyle* (1985), *Mirman/Samuelson* (1989), *Allen/Gale* (1992), *Easley/O'Hara* (1992) oder *Holden/Subrahmanyam* (1992), um nur einige zu nennen. In jüngerer Zeit finden Marktorganisationen mit Orderbüchern verstärkte Aufmerksamkeit. Die (teilweise) Öffentlichkeit solcher Bücher scheint ein interessanter Ausgangspunkt für intertemporale Strategien zu sein. Die Literatur bietet dazu noch relativ wenig.³ Zumindest *Gerke/Bienert/Schroeder-Wildberg* (1995) gehen unter Hinweis auf *Stoll* (1992) und *Schwartz* (1991) unter anderem auf den Optionscharakter limitierter Aufträge ein.⁴ Im Zusammenhang mit deren Beobachtbarkeit ergeben sich intertemporale Kalküle verschiedenster Art. Letztlich geht es dabei um Informationsaspekte, die hier gänzlich ausgeklammert werden.

Die Risikoallokation bei Nichtmengenanpassung ist bereits vor etlichen Jahren untersucht worden, allerdings unter statischen Bedingungen. So weist *Lindenberg* (1979) nach, daß die Unabhängigkeit der Entscheidung über riskante Anlagen von der individuellen Risikopräferenz (Tobin-Separation) nicht mehr gilt, wenn keine Mengenanpassung vorliegt. *Hessel* (1981) analysiert eine Situation, in der mehrere Nichtmengenanpasser existieren. *Rudolph* (1982) diskutiert verschiedene Varianten eines vereinfachten Modells mit nur einem Mengenanpasser und einem Nichtmengenanpasser.

² Es werden auch sogenannte „Bluffer“ betrachtet, die lediglich vortäuschen, Informationen zu besitzen; siehe *Heyl* (1995), S. 177 - 180.

³ Siehe etwa *Madhavan* (1992), *Baye/Gillette/de Vries* (1994) oder *Glosten* (1994). Letzterer bietet zumindest einige Randbemerkungen zu dynamischen Erweiterungen, vgl. ebd. S. 1149 - 1151.

⁴ *Gerke/Bienert/Schroeder-Wildberg* (1995), insbes. S. 234 - 238.

Mit Ausnahme Rudolphs betrachten alle Autoren ausschließlich zwei Zeitpunkte: Im ersten Zeitpunkt wird der Kurs durch den Handel endogen bestimmt, während sich im zweiten Zeitpunkt der Kurs exogen ergibt. Rudolph leitet darüber hinaus ab, daß sich die individuellen Bestände langfristig denen annähern, die sich bei Mengenanpassung ergeben würden.⁵ Bei der Herleitung dieses Ergebnisses wird jedoch eine Inkonsistenz in Kauf genommen: Sowohl Mengenanpasser als auch Nichtmengenanpasser gehen in jedem Zeitpunkt immer wieder erneut davon aus, daß sich der Kurs im nächstfolgenden Zeitpunkt ausschließlich exogen bestimmt. Dies ist insofern kurzfristig, als der Nichtmengenanpasser in jedem Zeitpunkt seine Nachfrage in Abhängigkeit seines Anfangsbestands kalkuliert. Demzufolge müßte er gleichfalls berücksichtigen, daß seine Nachfrage seinen Anfangsbestand für den nächstfolgenden Zeitpunkt bestimmt und sie somit seine Nachfrage und den Kurs im nächstfolgenden Zeitpunkt beeinflusst.

Der vorliegende Beitrag erweitert deshalb das Modell Rudolphs. An die Stelle der Hypothese, daß sich der Kurs im jeweils nächstfolgenden Zeitpunkt exogen bildet, wird die Hypothese gesetzt, daß die Marktteilnehmer versuchen, diesen Kurs als endogenen Gleichgewichtskurs zu antizipieren. Dies wirkt zurück auf die vorangehende Handelsentscheidung. Die antizipierte Häufigkeit, mit der gehandelt werden kann, hat bereits Auswirkungen auf Kurse und Mengen im Ausgangszeitpunkt. Eine Erhöhung der Handelsfrequenz führt dann dazu, daß der Kurs des Finanztitels bereits im Ausgangszeitpunkt näher an dem Kurs liegt, der sich bei optimaler Risikoallokation ergäbe. Dieser Kurs ist darüber hinaus Schwankungen der Transaktionsmengen gegenüber stabiler; die Marktliquidität steigt.

Eine ähnliche Fragestellung untersucht *Basak* (1995) mit einer anderen Modellvariante. Anders als hier betrachtet er ausschließlich einen zeitkontinuierlichen Handel. Die Unsicherheit drückt sich im Risiko der Dividendenströme aus. Verglichen wird das Marktgleichgewicht bei einem Nichtmengenanpasser und vielen Mengenanpassern mit dem bei allseitiger Mengenanpassung. In beiden Fällen wird zeitkontinuierlich gehandelt, die Handelsfrequenz also nicht variiert. Die Ergebnisse bestätigen die bekannte „Bremswirkung“ der Anfangsbestände von Nichtmengenanpassern: Mit der Abkehr eines Anlegers von der Mengenanpassung liegt sein optimaler Konsumstrom näher an demjenigen Dividendenstrom, den seine Anfangsausstattung in Finanztiteln erbringt. Ferner

⁵ Siehe *Rudolph* (1982), S. 480 und 490.

leitet Basak Marktpreise für den sicheren Finanztitel und die marktgleichgewichtige Risikoprämie ab. Für den Fall, daß – ähnlich wie hier – nur ein Nichtmengenanpasser und ein Mengenanpasser mit identischen absolut konstanten Risikoaversionen existieren, zeigt sich folgendes: Die Risikoprämie liegt über (unter) der bei allseitiger Mengenanpassung, wenn der Nichtmengenanpasser eine höhere (niedrigere) Anfangsausstattung im riskanten Titel hat als der Mengenanpasser.⁶ Auch dieses Ergebnis entspricht dem aus dem statischen Modell. Ein Vergleich zweier Situationen, in denen jeweils ein Nichtmengenanpasser handelt, einmal für den Fall des einmaligen Handels und zum anderen für den Fall des stetigen Handels, wird nicht geliefert. Außerdem weist der mit der zeitkontinuierlichen Modellierung verbundene analytische Lösungsansatz eine Besonderheit auf:⁷ „A drawback is that we can only model agents who are non-price-taking in the market as a whole (represented by the state prices), and not agents who are non-price-taking in individual assets.“ Der Nichtmengenanpasser unterstellt also einen individuellen Kurseinfluß bei allen (unsicheren und sicheren) Finanztiteln. Im folgenden Modell kann dagegen die Nichtmengenanpassung auf einen zu betrachtenden Finanztitel beschränkt werden.

II. Zwei-Zeitpunkte-Fall

In diesem Abschnitt wird das Ausgangsmodell dargestellt, so wie es sich in der Literatur findet. Das Modell entspricht der Darstellung Rudolphs.⁸

Es wird ein Markt betrachtet, auf dem ein Finanztitel gehandelt wird, dessen Wertentwicklung unsicher ist. Auf diesem Markt gibt es zwei Typen von Marktteilnehmern: Mengenanpasser und Nichtmengenanpasser. Zur Vereinfachung sollen nur ein Mengenanpasser (M) und ein Nichtmengenanpasser (N) existieren.⁹ Als Alternative zur Anlage im

⁶ Die allgemeine Lösung bietet Basak (1993), S. 80, als Proposition 6. Die Gleichgewichtspreise für den Fall zweier Anleger, identischer absolut konstanter Risikoaversionen und eines einzigen riskanten Finanztitels finden sich ebd., S. 87, Proposition 9.

⁷ Basak (1993), S. 93.

⁸ Abweichend vom Modell Rudolphs ist hier – das Symbol für die Varianz nicht V , sondern σ_1^2 .
– der Index für den Mengenanpasser nicht i , sondern M .
– der Index für den Nichtmengenanpasser nicht m , sondern N .

⁹ Damit handelt der Mengenanpasser zwangsläufig immer genauso viel wie der Kursbeeinflusser. Eine Rechtfertigung der Mengenanpassung mit dem Argument, daß der Kurseinfluß im Gegensatz zu dem des Nichtmengenanpassers vernachläss-

Finanztitel können liquide Mittel gehalten werden, deren Verzinsung null beträgt.

Zunächst werden lediglich zwei Zeitpunkte $t = 1, 2$ betrachtet (später tritt der Zeitpunkt 0 hinzu). In $t = 2$ wird der Finanztitel fällig und führt zu einer exogenen, zuvor normalverteilten Zahlung K_2 . K_2 entspricht dem exogenen Kurs des Finanztitels in $t = 2$.¹⁰ In $t = 1$ entscheiden beide Marktteilnehmer über ihre Nachfrage bei gegebener Anfangsausstattung. Für K_2 legen sie den Erwartungswert $E_1(K_2)$ und die Varianz $\text{Var}_1(K_2) \equiv \sigma_1^2$ zugrunde. Die Anfangsausstattung eines jeden Marktteilnehmers k (mit $k = M, N$) setzt sich zusammen aus dem Wert seiner liquiden Mittel in Höhe von X_{k0} und der Anzahl seiner Finanztitel y_{k0} . Jeder der Marktteilnehmer legt seiner Entscheidung die folgende Zielfunktion zugrunde:

$$\Phi_{k1} = E_1(W_{k2}) - (1/(2a_k)) \text{Var}_1(W_{k2})$$

mit $a_k > 0$

W_{k2} bezeichnet das Endvermögen des Marktteilnehmers k in $t = 2$. Der Term $1/a_k$ bezeichnet seine konstante absolute Risikoaversion; a_k mißt also die individuelle Risikotoleranz.

Der sich nach dem Handel in $t = 1$ ergebende Endbestand an Finanztiteln eines Marktteilnehmers wird mit y_{k1} bezeichnet. Das heißt, die Menge in $t = 1$ hinzugekaufter Finanztitel beträgt $y_{k1} - y_{k0}$. Wenn der Kurs des Finanztitels in $t = 1$ mit K_1 bezeichnet wird, müssen z.B. für einen Zukauf von Finanztiteln liquide Mittel in Höhe von $(y_{k1} - y_{k0}) K_1$ aufgewendet werden. Bei einem Verkauf von Finanztiteln wäre $y_{k1} < y_{k0}$, und die Erhöhung der liquiden Mittel würde $(y_{k0} - y_{k1}) K_1$ betragen.

Nach dem Handel in $t = 1$ ist der Erwartungswert des Endvermögens:

$$E_1(W_{k2}) = y_{k1} E_1(K_2) + [X_{k0} - (y_{k1} - y_{k0}) K_1]$$

Der Term in eckigen Klammern bezeichnet die Höhe der liquiden Mittel, für die der sichere Zinssatz in Höhe von null gilt. Für die Varianz des Endvermögens ergibt sich:

sigbar sei, wäre ohne weiteres nicht aufrechtzuerhalten. Diesem Einwand soll hier mit dem Hinweis entgegnet werden, daß der Mengenanpasser eine Gruppe von Mengenanpassern repräsentiert. Grundsätzlich betrachtet geht es auch nicht um die Vernachlässigbarkeit des Kurseffekts, sondern darum, ob es für die Wohlfahrt eines Anlegers vernachlässigbar ist, wenn er seinen eigenen Kurseinfluß nicht berücksichtigt; siehe auch *Roberts/Postlewaite* (1976).

¹⁰ Entscheidend ist hier nicht, daß der Finanztitel in $t = 2$ fällig wird, sondern daß sein Wert in $t = 2$ exogen, insbesondere unabhängig vom Handel ist.

$$\text{Var}_1(W_{k2}) = y_{k1}^2 \sigma_1^2$$

Wenn $E_1(W_{k2})$ und $\text{Var}_1(W_{k2})$ in die Zielfunktion eingesetzt werden, erhält man:

$$\Phi_{k1} = y_{k1} E_1(K_2) + X_{k0} - (y_{k1} - y_{k0}) K_1 - (1/(2a_k)) y_{k1}^2 \sigma_1^2$$

Im Marktgleichgewicht müssen die notwendigen Optimalitätsbedingungen $d\Phi_{k1}/dy_{k1} = 0$ für jeden Marktteilnehmer erfüllt sein. Sie lauten

– für den Nichtmengenanpasser $k = N$:

$$(1) \quad E_1(K_2) - K_1 - (y_{N1} - y_{N0}) K'_1(y_{N1}) - (1/a_N) y_{N1} \sigma_1^2 = 0$$

– für den Mengenanpasser $k = M$ (der mit $K'_1(y_{M1}) = 0$ kalkuliert):

$$(1') \quad \begin{aligned} E_1(K_2) - K_1 - (1/a_M) y_{M1} \sigma_1^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow K_1 &= E_1(K_2) - (\sigma_1^2/a_M) y_{M1} \end{aligned}$$

Der Mengenanpasser wird bei gegebenem Kurs gerade soviel nachfragen, bis der Erwartungswert des Kurses abzüglich einer Risikoprämie dem Kurs gleicht. Die Anpassung erfolgt über die Risikoprämie; letztere ergibt sich aus dem auf die Risikotoleranz a_M des Mengenanpassers bezogenen Risiko σ_1^2 des Kurses, gewichtet mit der Anzahl y_{M1} der vom Mengenanpasser gehaltenen Titel.

Neben den Optimalitätsbedingungen der Marktteilnehmer muß in jedem Zeitpunkt die Markträumungsbedingung erfüllt sein: Die Summe der Einzelbestände der Finanztitel muß dem unveränderlichen Gesamtbestand \bar{y} gleichen. Für $t = 1$ lautet die Markträumungsbedingung:

$$\bar{y} = y_{M1} + y_{N1}$$

Einsetzen von $y_{M1} = \bar{y} - y_{N1}$ in (1') ergibt

$$(2) \quad K_1 = E_1(K_2) - (\sigma_1^2/a_M) (\bar{y} - y_{N1})$$

und der Kurseinfluß des Nichtmengenanpassers beträgt:

$$(3) \quad K'_1(y_{N1}) = (\sigma_1^2/a_M)$$

Einsetzen von (2) und (3) in die Optimierungsbedingung des Nichtmengenanpassers führt zu dessen optimalem Endbestand im Marktgleichgewicht.¹¹

$$(4) \quad y_{N1}^* = c(\bar{y} + y_{N0})$$

$$\text{mit } c \equiv \frac{a_N}{2a_N + a_M}$$

y_{N1}^* hängt vom Anfangsbestand y_{N0} ab, aber nicht von den Parametern der Kursverteilung – was letztlich an der Annahme homogener Erwartungen liegt. Gleichung (4) läßt sich besser interpretieren, wenn man sie in Anteilsgrößen formuliert:

$$(4') \quad \eta_1^* = \frac{1}{1 + \alpha} \alpha + \frac{\alpha}{1 + \alpha} \eta_0$$

mit den Anteilen

$$\begin{aligned} \eta_0 &\equiv \frac{y_{N0}}{\bar{y}} \\ \eta_1^* &\equiv \frac{y_{N1}^*}{\bar{y}} \\ \alpha &\equiv \frac{a_N}{a_N + a_M} \end{aligned}$$

α ist der Anteil der Risikotoleranz des Nichtmengenanpassers an der gesamten Risikotoleranz des Marktes. η_0 steht für den Anteil seines Anfangsbestands am Gesamtbestand im betrachteten Finanztitel, η_1 entspricht dem Anteil seines Endbestands am Gesamtbestand. Gleichung (4') zeigt, daß η_1 ein gewogenes Mittel aus α und η_0 ist. Der Nichtmengenanpasser nähert seinen Bestandsanteil also seinem Risikotoleranzanteil an. Je höher α ist, desto stärker wird η_0 im Vergleich zu α gewichtet. Das heißt, wenn der Nichtmengenanpasser sehr risikotolerant im Vergleich zum Markt ist, nähert er seinen Bestand weniger stark an α an.

(4) eingesetzt in (2) führt zu:

$$(5) \quad K_1^* = E_1(K_2) - (\sigma_1^2/a_M) [\bar{y} - c(\bar{y} + y_{N0})]$$

oder in Anteilsgrößen umformuliert:

$$(5') \quad K_1^* = E_1(K_2) - \frac{(1 - \alpha\eta_0)\sigma_1^2}{(1 - \alpha^2)A} \bar{y}$$

Die Verteilungsparameter des künftigen Kurses beeinflussen zwar nicht die Nachfragemengen, aber den Kurs K_1^* . Darüber hinaus hängt

¹¹ Siehe auch *Rudolph* (1982), S. 479, Gleichung (10). Dabei muß gelten: $\sigma_1^2 \neq 0$. Für $\sigma_1^2 = 0$ ist $K_1^* = E_1(K_2)$ und die Preiselastizität der Nachfrage unendlich. Alle Anleger sind indifferent zwischen der Anlage in sicheren liquiden Mitteln und in sicheren Finanztiteln. Der optimale Bestand y_{N1}^* bleibt unbestimmt.

dieser Kurs ebenfalls vom Anfangsbestand y_{N0} (bzw. dem Anteil η_0) des Nichtmengenanpassers ab. Es kann gezeigt werden, daß für $\eta_0 > (<) \alpha$ der Kurs höher (niedriger) ist als bei allseitiger Mengenanpassung. Das heißt zum Beispiel, wenn der Nichtmengenanpasser einen „zu hohen“ Bestand ($\eta_0 > \alpha$) halten möchte, muß ein „zu hoher“ Kurs die Mengenanpasser dazu bringen, weniger zu halten.

III. Drei-Zeitpunkte-Fall mit zwischenzeitlichem Handel

1. Die zeitliche Struktur des Informationsflusses und Handels

Die wichtigsten Symbole im Überblick:

$E_t(K_\tau)$	Erwartungswert des Kurses K_τ aus Sicht des Zeitpunkts t mit $t < \tau$
K_τ	Kurs im Zeitpunkt τ
K_0^*	Gleichgewichtskurs im Zeitpunkt 0 mit zwischenzeitlichem Handel im Zeitpunkt 1
K_0^{**}	Gleichgewichtskurs im Zeitpunkt 0 ohne zwischenzeitlichen Handel im Zeitpunkt 1
$\text{Var}_t(K_\tau)$	Varianz des Kurses K_τ aus Sicht des Zeitpunkts t mit $t \leq \tau$
$\text{Var}_0(E_1(K_2))$	Varianz des Erwartungswerts $E_1(K_2)$ aus Sicht des Zeitpunkts 0
$\text{Cov}_0(K_2, E_1(K_2))$	Kovarianz zwischen K_2 und $E_1(K_2)$ aus Sicht des Zeitpunkts 0
ε_1	Zufallsvariable, die im Zeitpunkt 1 realisiert wird.
ε_2	Zufallsvariable, die im Zeitpunkt 2 realisiert wird.
σ_0^2	Varianz der Zufallsvariable ε_1
σ_1^2	Varianz der Zufallsvariable ε_2

Die Betrachtung wird nun um den Zeitpunkt $t = 0$ erweitert (vgl. Abb. 1). Mit dieser Erweiterung sind zwei zusätzliche Überlegungen verbunden.

Die erste Überlegung betrifft den intertemporalen Kalkül der Marktteilnehmer. Die bisher exogenen Anfangsbestände y_{k0} der Marktteilnehmer können nun als Ergebnisse ihres Kalküls aus der Vergangenheit hergeleitet werden. Entscheidend ist, daß der Nichtmengenanpasser in $t = 0$ nicht nur seinen unmittelbaren Einfluß auf den Kurs in $t = 0$ berücksichtigt, sondern auch seinen mittelbaren Einfluß auf den zukünftigen Kurs in $t = 1$. Anders ausgedrückt: Bei der Ermittlung seines optimalen

Bestands y_{N0} im Zeitpunkt 0 kalkuliert der Nichtmengenanpasser ein, daß sein optimaler Bestand y_{N1} im Zeitpunkt 1 gemäß Formel (4) von seinem Anfangsbestand im Zeitpunkt 1 (wiederum y_{N0} !) abhängen wird.

Die zweite Überlegung zielt darauf ab, in welcher Weise sich der Informationsstand über K_2 von $t = 0$ nach $t = 1$ ändert. Im folgenden wird davon ausgegangen, daß sich K_2 additiv aus zwei Zufallsvariablen ε_1 und ε_2 zusammensetzt:

$$K_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

ε_1 und ε_2 werden zu unterschiedlichen Zeitpunkten realisiert, nämlich ε_1 in $t = 1$ und ε_2 in $t = 2$. Beide Zufallsvariablen seien unabhängig voneinander normalverteilt mit $\varepsilon_1 \sim N(0, \sigma_0^2)$ und $\varepsilon_2 \sim N(\mu, \sigma_1^2)$. Daraus folgt, daß die Fälligkeitzahlung K_2 ebenfalls normalverteilt ist, und zwar mit $K_2 \sim N(\mu, \sigma_0^2 + \sigma_1^2)$ aus Sicht des Zeitpunkts 0 und mit $K_2 \sim N(\varepsilon_1 + \mu, \sigma_1^2)$ aus Sicht des Zeitpunkts 1. Denn im Zeitpunkt 1 verringert die zusätzliche Information über ε_1 das Risiko des Finanztitels von $(\sigma_0^2 + \sigma_1^2)$ auf σ_1^2 ; gleichzeitig ändert sich der Erwartungswert der Fälligkeitzahlung von μ auf $(\varepsilon_1 + \mu)$. Alle Marktteilnehmer können die Realisationen beobachten und haben homogene Erwartungen.

Aus diesen Angaben folgt zweierlei. Erstens gilt wegen (5):

$$\text{Var}_0(K_1) = \text{Var}_0(E_1(K_2)) = \sigma_0^2$$

mit

$\text{Var}_0(K_1)$: Varianz des Kurses K_1 aus Sicht des Zeitpunkts 0
 $\text{Var}_0(E_1(K_2))$: Varianz des Erwartungswerts $E_1(K_2)$ aus Sicht des Zeitpunkts 0
 σ_0^2 : Varianz der Zufallsvariable ε_1

D. h., aus der Gleichgewichtslösung des Zwei-Zeitpunkte-Falls folgt, daß die Unsicherheit in $t = 0$ über den Kurs K_1 nur noch in der Unsicherheit über den Erwartungswert $E_1(K_2)$ liegt, da σ_1^2 bereits in $t = 0$ bekannt ist. Zweitens gilt:¹²

$$\text{Cov}_0(K_2, E_1(K_2)) = \sigma_0^2$$

mit

$\text{Cov}_0(K_2, E_1(K_2))$: Kovarianz zwischen K_2 und $E_1(K_2)$ aus Sicht des Zeitpunkts 0

¹² Siehe Anhang 1.

Die Verbesserung des Informationsstands in $t = 1$ führt zur Veränderung des Erwartungswerts von $E_0(K_2)$ auf $E_1(K_2)$. Der Erwartungswert ändert sich dabei in dem Ausmaß, wie die Informationen Rückschlüsse auf K_2 zulassen, denn Schwankungen des Erwartungswerts $E_1(K_2)$ sind auf die in $t = 1$ zu erwartenden Schwankungen des Kurses K_2 zurückzuführen.

Die zeitliche Struktur des Modells zeigt die folgende Abbildung:

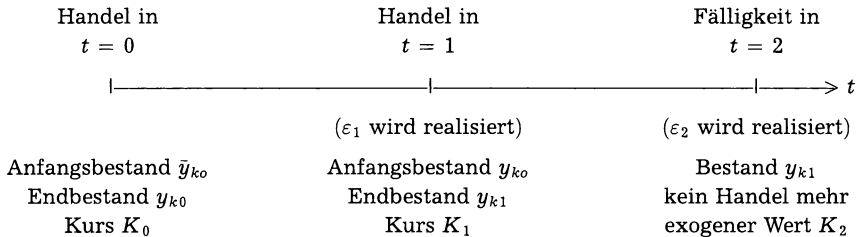


Abb. 1: Die zeitliche Struktur des Informationsflusses und Handels

2. Kalkül des Nichtmengenanpassers

Die Zielfunktion des Nichtmengenanpassers N in $t = 0$ ist

$$\Phi_{N0} = E_0(W_{N2}) - (1/(2a_N)) \text{Var}_0(W_{N2})$$

unter Berücksichtigung der künftigen Handelsentscheidung (4): $y_{N1} = y_{N1}^*(y_{N0})$. Die Annahme konstanter absoluter Risikoaversion erweist sich hier als wichtig, weil so $y_{N1}^*(y_{N0})$ bereits in $t = 0$ sicher antizipiert werden kann.

Das unsichere Vermögen W_{N2} besteht aus

- den Endbeständen an Finanztiteln in $t = 1$: $y_{N1} K_2$,
- der Anfangsausstattung an liquiden Mitteln: X_{N0} ,
- abzüglich der Mittel für Finanztitelzukäufe in $t = 0$: $(y_{N0} - \bar{y}_{N0}) K_0$,
- abzüglich der Mittel für Finanztitelzukäufe in $t = 1$: $(y_{N1} - y_{N0}) K_1$.

\bar{y}_{N0} bezeichnet den Anfangsbestand des Nichtmengenanpassers in $t = 0$.

Beim sicheren Zinssatz in Höhe von null beträgt dieses Endvermögen

$$W_{N2} = y_{N1} K_2 + X_{N0} - (y_{N0} - \bar{y}_{N0}) K_0 - (y_{N1} - y_{N0}) K_1$$

und nach Einsetzen der antizipierten Gleichgewichtsbedingung (2) für K_1 :

$$W_{N2} = y_{N1} K_2 + X_{N0} - (y_{N0} - \bar{y}_{N0}) K_0 - (y_{N1} - y_{N0}) [E_1(K_2) - (\sigma_1^2/a_M)(\bar{y} - y_{N1})]$$

Wegen der Antizipation der künftigen Handelsentscheidung gemäß Formel (4) ist $y_{N1}^*(y_{N0})$ dem Nichtmengenanpasser bereits in $t = 0$ bekannt,¹³ obwohl der Kurs K_1 in $t = 0$ noch unsicher ist.

Für das Sicherheitsäquivalent ergibt sich unter Berücksichtigung von $E_0[E_1(K_2)] = E_0(K_2)$:

$$\Phi_{N0} = y_{N0} E_0(K_2) + X_{N0} - (y_{N0} - \bar{y}_{N0}) K_0 + (y_{N1} - y_{N0})(\bar{y} - y_{N1})(\sigma_1^2/a_M) - (1/(2a_N)) \text{Var}_0(W_{N2})$$

$$\text{mit}^{14} \quad \text{Var}_0(W_{N2}) = y_{N1}^2 \sigma_1^2 + y_{N0}^2 \sigma_0^2$$

Die Bedingung erster Ordnung für sein Optimum ist dann nach Umformung:

$$(6) \quad \frac{d\Phi_{N0}}{dy_{N0}} = E_0(K_2) - K_0 - (y_{N0} - \bar{y}_{N0}) \frac{dK_0}{dy_{N0}} - (\bar{y} - y_{N1})(\sigma_1^2/a_M) + \frac{dy_{N1}}{dy_{N0}} [\bar{y} - 2y_{N1} + y_{N0}] (\sigma_1^2/a_M) - (1/(2a_N)) \frac{d\text{Var}_0(W_{N2})}{dy_{N0}} = 0$$

$$(7) \quad \text{mit} \quad \frac{d\text{Var}_0(W_{N2})}{dy_{N0}} = 2 \frac{dy_{N1}}{dy_{N0}} y_{N1} \sigma_1^2 + 2y_{N0} \sigma_0^2$$

Um den Kurs K_0 und seinen Kurseinfluß dK_0/dy_{N0} zu bestimmen, muß der Nichtmengenanpasser den Kalkül des Mengenanpassers berücksichtigen.

3. Kalkül des Mengenanpassers

Es wird unterstellt, daß der Mengenanpasser zwar die Bestimmungsgrößen des Kurses kennt, seinen eigenen Kurseinfluß aber vernachlässigt.¹⁵ Diese Begründung der Mengenanpassung hat unter anderem zur Folge, daß der Mengenanpasser die Gleichgewichtsbedingungen, die in $t = 1$ vorliegen müssen, antizipieren kann und daß er bereits in $t = 0$

¹³ Die Gleichgewichtsbedingung (4) für y_{N1} wird an dieser Stelle aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht in die obige Formel eingesetzt.

¹⁴ Siehe Anhang 2.

¹⁵ Es sei daran erinnert, daß die Nachfrage des Mengenanpassers als Gesamtnachfrage einer Gruppe von Mengenanpassern zu interpretieren ist.

seine gleichgewichtige Bestandsnachfrage y_{M1} des Folgezeitpunkts kennt.

Weil der Mengenanpasser seine eigenen Kurseinflüsse vernachlässigt, hat sein Endbestand in $t = 0$, der gleichzeitig der Anfangsbestand des Folgezeitpunkts ist, keinen Einfluß auf seine Nachfrageentscheidung in $t = 1$. Der Mengenanpasser unterstellt demzufolge die nachstehenden (unzutreffenden) Bedingungen in seinem Kalkül:

$$\frac{dy_{M1}}{dy_{M0}} = \frac{dK_0}{dy_{M0}} = \frac{dK_1}{dy_{M0}} = 0$$

Die Präferenzfunktion und die Funktion des Endvermögens ergeben sich zunächst wie im Fall der Nichtmengenanpassung.

Die Zielfunktion des Mengenanpassers M in $t = 0$ ist

$$\Phi_{M0} = E_0(W_{M2}) - (1/(2a_M)) \text{Var}_0(W_{M2}).$$

Sein unsicheres Vermögen W_{M2} beträgt

$$W_{M2} = y_{M1} K_2 + X_{M0} - (y_{M0} - \bar{y}_{M0}) K_0 - (y_{M1} - y_{M0}) K_1$$

und nach Einsetzen von (2) für K_1 :

$$W_{M2} = y_{M1} K_2 + X_{M0} - (y_{M0} - \bar{y}_{M0}) K_0 - (y_{M1} - y_{M0}) [E_1(K_2) - (\sigma_1^2/a_M) y_{M1}]$$

Die Zielfunktion ist dann

$$\Phi_{M0} = y_{M0} E_0(K_2) + X_{M0} - (y_{M0} - \bar{y}_{M0}) K_0 + (y_{M1} - y_{M0}) y_{M1} (\sigma_1^2/a_M) - (1/(2a_M)) \text{Var}_0(W_{M2})$$

$$\text{mit}^{16} \quad \text{Var}_0(W_{M2}) = y_{M1}^2 \sigma_1^2 + y_{M0}^2 \sigma_0^2.$$

Aus der Bedingung erster Ordnung für sein Optimum:

$$\frac{d\Phi_{M0}}{dy_{M0}} = E_0(K_2) - K_0 - y_{M1} (\sigma_1^2/a_M) - (\sigma_0^2/a_M) y_{M0} = 0$$

ergibt sich nach Umformung die Kursformel:

$$(8) \quad K_0 = E_0(K_2) - (\sigma_0^2/a_M) y_{M0} - (\sigma_1^2/a_M) y_{M1}$$

¹⁶ Die Berechnung gleicht der für $\text{Var}_0(W_{N2})$, siehe dazu Anhang 2.

Den y_{M0} Finanztiteln, die von $t = 0$ bis $t = 1$ gehalten werden, wird das Risiko der ersten Periode zugerechnet, nämlich σ_0^2 . Den y_{M1} Titeln, die von $t = 1$ bis $t = 2$ gehalten werden, wird das Risiko der zweiten Periode zugerechnet, also σ_1^2 . Wie im Zwei-Zeitpunkte-Fall entspricht der Kurs seinem Erwartungswert abzüglich einer Prämie für das Risiko, das sich hier allerdings aus den beiden zeitlich verteilten Risiken σ_0^2 und σ_1^2 zusammensetzt.

4. Marktgleichgewicht

Um den Kurseinfluß des Nichtmengenanpassers zu berechnen, wird die Marktträumungsbedingung in die Kursformel (8) eingesetzt:

$$(9) \quad \begin{aligned} K_0 &= E_0(K_2) - (\sigma_0^2/a_M)(\bar{y} - y_{N0}) - (\sigma_1^2/a_M)(\bar{y} - y_{N1}) \\ &= E_0(K_2) - [(\sigma_0^2 + \sigma_1^2)/a_M]\bar{y} + (\sigma_0^2/a_M)y_{N0} + (\sigma_1^2/a_M)y_{N1} \end{aligned}$$

Demnach ist sein Kurseinfluß

$$(10) \quad \frac{dK_0}{dy_{N0}} = (\sigma_0^2/a_M) + \frac{dy_{N1}}{dy_{N0}} (\sigma_1^2/a_M).$$

Einsetzen von (7), (9), (10) und (4) in (6) ergibt schließlich seinen optimalen Endbestand im Gleichgewicht:¹⁷

$$(11) \quad y_{N0}^* = \frac{1}{\frac{\sigma_0^2}{c} + c\sigma_1^2} [\sigma_0^2\bar{y} + (\sigma_0^2 + c\sigma_1^2)\bar{y}_{N0}]$$

$$\text{mit } c \equiv \frac{a_N}{2a_N + a_M} = \frac{\alpha}{1 + \alpha}.$$

Zur besseren Interpretation kann Gleichung (11) für $\sigma_0^2 \neq 0$ in Anteilswerte umgeformt werden:

$$(11') \quad \eta_0^* = \frac{1}{1 + d} \alpha + \frac{d}{1 + d} \eta$$

mit

$$\eta_0^* \equiv \frac{y_{N0}^*}{\bar{y}}$$

$$\eta \equiv \frac{\bar{y}_{N0}}{\bar{y}}$$

$$d \equiv \left(1 + \frac{\alpha\sigma_1^2}{(1 + \alpha)\sigma_0^2} \right) \alpha$$

¹⁷ Siehe Anhang 3. Für $\sigma_0^2 = \sigma_1^2 = 0$ ist y_{N0}^* unbestimmt, da der Anleger indifferent zwischen liquiden Mitteln und dem Finanztitel ist.

Wiederum ergibt sich der optimale Endbestandsanteil als gewogenes Mittel aus dem Risikotoleranzanteil α und dem Anfangsbestandsanteil, hier η . Allerdings ändern sich die Gewichtungsfaktoren. Der Zwei-Zeitpunkt-Fall ist hier als Sonderfall enthalten, nämlich für $d = \alpha$ (das heißt für $\sigma_1^2 = 0$).

Aus Formel (11) oder (11') können zahlreiche Schlüsse gezogen werden:

$$(1) \text{ Aus } \eta \begin{cases} < \\ = \\ > \end{cases} \alpha \text{ folgt } \eta_0^* \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} \eta.$$

Der Nichtmengenanpasser kauft (verkauft)¹⁸ in $t = 0$, wenn sein Anfangsbestandsanteil η unter (über) seinem Risikotoleranzanteil α liegt. Entsprechen sich beide Anteile, so ändert er seinen Anfangsbestand gar nicht. Damit nähern sich die Bestände denjenigen an, die eine optimale Risikoallokation gewährleisten.¹⁹

$$(2) \text{ Aus } \eta_0^* \begin{cases} < \\ = \\ > \end{cases} \eta \text{ folgt } \eta_0^* \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} \alpha.$$

Der Nichtmengenanpasser kauft (verkauft) weniger als nötig wäre, um seinen Bestandsanteil und Risikotoleranzanteil vollständig anzugleichen, weil er die nachteilige Wirkung der eigenen Transaktion auf den Kurs einkalkuliert. Die optimale Risikoallokation wird in $t = 0$ nicht vollständig erreicht.

$$(3) \text{ Aus } \eta_0^* \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} \eta \text{ folgt } \eta_1^* \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} \eta_0^*.$$

Dieser Zusammenhang folgt aus (11) und (4). Er besagt, daß der Nichtmengenanpasser in $t = 1$ weiter zukauf (verkauft), wenn er in $t = 0$ bereits zugekauft (verkauft) hat. Damit verbessert sich die Risikoallokation im Zeitablauf. Die optimale Risikoallokation wird aber auch in $t = 1$ nicht erreicht.

Die Punkte (1) - (3) bestätigen die Ergebnisse Rudolphs. Bemerkenswert erscheint das Ergebnis zu (3), nach dem ein Nichtmengenanpasser seinen Bestand im Zeitablauf schrittweise in dieselbe Richtung verändert. Denn, anders als bei Rudolph, antizipiert er hier seine schrittwei-

¹⁸ Wenn $y_{N0}^* - \bar{y}_{N0} > (<) 0$ ist, liegt ein Kauf (Verkauf) vor.

¹⁹ Vgl. *Wilson* (1968), S. 125.

sen Bestandsveränderungen. Der Frage, warum er die späteren Bestandsänderungen nicht gleich im Ausgangszeitpunkt vornimmt, sondern verzögert, widmet sich der folgende Punkt.

$$(4) \text{ Aus } \sigma_0^2 = 0 \text{ folgt } \eta_0^* = \eta \text{ und } \eta_1^* = \frac{1}{1 + \alpha} \alpha + \frac{\alpha}{1 + \alpha} \eta.$$

Wenn zwischenzeitlich keine zusätzlichen Informationen zu erwarten sind, nimmt der Nichtmengenanpasser überhaupt keine Transaktion in $t = 0$ vor, sondern handelt ausschließlich in $t = 1$ und verzögert damit den Handel. Da sich dieser *Verzögerungseffekt* mit wachsendem σ_0^2 abschwächt, wie unter (5) noch gezeigt wird, kann er offensichtlich nicht damit begründet werden, daß es in $t = 1$ möglich ist, bei verbessertem Informationsstand zu handeln. Schließlich erhalten alle Marktteilnehmer gleichzeitig die neue Information, so daß niemand anderen Marktteilnehmern gegenüber einen Informationsvorteil besitzt, wenn er mit seinen Transaktionen bis $t = 1$ wartet. Die Begründung des Verzögerungseffekts liegt vielmehr in der intertemporalen Bedeutung der Bestandshaltung:

Zunächst kann festgestellt werden, daß für $\sigma_0^2 = 0$ der Kurs in beiden Zeitpunkten identisch ist – unabhängig davon, welches y_{N0} gewählt wird. Dies zeigt ein Vergleich der Gleichgewichtskurse in $t = 0$ und $t = 1$:²⁰

$$K_0(\sigma_0 = 0) = K_1 = E_1(K_2) - (\sigma_1^2/a_M) [\bar{y} - c(\bar{y} + y_{N0})]$$

Die vorstehende Gleichung zeigt außerdem, daß das Kursniveau steigen (sinken) würde, wenn der Nichtmengenanpasser in $t = 0$ kaufen (verkaufen) würde. Obwohl in $t = 1$ derselbe Informationszustand herrscht wie in $t = 0$, wäre ein Kauf (Verkauf) in $t = 0$ deshalb nachteilig für den Nichtmengenanpasser, solange er in $t = 1$ wiederum seinen Erwartungsnutzen maximiert und seine Nachfrage dann nach der Optimierungsregel (4) festlegt. Dies führt dazu, daß der Nichtmengenanpasser ausschließlich in $t = 1$ nachfragt. Tatsächlich weiß er in $t = 0$ bereits mit Sicherheit, zu welchem Kurs K_1 er seine (ohnehin bekannte) Transaktion in $t = 1$ vornehmen wird.

²⁰ Bei dieser Argumentation wird K_1 über Formel (5) mit K_0 über Formel (9) unter Berücksichtigung von (4) verglichen. Vorausgesetzt wird demnach optimierendes Nachfrageverhalten beider Anleger in $t = 1$ und des Mengenanpassers in $t = 0$.

Der Vorteil einer Handelsverzögerung beruht letztlich auf dem unterstellten Optimierungskalkül: Der Nichtmengenanpasser maximiert in $t = 0$ seinen Erwartungsnutzen für den Endzeitpunkt, wohl wissend, daß

- (1) er dieses Ziel auch in $t = 1$ verfolgen wird und (daraus abzuleiten)
- (2) er in $t = 0$ eine Rahmenbedingung für die künftige Entscheidung setzt, nämlich seinen Anfangsbestand in $t = 1$.

Mit der Verzögerung setzt er also eine vorteilhafte Rahmenbedingung für seine künftige Handelsentscheidung.

$$(5) \text{ Aus } \eta \begin{cases} < \\ = \\ > \end{cases} \alpha \text{ folgt } \frac{d\eta_0^*}{d(\sigma_0^2)} \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} 0.$$

Die Handelsmenge in $t = 0$ erhöht sich mit wachsendem σ_0^2 sowohl bei einem Kauf als auch bei einem Verkauf. Da der Kurs K_1 mit steigendem σ_0^2 in $t = 0$ immer unsicherer wird, ist eine Verzögerung des Handels mit steigendem Risiko verbunden und wird deshalb abgeschwächt (*Risikoeffekt der Verzögerung*).

$$(6) \text{ Aus } \eta \begin{cases} < \\ = \\ > \end{cases} \alpha \text{ folgt } \frac{d\eta_0^*}{d(\sigma_1^2)} \begin{cases} < \\ = \\ > \end{cases} 0.$$

Die Handelsmenge in $t = 0$ verringert sich mit wachsendem σ_1^2 sowohl bei einem Kauf als auch bei einem Verkauf. Das liegt daran, daß der Kurseffekt, den eine Nachfragevariation in $t = 0$ und $t = 1$ hervorruft, mit σ_1^2 steigt.²¹ Der Nichtmengenanpasser verringert deshalb seine Transaktionen (*einfacher Risikoeffekt*).

- (7) Falls $\sigma_1^2 = 0$ ist, folgt $d = \alpha$.

Wenn ab $t = 1$ kein Restrisiko mehr besteht, ist der Anleger in $t = 1$ indifferent zwischen der Anlage in liquiden Mitteln und im Finanztitel. η_{N1}^* bleibt unbestimmt. In $t = 0$ ergibt sich eine Nachfrage wie im Zwei-Zeitpunkte-Fall.

- (8) Falls $\sigma_0^2 = \sigma_1^2$ ist, folgt $d = \left(1 + \frac{\alpha}{1 + \alpha}\right) \alpha$.

Wenn ε_0 und ε_1 gleiche Varianzen aufweisen, reduziert sich das Risiko in $t = 1$ im selben Umfang wie in $t = 2$. In diesem Sinn kann man von einem gleichmäßigen Informationsfluß sprechen. Dann ist d und damit der optimale Bestandsanteil η_0^* von der absoluten Höhe des Risikos bzw. seiner beiden identischen Komponenten σ_0^2 und σ_1^2 unabhängig.

²¹ Siehe die Formeln (5) sowie (9) in Verbindung mit (4).

IV. Drei-Zeitpunkte-Fall ohne zwischenzeitlichen Handel

Zum Zweck eines späteren Vergleichs mit den Ergebnissen aus Abschnitt III wird in diesem Abschnitt der Fall analysiert, daß es in $t = 1$ nicht möglich ist zu handeln. Wenn in $t = 1$ kein zwischenzeitlicher Handel möglich ist, messen alle Marktteilnehmer dem Titel in $t = 0$ das Risiko $\text{Var}_0(K_2)$ bei und kalkulieren wie im Zwei-Zeitpunkte-Fall – allerdings mit den beiden Zeitpunkten $t = 0$ und $t = 2$. Dieser Fall wird mit dem Index** gekennzeichnet. Zur Berechnung der optimalen Nachfrage des Nichtmengenanpassers ist lediglich die Formel (4) so zu modifizieren, daß an die Stelle des Zeitindex 1 der Index 0 tritt. Das heißt, y_{N1}^* wird durch y_{N0}^{**} und y_{N0} durch \bar{y}_{N0} ersetzt. Dies ist deshalb möglich, weil die Nachfragemengen nicht von den Kursverteilungsparametern abhängen. Dann beträgt die Nachfrage des Nichtmengenanpassers:

$$y_{N0}^{**} = c(\bar{y} + \bar{y}_{N0})$$

und der Kurs ist nach (2):

$$(12) \quad \begin{aligned} K_0^{**} &= E_0(K_2) - (\text{Var}_0(K_2)/a_M)(\bar{y} - y_{N0}^{**}) \\ &= E_0(K_2) - [(\sigma_0^2 + \sigma_1^2)/a_M](1 - c)\bar{y} + [(\sigma_0^2 + \sigma_1^2)/a_M]c\bar{y}_{N0} \end{aligned}$$

Auch in diesem Fall kauft (verkauft) der Nichtmengenanpasser, wenn der Anteil seines Anfangsbestands am Gesamtbestand unter (über) seinem Risikotoleranzanteil liegt.²² Gleichfalls kauft (verkauft) er weniger, als nötig wäre, damit sich sein Bestandsanteil und Risikotoleranzanteil vollständig angleichen.

V. Mengen- und Kurseffekt durch Erhöhung der Handelsfrequenz

1. Grundsätzliche Überlegungen

Es läßt sich leicht zeigen, daß auf einem Markt nur mit Mengenanpassern die Möglichkeit des zwischenzeitlichen Handels im vorliegenden Modellrahmen weder einen Mengen- noch einen Kurseffekt besitzt. In jedem Zeitpunkt hält ein beliebiger Mengenanpasser M einen konstanten Bestand in Höhe von $y_M = (a_M/A)\bar{y}$, wobei A die Summe aller (konstanten absoluten) Risikotoleranzen bezeichnet. Bei homogenen Erwartungen findet ein Handel deshalb nur einmal statt. Dann hat die Möglichkeit,

²² Siehe Rudolph (1982), S. 479.

zwischenzeitlich zu handeln, keine Auswirkung. Im Gegensatz dazu wird bei einer Nichtmengenanpassung im vorliegenden Modell selbst angesichts homogener Erwartungen nicht nur einmal gehandelt.²³ Deshalb hat die Möglichkeit, zwischenzeitlich zu handeln, auch Auswirkungen, die im weiteren aufgezeigt werden.

2. Mengeneffekt

Der Mengeneffekt durch die Erhöhung der Handelsfrequenz beträgt

$$y_{N0}^* - y_{N0}^{**} = \frac{c\sigma_1^2}{\frac{\sigma_0^2}{c} + c\sigma_1^2} [-c\bar{y} + (1-c)\bar{y}_{N0}].$$

Daraus folgt:

$$\text{Wenn } \eta \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} \alpha \text{ gilt, ist } y_{N0}^* - y_{N0}^{**} \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} 0.$$

Wie bereits abgeleitet wurde, paßt der Nichtmengenanpasser seinen Bestand durch Käufe (Verkäufe) tendenziell, aber nicht vollständig, an denjenigen an, der sich bei optimaler Risikoallokation ergeben würde. Die Antizipation des zwischenzeitlichen Handels führt nun dazu, daß der Nichtmengenanpasser seinen Bestand im Ausgangszeitpunkt 0 weniger stark anpaßt und weniger kauft (verkauft). Die Möglichkeit, zwischenzeitlich zu handeln, verringert somit zunächst die Markttransaktionen im Ausgangszeitpunkt. Allerdings werden zusätzliche Transaktionen im Zeitpunkt 1 vorgenommen. Deshalb sollen die über beide Handelszeitpunkte aggregierten Handelsmengen betrachtet werden.

Da in $t = 1$ genau dann gekauft (verkauft) wird, wenn bereits in $t = 0$ gekauft (verkauft) wird, entsprechen die aggregierten Handelsmengen mit zwischenzeitlichem Handel der Differenz $|y_{N1}^* - \bar{y}_{N0}|$. Die aggregierten Handelsmengen ohne zwischenzeitlichen Handel gleichen der Differenz $|y_{N0}^{**} - \bar{y}_{N0}|$. Die Erhöhung der gesamten Transaktionsmenge durch den zwischenzeitlichen Handel ist.²⁴

$$|y_{N1}^* - \bar{y}_{N0}| - |y_{N0}^{**} - \bar{y}_{N0}| = c|y_{N0}^* - \bar{y}_{N0}| \geq 0$$

²³ Natürlich wird auch dann nicht gehandelt, wenn der Anfangsbestand eines jeden Marktteilnehmers bereits die von ihm gewünschte Portefeuillestruktur aufweist.

²⁴ Siehe Anhang 4.

Sofern überhaupt gehandelt wird, wächst also die über den gesamten Handelszeitraum aggregierte Handelsmenge durch die zusätzliche Handelsmöglichkeit. Es läßt sich zeigen, daß der Anstieg der Handelsmenge positiv von σ_0^2 abhängt.²⁵ Das heißt, je stärker der Informationsfluß bis zur zusätzlichen Handelsmöglichkeit ist, desto stärker wächst die aggregierte Handelsmenge. Daß dieser Effekt letztlich daran liegt, daß sich σ_0^2 im Vergleich zu σ_1^2 erhöht, erkennt man in (11') daran, daß die optimale Nachfrage sich nicht ändert, wenn sich beide Varianzen im selben Verhältnis ändern.

3. Kurseffekt

K_0^* bezeichne den Kurs, der sich mit der Möglichkeit zwischenzeitlichen Handels bildet. Setzt man (4) in (9) ein, resultiert:

$$K_0^* = E_0(K_2) - \frac{\sigma_0^2 + \sigma_1^2}{a_M} \bar{y} + \frac{\sigma_0^2}{a_M} y_{N0}^* + \frac{c\sigma_1^2}{a_M} (\bar{y} + y_{N0}^*)$$

$$\Leftrightarrow K_0^* = E_0(K_2) - \frac{\sigma_0^2 + \sigma_1^2}{a_M} \bar{y} + \frac{\sigma_0^2 + c\sigma_1^2}{a_M} y_{N0}^* + \frac{c\sigma_1^2}{a_M} \bar{y}$$

Den Kurs ohne zwischenzeitlichen Handel (K_0^{**}) beschreibt Gleichung (12). Die zusätzliche Handelsmöglichkeit verändert den Kurs also um

$$K_0^* - K_0^{**} = -\frac{c\sigma_0^2}{a_M} \bar{y} - \frac{c(\sigma_0^2 + \sigma_1^2)}{a_M} \bar{y}_{N0} + \frac{\sigma_0^2 + c\sigma_1^2}{a_M} y_{N0}^*.$$

Nach Einsetzen von y_{N0}^* gemäß (11) läßt sich folgende Aussage treffen:

$$\text{Aus } \eta \left\{ \begin{array}{l} < \\ = \\ > \end{array} \right\} \alpha \text{ folgt } K_0^* - K_0^{**} \left\{ \begin{array}{l} > \\ = \\ < \end{array} \right\} 0.$$

Unter der Voraussetzung, daß der Nichtmengenanpasser kauft (verkauft), erhöht (senkt) die Möglichkeit des zwischenzeitlichen Handels den Kurs des Finanztitels in $t = 0$. Dieses Ergebnis überrascht auf den ersten Blick insofern, als einerseits der Nichtmengenanpasser seine Transaktion in $t = 0$ verringert, andererseits der Kurs für ihn ungünstiger wird. Tatsächlich ist der Kurs bei zwischenzeitlichem Handel aber nicht nur von der Nachfrage in $t = 0$, sondern auch von der antizipierten Nachfrage in $t = 1$ abhängig, und die im Zeitablauf aggregierte Transaktionsmenge steigt durch den zwischenzeitlichen Handel.

²⁵ Daß er negativ von σ_1^2 abhängt, ist ohne weiteres plausibel.

Darüber hinaus ließe sich zeigen, daß die Kurswirkung einer höheren Handelsfrequenz, also $|K_0^* - K_0^{**}|$, um so größer ist, je größer σ_0^2 ist. D.h., je größer das Risiko bis zum zusätzlichen Handelszeitpunkt ist, um so weniger vermeidet der Nichtmengenanpasser einen für ihn nachteiligen Kurseffekt. Der Vollständigkeit halber sei angemerkt, daß $K_0^* - K_0^{**} = 0$ gilt, wenn $\sigma_0^2 = 0$ oder $\sigma_1^2 = 0$ ist. Daß die beiden Fälle $\sigma_0^2 = 0$ oder $\sigma_1^2 = 0$ jeweils als Zwei-Zeitpunkte-Fall interpretiert werden können, wurde oben bereits ausgeführt. Folgerichtig bliebe die zwischenzeitliche Handelsmöglichkeit ohne Kurseffekt.

Ein weiteres Ergebnis ist, daß der Gleichgewichtskurs K_0 durch die Erhöhung der Handelsfrequenz weniger stark von Variationen der Nachfrage in $t = 0$ abhängt. Denn eine marginale Nachfragevariation in $t = 0$ ohne zwischenzeitliche Handelsmöglichkeit verändert den Kurs um

$$\frac{dK_0^{**}}{dy_{N0}} = \frac{\text{Var}_0(K_2)}{a_M} = \frac{\sigma_0^2 + \sigma_1^2}{a_M}.$$

Hingegen ändert eine marginale Nachfragevariation in $t = 0$ mit zwischenzeitlicher Handelsmöglichkeit den Kurs nur um

$$\frac{dK_0^*}{dy_{N0}} = \frac{\sigma_0^2 + c\sigma_1^2}{a_M} < \frac{dK_0^{**}}{dy_{N0}}.$$

Die Erhöhung der Handelsfrequenz vergrößert somit die Marktliquidität. Dies äußert sich darin, daß der Kurs in $t = 0$ Schwankungen der Transaktionsmenge gegenüber stabiler wird. Daß sich gleichzeitig auch die zweite Dimension der Marktliquidität, nämlich die Wartezeit bis zur nächsten Kursfeststellung, „verbessert“, ist natürlich kein Ergebnis, sondern eine Annahme.

VI. Schlußbemerkungen

Betrachtet wird ein fester Zeitraum, innerhalb dessen die Handelsfrequenz von einmaligem auf zweimaligen Handel erhöht wird. Speziell geht es darum, daß die erhöhte Handelsfrequenz *antizipiert* wird, wobei die Anfangsbestände unverändert bleiben. Man könnte einwenden, daß eine höhere Handelsfrequenz auch mit anderen Anfangsbeständen verbunden sein würde. Doch geht die bisherige Argumentation ohnehin stillschweigend von einem exogenen Schock aus, der dafür verantwortlich ist, daß die Anfangsbestände nicht den optimalen Beständen entsprechen. Analysiert wird demzufolge der Anpassungsprozeß nach einem

solchen Schock und die Wirkung der Handelsfrequenz auf diesen Anpassungspfad.

Die Erhöhung der Handelsfrequenz macht es möglich, daß Transaktionen auf mehr Handelszeitpunkte aufgeteilt werden können. Diese Möglichkeit wäre bei allseitiger Mengenanpassung, konstanter absoluter Risikoaversion und homogenen Erwartungen irrelevant, da ohnehin nur ein einziges Mal (nämlich im Anfangszeitpunkt) gehandelt werden würde. Die Abkehr von einer Mengenanpassung führt in diesem Modellrahmen überhaupt erst dazu, daß öfter als einmal gehandelt wird, sofern dies möglich ist. Daraus ergibt sich, daß ein Nichtmengenanpasser bei rationalen Erwartungen einkalkulieren muß, daß er mit seiner aktuellen Nachfrage nicht nur den aktuellen Kurs, sondern auch zukünftige Kurse beeinflusst. Dies verstärkt seine Neigung, im Ausgangszeitpunkt weniger zu handeln. Kritisiert werden könnte an dieser Stelle, daß auch die Mengenanpasser angesichts ihres Nachfrageverhaltens rationale Erwartungen bilden. Dazu sei nochmals darauf hingewiesen, daß der unterstellte Mengenanpasser eine Gruppe vieler kleiner Mengenanpasser repräsentiert, die den Zusammenhang zwischen Nachfrage und Kurs sehr wohl erkennen und nur den Einfluß ihrer individuellen Nachfrage vernachlässigen. Offensichtlich geht damit eine Inkonsistenz bezüglich der Erwartungen marginaler Einflüsse einher, je nachdem, ob der marginale Einfluß der aggregierten Nachfrage der Gruppe oder der eines einzelnen Mengenanpassers betrachtet wird.

Bei einer höheren Handelsfrequenz verlagert der Nichtmengenanpasser einen Teil seiner Transaktionen auf den neu hinzukommenden Handelszeitpunkt. Diese Verzögerung wird um so stärker, je geringer das damit verbundene Risiko ist. Dies widerspricht auf den ersten Blick der Intuition, daß die Verbesserung des Informationsstands im Zeitablauf gerade dafür spricht, mit einer Transaktion zu warten. Tatsächlich aber trifft das Argument hier nicht zu, weil alle Marktteilnehmer homogene Erwartungen haben und sich die absehbare Informationsverbesserung schon im aktuellen Kurs niederschlägt. Die Verzögerung ist vielmehr darauf zurückzuführen, daß der Nichtmengenanpasser erkennt und einkalkuliert, daß sich seine aktuelle Nachfrage auch auf den zukünftigen Kurs (für ihn nachteilig) auswirkt. Doch gleichzeitig verschlechtert sich die Möglichkeit des Nichtmengenanpassers, eigene Kurseffekte zu vermeiden. Denn auch die Mengenanpasser antizipieren die Abhängigkeit künftiger Kurse von den aggregierten (nicht ihren individuellen) aktuellen Transaktionen. Deshalb liegt der Kurs des Finanztitels bereits im Ausgangszeitpunkt näher an dem Kurs, der sich bei optimaler Risiko-

allokation ergäbe. Darüber hinaus ist der Kurs Schwankungen der Transaktionsmenge gegenüber stabiler.

Unter dem Aspekt der Risikoallokation erweist sich die Erhöhung der Handelsfrequenz als ein Mittel, um die Marktliquidität zu fördern. Rationale Erwartungen aller Marktteilnehmer über die intertemporalen Kurswirkungen von Transaktionen beeinträchtigen die Möglichkeit des einzelnen Investors, die absolute Kurshöhe in seinem Sinne zu beeinflussen. Die Befürchtung, daß ein Markt mit zunehmender Handelsfrequenz „austrocknet“ und in den einzelnen Zeitpunkten an Liquidität verliert, erscheint in diesem Rahmen unbegründet.

Anhang

Anhang 1

Aus $K_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ folgt:

$$\begin{aligned} \text{Cov}_0(K_2, E_1(K_2)) &= \text{Cov}_0(\varepsilon_1 + \varepsilon_2, \varepsilon_1 + \mu) \\ &= E_0[(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cdot (\varepsilon_1 + \mu)] - E_0[(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] \cdot E_0[(\varepsilon_1 + \mu)] \\ &= E_0[\varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 \mu + \varepsilon_2 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \mu] - \mu^2 \\ &= E_0[\varepsilon_1^2] + E_0[\varepsilon_2 \varepsilon_1] + E[\varepsilon_2 \mu] - \mu^2 \\ &= E_0[\varepsilon_1^2] + E_0[\varepsilon_2 \varepsilon_1] \end{aligned}$$

Da $E_0[\varepsilon_2 \varepsilon_1] = 0$ ist, weil ε_1 und ε_2 stochastisch unabhängig sind, und aufgrund von $E_0[\varepsilon_1^2] = \sigma_0^2$ folgt:

$$\text{Cov}_0(K_2, E_1(K_2)) = \sigma_0^2.$$

Anhang 2

$$\begin{aligned} \text{Var}_0(W_{N_2}) &= y_{N_1}^2 \text{Var}_0(K_2) + (y_{N_1} - y_{N_0})^2 \sigma_0^2 - 2y_{N_1}(y_{N_1} - y_{N_0}) \text{Cov}_0(K_2, E_1(K_2)) \\ &= y_{N_1}^2 \text{Var}_0(K_2) + (y_{N_1} - y_{N_0})^2 \sigma_0^2 - 2y_{N_1}(y_{N_1} - y_{N_0}) \sigma_0^2 \\ &= y_{N_1}^2 \text{Var}_0(K_2) + (y_{N_0}^2 - y_{N_1}^2) \sigma_0^2 \\ &= y_{N_1}^2 [\text{Var}_0(K_2) - \sigma_0^2] + y_{N_0}^2 \sigma_0^2 \\ &= y_{N_1}^2 \sigma_1^2 + y_{N_0}^2 \sigma_0^2 \end{aligned}$$

Anhang 3

Einsetzen von (7), (9) und (10) in (6) ergibt:

$$\begin{aligned}
 0 &= (1/a_M) [(\bar{y}(\sigma_0^2 + \sigma_1^2) - y_{N0}\sigma_0^2 - y_{N1}\sigma_1^2) - (y_{N0} - \bar{y}_{N0})(1/a_M)[\sigma_0^2 + \frac{dy_{N1}}{dy_{N0}}\sigma_1^2] \\
 &\quad - (\bar{y} - y_{N1})(1/a_M)\sigma_1^2 + \frac{dy_{N1}}{dy_{N0}} [\bar{y} - 2y_{N1} + y_{N0}](1/a_M)\sigma_1^2 \\
 &\quad - (1/a_N) \left[\frac{dy_{N1}}{dy_{N0}} y_{N1}\sigma_1^2 + y_{N0}\sigma_0^2 \right] \\
 &= (1/a_M) [\bar{y}(\sigma_0^2 + \sigma_1^2) - y_{N0}\sigma_0^2 - y_{N1}\sigma_1^2 - (y_{N0} - \bar{y}_{N0})\sigma_0^2 - (\bar{y} - y_{N1})\sigma_1^2] - (1/a_N)y_{N0}\sigma_0^2 \\
 &\quad + \frac{dy_{N1}}{dy_{N0}} \sigma_1^2 \{ (1/a_M)[-(y_{N0} - \bar{y}_{N0}) + \bar{y} - 2y_{N1} + y_{N0}] - (1/a_N)y_{N1} \} \\
 &= (1/a_M)\sigma_0^2(\bar{y} + \bar{y}_{N0} - 2y_{N0}) - (1/a_N)y_{N0}\sigma_0^2 \\
 &\quad + \frac{dy_{N1}}{dy_{N0}} \sigma_1^2 \{ (1/a_M)[\bar{y} + \bar{y}_{N0} - 2y_{N1}] - (1/a_N)y_{N1} \},
 \end{aligned}$$

wobei aus Formel (4): $y_{N1} = c(\bar{y} + y_{N0})$, folgt:

$$\frac{dy_{N1}}{dy_{N0}} = c$$

$$\text{mit } c \equiv \frac{a_N}{2a_N + a_M}$$

Zwar ist y_{N1} für $\sigma_1^2 = 0$ unbestimmt, aber y_{N0}^* bleibt eindeutig. Nach einigen Umformungen erhält man:

$$\begin{aligned}
 0 &= (1/a_M)\sigma_0^2(\bar{y} + \bar{y}_{N0} - 2y_{N0}) - (1/a_N)y_{N0}\sigma_0^2 \\
 &\quad + c\sigma_1^2 \{ (1/a_M)[\bar{y} + \bar{y}_{N0} - 2c(\bar{y} + y_{N0})] - (1/a_N)c(\bar{y} + y_{N0}) \} \\
 \Leftrightarrow y_{N0}^* &= \frac{1}{\frac{\sigma_0^2}{c} + c\sigma_1^2} [\sigma_0^2\bar{y} + (\sigma_0^2 + c\sigma_1^2)\bar{y}_{N0}]
 \end{aligned}$$

mit $\sigma_0^2/c + c\sigma_1^2 \neq 0$. Für $\sigma_0^2 = \sigma_1^2 = 0$ ist also auch y_{N0}^* unbestimmt. In diesem Fall besteht wiederum Indifferenz zwischen der Anlage in sicheren liquiden Mitteln und im Finanztitel.

Anhang 4

Die Möglichkeit, zwischenzeitlich zu handeln, erhöht das über die Zeitpunkte 0 und 1 aggregierte Handelsvolumen um:

$$|y_{N1}^* - \bar{y}_{N0}| - |y_{N0}^{**} - \bar{y}_{N0}|$$

Die Vorzeichen von $|y_{N1}^* - \bar{y}_{N0}|$ und $|y_{N0}^{**} - \bar{y}_{N0}|$ sind immer identisch. Bei positiven Vorzeichen, also im Falle des Kaufs, gilt:

$$\begin{aligned} |y_{N1}^* - \bar{y}_{N0}| - |y_{N0}^{**} - \bar{y}_{N0}| &= y_{N1}^* - y_{N0}^{**} = c(\bar{y} + y_{N0}^*) - c(\bar{y} + \bar{y}_{N0}) \\ &= c(y_{N0}^* - \bar{y}_{N0}) > 0 \end{aligned}$$

Bei negativen Vorzeichen, also im Falle des Verkaufs, gilt:

$$|y_{N1}^* - \bar{y}_{N0}| - |y_{N0}^{**} - \bar{y}_{N0}| = y_{N0}^{**} - y_{N1}^* = c(\bar{y}_{N0} - y_{N0}^*) > 0$$

Damit beträgt die Erhöhung des gesamten Handelsvolumens durch die Möglichkeit, zwischenzeitlich zu handeln, immer

$$|y_{N1}^* - \bar{y}_{N0}| - |y_{N0}^{**} - \bar{y}_{N0}| = c|y_{N0}^* - \bar{y}_{N0}|$$

Falls die exogenen Anfangsbestände den Beständen bei optimaler Risikoallokation entsprechen, wird überhaupt nicht gehandelt. Eine Erhöhung der Handelsfrequenz bleibt dann ohne Auswirkung.

Literatur

Allen, F./Gale, D. (1992), Stock-price manipulation, in: Review of Financial Studies, S. 503 - 529. – Basak, S. (1995), General equilibrium continuous-time asset pricing in the presence of: (1) Portfolio insurers and (2) non-price-taking investors, Ann Arbor (zugl. Dissertation, Carnegie Mellon University 1993). – Baye, M., Gillette, A., de Vries, C. (1994), Limit orders, asymmetric information, and the formation of asset prices with a computerized specialist, in: Journal of Economics, S. 71 - 96. – Easley, D./O'Hara, M. (1992), Adverse selection and large trade volume: the implications for market efficiency, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, S. 185 - 208. – Garbade, K./Silber, W. (1979), Structural organization of secondary markets: clearing frequency, dealer activity and liquidity risk, in: Journal of Finance, S. 577 - 593. – Garman, M. (1976), Market microstructure, in: Journal of Financial Economics, S. 257 - 275. – Gerke, W./Bienert, H./Schroeder-Wildberg, U. (1995): Orderbuchtransparenz bei homogenem Informationsangebot – eine experimentelle Untersuchung, in: Kredit und Kapital, S. 227 - 269. – Glosten, L. (1994), Is the electronic open limit order book inevitable?, in: Journal of Finance, S. 1127 - 1161. – Hessel, C. (1981), Extensions to port-

folio theory to reflect vast wealth differences among investors, in: *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, S. 53 - 70. – *Heyl*, D. von (1995), Noise als finanzwirtschaftliches Phänomen, Frankfurt. – *Kyle*, A. (1985), Continuous auctions and insider trading, in: *Econometrica*, S. 1315 - 1335. – *Lindenberg*, E. (1979), Capital market equilibrium with price affecting institutional investors, in: *Portfolio theory 25 years later*, hrsg. von Elton und Gruber, S. 109 - 124. – *Mirman*, L./*Samuelson*, L. (1989), Information and equilibrium with inside traders, in: *Economic Journal*, S. 152 - 167. – *Roberts*, D./*Postlewaite*, A. (1976), The incentives for price-taking behavior in large exchange economies, in: *Econometrica*, S. 115 - 127. – *Rudolph*, B. (1982), Portefeuille- und Aktienkursbildung bei monopolistischem Anlegerwettbewerb, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, S. 471 - 490. – *Schwartz*, R. (1991), Reshaping the equity markets. – *Stoll*, H. (1992), Principles of trading market structure, in: *Journal of Financial Services Research*, S. 75 - 107. – *Wilson*, R. (1968), The theory of syndicates, in: *Econometrica*, S. 119 - 132.

Zusammenfassung

Handelsfrequenz und Nichtmengenanpassung

Mit der Abkehr von einer Mengenanpassung sind nicht nur Wirkungen auf den aktuellen Kurs, sondern auch auf zukünftige Kurse zu berücksichtigen. Diese intertemporale Verbundenheit führt in Verbindung mit rationalen Erwartungen aller Marktteilnehmer dazu, daß die Handelsfrequenz den aktuellen Kurs beeinflusst. Im Ergebnis nähert sich bereits der aktuelle Kurs bei einer höheren Handelsfrequenz demjenigen Kurs an, der sich bei optimaler Risikoallokation ergeben würde. Gleichzeitig erhöht sich die Marktliquidität, gemessen an der Unempfindlichkeit des Kurses gegenüber Schwankungen im Transaktionsvolumen.

Summary

Trading Frequency and Non-Pricetaking

In light of non-pricetaking, account has to be taken of effects not only on current, but also on future prices. This intertemporal link, together with rational expectations of all market participants, results in the trading frequency determining current prices. It turns out that, with a higher trading frequency, current prices tend to draw closer to those prices that would be the outcome of optimized risk allocation. At the same time, the liquidity of the market increases when measured by the insensitivity of prices to fluctuations in the volume of transactions.

Résumé

Fréquence commerciale et non-ajustement des quantités

Il faut considérer les effets du non-ajustement sur les cours actuels, mais aussi sur les cours futurs. Ce lien intertemporel, lié à des attentes rationnelles de tous les usagers du marché, a pour conséquence que la fréquence commerciale influence le cours actuel. En conclusion, lorsque la fréquence commerciale est élevée, le cours actuel se rapproche déjà du cours en vigueur en cas d'allocation optimale de risques. En même temps, la liquidité du marché, mesurée par rapport à l'insensibilité du cours face aux fluctuations du volume des transactions, augmente.