## Umlageverfahren, Kapitaldeckungsverfahren und optimales Wachstum

## Replik

## Von Manfred Neumann

Die Kritik von Brunner / Falkinger geht in die Irre, und ihre Behauptung, Umlageverfahren und Kapitaldeckungsverfahren der Altersversorgung seien äquivalent, ist falsch.

Man kann sich das zunächst durch eine sehr einfache Überlegung klar machen. Das Umlageverfahren beinhaltet, daß Faktoreinkommen mit einer Steuer belegt werden. Die Steuereinnahmen werden dann als "lump sum"-Transfers ausgeschüttet. Das muß allokative Verzerrungen zur Folge haben.

Dieser Sachverhalt kann auf unterschiedliche Weise demonstriert werden¹. Ich habe mich dazu eines einfachen Modells bedient², dessen Grundzüge hier wiederholt werden sollen, da *Brunner / Falkinger* es vorziehen, ein anderes Modell zu verwenden.

Bezeichnet man mit k:=K/L den Kapitalstock je Erwerbstätigen, mit  $C=C_L+C_R$  den Gesamtkonsum der Volkswirtschaft, der sich aus dem Konsum der Erwerbstätigen und der Rentner zusammensetzt, mit n die Veränderungsrate der Zahl der Erwerbstätigen und mit  $\delta$  die Abschreibungsrate für den Kapitalstock, so ergibt sich als Gleichung der Kapitalakkumulation

$$\dot{k} = f(k) - C/L - (n + \delta)k$$

in der f(k) die Pro-Kopf-Produktionsfunktion ist, die den üblichen neoklassischen Eigenschaften genügen soll. Nun läßt sich

$$\frac{C}{L} = \frac{C_L}{L} + \frac{C_R}{A} \frac{A}{L}$$

schreiben. Wenn man  $c:=C_L/L$  und  $c_R:=C_R/A$  für den jeweiligen Pro-Kopf-Konsum der Erwerbstätigen und Rentner setzt und für die Altenlastquote  $\phi:=A/L$  schreibt, so erhält man

$$C/L = c + c_R \phi .$$

ZWS 108 (1988) 4

 $<sup>^{1}\,</sup>$  Vgl. dazu auch Homburg (1988) und Kitterer (1987), die Modelle überlappender Generationen verwenden.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Neumann (1986), (1987).

Angenommen sei dann, daß der Pro-Kopf-Konsum der Rentner gleich dem der Erwerbstätigen ist. In diesem Fall lautet die Gleichung der Kapitalakkumulation

(1) 
$$\dot{k} = f(k) - c(1+\phi) - (n+\delta)k.$$

Im Umlageverfahren erhalten die Rentner einen Transfer von  $\phi c$ , der durch Steuern finanziert wird. Wenn die Steuern in der Form einer allgemeinen Produktionssteuer (oder Einkommensteuer) mit dem Satz von  $100\,\tau\%$  erhoben werden, ergibt sich die Budgetgleichung des Staates als

$$\tau f(k) = \phi c .$$

Setzt man diese Gleichung in (1) ein, so folgt

(3) 
$$\dot{k} = (1 - \tau) f(k) - c - (n + \delta) k.$$

Brunner / Falkinger halten nun die Gleichung (2) für eine Definition des Rentnerkonsums und kritisieren, man dürfe nicht gleichzeitig den Rentnerkonsum durch die Gleichung (2) und durch die Annahme  $c_R = c$  bestimmen. Das ist sicher richtig. Aber Gleichung (2) ist keine Definition, sondern eine Budgetgleichung. Angesichts des Textes: "Wenn eine allgemeine Sozialversicherungssteuer von  $100\,\tau\%$  erhoben wird, so betragen die Einnahmen der Sozialversicherung pro Erwerbstätigen  $\tau f(k)$ . Sie sind im Umlageverfahren gleich den Ausgaben für den Konsum der Rentner³.", ist mir das Mißverständnis, dem Brunner / Falkinger unterliegen, schwer verständlich.

Wenn nun unter den Bedingungen der Gleichungen (2) und (3) eine Nutzenfunktion

$$\int_{0}^{\infty} u(c) e^{-\beta t} dt$$

maximiert wird, so erhält man für einen Steady State als notwendige Bedingung

$$(4) (1-\tau)f'(k) = \beta + n + \delta.$$

Da auf der rechten Seite Konstante stehen, folgt unmittelbar, daß eine Erhöhung des Steuersatzes zu einer Verminderung des optimalen Kapitalstocks pro Erwerbstätigen führt. Es bedarf wohl keiner weiteren Erläuterung, daß eine derartige allokative Verzerrung nicht entsteht, wenn jeder

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Neumann (1987), 38.

Erwerbstätige spart und dadurch einen Kapitalstock zur Sicherung seiner Altersversorgung aufbaut, wie das im Ergebnis in einem Kapitaldeckungsverfahren geschieht.

Brunner / Falkinger verwenden ein völlig anderes Modell, in dem der Konsum der Erwerbstätigen und Rentner verschieden hoch sein kann. Sie stellen sich die Aufgabe, den Nutzen

(5) 
$$\int_{0}^{\infty} L(0) [u(c_{L}) + \phi u(c_{R})] e^{-\beta t} dt$$

durch die Wahl von  $c_L$  und  $c_R$  zu maximieren, wobei als Nebenbedingung die Budgetgleichung des Staates

$$\tau f(k) = \phi c_R$$

und die Kapitalakkumulationsgleichung

(7) 
$$\dot{k} = f(k) - c_L - \phi c_R - (n+\delta) k$$

zu berücksichtigen ist.

Die Lösung dieser Aufgabe besteht in den Gleichungen (6) und (7) sowie einer Differentialgleichung

$$\dot{c}_L = -[(1-\tau)f'(k) - n - \delta - \beta + \tau f'(k)u'(c_R)/u'(c_L)]u'(c_L)/u''(c_L).$$

Es ist natürlich nicht zulässig, zuerst zur Ermittlung des Nutzenmaximums partielle Ableitungen nach  $c_L$  und  $c_R$  vorzunehmen und dann vorauszusetzen, daß  $u'(c_R) = u'(c_L)$  und  $c_L = c_R$  ist<sup>4</sup>, um damit zu demonstrieren, daß das Umlageverfahren nicht zu allokativen Verzerrungen führt.

$$H = L(0) [u(c_L) + \phi u(c_R)] e^{-\beta t} + \mu e^{-\beta t} (\tau f(k) - \phi c_R) + \psi [(f(k) - c_L - \phi c_R - (n + \delta) k]].$$

Darin ist  $\mu$  ein Lagrange'scher Multiplikator und  $\psi$  ist die Kozustandsvariable. Die Maximierung von H in Bezug auf die Kontrollvariablen  $c_L$  und  $c_R$  erfordert, daß (setzt man zur Vereinfachung L (0) = 1)

$$u'(c_L) e^{-\beta t} - \psi = 0$$
  
 $(u'(c_R) - \mu) e^{-\beta t} - \psi = 0$ .

Daraus folgt, daß  $\mu=u'(c_R)-u'(c_L)$ . Da der Lagrange'sche Multiplikator bei bindender Beschränkung von Null verschieden ist, kann in dem vorliegenden Modell nicht  $u'(c_R)=u'(c_L)$ und bei identischen Nutzenfunktionen u für beide Gruppen auch nicht  $c_L=c_R$  sein.

ZWS 108 (1988) 4

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Die Hamilton-Funktion des vorliegenden Problems lautet

Selbstverständlich kann man unterschiedliche Modelle verwenden, um die Auswirkungen eines Umlageverfahrens zu analysieren. Die Eigenschaften des Modells sollten aber mit den wesentlichen Charakteristika des Umlageverfahrens übereinstimmen. In der gesetzlichen Rentenversicherung der Bundesrepublik Deutschland wird sowohl das Rentenniveau in Relation zum Einkommen der Erwerbstätigen als auch der Beitragssatz vom Staat fixiert.

In meinem Modell wird (der Einfachheit halber) angenommen, daß  $c_R/c=1$  ist. Durch die Budgetgleichung des Staates  $\tau f(k)=\phi c$  ergibt sich dann die Höhe des notwendigen Steuersatzes. Exogen ist der Alterslastquotient  $\phi$ . In dem Modell wird also angenommen, daß der Staat bei einem exogenen Alterslastquotienten sowohl das relative Rentenniveau als auch den Steuersatz fixiert. Ist das relative Rentenniveau festgelegt, läßt sich auf dem Weg über die Budgetgleichung die exogene Variable  $\phi$  durch  $\tau$  ersetzen.

Dieser Weg ist in dem Brunner / Falkinger-Modell nicht gangbar. Exogen ist bei ihnen ebenfalls die Alterslastquote. Das relative Rentenniveau folgt aus der Maximierung der Nutzenfunktion in Bezug auf die Kontrollvariablen  $c_L$  und  $c_R$ . Offenbar muß dabei unterstellt werden, daß der Staat eine solche Maximierungsaufgabe löst. Das ist natürlich nicht ausgeschlossen. Ich hatte mich allerdings der etwas schlichteren Annahme bedient, daß der Staat bei gegebener Alterslastquote aus nicht näher spezifizierten sozialpolitischen Erwägungen heraus das relative Rentenniveau und den Steuersatz fixiert.

Ein immerhin diskussionswürdiger Einwand, der Brunner und Falkinger anscheinend nicht eingefallen ist, wurde in der Diskussion meines Beitrags im Ausschuß für Bevölkerungsökonomie vorgebracht. Er lautete, Sozialversicherungsbeiträge seien keine Steuern, sondern würden von den Versicherten als Sparleistungen aufgefaßt. Deshalb könnten allokative Verzerrungen nicht entstehen. Man kann diesen Einwand jedoch wie folgt entkräften<sup>5</sup>. Jedes Individuum wird bei gegebenem Einkommen und gegebenen Einkommenserwartungen ein bestimmtes Sparen planen. Wenn dann Zwangsbeiträge zur Sozialversicherung erhoben werden und diese von den Versicherten als Sparleistung aufgefaßt werden, ist anzunehmen, daß sie ihre freiwillige Ersparnis verringern. Da die Sozialversicherungsbeiträge freilich für Transfers verwendet werden, die überwiegend in den Konsum fließen, vermindert sich das gesamtwirtschaftliche Sparen. Die allokative Verzerrung tritt also auch dann ein<sup>6</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Einen formalen Beweis bringt *Homburg* (1988), 42 ff.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Brunner / Falkinger gehen in ihrer Fußnote 5 auf ein Argument aus meinem Beitrag von 1986 ein, in dem der verbreiteten Ansicht widersprochen wird, zur Realisierung eines Kapitaldeckungsverfahrens sei ein gänzlich unrealistisch hoher Kapitalkoeffizient erforderlich. Sie glauben, dieses Argument damit widerlegen zu können,

## Literatur

- Brunner, J. K. / Falkinger, J. (1988), Umlageverfahren, Kapitaldeckungsverfahren und optimales Wachstum. Zu einer Arbeit von M. Neumann. Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften 4 (1988), S. 617 - 620.
- Homburg, St. (1988), Theorie der Alterssicherung. Berlin u.a.
- Kitterer, W. (1987), Der Einfluß der Alterssicherung auf die gesamtwirtschaftliche Kapitalbildung. Diskussionsbeitrag aus dem Institut für Finanzwissenschaft der Universität Kiel, Nr. 20.
- Neumann, M. (1986), Möglichkeiten zur Entlastung der gesetzlichen Rentenversicherung durch kapitalbildende Vorsorgemaßnahmen. Tübingen.
- (1987), Entlastung der gesetzlichen Rentenversicherung durch kapitalbildende Maßnahmen, in: B. Felderer (Hrsg.), Kapitaldeckungsverfahren versus Umlageverfahren. Demographische Entwicklung und Finanzierung von Alterssicherung und Familienlastenausgleich. Berlin.

daß der zur Pensionsfinanzierung tatsächlich gehaltene Kapitalstock relevant sei. Abgesehen davon, daß nicht klar wird, was sie eigentlich meinen, kann man einer theoretischen Argumentation kaum damit begegnen, daß es auf einen tatsächlich (von wem, wofür?) gehaltenen Kapitalstock ankomme.