

## Erwiderung auf die Anmerkungen von Brunner und Falkinger

Von Manfred Neumann

*Brunner / Falkinger* beharren auf ihrer Kritik, weil sie den Stellenwert der Gleichung  $\tau f(k) = \phi c_R$  nach wie vor nicht erkennen. Natürlich würde eine Inkonsistenz entstehen, wenn ich behaupten würde,  $\phi$  und  $\tau$  seien beides exogene Variable. Das habe ich jedoch an keiner Stelle angenommen. Vielmehr handelt es sich um eine Budgetgleichung des Staates, aus der sich bei einer exogen gegebenen Alterslastquote  $\phi$  und den für den Staat gegebenen Werten der Kapitalintensität  $k$  sowie des Rentnerkonsums  $c_R$  eine Steuerquote  $\tau$  ergibt, die zum Ausgleich des Staatshaushalts notwendig ist.

Um den Fehler der Argumentation von *Brunner / Falkinger* klar herauszuarbeiten, sei ihr Maximierungsproblem noch einmal aufgeschrieben. Zu maximieren ist nach dem Modell von *Brunner / Falkinger* durch die Wahl des Pro-Kopf-Konsums der Erwerbstätigen  $c$ , des Pro-Kopf-Konsums der Rentner  $c_R$  und – wie jetzt in ihrer Anmerkung 3 zu erkennen gegeben – des Steuersatzes  $\tau$  die Zielfunktion

$$\int_0^{\infty} L(0) [u(c) + \phi u(c_R)] e^{-\beta t} dt$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} \dot{k} &= f(k) - c - \phi c_R - \lambda k, & \lambda &= n + \delta \\ \tau f(k) &= \phi c_R. \end{aligned}$$

Schreibt man

$$\begin{aligned} H &= L(0) [u(c) + \phi u(c_R)] e^{-\beta t} + \mu e^{-\beta t} [\tau f(k) - \phi c_R] \\ &+ \psi [f(k) - c - \phi c_R - \lambda k] \end{aligned}$$

und setzt  $L(0) = 1$ , so erhält man als notwendige Bedingungen für das Maximum der Zielfunktion

$$\begin{aligned} \partial H / \partial c &= [u'(c) e^{-\beta t} - \psi] = 0 \\ \partial H / \partial c_R &= \phi [(u'(c_R) - \mu) e^{-\beta t} - \psi] = 0 \\ \partial H / \partial \tau &= \mu e^{-\beta t} f(k) = 0 \\ \psi &= -\partial H / \partial k. \end{aligned}$$

Schließt man den trivialen Fall  $f(k) = 0$  aus, so muß offenbar in völliger Übereinstimmung mit der Anmerkung 3 von *Brunner / Falkinger*  $\mu = 0$  sein, denn in der Tat wird ja  $\tau$  so gewählt, daß ein Maximum der Zielfunktion erreicht wird und die Budgetgleichung gilt. Für einen Steady State ergibt sich dann

$$\begin{aligned} u'(c) &= u'(c_R) \\ f'(k) &= \lambda + \beta. \end{aligned}$$

Aus diesem Ergebnis schließen *Brunner / Falkinger* nun, daß das Umlageverfahren zu keiner Abweichung der Kapitalintensität von ihrem gesamt-wirtschaftlichen Optimalwert führe. Dieser Schluß ist jedoch unhaltbar.

Das Problem mit der Argumentation *Brunner / Falkingers* besteht darin, daß ihr Modell mit dem Umlageverfahren nichts zu tun hat. Es gibt niemanden, der gleichzeitig den Konsum der Erwerbstätigen, den Konsum der Rentner und den Steuersatz festlegen kann; denn der Staat hat keinen direkten Einfluß auf den Konsum der Erwerbstätigen, und diese können den Steuersatz nicht bestimmen.

Das Umlageverfahren besteht vielmehr darin, daß der Staat ein Rentenniveau fixiert und dann Steuern vom Einkommen der Erwerbstätigen erhebt, um die Rentenausgaben zu finanzieren. Bezüglich des Rentenniveaus wurde von mir vereinfachend angenommen, daß  $c_R = c$  ist. Diese Vereinfachung ist für das Ergebnis unwesentlich, solange eine feste Relation zwischen dem Pro-Kopf-Konsum der Rentner und der Erwerbstätigen besteht. Wenn das der Fall ist, kann jeder Erwerbstätige durch eine Maximierung des Nutzens des Pro-Kopf-Konsums während der Erwerbstätigkeit sicherstellen, daß auch der Nutzen des Konsums während des Ruhestandes maximal ist. Dabei muß der einzelne Erwerbstätige von einem für ihn gegebenen Steuersatz ausgehen, den nicht er selbst, sondern der Staat festsetzt.

Aus dieser Konstellation ergibt sich für den einzelnen Erwerbstätigen das Problem, die Zielfunktion

$$\int_0^{\infty} L(0) u(c) e^{-\beta t} dt$$

unter der Nebenbedingung  $\dot{k} = (1 - \tau)f(k) - c - \lambda k$  durch die Wahl von  $c(t)$  zu maximieren. Damit ist das Verhalten eines Individuums im Umlageverfahren charakterisiert. Im Steady State gilt dann  $(1 - \tau)f'(k) = \lambda + \beta$ , so daß die Kapitalintensität nach unten verzerrt ist.

Die Budgetgleichung des Staates spielt für das einzelne Individuum unmittelbar überhaupt keine Rolle. Sie gilt für den Staat, der den Haushalt der Sozialversicherung ausgleichen muß. Der Staat weiß, daß  $k$  und  $c$  im Umlageverfahren aufgrund des Verhaltens der Individuen vom Steuersatz abhängig sind. Daher kann man die Budgetgleichung des Staates unter

Berücksichtigung des auf  $c_R = c$  festgelegten Rentenniveaus auch in der Form

$$\tau f(k(\tau)) = \phi c(\tau)$$

schreiben, aus der sich das zur Ausgabendeckung notwendige  $\tau$  ergibt. Ein Beispiel mag zur Verdeutlichung dienen. Wenn  $f(k) = k^\alpha$  mit  $\alpha < 1$  angenommen wird, so erhält man für den Steady State

$$k^* = \left( \frac{\alpha(1-\tau)}{\beta+\lambda} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad c^* = k^* \left( \frac{\beta+(1-\alpha)\lambda}{\alpha} \right)$$

und nach Einsetzen in die Budgetgleichung

$$\frac{\tau}{1-\tau} = \phi \left( \frac{\beta+(1-\alpha)\lambda}{\beta+\lambda} \right).$$

Im Umlageverfahren ist also der Steuersatz für das Individuum exogen, für den Staat jedoch folgt er als endogene Variable aus der Budgetgleichung.