

## **Exakte Wohlfahrtsmaße in der Nutzen-Kosten-Analyse**

Von Michael Ahlheim und Gerhard Wagenhals<sup>1</sup>

In der vorliegenden Untersuchung werden die Grundprinzipien der sogenannten „exakten“ Wohlfahrtsmessung am Beispiel zweier typischer aus der Literatur bekannter exakter Wohlfahrtsmaße verdeutlicht. Die Analyse ihrer theoretischen und empirischen Eigenschaften mündet schließlich in die Empfehlung eines neuen Maßes, das die festgestellten Schwächen der traditionellen Maße nicht aufweist.

Die Suche nach Wohlfahrtsmaßen, die Nutzenänderungen exakt widerspiegeln, hat in der Entwicklung des ökonomischen Denkens eine lange Tradition<sup>2</sup>. In den letzten Jahren wurden einige Wohlfahrtsmaße vorgeschlagen, welche einerseits die Präferenzordnung eines Konsumenten exakt repräsentieren und andererseits auf der Basis beobachtbarer Daten berechenbar sind. Wegen dieser Kombination von Exaktheit und Beobachtbarkeit sind solche Maße für die angewandte Nutzen-Kosten-Analyse, insbesondere für die Bewertung öffentlicher Projekte, von besonderem Interesse.

Ziel dieses Aufsatzes ist die Diskussion der Vor- und Nachteile dieser exakten Wohlfahrtsmaße in Hinblick auf ihre Anwendungen in der Nutzen-Kosten-Analyse. Dazu werden zunächst in Abschnitt 1 die mikroökonomischen Grundlagen der exakten Wohlfahrtsmessung erläutert. Sie dienen als Ausgangspunkt der Darstellung der Maße im zweiten Teil und ihrer vergleichenden Beurteilung im dritten Abschnitt.

### **1. Mikroökonomische Grundlagen der Wohlfahrtsmessung**

Ausgangspunkt aller neueren Ansätze zur exakten Messung der ökonomischen Wohlfahrt ist ein repräsentativer „homo oeconomicus“, der die Annahmen der neoklassischen Theorie des Konsumenten erfüllt. Wir gehen davon aus, daß dieser repräsentative Konsument beliebige nichtnegative Mengen  $x_n$  der  $N$  verschiedenen Güter konsumieren kann, d. h. die Menge  $X$  der für

---

<sup>1</sup> Malte Faber, Doris Läßle-Wagenhals, Rainer Marggraf und Wolfgang Wiegand haben uns durch viele Bemerkungen geholfen. Alle Fehler gehen natürlich zu unseren Lasten.

<sup>2</sup> Die Diskussion über die Exaktheit von Wohlfahrtsmaßen wird unter anderem in McKenzie / Pearce (1976), Hausman (1981), Hanemann (1981), Vartia (1983), Byrnes / Grosskopf / Hayes (1985) und McKenzie / Ulph (1987) geführt.

ihn physisch erreichbaren Güterbündel  $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]$  ist gleich dem gesamten nichtnegativen Orthanten  $R^{N+}$  des  $N$ -dimensionalen euklidischen Raumes ( $X = R^{N+}$ ). Zur Erleichterung der Darstellung unterstellen wir:

**Annahme A:** Die Präferenzordnung eines repräsentativen Konsumenten wird durch eine streng monoton wachsende, streng quasi-konkave und zweimal stetig differenzierbare reellwertige Nutzenfunktion  $U: X \rightarrow R$  so repräsentiert, daß gilt:  $U(x^k) \geq U(x^1) \iff x^k \geq x^1, \forall x^k, x^1 \in X$ .<sup>3</sup>

Wir setzen weiter voraus, daß sich der repräsentative Konsument für ein Güterbündel entscheidet, das seine (*direkte*) Nutzenfunktion  $U$  auf seiner Konsummenge  $X$  unter der Nebenbedingung eines beschränkten Budgets maximiert. Diese Budgetbeschränkung ist formal durch  $px \leq y$  gegeben, wobei  $p = [p_1, p_2, \dots, p_N] \in R^{N++}$  der Vektor der Güterpreise und  $y \in R^{++}$  das Pauscheinkommen des Konsumenten ist<sup>4</sup>. Aus der Lösung dieses Optimierungsproblems ergibt sich die sogenannte *indirekte Nutzenfunktion*  $V: R^{(N+1)++} \rightarrow R$ , die den für den Konsumenten bei einem Preisvektor  $p$  und einem Pauscheinkommen  $y$  maximal erreichbaren Nutzen als Funktion von  $p$  und  $y$  angibt, d. h.

$$(1) \quad V(p, y) = \max_x \{ U(x) \mid x \in X, px \leq y \} .$$

Aus diesem Optimierungsproblem erhält man, sofern die Voraussetzungen des Theorems der impliziten Funktion erfüllt sind, als Lösung den Vektor der Marshall-Nachfragefunktionen  $x(p, y)$  und – als Lagrange-Multiplikator im Optimum – den Grenznutzen des Einkommens, d. h.  $\mu(p, y) = \partial V(p, y) / \partial y$ . Gemäß der Roy-Identität läßt sich der Vektor der Marshall-Nachfragefunktionen mit Hilfe des Gradienten<sup>5</sup> der indirekten Nutzenfunktion bezüglich  $p$  und des Grenznutzens des Einkommens darstellen als  $x(p, y) \equiv -\nabla_p V(p, y) / \mu(p, y)$ . Die indirekte Nutzenfunktion ist ebenso wie die direkte Nutzenfunktion geeignet, die Präferenzordnung des Konsumenten vollständig darzustellen. Dasselbe gilt für die *Ausgabenfunktion*  $E: [R^{N++} \times R] \rightarrow R$ , die durch das Minimierungsproblem

$$(2) \quad E(p, u) = \min_x \{ px \mid x \in X, U(x) \geq u \}$$

definiert ist, und diejenigen Ausgaben angibt, die der Konsument mindestens tätigen muß, um bei Gültigkeit des Preisvektors  $p$  das Nutzenniveau  $u$

<sup>3</sup> Das Symbol „ $\geq$ “ („wird mindestens so geschätzt wie“) bezeichnet die Präferenzrelation des Konsumenten, eine auf seiner Konsummenge definierte vollständige, reflexive, transitive, monotone, streng konvexe und glatte binäre Relation.

<sup>4</sup> Mit  $R^{N++}$  ( $R^{++}$ ) sei der positive Orthant des  $R^N$  ( $R$ ) bezeichnet.

<sup>5</sup> Der Gradient einer Funktion  $f: R^N \rightarrow R$  ist gleich dem Vektor ihrer partiellen Ableitungen, d. h.  $\nabla_x f = [\partial f / \partial x_1, \partial f / \partial x_2, \dots, \partial f / \partial x_N]$ . Für  $x \in R$  ist  $\nabla_x = \partial f / \partial x$  ein Skalar.

zu realisieren. Der Gradient der Ausgabenfunktion bezüglich  $p$  an einer Stelle  $[p, u]$  ist gemäß Shephards Lemma gleich dem Vektor der Hicksschen oder Kompensierten Nachfragefunktionen  $h(p, u)$  an dieser Stelle, d.h.  $\nabla_p E(p, u) \equiv h(p, u)$  mit  $h(p, u) \equiv x(p, E(p, u))$  und  $h(p, V(p, y)) \equiv x(p, y)$ . Eine weitere Möglichkeit zur Repräsentation der Präferenzordnung des Konsumenten durch eine Funktion bietet die sogenannte *Distanzfunktion*  $D: [R^{R++} \times R] \rightarrow R$ , die durch

$$(3) \quad D(x, u) = \max_{\gamma} \{ \gamma \mid \gamma \in R^{++}, U(x/\gamma) \geq u \}$$

definiert ist. Der Wert der Distanzfunktion an einer Stelle  $[x, u]$  ist somit gleich dem größten positiven Skalar, durch den man den Vektor  $x$  dividieren kann, so daß der daraus resultierende Vektor  $[x/\gamma]$  mindestens das Nutzen-niveau  $u$  stiftet. Die Funktion  $D(x, u)$  ist stetig und streng monoton abnehmend in  $u$  und zweimal stetig differenzierbar, positiv linear homogen, konkav und monoton zunehmend in  $x$ . Ferner gilt:

$$(4) \quad D(x, u(x)) \equiv 1 \quad \text{und} \quad D(x, u) \geq 1 \iff U(x) \geq u.$$

Der Gradient der Distanzfunktion bezüglich  $x$  an einer Stelle  $[x, u]$  ist gemäß dem Shephard-Hanoch-Lemma<sup>6</sup> gleich dem Vektor der einkommensnormierten inversen kompensierten Nachfragefunktionen  $\phi$  an dieser Stelle, d.h.  $\nabla_x D(x, u) \equiv \phi(x, u)$  mit  $\phi(x, u) \equiv \hat{p}(x/D(x, u))$  und  $\phi(x, U(x)) \equiv \hat{p}(x)$ , wobei  $\hat{p} = p/y$  der Vektor der einkommensnormierten (unkompensierten) inversen Nachfragefunktionen ist.

Jede der hier kurz besprochenen Funktionen, d.h. Ausgaben-, Distanz-, direkte und indirekte Nutzenfunktion sind gleichermaßen in der Lage, die Präferenzordnung des Konsumenten vollständig wiederzugeben.<sup>7</sup> Wäre eine dieser Funktionen dem Staat bekannt, so könnte er auf ihrer Basis für jedes Projekt und die sich aus ihm ergebenden Preis-Einkommens-Änderungen unmittelbar erkennen, ob es eine Wohlfahrtserhöhung zur Folge hat oder nicht. Da dies in der Realität natürlich nicht der Fall ist, betrachtet man in einem ersten Schritt in Richtung auf praktisch verwendbare Wohlfahrtsmaße die auf dem Konzept der Ausgabenfunktion aufbauende Kompensationsfunktion, die ausschließlich von beobachtbaren Daten abhängt<sup>8</sup>. Die sogenannte *indirekte Kompensationsfunktion*  $C: R^{2N+1} \rightarrow R$  gibt die Höhe der Ausgaben an, die der Konsument bei Gültigkeit eines Preisvektors

<sup>6</sup> s. z. B. Diewert (1982), 561.

<sup>7</sup> Eine umfassende Darstellung der hier aus Raumgründen nur knapp wiedergegebenen Dualitätszusammenhänge findet sich beispielsweise in Diewert (1982).

<sup>8</sup> Vgl. zum folgenden auch Hurwicz / Uzawa (1971), Samuelson (1974), Chipman / Moore (1980), 935 - 936, Varian (1984), 123 - 125 und 263 - 268, sowie Weymark (1985).



$q$  mindestens tätigen muß, um dasselbe Nutzenniveau zu realisieren wie bei Gültigkeit eines Preis-Einkommen-Vektors  $[p, y]$ . Sie kann daher mit Hilfe der Ausgaben- und der indirekten Nutzenfunktion definiert werden als

$$(5) \quad C(q, p, y) \equiv E(q, V(p, y)) .$$

Für einen gegebenen Referenzpreisvektor  $q = q^R$  hängt die indirekte Kompensationsfunktion nur noch von der indirekten Nutzenfunktion  $V(p, y)$  ab und ist wegen der strengen Monotonie der Ausgabenfunktion im Nutzen nichts anderes als eine monotone Transformation dieser Funktion, d.h. sie ist in diesem Fall selbst eine indirekte Nutzenfunktion. Daher wird die indirekte Kompensationsfunktion bei gegebenem Referenzpreisvektor  $q^R$  häufig in Anlehnung an *Samuelson*<sup>9</sup> auch als „money metric utility“ oder „geldwerte Nutzenfunktion“ bezeichnet.

Als indirekte Nutzenfunktion ist die money metric natürlich ohne Einschränkung zur exakten Wiedergabe von Wohlfahrtsänderungen geeignet. So kann man mit ihr z.B. die beiden „klassischen“ Hicks-Maße, die Äquivalente Variation und die Kompensierende Variation, ausdrücken. Wählt man als Referenzpreisvektor den Preisvektor der Ausgangssituation 0 vor Durchführung eines Projekts  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$ , d.h.  $q^R = p^0$ , so erhält man die *Äquivalente Variation*

$$(6) \quad \begin{aligned} EV^k &= E(p^0, u_k) - E(p^0, u_0) \\ &= C(p^0, p^k, y^k) - C(p^0, p^0, y^0) = C(p^0, p^k, y^k) - y^0, \end{aligned}$$

während die Wahl des neuen Preisvektors  $p^k$  als Referenzpreisvektor zu der *Kompensierenden Variation*

$$(7) \quad \begin{aligned} CV^k &= E(p^k, u_k) - E(p^k, u_0) \\ &= C(p^k, p^k, y^k) - C(p^k, p^0, y^0) = y^k - C(p^k, p^0, y^0) \end{aligned}$$

führt.

Die Diskussion dieser von *Hicks*<sup>10</sup> vorgeschlagenen Maße gehört zu den Evergreens der wirtschaftswissenschaftlichen Literatur<sup>11</sup>, so daß wir hier nicht näher auf die jeweiligen Vor- und Nachteile dieser Maße eingehen wollen.

Wir haben gesehen, daß alle bisher beschriebenen Ansätze die Kenntnis der Ausgabenfunktion voraussetzen. In der Nutzen-Kosten-Analyse wird dagegen in der Regel davon ausgegangen, daß die Marshallischen Nachfragefunktionen des Konsumenten bekannt sind. Um aus einer bekannten Nach-

<sup>9</sup> s. *Samuelson* (1974).

<sup>10</sup> *Hicks* (1943) und (1946).

<sup>11</sup> s. hierzu z.B. *Morey* (1984) oder *McKenzie* (1983), 31 - 37.



fragefunktion eines Konsumenten die Ausgabenfunktion und damit exakte Maße für die Änderungen der ökonomischen Wohlfahrt zu gewinnen, liegen folgende Vorgehensweisen nahe:

1. Die Integration der Marshallschen Nachfragefunktion ergibt mit Hilfe der Royschen Identität die indirekte Nutzenfunktion und damit auch die Ausgabenfunktion. Auf diese Art und Weise läßt sich das Verfahren von *McKenzie / Pearce* implementieren, das wir im Abschnitt 2.2 beschreiben.

2. Aus der Nachfragefunktion leitet man die Slutsky-Matrix ab, bestimmt durch Integration die Hickssche Nachfragefunktion und durch nochmalige Integration die Ausgabenfunktion. Mit Hilfe der Ausgabenfunktion kann dann die geldwerte Nutzenfunktion und damit ein Maß für die exakte Wohlfahrtsänderung bestimmt werden, etwa die Äquivalente Variation. Diese Idee liegt dem Verfahren von *Hammond* zugrunde, das in Abschnitt 2.3 behandelt wird.

Aus mikroökonomischer Sicht reichen also die in den Marshallschen Nachfragefunktionen enthaltenen Informationen aus, um die Wohlfahrt eines repräsentativen Konsumenten exakt zu bestimmen. Wir werden jedoch zeigen, daß beim Versuch der praktischen Anwendung, etwa bei der Bewertung von Großprojekten, Probleme auftreten können. Dazu formulieren wir zunächst das Problem der Wohlfahrtsmessung vom Standpunkt des einzelnen Wirtschaftssubjektes aus.

## 2. Ansätze zur exakten Wohlfahrtsmessung

### 2.1 Problemstellung

Vom Standpunkt des repräsentativen Konsumenten aus lautet die entscheidende Frage bei der praktischen Anwendung der Nutzen-Kosten-Analyse: Wie ändert sich mein Nutzenniveau, wenn statt der jetzigen Preis-Einkommen-Situation  $[p^0, y^0]$  nach Durchführung eines Projektes eine neue Situation  $[p^k, y^k]$  herrscht?

Ist die indirekte Nutzenfunktion des Konsumenten, also  $V = V(p, y) = U(x(p, y))$  a priori bekannt, so läßt sich diese Frage theoretisch leicht dadurch beantworten, daß man zuerst den alten und dann den neuen Preis-Einkommen-Vektor in die indirekte Nutzenfunktion einsetzt und so die Wohlfahrtsänderung unmittelbar als Nutzendifferenz  $V(p^k, y^k) - V(p^0, y^0)$  berechnet. Da die Nutzenfunktion des Konsumenten jedoch nicht beobachtbar und daher dem Staat auch nicht bekannt ist, muß nach Wegen gesucht werden, um von den beobachtbaren Markthandlungen des Konsumenten, die ihren funktionalen Ausdruck in seinen Nachfragefunktionen finden, auf die nicht beobachtbaren Nutzenänderungen zu schließen. Der nächstliegende dieser Wege führt über die totale Differentiation der Nutzenfunktion,

die – bei Beachtung der in Teil 1 erwähnten Roy-Identität – folgenden Zusammenhang ergibt:

$$(8) \quad dV(p, y) = \nabla_p V(p, y) dp + \nabla_y V(p, y) dy = \mu(p, y) (dy - x(p, y) \cdot dp) .$$

Also beträgt die Wohlfahrtsänderung beim Übergang von einer Basis-Situation  $[p^0, y^0]$  zu einer neuen Situation  $[p^1, y^1]$

$$(9) \quad \Delta V(p, y) := V(p^k, y^k) - V(p^0, y^0) \\ = \int_{[p^0, y^0]}^{[p^k, y^k]} dV(p, y) = \int_{[p^0, y^0]}^{[p^k, y^k]} (\nabla_p V(p, y) \cdot dp + \nabla_y V(p, y) \cdot dy) ,$$

und somit

$$(10) \quad \Delta V(p, y) = \int_{[p^0, y^0]}^{[p^k, y^k]} \mu(p, y) (dy - x(p, y) \cdot dp) .$$

Die Messung der Wohlfahrtsänderung beim Übergang von einem Preis-Einkommen-Paar  $[p^0, y^0]$  zu einem Preis-Einkommen-Paar  $[p^k, y^k]$ , ausgedrückt durch dieses Kurvenintegral, ist eines der wichtigsten Probleme der Nutzen-Kosten-Analyse.

Prima facie ergeben sich zwei mögliche Schwierigkeiten bei der exakten Bestimmung der Wohlfahrtsänderung: Erstens sind Kurvenintegrale in der Regel vom Integrationsweg abhängig, zweitens ist der Grenznutzen des Geldes unbekannt.

Die erste Schwierigkeit tritt nicht auf, wenn Annahme A gilt. Das obige Integral ist vom Integrationsweg nämlich genau dann unabhängig, wenn die Matrix der Hicksschen Substitutionsterme symmetrisch ist<sup>12</sup>. Dies jedoch folgt aus den neoklassischen Annahmen über das Verhalten des repräsentativen Konsumenten. Ist Annahme A erfüllt und maximiert der Konsument seine Nutzenfunktion auf seiner Budgetmenge, dann ist die Matrix der Hicksschen Substitutionsterme („Slutsky-Matrix“)  $S := \nabla_p x(p, y) + x \cdot \nabla_y x(p, y)$  negativ semi-definit und symmetrisch<sup>13</sup>.

Die zweite Schwierigkeit wirft dagegen erhebliche Probleme auf. Auch heute noch glauben viele praktische Anwender der Nutzen-Kosten-Analyse, diese Schwierigkeit vernachlässigen zu können, und betrachten den Grenznutzen des Geldes als konstant. Als Maß der Wohlfahrtsänderung wird dann die von *Dupuit* und *Marshall* vorgeschlagene Konsumentenrente<sup>14</sup>

<sup>12</sup> s. z. B. *Takayama* (1982) und (1984).

<sup>13</sup> s. *Barten / Böhm* (1982), Theorem 13.1, S. 416.

<sup>14</sup> s. *Dupuit* (1844) und *Marshall* (1890).

$$(11) \quad \int_{[p^0, y^0]}^{[p^k, y^k]} (dy - x(p, y) \cdot dp)$$

verwendet, obwohl von *Samuelson*<sup>15</sup> bekannt ist, daß dieses Maß nur in praktisch unwichtigen Fällen wohldefiniert ist und die tatsächliche Wohlfahrtsänderung exakt erfaßt. Dies gilt bei homothetischen Nutzenfunktionen oder Nutzenfunktionen, die in dem Gut linear und additiv separabel sind, das als numéraire dient. Schranken können in Spezialfällen zwar angegeben werden<sup>16</sup>, doch sind diese oft sehr ungenau<sup>17</sup>.

Die Konsumentenrente ist damit als exakter Bewertungsmaßstab in der angewandten Nutzen-Kosten-Analyse ungeeignet. Das gilt auch für linearisierte Versionen der Konsumentenrente, wie die von *Harberger*<sup>18</sup> propagierten „Dreiecke“<sup>19</sup>.

Wie lösen die in jüngster Zeit vorgeschlagenen exakten Wohlfahrtsmaße das Problem des unbekannten Grenznutzens des Geldes? Es lassen sich hier drei grundlegende Klassen von Ansätzen unterscheiden. Die erste Klasse, als deren Repräsentanten wir das *McKenzie / Pearce*-Verfahren vorstellen, beruht auf der Festlegung einer geeigneten funktionalen Form für eine indirekte Nutzenfunktion, deren spezielle Eigenschaften die Berechnung von  $\Delta V(p, y)$  auf der Basis beobachtbarer Daten ermöglicht<sup>20</sup>. Bei der zweiten Klasse von Verfahren wird eine bestimmte funktionale Form der Nachfragefunktionen vorgegeben, die sich dank ihrer besonderen Vorzüge – im Gegensatz zu Marshall-Nachfragefunktionen im allgemeinen – fehlerfrei zu einem exakten Wohlfahrtsmaß integrieren läßt. Als Repräsentanten dieser Methode werden wir das Verfahren von *Hammond* vorstellen. Bei diesen beiden Klassen von Vorgehensweisen legt man sich im Hinblick auf eine bestimmte Wohlfahrtsuntersuchung auf eine konkrete Nutzenfunktion zur Darstellung der Präferenzordnung des Konsumenten fest, unabhängig davon, ob dies nun unmittelbar geschieht wie bei *McKenzie / Pearce* oder mittelbar über die Festlegung der Nachfragefunktionen wie bei *Hammond*. Die dritte Klasse von Meßverfahren kommt dagegen ohne eine solche unter

<sup>15</sup> s. *Samuelson* (1942).

<sup>16</sup> s. *Willig* (1973) und (1976).

<sup>17</sup> s. z.B. *Hausman* (1981) oder *McKenzie* (1979).

<sup>18</sup> s. *Harberger* (1954) und (1971).

<sup>19</sup> s. z.B. *Ahlheim / Rose* (1984), 305 – 312.

<sup>20</sup> Außer dem hier vorgestellten Verfahren von *McKenzie / Pearce* gibt es in der Literatur eine Reihe weiterer Beispiele für diese Vorgehensweise, bei der eine bestimmte funktionale Form für die Nutzenfunktion des repräsentativen Konsumenten a priori festgelegt wird. *Jorgenson / Slesnick* (1986), 6, zum Beispiel wählen eine Translog-indirekte Nutzenfunktion, *King* (1983), 189, unterstellt eine indirekte Cobb-Douglas-Nutzenfunktion, *Markandya* (1984), 465, geht von einer CES-Nutzenfunktion aus (jedoch ohne Preisvariationen zu berücksichtigen) und *Feldstein* (1985), 308, unterstellt a priori eine direkte logarithmische Nutzenfunktion.



dem Aspekt der Wohlfahrtsanalyse getroffene Festlegung auf eine konkrete Nutzenfunktion aus. Dieses Verfahren beruht vielmehr auf einer generellen Berechnungsmethode für ein Wohlfahrtsmaß, die auf jedes beliebige (logisch konsistente) Nachfragesystem angewandt werden kann, so daß im Gegensatz zu den beiden erstgenannten Verfahren hier auch bereits vorliegende, für andere Zwecke ermittelte Nachfragesysteme eingesetzt werden können. Es spielt bei dieser Klasse von Verfahren weder eine Rolle, zu welcher speziellen Nutzenfunktion sich das zugrundegelegte Nachfragesystem integrieren läßt, noch, ob dies überhaupt möglich ist. Diese Methode ist also auch auf solche Nachfragesysteme anwendbar, die zwar die üblichen Konsistenzbedingungen erfüllen, sich aber nicht zu einer konkreten die Präferenzordnung des Konsumenten beschreibenden funktionalen Form integrieren lassen. Wir werden diesen Weg der Wohlfahrtsmessung im Anschluß an die Darstellung der Verfahren von McKenzie / Pearce und Hammond am Beispiel eines auf der Distanzfunktion beruhenden Wohlfahrtsmaßes näher erläutern.

## 2.2 Der Ansatz von McKenzie / Pearce

In Teil 1 wurde gezeigt, daß die Hickssche Äquivalente Variation für ein bestimmtes staatliches Projekt  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$  mit Hilfe der indirekten Kompensationsfunktion bzw. der money metric dargestellt werden kann als

$$(12) \quad EV^k = C(p^0, p^k, y^k) - C(p^0, p^0, y^0) \\ = \int_{[p^0, y^0]}^{[p^k, y^k]} (\nabla_p C(p^0, p, y) \cdot dp + \nabla_y C(p^0, p, y) \cdot dy) ,$$

wobei die money metric hier nichts anderes als eine bestimmte Form einer indirekten Nutzenfunktion ist. Aus diesem Grunde läßt sich die Roy-Identität auf die indirekte Kompensationsfunktion bei gegebenem Referenzpreisvektor  $q = p^0$  anwenden, und es ergibt sich

$$(13) \quad EV^k = \int_{[p^0, y^0]}^{[p^k, y^k]} \mu(p, y) (dy - x(p, y) \cdot dp) .$$

Diese Gleichung, bei der  $\mu$  und  $x$  die konkret aus der money metric  $C(p^0, p, y)$  ableitbaren Grenznutzen-des-Einkommens- bzw. Nachfragefunktionen darstellen, bildet den Ausgangspunkt des von McKenzie und Pearce vorgeschlagenen und von McKenzie später präzisierten Verfahrens<sup>21</sup> zur exakten Bestimmung der Wohlfahrtsänderung eines „homo oeconomici“.

<sup>21</sup> s. McKenzie / Pearce (1976) und McKenzie (1983).

cus“. Wenn die Präferenzordnung des Konsumenten durch die geldwerte Nutzenfunktion repräsentiert wird und zwei weitere Voraussetzungen erfüllt sind, dann kann die Wohlfahrtsänderung auf der Basis dieser Gleichung mit Hilfe beobachtbarer Daten beliebig genau gemessen werden. Zunächst fordert McKenzie<sup>22</sup> die Analytizität der Nutzenfunktion, eine in der Wirtschaftstheorie zwar nicht übliche, jedoch auch nicht völlig neue Annahme<sup>23</sup>.

*Annahme MC1:* Die geldwerte Nutzenfunktion  $C(p^0, p, y)$  ist analytisch.

Dies bedeutet, vergrößernd und anschaulich formuliert, daß die Kompen-sationsfunktion beliebig oft differenzierbar sein muß. Nach Definition des Begriffes „analytische Funktion“ gilt, daß die Funktion  $C(p^0, p, y)$  um jeden Punkt  $[p^0, y^0]$  ihres Definitionsbereichs in eine Potenzreihe entwickelt werden kann, die mit der Taylorreihe von  $C(p^0, p, y)$  um  $[p^0, y^0]$  übereinstimmt. Die Taylorreihe von  $C$  um  $[p^0, y^0]$  lautet<sup>24</sup>

$$(14) \quad C(p^0, p, y) = \sum_{\alpha} (\alpha!)^{-1} \nabla^{\alpha} C(p^0, p, y) \bigg|_{\substack{p=p^0 \\ y=y^0}} \begin{bmatrix} p - p^0 \\ y - y^0 \end{bmatrix}^{\alpha}.$$

Soll die Wohlfahrtsänderung numerisch approximiert werden, so liegt es nahe, diese Taylorreihe durch ein Taylorpolynom  $r$ -ter Ordnung zu approximieren. Nach der Taylorschen Formel gilt dann:

$$(15) \quad C(p^0, p, y) = \sum_{|\alpha| \leq r} (\alpha!)^{-1} \nabla^{\alpha} C(p^0, p, y) \bigg|_{\substack{p=p^0 \\ y=y^0}} \begin{bmatrix} p - p^0 \\ y - y^0 \end{bmatrix}^{\alpha} + R_r(p, y).$$

Der erste Term auf der rechten Seite dieser Gleichung ist das Taylorpolynom, der zweite das Restglied der Taylorformel. Der Term  $R_r(p, y)$  konvergiert gegen Null für alle  $[p, y]$  in einer Umgebung von  $[p^0, y^0]$ . Vernachlässigen wir nun das Restglied  $R_r(p, y)$ , dann erhalten wir aus der letzten Gleichung die folgende Approximation der Äquivalenten Variation für den Übergang vom Preis-Einkommen-Paar  $[p^0, y^0]$  zum Preis-Einkommen-Paar  $[p^k, y^k]$ :

$$(16) \quad EV_k = \Delta C(p^0, p, y) \approx \sum_{1 \leq |\alpha| \leq r} (\alpha!)^{-1} \nabla^{\alpha} C(p^0, p, y) \bigg|_{\substack{p=p^0 \\ y=y^0}} \begin{bmatrix} p - p^0 \\ y - y^0 \end{bmatrix}^{\alpha}.$$

<sup>22</sup> s. McKenzie (1983), 45.

<sup>23</sup> s. Hotelling (1938).

<sup>24</sup> Der Vektor  $\alpha$  ist ein  $(N+1)$ -stelliger Multiindex, d.h. ein  $(N+1)$ -dimensionaler Zeilenvektor, dessen Koordinaten entweder natürliche Zahlen oder gleich Null sind. Zu Einzelheiten vergleiche man etwa Habetha / Kühn (1978), 81 - 82.

McKenzie und Pearce<sup>25</sup> schlagen vor, die rechte Seite dieser Approximation zur Messung der ökonomischen Wohlfahrt eines Konsumenten zu verwenden. Wir bezeichnen diesen Ausdruck deshalb als *McKenzie / Pearce-Maß* der Wohlfahrtsänderung.

Bei dieser Näherung kann allerdings ein Problem auftreten: Approximiert man die Wohlfahrtsänderung durch ein Taylorpolynom der Ordnung  $r$ , obwohl die geldwerte Nutzenfunktion vor allem durch einen Term höherer Ordnung bestimmt wird, dann ist es möglich, daß das Taylorpolynom die Größenordnung der wahren Wohlfahrtsänderung falsch approximiert, ja sogar, daß es nicht einmal das Vorzeichen der tatsächlichen Wohlfahrtsänderung richtig wiedergibt. Um diesen Fall zu vermeiden, trifft McKenzie<sup>26</sup> eine weitere Annahme.

*Annahme MC2:* Der Betrag des Restglieds der Taylorreihe von  $C(p^0, p, y)$  um  $[p^0, y^0]$  geht monoton gegen Null, wenn die Ordnung  $r$  des Taylorpolynoms gegen Unendlich geht.

Wenn die Annahmen A, MC1 und MC2 erfüllt sind, dann erfaßt das McKenzie / Pearce-Maß die Änderung der ökonomischen Wohlfahrt beim Übergang von einem Preis-Einkommen-Paar  $[p^0, y^0]$  zu einer Situation  $[p^k, y^k]$  mit beliebiger Genauigkeit, sofern eine hinreichend große Ordnung des zu approximierenden Taylorpolynoms gewählt wird. Weil bei Basispreisen  $p^0$  der Grenznutzen des Geldes  $\mu$  identisch gleich Eins ist<sup>27</sup> und weil alle höheren Ableitungen von  $\mu$  nach  $y$  für  $p = p^0$  identisch gleich Null sind, lassen sich ohne Beschränkung der Allgemeinheit alle Summanden so schreiben, daß sie nur beobachtbare Terme enthalten. Bei Berücksichtigung dieser Besonderheiten der money metric lassen sich die ersten Glieder der oben allgemein angegebenen Taylor-Approximation folgendermaßen darstellen:

$$(17) \quad EV^k \approx -\sum_{n=1}^N x_n \Delta p_n + \Delta y - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \left[ \frac{\partial x_n}{\partial p_m} - x_n \frac{\partial x_m}{\partial y} \right] \Delta p_n \Delta p_m - \\ - \sum_{n=1}^N \frac{\partial x_n}{\partial y} \Delta p_n \Delta y - \dots$$

Offensichtlich lassen sich alle für diese Approximation erforderlichen Informationen aus der Kenntnis des entsprechenden Marshall-Nachfragesystems ableiten. Dies gilt selbstverständlich auch für die Glieder höherer

<sup>25</sup> McKenzie / Pearce (1976), 466ff.

<sup>26</sup> s. McKenzie (1983), 44 - 45.

<sup>27</sup> Beweis:  $C(p^0, p^0, y) \equiv E(p^0, V(p^0, y)) \equiv y$  folgt aus der Definition der geldwerten Nutzenfunktion, der indirekten Kompensationsfunktion, der Ausgabenfunktion und aus der Wahl von  $p^0$  als Referenzpreisniveau. Differentiation der Terme nach  $y$  und Berücksichtigung der Tatsache, daß es sich bei  $C(p^0, p, y)$  um eine indirekte Nutzenfunktion handelt, ergibt die Behauptung:  $\partial C(p^0, p^0, y) / \partial y \equiv \mu(p^0, y) \equiv 1$ .



Ordnung dieser Taylor-Reihe<sup>28</sup>. Das Problem des unbekannten Grenznutzens des Geldes wird hier also durch die Wahl der geldwerten Nutzenfunktion zur Repräsentation der Präferenzordnung des Konsumenten umgangen.

Eine andere Möglichkeit, das Problem des unbekannten Grenznutzens des Geldes zu umgehen, besteht in der Wahl einer besonders einfachen Nachfragefunktion, die es erlaubt, die Wohlfahrtsänderung analytisch zu bestimmen. Diese Idee wird im Ansatz von *Hammond* verfolgt.

### 2.3 Der Ansatz von Hammond

Ausgangspunkt des Verfahrens von *Hammond*<sup>29</sup>, das in seinen Grundzügen auf *Meade*<sup>30</sup> zurückgeht, ist die Hickssche Kompensierende Variation, die sich für den Wechsel von einer Preis-Einkommen-Situation  $[p^0, y^0]$  zu einer Situation  $[p^k, y^k]$  mit Hilfe der Ausgabenfunktion darstellen läßt als

$$(18) \quad CV^k = E(p^k, V(p^k, y^k)) - E(p^k, V(p^0, y^0)) = y^k - E(p^k, U_0) .$$

Wie *McKenzie / Pearce* benötigt auch *Hammond* eine über Annahme A hinausgehende Voraussetzung. Er postuliert die Existenz einer linearen Nachfragefunktion:

*Annahme H:* Die Marshallische Nachfragefunktion des Konsumenten lautet  $x(p, y) = x^0 + A^0 [p - p^0] + b^0 [y - y^0]$ , mit  $x^0 = x(p^0, y^0)$ , mit einer  $N \times N$ -Matrix  $A^0$  und mit einem bekannten Vektor  $b^0 \in \mathbb{R}^N$ .

Ausgehend von dieser Nachfragefunktion wird die zugehörige Slutsky-Matrix des Konsumenten bestimmt. Zweimalige Integration ergibt die Ausgabenfunktion und damit die Kompensierende Variation

$$(19) \quad CV^k = \frac{1}{2} [p^0 + (p^k \cdot b^0) p^k] [x(p^k, y^k) - x^0] .$$

Wir bezeichnen die rechte Seite dieser Gleichung als *Hammond-Maß* der Wohlfahrtsänderung des Konsumenten beim Übergang von einem Preis-Einkommen-Paar  $[p^0, y^0]$  zu einem Preis-Einkommen-Paar  $[p^k, y^k]$ .

Wenn die Nachfragefunktion linear ist, dann mißt dieser Ausdruck die tatsächliche Wohlfahrtsänderung exakt. Ändert sich insbesondere nur ein einzelner Preis und gilt  $b^0 = 0$ , etwa weil die Einkommenselastizität der Nachfrage gleich Null ist, dann gibt das Hammond-Maß die Fläche unter der Nachfragekurve an, also die Konsumentenrente. Ist die Nachfragefunktion jedoch nichtlinear, so kann das Hammond-Maß als quadratische

<sup>28</sup> Eine ausführliche Darstellung dieses Verfahrens findet sich außer in *McKenzie / Pearce* (1982) auch in *McKenzie* (1983), 52 ff.

<sup>29</sup> s. *Hammond* (1983), (1984) und (1986).

<sup>30</sup> s. *Meade* (1955).

Approximation an die Hickssche Kompensierende Variation interpretiert werden.

## 2.4 Ein Distanzfunktionsmaß

Die beiden bisher besprochenen Maße erheben zwar den Anspruch auf „Exaktheit“, doch bei Vorliegen einer nicht-analytischen money-metric-Funktion bzw. nichtlinearer Nachfragefunktionen führt ihre Berechnung nur zu Approximationen der „wahren“ Wohlfahrtseffekte. Das in diesem Abschnitt vorzustellende Verfahren beruht auf einem Algorithmus, der in ähnlicher Form von *Vartia* zur Ermittlung der Hicksschen Kompensierenden Variation und von *McKenzie / Ulph* zur Berechnung der Äquivalenten Variation, sowie von *Ahlheim / Rose* zur Berechnung des Deaton-Indexes verwendet wurde<sup>31</sup>. Die Idee dieses Algorithmus besteht darin, die zur exakten Ermittlung eines dieser Maße eigentlich erforderliche Integration eines – empirisch nicht beobachtbaren – kompensierten Nachfragesystems in viele kleine Integrationsschritte zu zerlegen, wobei jeder dieser Schritte die Integration eines infinitesimal kleinen Intervalls eines – empirisch beobachtbaren – un kompensierten Nachfragesystems umfaßt. Bevor dieses Verfahren ausführlicher beschrieben wird, soll jedoch zunächst unser auf der Distanzfunktion beruhendes Wohlfahrtsmaß kurz dargestellt werden.

Wie in Teil 1 erläutert wurde, ist die Distanzfunktion streng monoton abnehmend im Nutzen  $u$ . Für ein gegebenes Referenzgüterbündel  $x$  kann sie daher als eine streng monoton abnehmende Transformation der Nutzenfunktion aufgefaßt werden, so daß jede infolge eines staatlichen Projekts auftretende Nutzenänderung mit Hilfe der Distanzfunktion ebensogut ausgedrückt werden kann wie mit der Ausgabenfunktion oder mit einer Nutzenfunktion. Wählt man das in der Ausgangssituation 0 konsumierte Güterbündel  $x^0$  als Referenzgüterbündel, so läßt sich die durch ein staatliches Projekt verursachte Wohlfahrtsänderung  $\Delta U = u - u_0$  mit Hilfe der Distanzfunktion durch  $D(x^0, u_0) - D(x^0, u)$  ausdrücken. Wegen  $D(x^0, u_0) \equiv 1$  kann man die Wohlfahrtsänderung  $\Delta U$  durch das Maß

$$(20) \quad \Delta D(x^0, u) = 1 - D(x^0, u)$$

erfassen. Aus der Monotonie der Distanzfunktion in  $u$  folgt, daß für  $K$  verschiedene Projekte  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$  mit derselben Ausgangssituation 0 die theoretischen Mindestanforderungen an ein Wohlfahrtsmaß, nämlich

$$(21) \quad \Delta D(x^0, u) \geq 0 \iff u_k \geq u_0, \quad k \in \{1, 2, \dots, K\},$$

und

<sup>31</sup> s. *Vartia* (1983), *Ahlheim / Rose* (1984), *McKenzie / Ulph* (1987).

$$(22) \quad \Delta D(x^0, u_1) \geq \Delta D(x^0, u_2) \geq \dots \geq \Delta D(x^0, u_K) \Leftrightarrow u_1 \geq u_2 \geq \dots \geq u_K,$$

erfüllt sind.

Durch eine einfache Umformung ergibt sich bei Beachtung von  $D(x^k, u_k) \equiv 1$ :

$$(23) \quad \Delta D(x^0, u_k) = 1 - D(x^0, u_k) = D(x^k, u_k) - D(x^0, u_k) = \int_{x^0}^{x^k} \nabla_x D(x, u_k) dx.$$

Wegen des in Teil 1 erwähnten Shephard-Hanoch-Lemmas folgt daraus, daß unser Wohlfahrtsmaß  $\Delta D(x^0, u)$  für ein beliebiges Projekt  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$  gleich dem Integral über die einkommensnormierten kompensierten inversen Nachfragefunktionen  $\phi(x, u)$  ist, d. h.

$$(24) \quad \Delta D(x^0, u_k) = \int_{x^0}^{x^k} \phi(x, u_k) dx.$$

Da es sich bei dem Vektor  $\phi$  der inversen kompensierten Nachfragefunktionen um den Gradienten der zweimal stetig differenzierbaren Distanzfunktion handelt, sind die Pfadunabhängigkeitsbedingungen für dieses Integral erfüllt, so daß unser Wohlfahrtsmaß  $\Delta D$  als Integral über die inversen kompensierten Nachfragefunktionen eindeutig berechenbar ist. Eine unmittelbare Berechnung von  $\Delta D$  durch dieses Integral ist jedoch in der Praxis nicht möglich, da die Nachfragefunktionen  $\phi(x, u)$  empirisch nicht beobachtbar sind. Es muß daher nach einem Weg gesucht werden, mit dem verfügbaren Datenmaterial, und das sind in der Regel die unkompenzierten inversen Nachfragefunktionen, die oben beschriebene Integration durch ein geeignetes Rechenverfahren so genau zu „simulieren“, daß das Ergebnis gleich dem exakten Integral über die kompensierten inversen Nachfragefunktionen ist.

Das Prinzip unseres im Anhang ausführlich dargestellten Verfahrens besteht darin, die endlich großen Gütermengenänderungen, über die in der oben angeführten Gleichung die kompensierten inversen Nachfragefunktionen integriert werden, in viele kleine Mengenänderungen zu zerlegen und über jedes dieser verkleinerten Intervalle jeweils entlang der entsprechenden unkompenzierten inversen Nachfragefunktion zu integrieren. Durch entsprechende Kompensationen wird der Konsument nach jeder Teilintegration wieder auf das Nutzenniveau  $u_k$  „zurückversetzt“, so daß durch diesen unterbrochenen Integrationsprozeß entlang der jeweiligen unkompenzierten inversen Nachfragefunktionen in Verbindung mit den entsprechenden Kompensationen eine Integration entlang der kompensierten inversen Nachfragefunktion „simuliert“ wird.



Auf diese Weise wird das Gesamtintegral über die kompensierten inversen Nachfragefunktionen durch die Summe kleiner Einzelintegrale über die jeweiligen unkompensierten – und damit empirisch beobachtbaren – inversen Nachfragefunktionen approximiert. Je kleiner die einzelnen Teilintervalle sind, desto genauer ist das Ergebnis. Bei dem hier vorgeschlagenen Verfahren sind die Teilintervalle unendlich klein, so daß das Gesamtergebnis exakt ist. Auf die Vorteile dieses Vorgehens wird in Abschnitt 3 genauer eingegangen.

### 3. Vergleich und Beurteilung

In diesem Abschnitt vergleichen und beurteilen wir die oben vorgestellten Verfahren. Vergleichsgrundlage sind sechs potentielle Schwachpunkte, die für die Beurteilung der praktischen Anwendbarkeit der Maße in der Nutzen-Kosten-Analyse bedeutsam sind<sup>32</sup>. Wir verwenden folgende Kriterien:

1. Verständlichkeit
2. Informationsbedarf
3. Rechentechnischer Aufwand
4. Approximationsfehler
5. Spezifikationsfehler
6. Aggregationsfehler.

#### *Ad 1. Verständlichkeit*

Alle besprochenen Verfahren zielen auf die Ermittlung von Wohlfahrtsmaßen, die jeweils als bestimmte monotone Transformationen der Nutzenfunktion des repräsentativen Konsumenten dargestellt werden können: das McKenzie / Pearce- und das Hammond-Verfahren sind Methoden zur Berechnung der Hicksschen Äquivalenten Variation bzw. der Kompensierenden Variation, die beide jeweils als Differenz zweier Werte der Ausgabenfunktion für einen gegebenen Referenzpreisvektor ausgedrückt werden können und somit wegen der strengen Monotonie der Ausgabenfunktion im Nutzen als monotone Transformationen der Nutzenfunktion zu betrachten sind. Dasselbe gilt für unser Distanzfunktionsmaß, das als Differenz zweier Werte der Distanzfunktion für einen gegebenen Referenzgütervektor definiert ist, und wegen der strengen Monotonie der Distanzfunktion im Nutzen ebenfalls eine monotone Transformation der Nutzenfunktion ist. Alle drei Maße sind somit als Nutzenfunktionen zu interpretieren und beschreiben als solche die Präferenzordnung des repräsentativen Konsumenten korrekt und vollständig.

<sup>32</sup> Vgl. auch Mohring (1971), 349 – 368, McKenzie / Pearce (1982), 669, Ahlheim / Rose (1984), 288 – 291 und Jeon / Fürstenberg (1986).

Aus dieser Tatsache folgt ferner, daß für die Beurteilung alternativer staatlicher Projekte mit Hilfe eines dieser Maße jeweils nur das Vorzeichen und das Größenverhältnis der Werte, die das Maß für die einzelnen Projekte annimmt, von Bedeutung sind. Ein solches Maß kann also – wie jede ordinale Nutzenfunktion – nur bestimmen, ob die einzelnen Projekte zu Wohlfahrtsgewinnen oder -verlusten führen und in welcher Rangfolge sie von dem Konsumenten geschätzt werden. Jede darüber hinausgehende Interpretation der Werte, die diese Maße für bestimmte Projekte annehmen, wäre falsch, da die konkrete Höhe dieser Werte ja nur bis auf eine positiv monotone Transformation bestimmt sind. Dies läßt sich schon daran erkennen, daß jedes dieser drei Maße aufgrund der unterschiedlichen Definition für dieselben Projektalternativen jeweils andere Werte annehmen wird, obwohl natürlich alle Maße zu derselben Rangfolge der Projekte führen. Die Gefahr von (kardinalen) Fehlinterpretationen ist bei den Geldmaßen *EV* und *CV* natürlich größer als bei dem Distanzfunktionsmaß, da die Vorstellung, daß dem Konsumenten ein Projekt einen bestimmten Geldbetrag „wert“ ist (und nicht etwa auch jedes beliebige positive Vielfache dieses Betrags), für jeden Nicht-Ökonomen natürlich eine erhebliche Suggestivkraft besitzt, während das Distanzfunktionsmaß aufgrund des Fehlens entsprechender Analogien zu der Alltagswelt des Anwenders seine Phantasie wohl kaum dazu beflügeln dürfte, etwa die Kosten für ein bestimmtes Projekt gegen die entsprechenden Wohlfahrtsgewinne aufzurechnen. Bei einem in Geldeinheiten ausgedrückten Wohlfahrtsgewinn erscheint ein solches Vorgehen schon weniger abwegig, so daß das Distanzfunktionsmaß den beiden Geldmaßen unter dem Aspekt der besseren Verständlichkeit (bzw. der geringeren Mißverständlichkeit) wegen seiner geringeren Anfälligkeit gegen Fehlinterpretationen vorzuziehen ist.

## *Ad 2. Informationsbedarf*

Zur Bestimmung des McKenzie / Pearce-Maßes und des Hammond-Maßes müssen Preis-Einkommen-Paare und nachgefragte Güterbündel vor und nach Durchführung eines Projektes bekannt sein. Abgesehen davon unterscheidet sich jedoch der Informationsbedarf bei beiden Maßen. Notwendige Voraussetzung bei McKenzie / Pearce ist die Kenntnis der funktionalen Form und der numerischen Werte *aller* Parameter der Marshallschen Nachfragefunktion. Diese Anforderung ist recht restriktiv. Bei Hammond dagegen reicht es aus, die allgemeine funktionale Form der Nachfragefunktion zu kennen. Numerisch bekannt sein muß nur der Koeffizient, der die Reaktion der Nachfrage auf Einkommensänderungen beschreibt, nicht dagegen die Matrix, die die Reaktion der Nachfrage auf Preisänderungen erfaßt. Hammonds Verfahren verlangt also nicht die Kenntnis der exakten numerischen Spezifikation der Nachfragefunktion. Es sei jedoch ange-

merkt, daß es in der praktischen Nutzen-Kosten-Analyse schwer vorstellbar ist, vor der Durchführung eines Projektes das neue Preissystem zu ermitteln, ohne die Reaktion der Konsumenten auf Preisänderungen zu kennen. Der wichtigste Unterschied zwischen beiden Verfahren besteht darin, daß zur Berechnung des McKenzie / Pearce-Maßes die zweiten und höheren Ableitungen der Nachfragefunktion bekannt sein müssen, zur Bestimmung des Hammond-Maßes jedoch nicht.

Während die Berechnung der beiden genannten Maße auf Informationen über die Marshallischen Nachfragefunktionen beruhen, basiert das Distanzfunktionsmaß ausschließlich auf den inversen Nachfragefunktionen des Konsumenten. Da diese Nachfragefunktionen ökonometrisch einfacher zu schätzen sind als die Marshall-Nachfragefunktionen, liegt hier ein wesentlicher Vorteil des Distanzfunktionsmaßes. Hinzu kommt, daß sowohl das McKenzie / Pearce- als auch das Hammond-Verfahren auf ganz speziellen funktionalen Formen der jeweils verwendeten Nachfragesysteme beruhen, so daß bei der Anwendung eines dieser beiden Verfahren auf ein bestimmtes staatliches Projekt das entsprechende Nachfragesystem speziell im Hinblick auf die beabsichtigte Wohlfahrtsuntersuchung ökonometrisch ermittelt werden muß. Demgegenüber kann das Distanzfunktionsmaß auf der Basis jedes beliebigen (theoretisch konsistenten) Nachfragesystems, d.h. unabhängig von seiner konkreten funktionalen Form und unabhängig davon, ob es sich zu einer bestimmten funktionalen Form einer Distanz- bzw. Nutzenfunktion integrieren läßt, berechnet werden. Dies bedeutet vor allem unter dem Kostenaspekt einen erheblichen Vorteil gegenüber den anderen beiden Maßen, da zur Berechnung des Distanzfunktionsmaßes keine neuen Nachfragesysteme geschätzt werden müssen, sondern auf von früheren Untersuchungen bereits vorliegende Nachfrageschätzungen zurückgegriffen werden kann. Aus diesem Grunde spricht auch das Argument des geringeren Informationsbedarfs für die Verwendung unseres Distanzfunktionsmaßes.

### *Ad 3. Rechentechnischer Aufwand*

Im Prinzip lassen sich alle Verfahren zur exakten Wohlfahrtsmessung leicht programmieren. In Hinblick auf die praktische Anwendung in der Nutzen-Kosten-Analyse ergeben sich jedoch gewisse Unterschiede. *Hammonds* Ansatz wirft keine Probleme auf, denn seine Formel für die Berechnung der Wohlfahrtsänderung läßt sich mit Hilfe eines Taschenrechners auswerten. Bei dem McKenzie / Pearce-Maß dagegen sind die Ableitungen der geldwerten Nutzenfunktion nach den Preisen und dem Einkommen sehr mühsam zu berechnen, wenn sich viele Preise ändern. Dies ist jedoch beispielsweise bei der Bewertung von Großprojekten in Entwicklungsländern der typische Fall.



Die Berechnung des Distanzfunktionsmaßes erfordert die Anwendung eines Verfahrens zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung, wie aus den Ausführungen im Anhang hervorgeht. Solche Programme liegen als benutzerfreundliche Pakete in den meisten Rechenzentren vor, so daß auch die Berechnung des Distanzfunktionsmaßes als problemlos eingestuft werden kann.

Nach dem Kriterium des rechentechnischen Aufwandes sind somit in der Praxis der Nutzen-Kosten-Analyse sowohl das Hammond-Verfahren als auch das Distanzfunktionsmaß dem Ansatz von *McKenzie / Pearce* vorzuziehen.

#### *Ad 4. Approximationsfehler*

Im Vergleich zu *Hammonds* Verfahren verlangt der Ansatz von *McKenzie / Pearce* weitgehende Annahmen in Bezug auf die Nutzenfunktion, die die Präferenzordnung des Konsumenten repräsentiert. Die geldwerte Nutzenfunktion muß beliebig oft differenzierbar sein, mehr noch, das Restglied muß monoton gegen Null gehen, wenn die Ordnung des Taylorpolynoms gegen Unendlich geht. Ist diese Annahme der monotonen Konvergenz jedoch nicht erfüllt und ist das Restglied der Taylorentwicklung hinreichend groß, dann kann möglicherweise nicht nur die Größenordnung, sondern sogar das Vorzeichen der tatsächlichen Wohlfahrtsänderung durch ein Approximationsverfahren à la *McKenzie / Pearce* falsch ausgewiesen werden.

Doch selbst wenn die Annahme der monotonen Konvergenz des Restgliedes erfüllt ist, dann ist es in der Regel nicht möglich, exakte Fehlerschranken für dieses Restglied anzugeben. Das liegt daran, daß der Grenznutzen des Geldes  $\mu$  in der Regel nur in der Basispreissituation bekannt ist, so daß  $\mu$  für alle anderen Situationen selbst durch ein Taylorpolynom approximiert werden muß. Die in der numerischen Mathematik bekannten Verfahren zur Angabe von Fehlerschranken beruhen jedoch alle auf der Kenntnis der exakten funktionalen Form des „integrierenden Faktors“  $\mu$ . Deshalb kann man bei der Anwendung des *McKenzie / Pearce*-Verfahrens in der praktischen Nutzen-Kosten-Analyse nie ganz sicher sein, wie genau die tatsächliche Wohlfahrtsänderung nun approximiert wird.

Sind jedoch die relativ strengen Annahmen von *McKenzie / Pearce* erfüllt, dann kann die tatsächliche Wohlfahrtsänderung durch ein Taylorpolynom hinreichend großer Ordnung beliebig genau approximiert werden. Dies gilt unabhängig von der funktionalen Form der Marshallschen Nachfragefunktion, die in *Hammonds* Verfahren eine zentrale Rolle spielt. Nur in dem theoretisch wenig plausiblen Fall linearer Nachfragefunktionen mißt dieses Verfahren die tatsächliche Wohlfahrtsänderung exakt<sup>33</sup>. Bei nichtli-

nearen Nachfragefunktionen dient es zwar als Approximation an die tatsächliche Wohlfahrtsänderung, doch können Fehlerschranken im allgemeinen nicht angegeben werden.

Im Gegensatz zu den Verfahren von *McKenzie / Pearce* und *Hammond* löst das Distanzfunktionsmaß den Anspruch auf Exaktheit auch unter halbwegs realistischen Bedingungen ein. Die Genauigkeit des Verfahrens hängt hier nicht von der Erfüllung spezieller Annahmen bezüglich des Nachfragesystems bzw. der Nutzenfunktion ab, sondern ausschließlich von der Größe der Teilintervalle, über die jeweils entlang der einzelnen (nicht-kompensierten) inversen Nachfragefunktionen integriert wird. Damit kann das Distanzfunktionsmaß ohne zusätzliche restriktive Annahmen mit beliebiger Exaktheit berechnet werden und ist den übrigen Maßen auch unter diesem Aspekt deutlich überlegen. Dieser Vorteil beruht auf dem gewählten Berechnungsverfahren und nicht etwa auf der Verwendung der Distanzfunktion, wie die Berechnung der Hicksschen Äquivalenten Variation durch *McKenzie / Ulph* (1987) mit Hilfe eines analogen Verfahrens auf der Basis der Ausgabenfunktion zeigt.

#### *Ad 5. Spezifikationsfehler*

Unabhängig von den üblichen Annahmen der neoklassischen Haushaltstheorie, ohne die keines der besprochenen Verfahren auskommt, läßt sich hier eine klare Rangfolge der Spezifikationsfehler aufstellen. Am weitesten von der Realität entfernt ist sicherlich das Hammond-Maß mit seiner Annahme linearer Nachfragefunktionen. Diese Annahme ist zwar ökonometrisch testbar, dürfte sich aber auch in extremen Sonderfällen kaum als vertretbar erweisen. Die für das McKenzie / Pearce-Verfahren essentielle Annahme einer analytischen Nutzenfunktion, bei deren Approximation durch eine Taylor-Reihe zudem das Restglied gegen Null strebt, kann zwar ökonometrisch nicht getestet werden, jedoch erscheint ihre Erfüllung ebenfalls in hohem Maße unrealistisch. Demgegenüber kommt das Distanzfunktionsmaß mit der üblichen und relativ bescheidenen Annahme einer zweimal stetig differenzierbaren Distanzfunktion aus, so daß der Spezifikationsfehler bei diesem Maß wesentlich geringer ist als bei den übrigen besprochenen Maßen.

#### *Ad 6. Aggregationsfehler*

Wir haben mehrfach betont, daß die beschriebenen Vorschläge zur Wohlfahrtsmessung nur für einen einzelnen repräsentativen Konsumenten gel-

<sup>33</sup> *LaFrance* (1985) analysiert die (restriktiven) Implikationen der Annahme einer linearen Nachfragefunktion.

ten. *Gorman*<sup>34</sup> hat gezeigt, daß in der hier beschriebenen Ökonomie dann, und nur dann, das Modell des repräsentativen Konsumenten ohne Aggregationsfehler für die gesamte Volkswirtschaft übernommen werden kann, wenn in einer Volkswirtschaft mit  $J$  Konsumenten, die jeweils das Einkommen  $y_j$  beziehen, die indirekten Nutzenfunktionen aller Wirtschaftssubjekte die Form

$$(25) \quad V_j(p, y_j) = \alpha_j(p) + \beta(p) y_j, \quad (j = 1, \dots, J),$$

besitzen. Die meisten Praktiker der Nutzen-Kosten-Analyse werden nicht bereit sein, diese restriktive Annahme zu akzeptieren, impliziert sie doch beispielsweise, daß die Engel-Kurven aller Konsumenten linear sind und parallel zueinander verlaufen. Diese empirisch überprüfbare Hypothese kann meist falsifiziert werden.

Zwar lassen sich individuelle Wohlfahrtsmaße auch dann zu einem gesamtwirtschaftlichen Wohlfahrtsmaß aggregieren, wenn eine individualistische gesellschaftliche Wohlfahrtsfunktion à la *Bergson*<sup>35</sup> vorgegeben ist und wenn die Gewichte, mit denen die individuellen Nutzenfunktionen in die gesellschaftliche Wohlfahrt eingehen, bekannt sind. Doch auch diese Voraussetzungen sind in der angewandten Nutzen-Kosten-Analyse nie erfüllt.

Deshalb kann keiner der hier besprochenen Ansätze problemlos verwendet werden, wenn es gilt, die Auswirkungen der Durchführung eines öffentlichen Projektes auf mehrere Wirtschaftssubjekte gemeinsam zu ermitteln. Das Aggregationsproblem tritt bei allen Ansätzen zur exakten Wohlfahrtsmessung auf, die von der Kenntnis der Marshallschen Nachfragefunktion eines repräsentativen Konsumenten ausgehen. Dies ist ein schwerwiegender Nachteil, zumal der Aggregationsfehler auf Grundlage der bei praktischen Nutzen-Kosten-Analysen zur Verfügung stehenden Informationen nur ungenau bestimmt werden kann, wenn man auf restriktive a priori Annahmen in Bezug auf die Präferenzen der Wirtschaftssubjekte verzichten will. Allerdings umgehen auch die traditionellen Maße, wie die Konsumentenrente oder die Harbergerschen Dreiecke das Aggregationsproblem nicht, sie weisen nur zusätzliche Nachteile auf.

Eine theoretisch allgemeine Lösung des Aggregationsproblems ist nicht abzusehen. Mit Hilfe eines *ad hoc* Ansatzes läßt sich jedoch wenigstens ein Eindruck von der Größe der Fehlermarge auf Grund des Aggregationsfehlers gewinnen. Spezifiziert man nämlich verschiedene Gewichte, mit denen die Nutzenwerte der einzelnen Individuen in die gesellschaftliche Wohlfahrt eingehen, und berechnet man dann jeweils die Änderung der gesamten Wohlfahrt, so kann man eine Sensitivitätsanalyse durchführen, die Hin-

<sup>34</sup> s. *Gorman* (1953).

<sup>35</sup> s. *Bergson* (1938).



weise darüber gibt, wie unterschiedliche Annahmen über die Form der Aggregation das numerische Ergebnis einer Wohlfahrtsanalyse beeinflussen.

#### 4. Schlußfolgerungen

Abgesehen von diesen Bedenken, die natürlich alle betrachteten Wohlfahrtsmaße in gleicher Weise betreffen, ist das von uns vorgeschlagene Distanzfunktionsmaß den traditionellen Ansätzen in allen wesentlichen Punkten deutlich überlegen. Da es nicht in Geldeinheiten ausgedrückt wird, ist es gegen kardinale Fehlinterpretationen, denen die traditionellen Geldmaße häufig unterliegen, weitgehend immun, so daß hier die üblichen Mißverständnisse erst gar nicht auftreten können. Seine relative Anspruchslosigkeit in Bezug auf die funktionale Form der verwendeten Nachfragesysteme erlaubt die Berechnung des Distanzfunktionsmaßes auf der Basis bereits vorhandenen, für andere Zwecke ermittelten Datenmaterials und macht somit die Durchführung spezieller empirischer Nachfrageschätzungen, die bei Verwendung der anderen Maße erforderlich sind, überflüssig. Der rechentechnische Aufwand zur Ermittlung des Distanzfunktionsmaßes ist wegen der Existenz entsprechender benutzerfreundlicher Programme vernachlässigbar, obwohl eine reine Taschenrechneranalyse wie bei dem Hammond-Maß natürlich nicht in Betracht kommt. Bei der Wahl einer entsprechend feinen Schrittweite bei der Berechnung des Distanzfunktionsmaßes ist der Approximationsfehler praktisch gleich Null, so daß das Distanzfunktionsmaß als einziges der betrachteten Maße ohne zusätzliche restriktive Annahmen tatsächlich exakt ist. Der Verzicht auf äußerst restriktive Zusatzannahmen, wie sie für die Exaktheit des McKenzie / Pearce- und des Hammond-Maßes erforderlich sind, führt dazu, daß das Distanzfunktionsmaß diesen Maßen auch unter dem Aspekt des Spezifikationsfehlers bei weitem überlegen ist.

Als Ergebnis unserer Analyse läßt sich somit festhalten, daß die von uns geprüften Punkte ohne Einschränkung für eine Verwendung des Distanzfunktionsmaßes anstelle der untersuchten traditionellen Maße sprechen.

#### Zusammenfassung

In jüngster Zeit wurden eine Reihe exakter Wohlfahrtsmaße vorgeschlagen. Diese Maße besitzen für die angewandte Kosten-Nutzen-Analyse besonderes Interesse, erstens, weil sie eine methodisch saubere und logisch konsistente mikroökonomische Basis besitzen, zweitens, weil sie ausschließlich auf empirisch beobachtbaren Informationen beruhen, und drittens, weil sie sich in der Praxis leicht ermitteln lassen.

Aus der inzwischen recht umfangreichen Literatur zu diesem Thema haben wir zwei typische Vertreter der exakten Wohlfahrtsmaße, das McKenzie / Pearce- und das

Hammond-Maß, ausgewählt und analysiert. Bei beiden Ansätzen haben wir gravierende theoretische und empirische Schwächen festgestellt. Wir schlagen demgegenüber die Verwendung eines auf der Distanzfunktion basierenden exakten Wohlfahrtsmaßes vor, das den traditionellen Maßen in allen wesentlichen Punkten überlegen ist.

## Summary

During the last few years a number of exact welfare measures has been proposed. Such measures are highly interesting for applied cost-benefit-analysis, first, because they are based on logically consistent microeconomic foundations, second, because they use only empirically observable informations, and third, because they easily can be calculated.

We analyze two typical representatives from this by now rather extensive class of welfare measures, viz the measures of *McKenzie / Pearce* and of *Hammond*. We show that both approaches have serious theoretical and empirical drawbacks. As an alternative, we propose a new exact welfare measure, based on the distance function, which is superior to the traditional measures in all respects.

## Anhang

### Zur Berechnung des Distanzfunktionsmaßes

Im Hauptteil wurde gezeigt, daß das Distanzfunktionsmaß für ein staatliches Projekt  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$  mit Hilfe der einkommensnormierten kompensierten inversen Nachfragefunktionen dargestellt werden kann als

$$(A1) \quad \Delta D(x^0, u_k) = \int_{x^0}^{x^k} \phi(x, u_k) dx.$$

Wegen der Pfadunabhängigkeit des zu berechnenden Integrals kann  $\Delta D$  auch als Summe sämtlicher Einzelintegrale über die einzelnen inversen kompensierten Nachfragefunktionen dargestellt werden. Diese Umformung entspricht der Festlegung eines bestimmten Integrationspfades. Jedes Einzelintegral ist nach Aussage des Shephard-Hanoch-Lemmas gleich der Differenz zweier Werte der Distanzfunktion an den entsprechenden Stellen. Auf diesem Wege kann, wie unten gezeigt wird, das Wohlfahrtsmaß  $\Delta D$  durch  $N$  Differenzen zweier Distanzfunktionswerte ausgedrückt werden, wobei jede dieser Differenzen die jeweilige Wertänderung der Distanzfunktion bei Änderung einer einzigen Mengenvariablen angibt:

$$(A2) \quad \Delta D(x^0, u_k) = - \int_{x^k}^{x^0} \phi(x, u_k) dx = - \left[ \int_{x_1^k}^{x_1^0} \phi_1(x_1, x_2^k, \dots, x_N^k, u_k) dx_1 + \right. \\ \left. + \int_{x_2^k}^{x_2^0} \phi_2(x_1^0, x_2, x_3^k, \dots, x_N^k, u_k) dx_2 + \right. \\ \left. + \dots + \int_{x_N^k}^{x_N^0} \phi_N(x_1^0, \dots, x_{N-1}^0, x_N, u_k) dx_N \right]$$

$$= - \{ [D(x_1^0, x_2^k, \dots, x_N^k, u_k) - D(x^k, u_k)] \\ + [D(x_1^0, x_2^0, x_3^k, \dots, x_N^k, u_k) - D(x_1^0, x_2^k, \dots, x_N^k, u_k)] \\ + \dots + [D(x^0, u_k) - D(x_1^0, \dots, x_{N-1}^0, x_N^k, u_k)] \} .$$

Diese Differenzen einzelner Werte der Distanzfunktion lassen sich empirisch nicht direkt messen, da sie von dem nicht beobachtbaren Nutzenindex  $u_k$  abhängen. Definiert man nun für jede dieser Differenzen eine Funktion  $\delta$  in Abhängigkeit von der jeweils variierten Gütermenge gemäß

$$(A3) \quad \begin{aligned} \delta_1(x_1) &= D(x_1, x_2^k, \dots, x_N^k, u_k) - D(x^k, u_k) \\ &= D(x_1, x_2^k, \dots, x_N^k, u_k) - 1 . \\ \delta_2(x_2) &= D(x_1^0, x_2, x_3^k, \dots, x_N^k, u_k) - D(x_1^0, x_2^k, \dots, x_N^k, u_k) \\ &\vdots \\ \delta_N(x_N) &= D(x_1^0, \dots, x_{N-1}^0, x_N, u_k) - D(x_1^0, \dots, x_{N-1}^0, x_N^k, u_k) , \end{aligned}$$

so ist die Ableitung einer solchen Funktion aufgrund des Shephard-Hanoch-Lemmas und der Identität<sup>36</sup>

$$(A4) \quad \phi(x, u) \equiv \hat{p}(x/D(x, u))$$

mit  $\hat{p}(x) = p/I =$  Vektor der einkommensnormierten inversen  
(unkompensierten) Nachfragefunktionen

gleich der entsprechenden inversen Nachfragefunktion in Abhängigkeit von der Distanzfunktion. Die Ableitung von  $\delta_1$  nach  $x_1$  ist demnach durch

$$(A5) \quad \begin{aligned} d\delta_1(x_1)/dx_1 &= \phi_1(x_1, x_2^k, \dots, x_N^k, u_k) \\ &= \hat{p}_1([x_1, x_2^k, \dots, x_N^k]/D(x_1, x_2^k, \dots, x_N^k, u_k)) \end{aligned}$$

gegeben. Setzt man in diese Gleichung für die Distanzfunktion den entsprechenden Ausdruck in Abhängigkeit von  $\delta_1(x_1)$  gemäß obiger Gleichung ein, so ergibt sich folgende gewöhnliche Differentialgleichung erster Ordnung<sup>37</sup>:

$$(A6) \quad d\delta_1(x_1)/dx_1 = \hat{p}_1([x_1, x_2^k, \dots, x_N^k]/[\delta_1(x_1) + 1]) .$$

Löst man diese Differentialgleichung für die Anfangsbedingung

$$(A7) \quad \delta_1(x_1^k) = 0 ,$$

die sich aus der oben angeführten Definition von  $\delta_1(x_1)$  ergibt, so kann man die sich ergebende Lösung, die Funktion  $\delta_1$ , an der Stelle  $x_1^0$  auswerten und erhält so die erste der Einzeldifferenzen von  $\Delta D(x^0, u_k)$ . Falls sich durch ein bestimmtes staatliches

<sup>36</sup> Zu den hier verwendeten Eigenschaften der Distanzfunktion siehe z.B. *Diewert* (1982), 559 ff.

<sup>37</sup> Zur Darstellung solcher Differentialgleichungen und ihrer Eigenschaften siehe z.B. *Sydsæter* (1981), 3 ff.



Programm nur die konsumierte Menge des ersten Gutes ändert, sind alle anderen Differenzen von  $\Delta D(x^0, u_k)$  gleich Null, so daß für diesen Sonderfall unser Wohlfahrtsmaß  $\Delta D(x^0, u_k)$  auf diese einfache Weise schon berechnet ist.

Falls sich die anderen Gütermengen ebenfalls ändern, so müssen auch die zu  $d\delta_1(x_1)/dx_1$  analogen Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}
 \text{(A8)} \quad d\delta_2(x_2)/dx_2 &= \\
 &= \hat{p}_2([x_1^0, x_2, x_3^k, \dots, x_N^k] / [\delta_2(x_2) + D(x_1^0, x_2^k, \dots, x_N^k, u_k)]) \\
 &= \hat{p}_2([x_1^0, x_2, x_3^k, \dots, x_N^k] / [1 + \delta_1(x_1^0) + \delta_2(x_2)]) \\
 &\quad \cdot \\
 &\quad \cdot \\
 d\delta_N(x_N)/dx_N &= \\
 &= \hat{p}_N([x_1^0, \dots, x_{N-1}^0, x_N] / [\delta_N(x_N) + D(x_1^0, \dots, x_{N-1}^0, x_N^k, u_k)]) \\
 &= \hat{p}_N([x_1^0, \dots, x_{N-1}^0, x_N] / [1 + \sum_{n=1}^{N-1} \delta_n(x_n^0) + \delta_N(x_N)])
 \end{aligned}$$

mit den jeweiligen Anfangsbedingungen

$$\text{(A9)} \quad \delta_N(x_n^k) = 0 \quad (n = 2, \dots, N)$$

gelöst werden.

Das Prinzip dieses Verfahrens kann vereinfachend folgendermaßen zusammengefaßt werden: Ändern sich infolge eines staatlichen Projekts die konsumierten Mengen aller  $N$  Güter, so kann das Wohlfahrtsmaß  $\Delta D$  für dieses Projekt als das Negative der Summe einzelner Wertänderungen der Distanzfunktion dargestellt werden, die entstehen, wenn nacheinander jeweils nur eine einzige Gütermenge variiert wird. Jede einzelne dieser Wertdifferenzen der Distanzfunktion wird mit Hilfe einer gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung bestimmt, wobei als Informationen nur die (beobachtbaren) inversen Nachfragefunktionen und die entsprechenden Mengenvariationen benötigt werden. Dieses Vorgehen entspricht jeweils der Integration entlang einer kompensierten inversen Nachfragefunktion  $\phi_n(u, x_k)$ ,  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ , für das neue Nutzenniveau  $u_k$ , wobei diese Integration in unendlich viele infinitesimal kleine Schritte zerlegt wird und jeder dieser Schritte die Integration entlang einer un kompensierten inversen Nachfragefunktion  $\hat{p}_n(x)$  an einer Stelle  $[x/D(x, u_k)]$  impliziert.

## Literatur

- Ahlheim, M. / Rose, M. (1984), Alte und neue Maße individueller Steuerlasten. Finanzarchiv 42, 274 - 349.
- Barten, A. P. / Böhm, V. (1982), Consumer Theory, in: K. J. Arrow / M. D. Intriligator (Hrsg.): Handbook of Mathematical Economics, Vol. II. Amsterdam, New York, Oxford, 381 - 429.
- Bergson, A. (1938), A Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics. Quarterly Journal of Economics 52, 310 - 334.
- Byrnes, P. / Grosskopf, S. / Hayes, K. (1985), How "exact" are exact measures of welfare loss? Applied Economics 17, 1071 - 1081.

- Chipman, J. S. / Moore, J. C. (1980), Compensating Variation, Consumer's Surplus, and Welfare. *American Economic Review* 70, 933 - 949.
- Diewert, W. E. (1982), Duality Approaches to Microeconomic Theory, in: K. J. Arrow / M. D. Intriligator (Hrsg.), *Handbook of Mathematical Economics*, Vol. II. Amsterdam, 535 - 599.
- Dupuit, J. (1844), De la mesure de l'utilité des travaux publics. *Annales des Ponts et Chaussées* 8, 332 - 375.
- Feldstein, M. (1985), The Optimal Level of Social Security Benefits. *Quarterly Journal of Economics* 100, 303 - 320.
- Gorman, W. M. (1953), Community Preference Fields. *Econometrica* 22, 63 - 80.
- Habetha, K. / Kühn, E. (1978), Analysis I/II. Höhere Ableitungen im  $R^n$ . Hagen.
- Hammond, P. J. (1983), Approximate Measures of the Social Welfare Benefits of Large Projects. Stanford University IMSSS Economics Technical Report, No. 410.
- (1984), Approximate Measures of Social Welfare and the Size of Tax Reform, in: D. Bös / M. Rose / Ch. Seidl (Hrsg.), *Beiträge zur neueren Steuertheorie*. Berlin, Heidelberg, 95 - 115.
- (1986), Social Index Functionals and Individual Characteristics. Unpublished Manuscript, October.
- Hanemann, W. M. (1981), Some Further Results on Exact Consumer's Surplus, Working Paper No. 190, Division of Agricultural Sciences. University of California, Berkeley.
- Harberger, A. (1954), Monopoly and Resource Allocation. *American Economic Review* 44, 77 - 87.
- (1971), Three Basic Postulates for Applied Welfare Economics: An Interpretative Essay. *Journal of Economic Literature* 9, 785 - 797.
- Hausman, J. A. (1981), Exact Consumer's Surplus and Deadweight Loss. *American Economic Review* 71, 662 - 676.
- Hicks, J. R. (1943), The Four Consumer's Surpluses. *Review of Economic Studies* 11, 31 - 41.
- (1946), *Value and Capital*. 2nd ed., Oxford.
- Hotelling, H. (1938), The General Welfare in Relation to the Problems of Taxation and of Railway and Utility Rates. *Econometrica* 6, 269 - 272.
- Hurwicz, L. / Uzawa, H. (1971), On the Integrability of Demand Functions, in: J. Chipman et al. (Hrsg.), *Preferences, Utility, and Demand*. New York, 114 - 148.
- Jeon, B. N. / von Fürstenberg, G. M. (1986), Techniques for Measuring the Welfare Effects of Protection: Appraising the Choices. *Journal of Policy Modeling* 8, 273 - 303.
- Jorgenson, D. W. / Slesnick, D. T. (1986), Measurement of Social Welfare. Harvard Institute of Economic Research Discussion Paper, No. 928.
- King, M. A. (1983), Welfare Analysis of Tax Reforms Using Household Data. *Journal of Public Economics* 21, 183 - 214.
- LaFrance, J. T. (1985), Linear Demand Functions in Theory and Practice. *Journal of Economic Theory* 37, 147 - 166.

- Markandya, A.* (1984), The Welfare Measurement of Changes in Economic Mobility. *Economica* 51, 457 - 471.
- Marshall, A.* (1890), *Principles of Economics*. London.
- McKenzie, G. W.* (1979), Consumer's Surplus Without Apology: Comment, *American Economic Review* 69, 465 - 468.
- (1983), *Measuring Economic Welfare: New Methods*. Cambridge.
- McKenzie, G. W. / Pearce, I. F.* (1976), Exact Measures of Welfare and the Cost of Living. *Review of Economic Studies* 43, 465 - 468.
- / — (1982), Welfare Measurement – A Synthesis. *American Economic Review* 72, 669 - 682.
- McKenzie, G. W. L. / Ulph, D.* (1982), An Exact Welfare Measure Discussion Papers in Economics and Econometrics, No. 8121. University of Southampton, Southampton.
- / — (1987), Exact Welfare Measures. Wird erscheinen in: *Economic Perspectives* 4.
- Meade, J. E.* (1955), *Trade and Welfare*. Mathematical Supplement. Oxford.
- Mohring, H.* (1971), Alternative Welfare Gain and Loss Measures. *Western Economic Journal* 9, 349 - 368.
- Morey, E. R.* (1984), Confuser Surplus. *American Economic Review* 74, 163 - 173.
- Samuelson, P. A.* (1942), Constancy of the Marginal Utility of Income, in: O. Lange / F. McIntyre / T. O. Yntema (Hrsg.), *Studies in Mathematical Economics*. Chicago, 75 - 91.
- (1974), Complementarity. An Essay on the 40th Anniversary of the Hicks-Allen Revolution in Demand Theory. *Journal of Economic Literature* 12, 1255 - 1289.
- Sydsæter, K.* (1981), *Topics in Mathematical Analysis for Economists*. London.
- Takayama, A.* (1982), On Consumer's Surplus. *Economics Letters* 10, 35 - 42.
- (1984), Consumer's Surplus, Path Independence, Compensating and Equivalent Variations. *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft* 140, 594 - 625.
- Varian, H. R.* (1984), *Microeconomic Analysis*, 2nd ed., New York, London.
- Vartia, Y. O.* (1983), Efficient Methods of Measuring Welfare Change and Compensating Income in Terms of Ordinary Demand Functions. *Econometrica* 51, 79 - 98.
- Weymark, J. A.* (1985), Money-Metric Utility Functions. *International Economic Review* 26, 219 - 232.
- Willig, R. D.* (1973), *Consumer's Surplus: A Rigorous Cookbook*. Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences, Technical Report, No. 98.
- (1976), Consumer's Surplus Without Apology. *American Economic Review* 66, 589 - 597.