

# Technikwahl und Profitrate

## Ein kritischer Überblick über die augenblickliche Diskussion zum „Gesetz vom tendenziellen Fall der Profitrate“

Von Michael Funke

In dem Artikel wird ein Überblick über die moderne Diskussion zum Gesetz vom tendenziellen Fall der Profitrate gegeben. Anhand der Arbeit von Okishio aus dem Jahre 1961 sowie zahlreicher darauf aufbauender Modellvarianten wird insbesondere herausgearbeitet, unter welchen Annahmen rationale Investitionsentscheidungen zu einem Fall der Profitrate führen.

Die Frage nach der Gültigkeit des *Marxschen* Gesetzes vom tendenziellen Fall der Profitrate und damit die Frage nach der Relevanz eines zentralen Gebiets im Rahmen der *Marxschen* Akkumulationstheorie wird seit einigen Jahren wieder verstärkt diskutiert. Im folgenden Beitrag soll ein Überblick über diese sehr verstreut stattfindende Diskussion gegeben werden, was schon deshalb wichtig erscheint, weil die meisten der orthodoxen Marx-Interpreten sich dieser Diskussion bisher verschlossen haben.

Ausgelöst wurde die Diskussion von *Okishio*<sup>1</sup>, der der folgenden Frage nachging: Ist es möglich, daß ein Kapitalist der seinen Profit maximiert, eine neue Technik einführt mit dem Resultat, daß seine individuelle und die durchschnittliche gesamtwirtschaftliche Profitrate fällt? M. a. W.: Zentrales Thema der Diskussion war und ist, ob es eine plausible mikroökonomische Fundierung für die makroökonomische Hypothese eines tendenziellen Falls der Profitrate gibt.

In seinem Beitrag aus dem Jahre 1961 untersuchte Okishio die Wirkung der Einführung einer neuen, nach dem *Kostenkriterium* ausgewählten neuen Produktionstechnik auf die allgemeine Profitrate. Wie er im Anhang seines Beitrages allgemein bewiesen hat, muß die allgemeine Profitrate entgegen der *Marxschen* These notwendigerweise *steigen*, wenn bei konstantem Reallohn neue Produktionsverfahren eingeführt werden, die die Stückkosten senken und die Arbeitsproduk-

---

<sup>1</sup> Vgl. dazu *Okishio* (1961) und *Okishio* (1974), 190 - 192. Frühere Ableitungen dieses Theorems finden sich bei *Bortkiewicz* (1907), 454 - 470 und *Shibata* (1934), 65 - 71.

tivität erhöhen. Dem Beweis<sup>2</sup> dieses sogenannten „Okishio-Theorems“ liegen die folgenden Annahmen zugrunde:

- (a) Neue Produktionsverfahren werden von Kapitalisten dann eingeführt, wenn sie die Stückkosten bei bestehenden Preisen reduzieren.
- (b) In der betrachteten Wirtschaft herrschen konstante Skalenerträge vor.
- (c) Es existieren keine Kuppelproduktionsprozesse.
- (d) Die Reallöhne werden am Beginn der Produktionsperiode gezahlt und sind konstant.
- (e) Es gibt nur zirkulierendes Kapital.

Für den formalen Beweis dieses Theorems soll die folgende Notation verwendet werden:

$A$ : ( $n \times n$ ) Input-Matrix

$L$ : ( $1 \times n$ ) Zeilen-Vektor der Arbeitskoeffizienten

$b$ : ( $n \times 1$ ) Spalten-Vektor der Reallöhne

$p$ : ( $1 \times n$ ) Zeilen-Vektor der Produktionspreise

$\pi$ : allgemeine Profitrate zu Produktionspreisen

Unter diesen Annahmen ist die allgemeine Profitrate  $\pi$  durch die folgende Gleichung bestimmt:

$$(1) \quad p = (1 + \pi)(pA + L)$$

Normiert man zusätzlich noch so, daß der Nominallohn den Wert 1 annimmt, d. h.

$$(2) \quad 1 = p \cdot b$$

dann läßt sich (1) auch schreiben als:

$$(3) \quad \frac{1}{1 + \pi} \cdot p = p \cdot M$$

mit

$$(4) \quad M = A + b \cdot L$$

Eine beliebige neue Technik läßt sich nun durch eine neue Matrix  $A^*$  und einen Vektor  $L^*$  charakterisieren. Die Bedingung von Okishio, daß eine neue Technik nur dann eingeführt wird, wenn die Stückkosten bei gegebenen Produktionspreisen im Produktionsprozeß  $i$  sinken, läßt sich dann darstellen als:

$$(5) \quad pA_i^* + L_i^* < pA_i + L_i$$

<sup>2</sup> Vgl. dazu Roemer (1979), 381 - 382 bzw. Roemer (1981), 114 - 116.

Nach Einführung und Verallgemeinerung dieser neuen Technologie ergeben sich dann der neue Produktionsvektor  $p^*$  und die neue allgemeine Profitrate  $\pi^*$  als:

$$(6) \quad p^* = (1 + \pi^*) (p^* A^* + L^*)$$

$$(7) \quad p^* b = 1$$

$$(8) \quad \frac{1}{1 + \pi^*} \cdot p^* = p^* M^*$$

mit

$$(9) \quad M^* = A^* + bL^* .$$

Unter der Voraussetzung, daß die Matrix  $M$  unzerlegbar ist, ergibt sich durch den Vergleich von Gleichung (8) mit Gleichung (3) nach dem Frobenius-Perron-Theorem<sup>3</sup> sofort, daß  $\pi^*$  größer sein muß als  $\pi$ . Die allgemeine Profitrate muß also *steigen*, wenn die neuen Techniken nur die Bedingung (5) erfüllen und außerdem der Reallohn konstant bleibt!

Für den Fall von zwei Sektoren und damit von zwei Gütern in der betrachteten Volkswirtschaft läßt sich dieses Ergebnis von Okishio anschaulich graphisch beweisen<sup>4</sup>. In diesem Fall kann jeder beliebige Produktionsprozeß durch folgende allgemeine Gleichung beschrieben werden:

$$(10) \quad (ap_1 + bp_2)(1 + \pi) = cp_1 + dp_2 \quad a, c, d \geq 0$$

Normiert man jetzt so, daß

$$p_1 + p_2 = 1$$

ist, dann läßt sich jeder denkbare Produktionsprozeß durch die folgende  $(\pi, p_2)$ -Relation beschreiben:

$$(11) \quad \pi = \frac{c + (d - c) p_2}{a + (b - a) p_2} - 1$$

Die Steigung dieser Funktion beträgt dabei:

$$(12) \quad \frac{d\pi}{dp_2} = \frac{ad - bc}{\{a + (b - a) p_2\}^2}$$

Aus der letzten Gleichung ersieht man sofort, daß für den Fall, daß *keine* Kuppelproduktion vorliegt, notwendigerweise die  $(\pi, p_2)$ -Relation des einen Prozesses eine positive Steigung und die  $(\pi, p_2)$ -Relation des

<sup>3</sup> Eine Darstellung und ein Beweis für das Frobenius-Perron-Theorem findet sich in *Pasinetti (1977), 267 - 277.*

<sup>4</sup> Vgl. zur folgenden Darstellung *Salvadori (1981), 63 - 65.* Eine ähnliche Darstellung findet sich auch bei *Alberro / Persky (1979), 39.*

anderen Prozesses eine negative Steigung aufweist. Für den ersten der beiden angenommenen Prozesse (Produktionsmittelproduktion) gilt  $c > 0$  und  $d = 0$ , womit die  $(\pi, p_2)$ -Kurve nach Gleichung (12) eine negative Steigung besitzt. Für den zweiten Prozeß (Lohngüterproduktion) gilt dagegen wegen  $c = 0$  und  $d > 0$  nach Gleichung (12), daß die  $(\pi, p_2)$ -Kurve eine positive Steigung aufweist.

Dieses entgegengesetzte Vorzeichen bei den Steigungen stellt sich immer dann ein, wenn keine Kuppelproduktion vorliegt. Anhand dieser Tatsache, daß bei Einzelproduktion die  $(\pi, p_2)$ -Kurven beider Prozesse immer Steigungen mit unterschiedlichem Vorzeichen besitzen, kann jetzt das Okishio-Theorem leicht grafisch bewiesen werden.

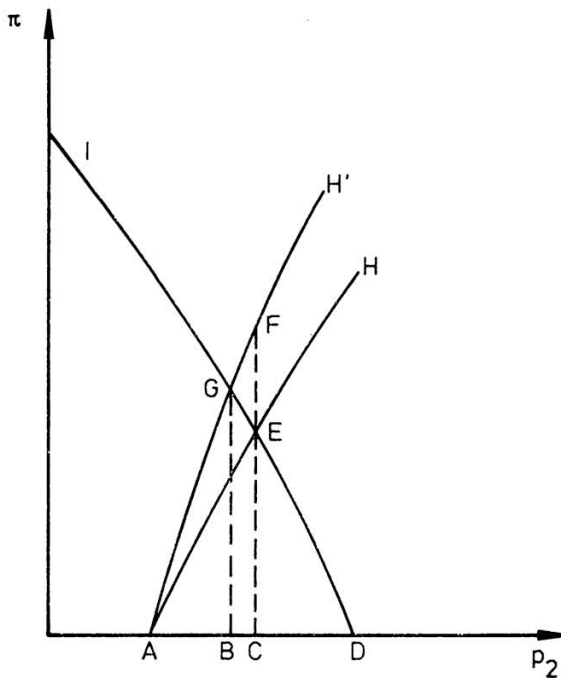


Abb. 1

In der Abbildung wird die gegebene Technik durch die Kurven  $DI$  (Produktionsmittelproduktion) und  $AH$  (Lohngüterproduktion) dargestellt. Die Profitrate in der Ausgangssituation beträgt  $CE$ ,  $p_2$  beträgt  $OC$  und  $p_1$  ergibt sich als  $(1 - OC)$ . Kommt es jetzt zur Einführung einer neuen profitableren Technik im Lohngütersektor, dann verschiebt sich die  $(\pi, p_2)$ -Kurve von  $AH$  nach  $AH'$  und die Profitrate beim alten Preis-

system erhöht sich von *CE* auf *CF*. Nach Erreichung des neuen Preissystems sinkt die Profitrate zwar auf *BG* ab, wegen des unterschiedlichen Vorzeichens in den Steigungen der  $(\pi, p_2)$ -Kurven bei Einzelproduktion folgt jedoch notwendigerweise, daß  $\pi^* > \pi$  ist, was genau die Aussage des Okishio-Theorems ist.

Ungefähr 15 Jahre später, nachdem durch die Studentenbewegung das Interesse an der Marxschen Politischen Ökonomie wieder erweckt war, setzte dann eine verstärkte Diskussion über die Bedeutung dieses Theorems ein. Insbesondere wurde dabei versucht, die Bedeutung von Okishios oben angeführten Annahmen (a) bis (e) herauszuarbeiten und möglicherweise verallgemeinerte Theoreme abzuleiten, die ohne die teilweise sehr restriktiven Annahmen auskommen können.

Zuerst wurde von *Stamatis*<sup>5</sup> gezeigt, daß, wenn man die Annahme (e) fallenläßt, d. h. die Existenz von Fixkapital unterstellt, und gleichzeitig das Kostenkriterium von Okishio beibehält, die Profitrate nach einem Technikwechsel nicht notwendigerweise steigen muß. Dies ist möglich, weil im Fall von Fixkapital die von Okishio betrachtete Profitmarge bzw. Kostenrentabilität  $\pi$  nicht mehr identisch mit der im Marxschen Sinne definierten Profitrate ist:

$$\pi = \frac{\text{gesamte Profite}}{\text{gesamte Kosten}} \quad r = \frac{\text{gesamte Profite}}{\text{gesamtes vorgeschossenes Kapital}}$$

Während bei der Profitmarge  $\pi$  der gesamte Profit auf die gesamten Material- und Lohnkosten bezogen wird, wird bei der Marxschen Profitrate  $r$  der gesamte Profit auf das vorgeschossene konstante und variable Kapital bezogen. In dem von Okishio betrachteten Fall spielt diese Unterscheidung keine Rolle, da in einer Volkswirtschaft ohne fixes Kapital immer  $\pi = r$  gilt. Erhöhen die nach dem Stückkostenkriterium eingeführten neuen Technologien also die Profitmarge  $\pi$ , dann erhöht sich automatisch auch die Profitrate  $r$ . Unterstellt man jetzt allerdings die Existenz von Fixkapital, dann sind durchaus Fälle denkbar, wo die neu eingeführten Technologien zwar die Profitmarge  $\pi$ , nicht jedoch die Profitrate  $r$  erhöhen. Dazu folgendes Beispiel<sup>6</sup>, welches in der Einteilung der Sektoren sowie in der Struktur und Änderung der Produktionskosten dem ursprünglichen Zahlenbeispiel von *Okishio*<sup>7</sup> entspricht. Okishio unterstellte dort die Existenz von drei Sektoren, deren Produktionstechniken durch die folgende Tabelle angegeben werden:

<sup>5</sup> Vgl. *Stamatis* (1977), 176 - 189.

<sup>6</sup> Vgl. dazu *Stamatis* (1977), 186 - 189. Ein ähnliches Beispiel findet sich auch bei *Shaikh* (1978), 247 - 249.

<sup>7</sup> Vgl. dazu *Okishio* (1974), 182 - 185.

	<i>Inputs</i>					<i>Outputs</i>		
	Ware 1	Ware 2	Ware 3	Arbeit		Ware 1	Ware 2	Ware 3
I	0,5	—	—	10	→	1	—	—
II	0,25	—	—	15	→	—	1	—
III	0,2	—	—	16	→	—	—	1

Zusätzlich wird jetzt nur angenommen, daß zur Produktion einer Mengeneinheit des Produktionsmittels, des Lohn- bzw. des Luxusgutes 4 bzw. 2 bzw. 2 Mengeneinheiten Produktionsmittel als Fixkapital erforderlich sind. Von diesen eingesetzten Produktionsmittelmengen werden — wie bei Okishio — die Mengen 0,5, 0,25 und 0,2 verbraucht. Der Reallohn  $b$  entspricht  $\frac{1}{45}$  Mengeneinheiten des Lohngutes. Die Profitrate  $r$  und die Produktionspreise  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$  ergeben sich dann aus dem folgenden Gleichungssystem:

$$(13) \quad p_1 = 0,5 p_1 + 10 \frac{p_2}{45} + r \left( 4 p_1 + 10 \frac{p_2}{45} \right)$$

$$(14) \quad p_2 = 0,25 p_1 + 15 \frac{p_2}{45} + r \left( 2 p_1 + 15 \frac{p_2}{45} \right)$$

$$(15) \quad p_3 = 0,2 p_1 + 16 \frac{p_2}{45} + r \left( 2 p_1 + 16 \frac{p_2}{45} \right)$$

$$(16) \quad b \cdot p_2 = p_2 \cdot \frac{1}{45} = 1$$

Die Gleichgewichtslösung lautet:  $p_1 = 69,61$ ,  $p_2 = 45$ ,  $p_3 = 43,33$ ,  $r = 0,086$ . Durch den Technikwechsel wird jetzt das Produktionsverfahren im Lohngütersektor geändert. Genau wie bei Okishio zeichnet sich das neue Verfahren durch gesunkene Stückkosten aus. Während beim alten Verfahren 0,25 Mengeneinheiten Produktionsmittel und 15 Einheiten direkter Arbeit zur Produktion einer Einheit des Lohngutes erforderlich waren, werden beim neuen Verfahren  $\frac{1}{3}$  Mengeneinheiten Produktionsmittel und  $\frac{35}{24}$  Einheiten direkter Arbeit benötigt, wodurch die Stückkosten beim alten Produktionspreissystem von 30 auf 21,5 fallen. Zusätzlich wird jetzt allerdings angenommen, daß diese Senkung der laufenden Stückkosten dadurch zustande kommt, daß die technische Kapitalzusammensetzung beim Technik-Wechsel von  $\frac{2}{15}$  auf  $4 \cdot \frac{35}{24}$  ansteigt, der notwendige Kapitalvorschub bei der Lohngüterproduktion hat sich also von 2 auf 4 Mengeneinheiten Produktionsmittel erhöht. Bei

immer noch konstantem Reallohn  $b$  ergibt sich damit das folgende geänderte Gleichungssystem:

$$(17) \quad p_1^* = 0,5 p_1^* + 10 \frac{p_2^*}{45} + r^* \left( 4 p_1^* + 10 \frac{p_2^*}{45} \right)$$

$$(18) \quad p_2^* = \frac{1}{3} p_1^* + \frac{35}{24} \frac{p_2^*}{45} + r^* \left( 4 p_1^* + \frac{35}{24} \frac{p_2^*}{45} \right)$$

$$(19) \quad p_3^* = 0,2 p_1^* + 16 \frac{p_2^*}{45} + r^* \left( 2 p_1^* + 16 \frac{p_2^*}{45} \right)$$

$$(20) \quad p_2^* \cdot b = p_2^* \cdot \frac{1}{45} = 1$$

Die Lösung dieses Produktionspreissystems lautet:  $p_1^* = 64,86$ ,  $p_2^* = 45$ ,  $p_3^* = 41,08$ ,  $r^* = 0,0833$ . Die Profitrate ist also von  $r = 0,086$  auf nunmehr  $r^* = 0,0833$  gesunken. Damit ist gezeigt worden, daß bei Aufgabe von Okishios Annahme (e), d. h. beim Vorliegen von Fixkapital, die Profitrate  $r$  im Gegensatz zur Profitmarge  $\pi$  nicht unbedingt steigen muß, wenn *alle* anderen Annahmen Okishios beibehalten werden. Grafisch<sup>8</sup> kann dies folgendermaßen veranschaulicht werden:

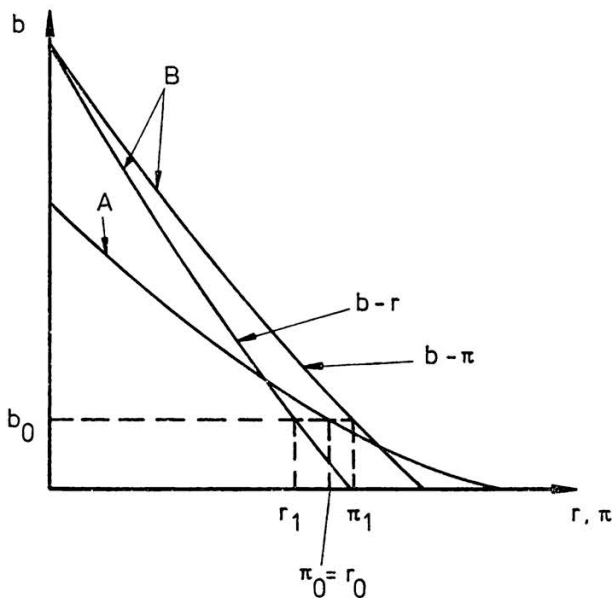


Abb. 2

<sup>8</sup> Vgl. dazu Shaikh (1978), 243.

In der Ausgangssituation werde die Technologie durch die  $b-r$ - bzw.  $b-\pi$ -Kurve  $A$  charakterisiert. Aus Vereinfachungsgründen sei angenommen, daß in der Ausgangssituation kein Fixkapital existiert, so daß die  $b-r$ -Kurve und die  $b-\pi$ -Kurve identisch sind. Bei der neuen, stärker mechanisierten Technologie  $B$  existiere Fixkapital, so daß die  $b-\pi$ - bzw.  $b-r$ -trade-offs auseinanderfallen. Das oben dargestellte Zahlenbeispiel einer steigenden Profitmarge bei gleichzeitig sinkender Profitrate nach dem Technik-Wechsel kann jetzt an dem Schaubild verdeutlicht werden. In der Ausgangssituation nehmen  $\pi$  und  $r_0$  bei dem Reallohn  $b_0$  den Wert  $\pi_0 = r_0$  an. Bei der neuen Technologie  $B$  steigt zwar — wie von Okishio gefordert — die Profitmarge  $\pi$  auf  $\pi_1$ , dafür fällt jedoch die Profitrate von  $r_0$  auf  $r_1$ .

Allerdings ist dieser zuerst von Stamatis und später auch von Shaikh vorgebrachte Einwand, daß Okishio-Theorem sei bei dem Vorhandensein von Fixkapital nicht mehr allgemeingültig, ausgesprochen problematisch, weil beide zwar die ursprüngliche Annahme (e) aufgeben, d. h. Fixkapital in die Analyse mit einbeziehen, das Kriterium für die Einführung neuer Techniken jedoch unverändert lassen. Mit anderen Worten: Obwohl die Existenz von Fixkapital möglicherweise zu einem Sinken der Profitrate  $r$  führt, werden nach Stamatis und Shaikh diese Effekte bei der Technikwahl von den Kapitalisten systematisch ausgeblendet, d. h. nicht berücksichtigt. Angesichts der Tatsache, daß ein Kapitalist an einer möglichst hohen Verwertung seines insgesamt *vor-geschossenen Kapitals* interessiert ist, erscheint es jedoch äußerst zweifelhaft, ob ein Kapitalist jemals Techniken wählen würde, die  $r$  senken und  $\pi$  erhöhen, d. h. in dem folgenden Schaubild<sup>9</sup> im  $SO$ -Teilquadranten liegen.

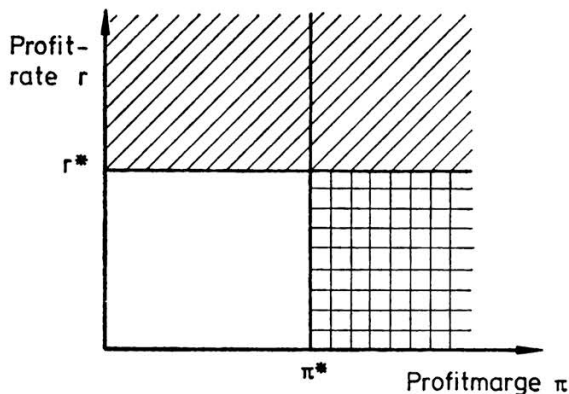


Abb. 3

<sup>9</sup> Vgl. dazu *Parijs* (1980), 10.



Insofern muß zumindest diese Möglichkeit, daß eine Technik gewählt wird, die zwar  $\pi$  erhöht, aber  $r$  senkt, ökonomisch plausibel gemacht werden. Im Gegensatz zu Stamatis, der unreflektiert — und wie es scheint unbewußt — das Stückkosten-Kriterium von Okishio (Annahme (a)) auch im Fixkapital-Fall weiter verwendet, versucht Skaikh genau diese Begründung zu liefern. Seiner Meinung nach ist es durchaus im kapitalistischen Sinne „rational“, wenn Kapitalisten nach dem Kostenkriterium Techniken einführen, d. h. sich für Techniken entscheiden, die niedrigere Stückkosten und eine niedrigere Profitrate aufweisen. Und zwar wird dies immer dann der Fall sein, wenn ein Kapitalist mit Preiskämpfen rechnet, denn in einem solchen Fall ist der Kapitalist mit den niedrigsten Stückkosten im Vorteil. Wird der Warenpreis ständig gesenkt, dann fällt seine Profitrate langsamer als die seiner Konkurrenten und bleibt außerdem immer noch positiv, wenn die Profitraten der Konkurrenz schon längst negative Werte annehmen.

Weitere Gründe für einen Technik-Wechsel, der durchgeführt wird, obwohl als Resultat die durchschnittliche allgemeine Profitrate  $r$  sinkt, werden von *Armstrong* und *Glyn*<sup>10</sup> sowie von *Roemer*<sup>11</sup> gegeben. *Armstrong* und *Glyn* zeigen, daß bei bestimmten oligopolistischen Konkurrenzsituationen die Wahl einer Technik mit gesunkener Profitrate  $r$  durchaus rational sein kann, während *Roemer* zeigt, daß Kapitalisten Techniken wählen werden, die eine stärkere Kontrolle über die Beschäftigten und den Produktionsprozeß erlauben, auch wenn dadurch die Profitrate  $r$  möglicherweise sinkt.

Allen vorgebrachten Argumenten gegen die Relevanz des ursprünglichen Okishio-Kriteriums auch im Fixkapital-Fall ist also gemeinsam, daß die Vorstellung, die Kapitalisten würden in Form eines Gesamtkapitalisten existieren, aufgegeben wird. Da kein Gesamtkapitalist existiert, der eine „optimale“ Technikwahl durchführt, ist es denkbar, daß die Handlungen der einzelnen in Konkurrenz zueinander stehenden Kapitalisten gesamtwirtschaftlich zu Resultaten führen, die sich mit den Zielen der einzelnen Kapitalisten nicht decken.

Was passiert nun aber dann, wenn die Kapitalisten eine perfekte Voraussicht, d. h. rationale Erwartungen, besitzen und die Profitraten senkenden Effekte der gestiegenen technischen Kapitalzusammensetzung antizipieren? In diesem Fall muß neben der Einführung von Fixkapital, d. h. der Aufgabe von Annahme (e), auch das Stückkosten-Kriterium von Okishio, d. h. die obige Annahme (a), modifiziert werden.

---

<sup>10</sup> Vgl. dazu *Armstrong / Glyn* (1980), 69.

<sup>11</sup> Vgl. *Roemer* (1978), 162 - 166 bzw. *Roemer* (1981), 140 - 143.

Im Fall mit Fixkapital ergeben sich die Profitrate  $r$  und der Produktionspreis-Vektor  $p$  gemäß der folgenden Gleichung<sup>12</sup>:

$$(21) \quad p = rpC + (1 + r)(pA + L) \quad 13$$

$$(22) \quad p \cdot b = 1$$

mit  $C = (n \times n)$  Input-Matrix des vorgeschossenen Fixkapitals.

Definiert man wiederum  $M$  als  $M = A + b \cdot L$ , dann folgt aus Gleichung (21) und (22)

$$(23) \quad p = p(M + r(M + C)) .$$

Das modifizierte Kriterium für die Einführung neuer Techniken lautet jetzt:

$$(24) \quad -(pC_i^* + pA_i^* + L_i^*) + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(p_i - (pA_i^* + L_i^*))}{(1 + r)^t} > 0$$

In dem ersten Klammerausdruck sind die Kosten des fixen Kapitals ( $p \cdot C_i^*$ ) und des zirkulierenden Kapitals ( $p \cdot A_i^* + L_i^*$ ) erfaßt, die ein neuer Produktionsprozeß in der ersten Periode hervorrufen. In dem Summenausdruck sind die abdiskontierten Nettoerlöse erfaßt, die ab der zweiten Periode anfallen (es ist bei Formeln (24) angenommen, daß in der ersten Periode keine Verkäufe stattfinden und damit Erlöse anfallen). Das modifizierte Kriterium zur Einführung neuer Techniken besagt also, daß die Nettoerlöse größer sein müssen als die gesamten vorgeschossenen Kapitalkosten in der ersten Periode. Unter Verwendung der Identität:

$$(25) \quad \sum_{t=1}^{\infty} \left( \frac{1}{1 + r} \right)^t = \frac{1}{r}$$

läßt sich (24) auch schreiben als

$$(26) \quad p_i > r \cdot p \cdot C_i^* + (1 + r)(pA_i^* + L_i^*)$$

bzw.

$$(27) \quad p_i > p(M_i^* + r(M_i^* + L_i^*))$$

<sup>12</sup> Vgl. dazu *Roemer* (1979), 385 - 387. Eine ähnliche Darstellung findet sich auch bei *Alberro / Persky* (1979), 40 - 41.

<sup>13</sup> Formel (29) und die in dem Beispiel von Stamatis benutzten Formeln (25) bis (27) unterscheiden sich durch den Term  $rpA$ . Der Unterschied kann so erklärt werden, daß die Matrix  $A$  bei Stamatis nur die Abschreibungen darstellt, während bei Roemer in der Matrix  $A$  auch die Inputs an Roh- und Hilfsstoffen erfaßt sind, womit  $A$  zum vorgeschossenen Kapital gehört.

Nach Einführung der neuen Technik ergibt sich die neue Profitrate  $r^*$  und der neue Produktionspreis-Vektor  $p^*$  — analog zur Formel (23) — als

$$(28) \quad p^* = p^* (M^* + r^* (M^* + C^*)) .$$

Aus dem Vergleich von Formel (23) und (28) ergibt sich unter der Berücksichtigung der Bedingung (27), daß nach dem Frobenius-Theorem  $r^* > r$  sein muß<sup>14</sup>. Für den Fall einer perfekten Voraussicht bzw. rationaler Erwartungen kann also ein „verallgemeinertes Okishio-Theorem“ für den Fixkapital-Fall abgeleitet werden.

Allerdings ist dieses Ergebnis, daß die Profitrate  $r$  notwendigerweise steigen muß, an sehr strenge Voraussetzungen geknüpft, denn schon geringfügig falsche *Erwartungen* über die zukünftige Technologie Entwicklung können dazu führen, daß die Profitrate sinkt<sup>15</sup>. Angenommen es wird zunächst eine neue Technologie (\*) eingeführt, die zu einem  $r^* > r$  führt. Dann, z. B. drei Jahre später, wird unerwartet schnell wiederum eine neue Technologie (\*\*) profitabel, d. h.  $r^{**} > r^*$ . Falls diese neue Technologie (\*\*) jetzt allerdings eingeführt wird, dann stellt sich nachträglich heraus, daß die erwartete Profitrate  $r^*$  der Technologie (\*) — wegen der gesunkenen Lebensdauer — geringer ist als angenommen und möglicherweise sogar noch unter  $r$  liegt. Falls man also im Keyneschen Sinne den Unsicherheitsaspekt in den Vordergrund rückt und davon ausgeht, daß heutige Investitionsentscheidungen auf Erwartungen über die zukünftigen Technologieentwicklungen basieren, dann erscheint es durchaus plausibel, von der Möglichkeit einer sinkenden Profitrate auszugehen. Das „verallgemeinerte Okishio-Theorem“ wäre damit dann ein unrealistischer Spezialfall, weil eine im Sinne dieses Theorems rationale Investitionsentscheidung Informationen voraussetzt, die wegen des Fehlens eines intertemporalen Marktes für Technologieentwicklung heute nicht verfügbar sein können.

Neben der Problematik der Annahmen (a) und (e) ist auch die Annahme eines zeitlich konstanten Reallohns  $b$  (Annahme (d)) anfechtbar, da Marx bei der Entwicklung des Gesetzes vom tendenziellen Fall der Profitrate wohl eher von einem steigenden Reallohn  $b$  ausging, dessen Wachstumsrate allerdings geringer ist als die der Produktivität im Lohngütersektor. Für die Relevanz des Okishio-Theorems hat dies natürlich Konsequenzen, denn bei einem steigenden Reallohn kann die Profitrate selbstverständlich fallen. *Roemer*<sup>16</sup> hat z. B. gezeigt, daß die Profitrate nach dem Technik-Wechsel notwendigerweise fallen muß,

<sup>14</sup> Zum Beweis vgl. *Roemer* (1979), 395 - 396 bzw. *Roemer* (1981), 119 - 124.

<sup>15</sup> Vgl. dazu *Alberro / Persky* (1981).

<sup>16</sup> Vgl. dazu *Roemer* (1978), 158 - 162 bzw. *Roemer* (1981), 134 - 136.

wenn man die Annahme des konstanten Reallohns durch die Annahme einer konstanten Lohnquote in den Basissektoren ersetzt und alle anderen Annahmen von Okishio beibehält.

Neben den bisher dargestellten Diskussionen über die Bedeutung und die Folgen von Okishios Annahmen (a), (d) und (e) soll zuletzt noch auf die Annahme der Nichtexistenz von Kuppelproduktionsprozessen eingegangen werden (obige Annahme (c)).

Roemer<sup>17</sup> hat als erster versucht, das Okishio-Theorem auch auf den allgemeinen Fall von Kuppelproduktionsprozessen auszudehnen. Als Referenzsystem für seinen Beweis wählte er dabei das von Neumann-Wachstumsmodell, in dem in  $m$  Produktionsprozessen  $n$  Güter hergestellt werden. Gleichzeitig kann in diesem Modell angenommen werden, daß die Produktionsprozesse eine unterschiedlich lange Produktionsperiode und Kapitalgüter eine unterschiedlich lange Lebensdauer aufweisen. Ältere Produktionsanlagen werden in dem Fall dann als Kuppelprodukt und damit als Teil des Output behandelt. Um diesen Verallgemeinerungsversuch beurteilen zu können, sollen zunächst kurz die Eigenschaften des von Neumann-Modells dargestellt werden<sup>18</sup>.

Wenn man in dem von Neumann-Wachstumsmodell für jeden der  $m$  Prozesse ein Einheitsniveau definiert, dann bezeichnet  $m_{ij}$  den Input des  $i$ -ten Gutes beim  $j$ -ten Prozeß und  $b_{ij}$  den Output des  $i$ -ten Gutes beim  $j$ -ten Prozeß. Mit Hilfe dieser Inputkoeffizienten  $m_{ij}$  und der Outputkoeffizienten  $b_{ij}$  kann jeder Produktionsprozeß dann dargestellt werden als:

$$(29) \quad \begin{bmatrix} m_{1j} \\ m_{2j} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ m_{nj} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ b_{nj} \end{bmatrix} \quad j \in \{1, \dots, m\}$$

Ein solcher Produktionsprozeß kann gemäß Annahme auf einem beliebigen Niveau, d. h. mit einer beliebigen Intensität betrieben werden, wobei konstante Skalenerträge unterstellt werden.

Zusätzlich werden jetzt folgende Annahmen über die Transformationsmenge  $T$  im Güterraum getroffen:

<sup>17</sup> Vgl. dazu Roemer (1979), 383 - 393 bzw. Roemer (1981), 124 - 131.

<sup>18</sup> Vgl. dazu Moeschlin (1974) und Koopmans (1964).

1. Die Input- und Outputkoeffizienten dürfen nicht negativ sein:

$$m_{ij} \geq 0 ; b_{ij} \geq 0 ; i \in \{1, \dots, n\} \\ j \in \{1, \dots, n\}$$

Faßt man die  $n \times m$  Inputkoeffizienten  $m_{ij}$  und die  $n \times m$  Outputkoeffizienten  $b_{ij}$  zur Inputmatrix  $M$  und Outputmatrix  $B$  zusammen, dann ergibt sich der gesamte Input  $x$  bzw. der gesamte Output  $y$  in Abhängigkeit vom Intensitätsvektor  $z$  als:

$$(30) \quad x \geq Mz ; y \leq Bz ; z \geq 0$$

2. Die Technologie  $T$  besteht aus der Menge aller möglichen Vektorpaare  $x$  und  $y$ :

$$(31) \quad T = \{(x, y) \mid x \geq Mz ; y \leq Bz ; z \geq 0\}$$

Bei einer derart definierten Technologie handelt es sich um eine *Kegeltechnologie*, d. h.  $T$  stellt einen konvexen polyedrischen Kegel dar.

3. Die Technologie  $T$  ist semipositiv, d. h. für jedes  $j$  gibt es mindestens ein  $i$  mit  $m_{ij} > 0$ . Diese Forderung besagt, daß in jedem Prozeß mindestens ein Gut als Input vorkommen muß. Ferner gibt es für jedes Gut  $i$  mindestens einen Prozeß  $j$  mit  $b_{ij} > 0$ , d. h. es ist sichergestellt, daß jedes Gut hergestellt werden kann.

Diese hier eingeführten Annahmen legen das sogenannte „von-Neumann-Wachstumsmodell“ fest. Bevor die Eigenschaften dieses Modells in Form eines Theorems beschrieben und erläutert werden, soll noch der Begriff des Wachstumsfaktors  $\lambda$  erläutert werden. In dem Produktionsprozeß  $(x, y) \in T$  gelte  $x > 0$  und  $y > 0$ . Dann läßt sich für jedes Gut  $i$  das Verhältnis  $y_i/x_i = \lambda_i$  bilden. Dieses Verhältnis  $\lambda_i$  bezeichnet man als den Wachstumsfaktor des  $i$ -ten Gutes. Den kleinsten dieser  $i$  Wachstumsfaktoren  $i = 1, \dots, n$  bezeichnet man als den Wachstumsfaktor des Produktionsprozesses  $(x, y)$ :

$$(32) \quad \lambda(x, y) = \min_i \lambda_i = \min_i \left( \frac{y_i}{x_i} \right)$$

Aufgrund dieser Definition nimmt jedes Gut  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) im Produktionsprozeß  $(x, y)$  mindestens um den Faktor  $\lambda(x, y)$  zu.

*Theorem:* In dem „von-Neumann-Modell“ gibt es einen Intensitätsvektor  $z^*$  und einen dazugehörigen Preisvektor  $p^*$ , die zusammen die folgenden Ungleichungen erfüllen:

$$(33a) \quad z^* \geq 0 ; p^* \geq 0$$

$$(33b) \quad Bz^* \geq \lambda^* Mz^*$$

$$(33c) \quad p^* B \leq \lambda^* p^* M$$

$$(33d) \quad b^i z^* > \lambda^* m^i z^* \leftrightarrow p_i^* = 0$$

$$(33e) \quad p^* b^j < \lambda^* p^* m^j \leftrightarrow z_j^* = 0$$

$$(33f) \quad p^* B z^* > 0$$

Gleichung (33a) besagt, daß der Intensitäten- und der Preisvektor semipositiv sind. (33b) besagt, daß beim Intensitätsvektor  $z^*$  alle Güter mindestens mit dem Wachstumsvektor  $\lambda^*$  wachsen, d. h.  $z^*$  führt zu einem maximalen gleichgewichtigen Wachstum. Nach Gleichung (33c) sorgt der Preisvektor  $p^*$  dafür, daß kein Produktionsprozeß einen Gewinn macht. Die Erlöse sind immer nur höchstens den Kosten, wobei diese die Profite einschließen und

$$\lambda^* = 1 + r^*$$

als „Profitfaktor“ aufgefaßt werden kann. Gleichung (33d) besagt, daß immer dann, wenn der tatsächliche Output  $b^i z^*$  des  $i$ -ten Gutes den gleichgewichtigen Output  $\lambda^* m^i z^*$  übersteigt, der Preis dieses Gutes den Wert Null annimmt. Analog wird in (33e) ausgesagt, daß immer dann, wenn der Ertrag des  $j$ -ten Produktionsprozesses  $p^* b^j$  kleiner ist als die gesamten Kosten  $\lambda^* p^* m^j$ , dieser Prozeß mit der Intensität Null betrieben wird. In Gleichung (33f) schließlich wird nur ausgesagt, daß tatsächlich ein positiver Output existiert. Zusammengefaßt kann man also sagen, daß es in dem „von-Neumann-Wachstumsmodell“ einen Intensitätsvektor  $z^*$  gibt, der zu einem gleichgewichtigen Wachstum mit maximaler Rate führt. Diesem Wachstum ist ein Preisvektor  $p^*$  zugeordnet. Ergeben tut sich dieser Intensitätsvektor aus einem nicht-linearen Optimierungsproblem.

Roemer macht sich dieses Theorem zunutze und geht davon aus, daß der Produktionspreisvektor  $p$  und die Profitrate  $r$  — vgl. Gleichung (33c) — bei der Technologie  $(B, M)$  die Gleichung/Ungleichung

$$(34) \quad pB \leq (1 + r) pM$$

erfüllen.

Ein neuer Produktionsprozeß  $(m + 1)$  wird von Kapitalisten in der „von-Neumann-Welt“ — das folgt direkt an Gleichung (34) — dann betrieben, wenn gilt:

$$(35) \quad pB^{m+1} > (1 + r) pM^{m+1}$$

Bedingung (35) stellt also die Umformulierung der ursprünglichen Stückkostenregel in der obigen Annahme (a) für die „von-Neumann-Welt“ dar. Für die neuen Technologien  $(B^{m+1}, M^{m+1})$  gilt dann wiederum:

(36) 
$$p^* B^{m+1} \leq (1 + r^*) p^* M^{m+1}$$

Roemer<sup>19</sup> hat jetzt bewiesen, daß  $r^* \geq r$  gelten muß. Behandelt man also die Probleme Fixkapital und Kuppelproduktion in einem „von-Neumann-Wachstumsmodell“, dann läßt sich also auch ein „verallgemeinertes von-Neumann-Okishio-Theorem“ ableiten.

Sieht man sich jetzt allerdings die dem von-Neumann-Modell zugrunde liegenden Annahmen an, dann kann man sagen, daß diese kaum Gemeinsamkeiten mit einer kapitalistischen Gesellschaft aufweisen. Insbesondere gibt es in der Realität keinen Gesamtkapitalisten, der gemäß dem von-Neumann-Theorem in Form einer Optimierung die profitabelsten Techniken aussucht. Setzt man allerdings trotzdem einen solchen optimierenden Gesamtkapitalisten voraus, dann ist intuitiv sofort plausibel, daß die Profitrate  $r$  nach dem Technikwechsel steigt, denn der durch eine Optimierung gefundene Intensitätsvektor  $z^*$  führt ja dazu, daß alle Güter, von denen mehr produziert wird, als für das Gleichgewichtswachstum erforderlich ist, den Preis Null erhalten und alle Produktionsprozesse, die zu einem Verlust führen, gar nicht erst betrieben werden. Im Gegensatz zu Roemer, der dieses Modell *nicht* für neoklassisch hält, muß man also sagen, daß die gefundenen Ergebnisse dem Marxschen Gesetz vom tendenziellen Fall der Profitrate keinesfalls widersprechen, da in der von-Neumann-Welt die konstitutive Annahme von unabhängigen Produzenten in einer kapitalistischen Gesellschaft verletzt ist.

Läßt man nun die Optimierungslösung beiseite, d. h. beschäftigt sich man nicht mit der von-Neumann-Profitrate, sondern mit der tatsächlichen Profitrate, dann lassen sich bei Kuppelproduktionsprozessen schnell Situationen finden, wo ein Technikwechsel zu einer sinkenden Profitrate führt.

Beispielhaft<sup>20</sup> seien die folgenden beiden Produktionsprozesse für die Ausgangssituation unterstellt, wobei es sich im Sektor I um einen Kuppelproduktionsprozeß handelt:

	Input			Output	
	Ware 1	Ware 2	direkte Arbeit	Ware 1	Ware 2
I	0,5	0,5	1	1	2
II	—	0,5	1	1	—

<sup>19</sup> Vgl. dazu Roemer (1979), 396 - 397.

<sup>20</sup> Vgl. dazu Salvadori (1981), 60 - 62.

Unterstellt man jetzt, daß der Reallohn  $b$  gerade einer Einheit des Lohngutes entspricht, daß sich der Kapitalistenkonsum im Verhältnis 2 : 1 auf die Waren 1 und 2 aufteilt und außerdem so normiert wird, daß die Preise beider Waren sich zu Eins addieren, dann werden beide Prozesse betrieben und die Profitrate  $\pi$  sowie der Preisvektor  $p$  ergeben sich durch das folgende Gleichungssystem:

$$(37) \quad p_1 + 2 p_2 = (1 + \pi) (0,5 p_1 + 0,5 p_2 + p_2)$$

$$(38) \quad p_1 = (1 + \pi) (0,5 p_2 + p_2)$$

$$(39) \quad p_1 + p_2 = 1$$

Als Lösungen ergeben sich:  $p_1 = 0,71$ ,  $p_2 = 0,29$  und  $\pi = 0,71$ .

Angenommen, im Sektor II finde jetzt ein Technikwechsel statt, der das Stückkostenkriterium von Okishio erfüllt und deshalb von den Kapitalisten durchgeführt wird. Die neue Input-Output-Struktur des zweiten Prozesses sieht nach dem Technikwechsel folgendermaßen aus:

	Inputs			Outputs	
	Ware 1	Ware 2	direkte Arbeit	Ware 1	Ware 2
II	—	3	1	→ 3	—

Beim Reallohn  $b = p_2$  ist das Okishio-Stückkostenkriterium erfüllt, denn beim alten Preissystem sind die Stückkosten von Gut 1 im zweiten Prozeß von 1,065 in der Ausgangssituation auf 0,947 bei der neuen Technik gesunken. Nach der Durchführung des Technikwechsels ergeben sich die neue allgemeine Profitrate und der neue allgemeine Preisvektor gemäß:

$$(40) \quad p_1^* + 2 p_2^* = (1 + \pi^*) (0,5 p_1^* + 0,5 p_2^* + p_2^*)$$

$$(41) \quad 3 p_1^* = (1 + \pi^*) (3 p_2^* + p_2^*)$$

$$(42) \quad p_1^* + p_2^* = 1$$

Als Lösungen ergeben sich  $p_1^* = 0,68$  und  $\pi^* = 0,61$ .

Die Profitrate ist also nach dem Technikwechsel von dem ursprünglichen Wert 0,71 auf den neuen Wert 0,61 gefallen. Damit ist anhand eines Beispiels gezeigt, daß das ursprüngliche Okishio-Theorem nach Aufgabe der obigen Annahme (c) nicht mehr allgemein gültig ist.

Auch grafisch kann diese Möglichkeit einer sinkenden Profitrate einfach dargestellt werden. Dabei soll an die abgeleitete Grafik im ein-



fachen Okishio-Fall angeknüpft werden<sup>21</sup>. Die Profitrate  $\pi$  mußte dort notwendigerweise nach dem Technikwechsel steigen, weil die  $(\pi, p_2)$ -Relationen beider Prozesse eine Steigung mit *unterschiedlichem* Vorzeichen besaßen. Betrachtet man jetzt allerdings Kuppelproduktionsprozesse, d. h. läßt man Annahme (c) fallen, dann sind auch Fälle denkbar, wo beide  $(\pi, p_2)$ -Relationen eine Steigung mit *gleichem* Vorzeichen besitzen. Für die Steigung  $\frac{d\pi}{dp_2}$  aus Gleichung (12) gilt dies immer dann, wenn die folgende Bedingung erfüllt ist:

$$(43) \quad \frac{d\pi}{dp_2} < > 0 \quad \text{falls} \quad \frac{a}{c} > < \frac{b}{c}$$

Bei den Gleichungen (37) und (38) ergibt sich, daß beide  $(\pi, p_2)$ -Kurven eine negative Steigung aufweisen.

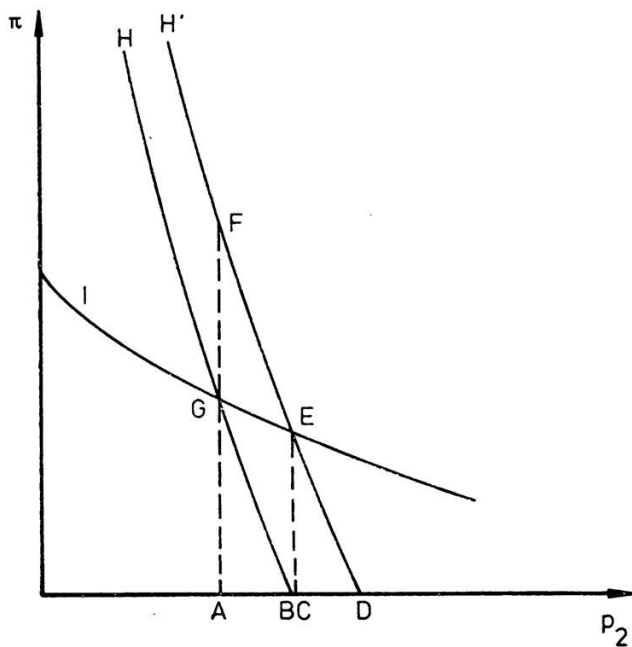


Abb. 4

In der Anfangssituation beträgt  $\pi = AG$ ,  $p_2 = OA$  und  $p_1 = 1 - OA$ . Nach dem Technikwechsel steigt  $\pi$  kurzfristig auf den Wert  $AF$  an, fällt im neuen Gleichgewicht jedoch auf  $CE$  ( $CE < AG$ ).

<sup>21</sup> Vgl. dazu *Salvadori* (1981), 63 - 65.

Zusammenfassend kann man zu dem Versuch, das Okishio-Theorem zu verallgemeinern, also sagen, daß durchaus Situationen möglich und vorstellbar sind, in denen ein mikroökonomisch rationales Verhalten von Kapitalisten zu einer gesamtgesellschaftlich *sinkenden* Profitrate führt. Insofern kann auch das Okishio-Theorem nicht als generelle Widerlegung des Marxschen Gesetzes vom tendenziellen Fall der Profitrate angesehen werden. Positiv muß allerdings hervorgehoben werden, daß durch die Arbeiten von Okishio deutlicher geworden ist, unter welchen Annahmen eine konsistente Formulierung des Gesetzes vom tendenziellen Fall der Profitrate möglich ist.

### Zusammenfassung

Okishio demonstrierte 1961 anhand eines einfachen Modells, daß die Profitrate nach einer rationalen Technikwahl notwendigerweise steigen muß. In den letzten Jahren sind verschiedene Arbeiten erschienen, in denen eine Verallgemeinerung dieses „Okishio-Theorems“ versucht wurde. Anhand dieser neueren Arbeiten wird in dem Artikel gezeigt, daß im Fall von Kuppelproduktion sowie für den Fall, daß die Reallöhne nach Einführung der neuen Technik steigen, die Profitrate auch fallen kann.

### Summary

Okishio demonstrated 1961 in a simple model that the rate of profit would always rise as a consequence of competitive innovation. In recent years other economists have tried to generalize this “Okishio-theorem” by posing more complicated models. In reviewing this discussion the central question of the article is whether one can derive a prevailing tendency for the rate of profit to fall from technical change. The argument of this paper is that in the presence of joint production or if real wages increase as a consequence of technical innovation a falling rate of profit may result.

### Literatur

- Alberro, J. and J. Persky (1979), The Simple Analytics of Falling Profit Rates, Okishio's Theorem and Fixed Capital. *Review of Radical Political Economics* 11, 37 - 41.
- (1981), The Dynamics of Fixed Capital Revaluation and Scrapping. *The Review of Radical Political Economics* 13, 32 - 37.
- Armstrong, P. and A. Glyn (1980), The law of falling rate of profit and oligopoly: a comment on Shaikh. *Cambridge Journal of Economics* 4, 69 - 70.
- Bortkiewicz, L. von (1907), Wertrechnung und Preisrechnung im Marxschen System. *Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik* 25, 445 - 488.
- Koopmans, T. C. (1964), Economic Growth at a Maximal Rate. *The Quarterly Journal of Economics* 78, 355 - 394.

- Moeschlin, O.* (1974), *Zur Theorie von Neumannscher Wachstumsmodelle*. Berlin / Heidelberg / New York.
- Okishio, N.* (1961), *Technical Changes and the Rate of Profit*. Kobe University Economic Review 7, 85 - 99.
- (1974), *Technische Veränderungen und Profitrate*, in: H. G. Nutzinger und E. Wolfstetter (Hrsg.), *Die Marx'sche Theorie und ihre Kritik*. 2 Bände, Band II, Frankfurt / New York.
- Parijs, P. van* (1980), *The Falling-Rate-of-Profit-Theory of Crisis: A Rational Reconstruction by Way of Obituary*. Review of Radical Political Economics 12, 1 - 16.
- Pasinetti, L. L.* (1977), *Lectures on the Theory of Production*. New York.
- Roemer, J. E.* (1977), *Technical Change and the 'Tendency of the Rate of Profit to Fall'*. Journal of Economic Theory 16, 403 - 424.
- (1978), *The Effect of Technological Change on the Real Wage and Marx's Falling Rate of Profit*. Australian Economic Papers June 1978, 152 - 166.
- (1979), *Continuing controversy on the falling rate of profit: fixed capital and other issues*. Cambridge Journal of Economics 3, 379 - 398.
- (1981), *Analytical foundations of Marxian economic theory*, Cambridge / New York.
- Salvadori, N.* (1981), *Falling rate of profit with a constant real wage. An example*. Cambridge Journal of Economics 5, 59 - 66.
- Schefold, B.* (1976), *Different Forms of Technical Progress*. The Economic Journal 86, 806 - 819.
- Shaikh, A.* (1978), *Political economy and Capitalism: notes on Dobb's theory of crisis*. Cambridge Journal of Economics 2, 233 - 251.
- (1980), *Marxian competition versus perfect competition: further comments on the so-called choice of technique*. Cambridge Journal of Economics 4, 75 - 83.
- Skibata, K.* (1934), *On the Law of Decline in the Rate of Profit*. Kyoto University Economic Review 9, 61 - 75.
- Stamatis, G.* (1977), *Die 'spezifisch kapitalistischen' Produktionsmethoden und der tendenzielle Fall der allgemeinen Profitrate bei Karl Marx*, Berlin.