

# Perioden-Gleichgewicht und zeitliche Entwicklung in einem IS/LM-Modell mit Finanzierungsrestriktion der Investitionen und Bilanzrestriktion der Unternehmen

Von Erwin Scheele

Der vorliegende Beitrag untersucht, wie sich die explizite Berücksichtigung von Finanzierungsvorgängen zwischen dem Haushalts- und dem Unternehmenssektor auf Existenz, Eindeutigkeit und Stabilität von gleichgewichtigem Volkseinkommen und „Zinssatz“ in einer kurzfristigen Periode auswirken. Es schließen sich an eine Multiplikatorenanalyse und ein Vergleich mit dem Hicks-Modell. Den Abschluß bildet die Untersuchung der zeitlichen Entwicklung von kurzfristigem gleichgewichtigen Volkseinkommen und „Zinssatz“ aufgrund von den in jeder kurzfristigen Periode auftretenden Bestandsänderungen.

## I.

In der an *Blinder/Solow*<sup>1</sup> anschließenden Literatur über die Wirkungen einer Bond- bzw. Geldfinanzierung eines staatlichen Budgetdefizits ist durchweg der private Nicht-Banken-Sektor als Einheit behandelt, also nicht in Haushalts- und Unternehmenssektor disaggregiert worden<sup>2</sup>. Dies hat trotz der grundlegenden Arbeit von *Tobin*<sup>3</sup> nicht nur zu einer häufig unbefriedigenden Behandlung des Aktivums Kapital in den Modellen geführt, die — in unterschiedlichem Umfange — den finanziellen und den „realen“ Sektor der Wirtschaft integrieren, um die Probleme der Finanzierung eines staatlichen Budget-Defizits zu studieren. Die Behandlung des privaten Nicht-Banken-Sektors als Aggregat hat auch wichtige Zusammenhänge verdeckt, die zum Verständnis der Funktionsweise solcher „integrierter“ Modelle wesentlich sind. Dazu gehören die Finanzierungsvorgänge zwischen Haushalten und Unternehmen.

---

<sup>1</sup> *Blinder und Solow* (1973).

<sup>2</sup> Eine Ausnahme ist *Whitmore* (1980), Whitmore nimmt aber an, daß die Haushalte eine feste Anzahl nicht handelbarer Aktien halten und die Investitionen nur mit Bonds finanziert werden (die denselben Zinssatz haben wie die staatlichen Bonds).

<sup>3</sup> *Tobin* (1969).

Im Folgenden wird das Hickssche *IS/LM-Modell*<sup>4</sup> ohne Staat durch eine Restriktion erweitert, die angibt, daß die Investitionen durch Absatz von Aktien an die Haushalte und Aufnahme von Krediten bei Banken finanziert werden. Ferner wird eine Funktion eingeführt, die das Verhalten der Unternehmen in bezug auf die Zusammensetzung der Investitionsfinanzierung beschreibt. Schließlich werden in der Bilanzrestriktion der Unternehmen weitere Beziehungen zwischen den beiden Finanzierungsarten berücksichtigt.

In Abschnitt II wird diese Wirtschaft für eine Einkommensperiode analysiert. Nach der Erläuterung des Modells in Ziffer 1. wird in Ziffer 2. untersucht, ob das Gleichungssystem eine eindeutige Gleichgewichtslösung hat. Ziffer 3. befaßt sich mit der Stabilität des Gleichgewichts. In der komparativ-statischen Analyse der Ziffer 4. werden die Wirkungen von Änderungen der Investitionen und der Geldmenge auf das Volkseinkommen und die Ertragsrate der Geldanlage im Gleichgewicht einer Periode untersucht. In Ziffer 5. werden die Ergebnisse der Analyse des temporären Gleichgewichts durch einen Vergleich mit dem Hicksschen System zusammengefaßt. In Abschnitt III wird das temporäre Gleichgewicht als eine Periode aus dem Zeitablauf aufgefaßt und untersucht, wie sich die Variablen des Modells ohne Vorgabe einer Gleichgewichtsbedingung entwickeln.

## II. Perioden-Gleichgewicht

### 1. Das Modell

Zunächst wird das erweiterte *IS/LM-Modell* für eine beliebige Periode des Zeitablaufs untersucht. Dabei ist es gleichgültig, ob es sich um eine Periode aus einem Multiplikatorprozeß oder aus dem Wachstum, gleichgewichtig oder nicht, handelt. Das Modell wird also als reines Gleichgewichtsmodell behandelt, in dem u. a. die Frage untersucht wird, ob es einen Vektor von Preisen und Ertragsraten gibt, der die Planungen der Wirtschaftssubjekte über Einnahme- und Ausgabeströme und Bestandsänderungen in der betrachteten Periode konsistent macht und sie veranlaßt, die vorhandenen Bestände freiwillig zu halten. Das Modell für die Untersuchung einer Einkommensperiode lautet:

$$(1) \quad I \stackrel{e}{=} (1 - c) Y - \omega W ; \quad 0 < \omega < 1$$

$$(2) \quad I = \bar{I} + Q (\gamma_1 \varrho - \gamma_2 \Phi) ; \quad \bar{I}, Q, \gamma_1, \gamma_2 > 0$$

<sup>4</sup> Hicks (1937). Dieses Modell ist der Hintergrund für viele Beiträge der Blinder/Solow-Debatte.

$$(3) \quad I = \kappa \Delta E + \Delta D$$

$$(4) \quad \Delta M = \Delta D$$

$$(5) \quad M_0 + \Delta M \stackrel{e}{=} kY + F(\varepsilon)(W - kY); \quad F'_\varepsilon < 0, F(0) = 1, F(\varepsilon') = 0$$

$$(6) \quad W = M_0 + \Delta M + \kappa(E_0 + \Delta E); \quad 0 < k < 1; M_0, E_0 > 0$$

$$(7) \quad \Delta D = D(\varepsilon, z)I; \quad D'_\varepsilon > 0; \quad D(0, z) = 0 < D(\varepsilon', z) < 1$$

$$(8) \quad q(K_0 + \Delta K) = \kappa(E_0 + \Delta E) + M_0 + \Delta M; \quad K_0 > 0$$

$$(9) \quad \Delta K = I$$

$$(10) \quad \varrho = f(K) = \bar{R}/K; \quad \bar{R} > 0$$

$$(11) \quad q = e/\Phi$$

$$(12) \quad \Phi = \varepsilon - (\varepsilon - z)D(\varepsilon, z)$$

$$(13) \quad K \equiv K_0 + \Delta K$$

$$(14) \quad \varepsilon = \delta/\kappa$$

Variable:  $\Delta D$  Investitionskredit,  $E$  Anzahl der Aktien,  $q$  relativer Marktwert des Sachkapitals,  $\delta$  Ausschüttung pro Aktie,  $\varepsilon$  Ertragsrate der Aktien,  $\kappa$  Aktienpreis,  $\Phi$  Finanzierungskosten,  $\varrho$  Grenzproduktivität des Kapitals,  $Y, I, K, W, M$  in üblicher Bedeutung.  $\Delta$  bezeichnet die Änderung während der Periode, 0 einen Anfangsbestand.

Parameter:  $c = \frac{\partial C}{\partial Y}$ ,  $\omega = \frac{\partial C}{\partial W}$  mit  $C$  Konsum,  $k$  Transaktionskassenkoeffizient,  $z$  Zinssatz für Investitionskredite,  $\alpha$  Anpassungsgeschwindigkeit;  $Q, R, \gamma_1, \gamma_2$ .

Üblicherweise spielt der Marktzins in der Investitionsfunktion sowohl die Rolle der Finanzierungskosten als auch die der Ertragsrate einer alternativen Geldanlagemöglichkeit (üblicherweise langfristige Staatspapiere). In ersterer Hinsicht wird unterstellt, daß die Investitionen nur mit Kredit finanziert werden bzw. dem Eigenkapital kalkulatorisch Kosten in Höhe des Marktzinses zugerechnet werden. Im vorliegenden Modell existieren keine zur Investition alternativen Geldanlagemöglichkeiten<sup>5</sup>. Das Investitionskalkül basiert also auf dem Vergleich von internem Zinssatz und Finanzierungskosten, die hier mit  $\Phi$  bezeichnet werden.

<sup>5</sup> Es wird per Annahme ausgeschlossen, daß Haushalte oder Unternehmen als Bankiers auftreten oder Kredite zwecks Kauf von Aktien aufnehmen sowie daß Banken Aktien kaufen.

Diese Funktion gilt jedoch nur für eine gegebene Größe des Kapitalstocks  $K$ . Bei einem größeren  $K$  existieren nur Investitionsobjekte mit geringerem internem Zinsfuß  $r_j$ . Wenn unterstellt wird, daß ein Anwachsen von  $K$  alle  $r_j$  vermindert, verschiebt sich die Funktion mit steigendem  $K$  nach unten. Dies kann in einer Abnahme von  $\varrho$  dargestellt werden, das damit eine Funktion des Kapitalstocks ist.

Gleichung (6) bestimmt das Vermögen der Haushalte. Entsprechend der Disaggregation des „privaten Nicht-Banken-Sektors“ in Unternehmen und Haushalte sind die letzteren nicht direkt im Besitz des Realkapitals der Unternehmen, sondern indirekt über den Besitz von deren Passiva: Aktien und — vermittelt durch den Besitz der Banken — Kredite an Unternehmen, deren Gesamtbestand die vorhandene Geldmenge entspricht<sup>6</sup>. Die Verwendung der Aktiva der Unternehmen in der Vermögensrelation hat in der Literatur zu Mißverständnissen geführt, die mit dem fiktiven „Markt für Realkapital“ zusammenhängen, z. B. dem, daß auf der Nachfrageseite direkte Beziehungen zwischen dauerhaften Konsumgütern und Kapitalgütern angenommen werden oder dem, daß  $K$  nicht nur als Produktionsfaktor, sondern auch als Asset konstant gesetzt wird.

Die Funktion  $D(\varepsilon, z)$  gibt den Anteil der Investitionen an, die mit Kredit finanziert werden. In ihr muß das gesamte Finanzierungsverhalten der Unternehmen komprimiert wiedergegeben werden<sup>7</sup>.

Gleichung (8) ist die Bilanzrestriktion der Unternehmen. Es werden ein Bewertungspreis für das Realkapital  $K$  (hier mit  $q$  bezeichnet) und der Marktpreis  $\varkappa$  für den Aktienbestand verwendet. Auf der Aktivseite kommt darin das oben erörterte Investitionsverhalten zum Ausdruck, auf der Passivseite bezüglich  $\varkappa$  die Tatsache, daß auf dem Aktienmarkt die Nachfrage so weit getrieben wird, daß der Besitz von Aktien keine höhere Rendite erbringt als die Investition. Gleichung (8) bestimmt hier also  $\varkappa$ .

Gleichung (10) bestimmt  $\varrho$  als Grenzprodukt des Kapitals (real rental). Demgemäß sollte  $\varrho$  vom Kapital- und Arbeitseinsatz, zumindest von der Kapitalintensität, abhängig sein. Die Berücksichtigung der Beschäftigung im vorliegenden Modell würde jedoch die Argumentation so komplizieren, daß die Aussagen des Modells, zu deren Ableitung es konstruiert ist, verdunkelt würden und eine Vergleichbarkeit mit dem Hicks-Modell nicht mehr gegeben wäre. Dennoch muß den Tatsachen

<sup>6</sup> Dies impliziert bestimmte Annahmen über die Betriebsmittelfinanzierung der Unternehmen, auf die hier nicht eingegangen zu werden braucht.

<sup>7</sup> Vgl. die an *Modigliani* und *Miller* (1958) anschließende Literatur; z. B. *Stiglitz* (1974) und *Scott* (1976).



Rechnung getragen werden, daß Kapitalgüter gekauft werden, um mit ihnen einen laufenden Netto-Ertrag zu erwirtschaften, und daß dieser c. p. um so geringer ist, je größer der Sachkapitalbestand bereits ist. Die explizite Form dieses Zusammenhangs ist zur formalen Vereinfachung gewählt.

Gleichung (11) bestimmt den Bewertungspreis des Kapitalstocks. Er ergibt sich bei der angenommenen unendlichen Lebensdauer der Investitionsprozesse als abdiskontrierter Netto-Ertragsstrom des Sachkapitals, des real rentals  $\varrho$ . Da im Modell kein langfristiger Marktzins für die Diskontierung zur Verfügung steht (der Kreditzins  $z$  kommt dafür nicht in Frage), müssen die Finanzierungskosten dafür verwendet werden. Diese werden durch Gleichung (12) angegeben.

Es ist  $\Phi = \frac{\delta \Delta E + z \Delta D}{\kappa \Delta E + \Delta D}$ . Hieraus ergibt sich mit (3) und (7) die Relation (12).

Diese Relation  $\Phi(\varepsilon)$  spielt in den folgenden Argumentationen eine große Rolle. Ihre erste Ableitung

$$\frac{d\Phi}{d\varepsilon} = 1 - D(\varepsilon, z) - (\varepsilon - z) D_{\varepsilon}'$$

ist zunächst positiv. Von einem bestimmten  $\varepsilon'$  an sinkt  $\Phi$  mit steigendem  $\varepsilon$ . Die Gültigkeit des Modells wird auf den Bereich  $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon' < 1$  beschränkt. Daher kann im Folgenden von  $-\frac{d\Phi}{d\varepsilon} > 0$  ausgegangen werden.

Das Modell ist in Realgrößen formuliert; das allgemeine Preisniveau ist konstant gleich Eins. Das System ist ein reines Gleichgewichts-Modell<sup>8</sup>; die Werte aller Variablen sind realisierte Größen; geplante und realisierte Größen stimmen überein. Das Gleichgewicht ist ein end-of-period equilibrium in dem Sinne, daß die Ertragsraten weder allein von den Anlage-Entscheidungen über die Ersparnisse<sup>9</sup> und den Finanzierungs-Entscheidungen über die Investitionen<sup>10</sup> noch allein von den Anfangsbeständen bestimmt werden. Die Preisrelationen bringen die am Ende der Periode vorhandenen Gesamt-Bestände ins Gleichgewicht mit der jeweiligen Nachfrage. Jedoch wird unterstellt, daß die Entschei-

<sup>8</sup> Damit ist vollkommene Voraussicht der Wirtschaftssubjekte impliziert.

<sup>9</sup> Es wird hier wie üblich angenommen, daß die Haushalte die Entscheidungen über Höhe und Verwendung der Ersparnisse im Sinne der Portefeuilletheorie unabhängig voneinander treffen.

<sup>10</sup> Auch hier wird — im Gegensatz zu einer geschlossenen Theorie der Unternehmensfinanzierung — unterstellt, daß Investitions- und Finanzierungsentscheidung unabhängig sind.

dungen am Anfang der Periode getroffen und während der Periode, in der sie ausgeführt werden, irreversibel sind<sup>11</sup>.

Die Finanzierungsrestriktion (3) und die Finanzierungsfunktion (7) implizieren das wertmäßige „Angebot“ an neuen Aktien als  $[1 - D(\varepsilon, z)] I$ . Die Vermögensrelation (6) und die Anlagefunktion  $F(\varepsilon)(W - kY)$  enthalten über die Gleichgewichtsbedingungen auf dem Geldmarkt (5) die wertmäßige „Nachfrage“ nach neuen Aktien als  $\kappa \Delta E = [1 - F(\varepsilon)](W - kY) - \kappa E_0$ . Ein Markt für neue oder für den Gesamtbestand an Aktien ist im Modell nicht enthalten. Er ist im Gleichungssystem impliziert. In (8) wird das Angebot gekennzeichnet:

$$(8') \quad q(K_0 + \Delta K) = \kappa(E_0 + \Delta E)^A + (M_0 + \Delta M)^A.$$

Aus (6) und (8) folgt

$$(6a) \quad q(K_0 + \Delta K) = W,$$

so daß (8') geschrieben werden kann als

$$(8'') \quad \kappa(E_0 + \Delta E)^A = W - (M_0 + \Delta M)^A.$$

Wenn in (6) die Nachfrage gekennzeichnet wird:

$$(6') \quad \kappa(E_0 + \Delta E)^N = W - (M_0 + \Delta M)^N,$$

und Gleichgewicht auf dem Geldmarkt unterstellt wird:

$$(M_0 + \Delta M)^A \stackrel{e}{=} (M_0 + \Delta M)^N,$$

ergeben (8'') und (6')

$$(6'') \quad (E_0 + \Delta E)^A = (E_0 + \Delta E)^N.$$

Die Gleichgewichtsbedingung für den Aktienmarkt ist also von der Bilanzrestriktion, der Vermögensrelation und der Gleichgewichtsbedingung für den Geldmarkt impliziert. Dies hat jedoch nichts mit dem Walras-Gesetz zu tun<sup>12</sup>, sondern ist — materiell wie formal — eine Folge der Bilanzrestriktion. Das Walras-Gesetz beruht auf der Erfüllung der Budgetrestriktionen und von  $n - 1$  Gleichgewichtsbedingungen. Bei der Ableitung der Gleichgewichtsbedingung für den Aktienmarkt sind aber weder die Budgetrestriktion (3) noch die Gleichgewichtsbedingung für den Gütermarkt benutzt worden. Die Relation (8) hat hier eine andere Funktion als die Bilanzrestriktion der Sektoren in einem disaggregierten Gleichgewichtsmodell für Aktiva-Bestände,

<sup>11</sup> Die Frage der Periodisierung der Variablen in einem stock-flow-Modell ist erheblich überproblematisiert worden. Vgl. Buiter (1980).

<sup>12</sup> Vgl. Scheele (1983).

in dem Bilanz- statt Budgetrestriktionen im Zusammenhang mit dem Walras-Gesetz relevant wären. Materiell spielt die Bilanzrestriktion (8) die Rolle einer Gleichgewichtsbedingung für den Aktienmarkt, weil sie dadurch erfüllt wird, daß die Haushalte durch Aktienkäufe dafür sorgen, daß sich der Aktienpreis so einstellt, daß das Eigenkapital der Unternehmen ihrem net worth (Ertragswert) entspricht.

Die Anlage-Restriktion der Haushalte ist ebenfalls im Gleichungssystem enthalten. Die rechte Seite von (1) sind die Ersparnisse. Mit der Gleichgewichtsbedingung für den Gütermarkt sowie der Finanzierungsrestriktion (3) und Gleichung (4) ergibt (1)

$$(1') \quad S = \kappa \Delta E + \Delta M ,$$

die Aussage, daß die Haushalte ihre Ersparnisse in neuen Aktien und Erhöhung des Geldbestandes anlegen. Die Gleichgewichts-Bedingung auf dem Gütermarkt und die Finanzierungsrestriktion implizieren also die Anlagerestriktion der Haushalte. Dies resultiert aus dem Walras-Gesetz in der Form, daß alle Gleichgewichtsbedingungen und die Erfüllung von  $n - 1$  Budgetrestriktionen die  $n$ -te Budgetrestriktion implizieren. Auf Grund der Gleichgewichtsbedingungen für den Aktien- und den Geldmarkt in der Form

$$(6'') \quad (\kappa \Delta E)^A = (\kappa \Delta E)^N = \kappa \Delta E$$

bzw.

$$(5') \quad \Delta M^A = \Delta M^N = \Delta M$$

gilt

$$(\kappa \Delta E)^A + \Delta M^A = (\kappa \Delta E)^N + \Delta M^N .$$

Die linke Seite ist mit (4) gleich  $I$ ; mit der Gleichgewichtsbedingung auf dem Gütermarkt (1) ergibt sich (1'). Dies ist allerdings trivial in einem reinen Gleichgewichtsmodell.

Es ist darauf hinzuweisen, daß es im Modell kein „outside money“ gibt. Diese Tatsache ist jedoch für Untersuchungen des Perioden-Gleichgewichts — z. B. Multiplikatorenanalysen — unerheblich, da im Perioden-Gleichgewicht  $M_0$  nicht durch Anfangsbedingungen festgelegt ist, sofern es Gl. (15) genügt. Die Berücksichtigung von manipulierbarem „outside money“ würde die Rolle der Geldseite gegenüber der Güterseite möglicherweise ebenso verändern wie die Einführung raffinierter Formen von Inflationserwartungen<sup>13</sup>.

<sup>13</sup> Vgl. z. B. *Infante und Stein* (1980).

## 2. Existenz und Eindeutigkeit eines Gleichgewichtes

Bei der Prüfung der Frage, ob bzw. unter welchen Bedingungen ein eindeutiges, ökonomisch sinnvolles Gleichgewicht des Systems (1) bis (14) existiert, soll analog zur Darstellungsweise des Hicks-Modells vorgegangen werden. Allerdings sind hier die *IS*- und die *LM*-Kurven nicht wie im Hicks-Modell voneinander unabhängig.

### a) Die *IS*-Kurve

Aus (1) folgt zunächst mit (3), (4), (8), (10), (11), (13)

$$(1a) \quad Y_{IS} = \frac{1}{1-c} \left( I + \omega \frac{\bar{R}}{\Phi} \right).$$

Gleichung (10) kann mit (13) und (9) geschrieben werden als  $\varrho K_0 + \varrho I = \bar{R}$ . Einsetzen von (2) ergibt

$$\begin{aligned} \gamma_1 Q \varrho^2 + (K_0 + \bar{I} - \gamma_2 Q \Phi) \varrho - \bar{R} &= 0 \\ \varrho_{1,2} &= \frac{-(K_0 + \bar{I} - \gamma_2 Q \Phi) \pm [(K_0 + \bar{I} - \gamma_2 Q \Phi)^2 + 4 \gamma_1 Q \bar{R}]^{1/2}}{2 \gamma_1 Q}. \end{aligned}$$

Da der Kapitalbestand ein Vielfaches der laufenden Investitionen beträgt, ist anzunehmen, daß die erste Klammer im Zähler positiv ist. Da nur  $\varrho > 0$  ökonomisch sinnvoll ist, gilt

$$(10a) \quad \varrho = \frac{1}{2 \gamma_1 Q} \{ [(K_0 + \bar{I} - \gamma_2 Q \Phi)^2 + 4 \gamma_1 Q \bar{R}]^{1/2} - (K_0 + \bar{I} - \gamma_2 Q \Phi) \}.$$

Die Grenzproduktivität des Kapitals ist über  $\Phi$  eine Funktion von  $\varepsilon$ . Die Ableitung ist

$$(10b) \quad \frac{d\varrho}{d\Phi} = \frac{\gamma_2}{2 \gamma_1} (1 - H) \text{ mit } H = \frac{K_0 + \bar{I} - \gamma_2 Q \Phi}{[(K_0 + \bar{I} - \gamma_2 Q \Phi)^2 + 4 \gamma_1 Q \bar{R}]^{1/2}} < 1.$$

Daher  $\frac{d\varrho}{d\Phi} > 0$ .

Die Ableitung von (2) nach  $\varepsilon$  ergibt mit (10b)

$$(2a) \quad \frac{dI}{d\varepsilon} = -\frac{\gamma_2}{2} Q (1 + H) \frac{d\Phi}{d\varepsilon}.$$

Da  $H > 0$  und  $\frac{d\Phi}{d\varepsilon} > 0$  im Gültigkeitsbereich der Funktion (12) ist,

gilt  $\frac{dI}{d\varepsilon} < 0$ . Die Steigung der *IS*-Kurve ist

$$(1b) \quad \frac{dY_{IS}}{d\varepsilon} = \frac{1}{1-c} \left( \frac{dI}{d\varepsilon} - \omega \frac{\bar{R}}{\Phi^2} \frac{d\Phi}{d\varepsilon} \right) < 0.$$

$Y_{IS}$  fällt also im relevanten Bereich mit steigendem  $\varepsilon$ ; die IS-Kurve hat insoweit die übliche Form. — Es ist

$$(12a) \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \Phi = 0,$$

da, wie oben ausgeführt,  $D(\varepsilon, z) \rightarrow 0$  mit  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Gemäß (10a) geht daher mit  $\varepsilon \rightarrow 0$  das  $\varrho$  gegen einen positiven Wert. Daher ist

$$(1c) \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} Y_{IS} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{1-c} \left( \bar{I} + \gamma_1 Q \varrho - \gamma_2 Q \Phi + \omega \frac{\bar{R}}{\Phi} \right) = \infty.$$

Für  $\varepsilon = \varepsilon'$  hat  $\Phi$  sein Maximum  $\bar{\Phi}$ ,  $\varrho$  einen Wert  $\varrho_{\varepsilon}$  und damit  $I$  den Wert  $I_{\varepsilon}$ . An der Stelle  $\varepsilon'$  ist also

$$(1d) \quad Y_{IS} \Big|_{\varepsilon'} = \frac{1}{1-c} \left( I_{\varepsilon} + \omega \frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}} \right).$$

Die IS-Kurve kommt also von  $\infty$ , fällt monoton und erreicht am Ende des Gültigkeitsbereiches einen bestimmten positiven Wert.

### b) Die LM-Kurve

Die Gleichgewichtsbedingung für den Geldmarkt kann mit (4), (6), (7), (8), (10), (11) und (13) geschrieben werden:

$$(5a) \quad Y_{LM} = \frac{1}{k[1-F(\varepsilon)]} \left[ M_0 + D(\varepsilon, z) I - F(\varepsilon) \frac{\bar{R}}{\Phi} \right]$$

mit

$$(5b) \quad \frac{dY_{LM}}{d\varepsilon} = \frac{1}{k[1-F(\varepsilon)]} \left[ D'_\varepsilon I + D(\varepsilon, z) \frac{dI}{d\varepsilon} - F'_\varepsilon \left( \frac{\bar{R}}{\Phi} - kY_{LM} \right) + F(\varepsilon) \frac{R}{\Phi^2} \frac{d\Phi}{d\varepsilon} \right].$$

$\frac{\bar{R}}{\Phi} - kY_{LM} = W - kY_{LM}$  ist sicherlich für jeden Wert von  $Y_{LM}$  positiv, d. h. die Transaktionskasse kleiner als das Vermögen. Da  $F'_\varepsilon < 0$  und  $\frac{d\Phi}{d\varepsilon} > 0$  sind, hängt das Vorzeichen der Steigung der LM-Kurve vom Vorzeichen und ggf. der absoluten Größe des Ausdrucks  $D'_\varepsilon I + D(\varepsilon, z) \frac{dI}{d\varepsilon}$  ab. Diese Summe kann umgeformt werden<sup>14</sup> zu

$$\frac{D(\varepsilon, z) I}{\varepsilon} \left( \frac{dD(\varepsilon, z)}{d\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon}{D(\varepsilon, z)} + \frac{dI}{d\varepsilon} \frac{\varepsilon}{I} \right).$$

<sup>14</sup> Die Umformung in Elastizitäten bringt zwar keine neuen Erkenntnisse, macht aber den Sachverhalt anschaulicher.



Der Ausdruck in Klammern kann als Summe der (positiven) „Kreditfinanzierungselastizität“ und der (negativen) „Zinselastizität“ der Investitionen bezeichnet werden:

$$\frac{D(\varepsilon, z) I}{\varepsilon} (\eta_{D, \varepsilon} + \eta_{I, \varepsilon}) .$$

Die Steigung der  $LM$ -Kurve wird bestimmt davon, wie sich die Geldmenge einerseits, die Geldnachfrage „zu Spekulationszwecken“ andererseits mit  $\varepsilon$  ändern. In den beiden letzten Summanden in (5b) kommt zum Ausdruck, wie sich die Geldnachfrage „zu Spekulationszwecken“ ändert.  $F'_\varepsilon (W - kY_{LM})$  besagt, daß letztere bei gegebenem verfügbarem Vermögen kleiner wird, weil das Portefeuille in Aktien umgeschichtet wird;  $F(\varepsilon) \cdot \frac{\bar{R}}{\Phi^2} \cdot \frac{d\Phi}{d\varepsilon} = F(\varepsilon) \cdot \frac{W}{\Phi} \cdot \frac{d\Phi}{d\varepsilon}$  besagt, daß die gewünschte Kassenhaltung bei konstantem Anlageverhältnis kleiner wird, weil das Vermögen mit steigendem  $\varepsilon$  sinkt, denn mit  $\varepsilon$  steigt  $\Phi$ . — In den beiden ersten Summanden von (5b) kommt zum Ausdruck, wie die in der Periode vorhandene Geldmenge  $M_0 + \Delta M$  mit  $\varepsilon$  variiert. Dies hängt davon ab, wie sich  $D(\varepsilon, z) I$  ändert, d. h. wie groß der zu der am Anfang der Periode vorhandenen Geldmenge hinzukommende Zuwachs im Laufe der Periode ist, der aus der Höhe der Investitionen und ihrem Kreditfinanzierungsanteil resultiert.  $D'_\varepsilon I$  besagt, daß bei gegebener Höhe der Investitionen die Geldmenge der Periode mit steigendem  $\varepsilon$  größer wird, weil der Kreditfinanzierungsanteil steigt.  $D(\varepsilon, z) \cdot \frac{dI}{d\varepsilon}$  besagt, daß die Geldmenge der Periode bei gegebenem Kreditfinanzierungsanteil geringer wird, weil die Investitionen mit  $\varepsilon$  sinken.

Die Differenz beider Vorgänge: der Änderung der Geldmenge der Periode einerseits, der Geldnachfrage andererseits, bestimmt die Änderung der für Transaktionszwecke verfügbaren Geldmenge mit  $\varepsilon$ . Die Bedingung

$$(b) \quad D'_\varepsilon I + D(\varepsilon, z) \frac{dI}{d\varepsilon} = \frac{D(\varepsilon, z) I}{\varepsilon} (\eta_{D, \varepsilon} + \eta_{I, \varepsilon}) \geq 0$$

ist hinreichend für eine positive Steigung der  $LM$ -Kurve, wenn sie über den ganzen relevanten Bereich von  $\varepsilon$  gilt. Die Geldmenge der Periode steigt mit  $\varepsilon$  oder bleibt konstant, während die Geldnachfrage sinkt. Die für Transaktionszwecke verfügbare Geldmenge steigt sicher; zu ihrer Absorption muß bei konstantem  $k Y_{LM}$  zunehmen.

Die Gleichung (5a) kann nach Einsetzen von (2) folgendermaßen geschrieben werden:

$$Y_{LM} = \frac{1}{k [1 - F(\varepsilon)]} \left\{ M_0 + D(\varepsilon, z) [\bar{I} + Q(\gamma_1 \varrho - \gamma_2 \Phi)] - F(\varepsilon) \frac{\bar{R}}{\Phi} \right\}$$

Da mit sinkendem  $\varepsilon$  das  $\varrho$  gegen einen bestimmten Wert,  $F(\varepsilon)$  gegen Eins,  $D(\varepsilon, z)$  und  $\bar{\Phi}$  gegen Null gehen, gilt

$$(5c) \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} Y_{LM} = -\infty.$$

Für  $\varepsilon = \varepsilon'$  hat  $\bar{\Phi}$  sein Maximum  $\bar{\Phi}$ ,  $D(\varepsilon, z)$  einen zugehörigen Wert  $\bar{D}$ ,  $\varrho$  einen bestimmten Wert  $\varrho_{\varepsilon'}$  und  $I$  damit den Wert  $I_{\varepsilon'}$ . Es ist  $F(\varepsilon') = 0$ . Dann ist an der Stelle  $\varepsilon'$

$$(5d) \quad Y_{LM} \Big|_{\varepsilon'} = \frac{1}{k} (M_0 + \bar{D} I_{\varepsilon'}).$$

Stets kommt also die LM-Kurve von  $-\infty$  und erreicht für  $\varepsilon = \varepsilon'$  einen festen Wert, dessen Größe von der Finanzierungsfunktion  $D(\varepsilon, z)$  abhängt. Ist die Bedingung (b) für den ganzen relevanten Bereich von  $\varepsilon$  erfüllt, so steigt die LM-Kurve monoton.

### c) Vergleich der Steigungen

Die Steigung der LM-Kurve kann noch über den gesamten Definitionsbereich von  $\varepsilon$  positiv sein, obwohl die Bedingung der positiven Summe von Kreditfinanzierungs- und Zinselastizität der Investitionen nicht erfüllt ist, wenn durchgängig die Abnahme der Geldmenge der Periode infolge sinkender Geldschöpfung durch ein stärkeres Sinken der Geldnachfrage kompensiert wird. Andernfalls sinkt  $Y_{LM}$  mit steigendem  $\varepsilon$  mindestens in einem bestimmten Bereich. Hier ist für spätere Überlegungen ein Vergleich der Steigungen von IS- und LM-Kurve interessant. Es ist

$$\begin{aligned} \frac{dY_{LM}}{d\varepsilon} - \frac{dY_{IS}}{d\varepsilon} &= \frac{1}{k[1-F(\varepsilon)]} \left[ ID_{\varepsilon}' + D(\varepsilon, z) \frac{dI}{d\varepsilon} + F(\varepsilon) \frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}^2} \frac{d\bar{\Phi}}{d\varepsilon} \right. \\ &\quad \left. - F_{\varepsilon}' \left( \frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}} - kY_{LM} \right) \right] - \frac{1}{1-c} \left( \frac{dI}{d\varepsilon} - \omega \frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}^2} \frac{d\bar{\Phi}}{d\varepsilon} \right) \end{aligned}$$

oder, mit den Abkürzungen

$$A = \frac{1}{k[1-F(\varepsilon)]} \left[ D_{\varepsilon}' I + D(\varepsilon, z) \frac{dI}{d\varepsilon} - F_{\varepsilon}' (W - kY_{LM}) + F(\varepsilon) \frac{W}{\bar{\Phi}} \frac{d\bar{\Phi}}{d\varepsilon} \right]$$

$$B = -\frac{1}{1-c} \left( \frac{dI}{d\varepsilon} - \omega \frac{W}{\bar{\Phi}} \frac{d\bar{\Phi}}{d\varepsilon} \right) :$$

$$\frac{dY_{LM}}{d\varepsilon} - \frac{dY_{IS}}{d\varepsilon} = A + B.$$

Es sind drei Fälle zu unterscheiden, die sich auf die LM-Kurve im Schnittpunkt mit der IS-Kurve beziehen, (wobei zu beachten ist, daß  $B$  „in sich“ positiv ist):

1. Die Steigung der  $LM$ -Kurve ist positiv:  $A > 0$ . Das ist sicher der Fall, wenn durchgängig die Summe der Finanzierungs- und der Zinselastizität der Investitionen größer als Null ist, kann aber auch gegeben sein, wenn  $\eta_{D,\varepsilon} + \eta_{I,\varepsilon} < 0$  ist, wenn durchgängig diese negative Summe absolut kleiner ist als die positive Summe der beiden letzten Glieder von  $A$ . Mit  $A > 0$  ist auch  $A + B > 0$ .
2. Die Steigung der  $LM$ -Kurve ist ab einem bestimmten  $\varepsilon$  negativ, aber absolut kleiner als die der  $IS$ -Kurve:  $|A| < B$ . Die negative Steigung der  $LM$ -Kurve setzt  $\eta_{D,\varepsilon} + \eta_{I,\varepsilon} < 0$  voraus und eine „Zins“elastizität der Investitionen, die so groß ist, daß sie alle positiven Wirkungen der Zunahme von  $\varepsilon$  überkompensiert. Auch in diesem Fall ist  $A + B > 0$ .
3. Die Steigung der  $LM$ -Kurve ist ab einem bestimmten  $\varepsilon$  negativ und absolut größer als die der  $IS$ -Kurve:  $|A| > B$ . Dies setzt eine noch wesentlich höhere Zinselastizität der Investitionen voraus als im vorigen Fall. Hier ist  $A + B < 0$ .

Da die  $LM$ -Kurve von  $-\infty$  kommt und für  $\varepsilon = \varepsilon'$  einen positiven Wert hat, muß sie bis in den positiven Bereich von  $Y^{LM}$  steigen. Es kann aber sein, daß sie für größere Werte von  $\varepsilon$  fällt, also im ersten Quadranten ein Maximum hat.

#### d) Schnittpunkt von $IS$ - und $LM$ -Kurven

In den Fällen 1 und 2 existiert ein einziger Schnittpunkt der beiden Kurven, wenn gilt

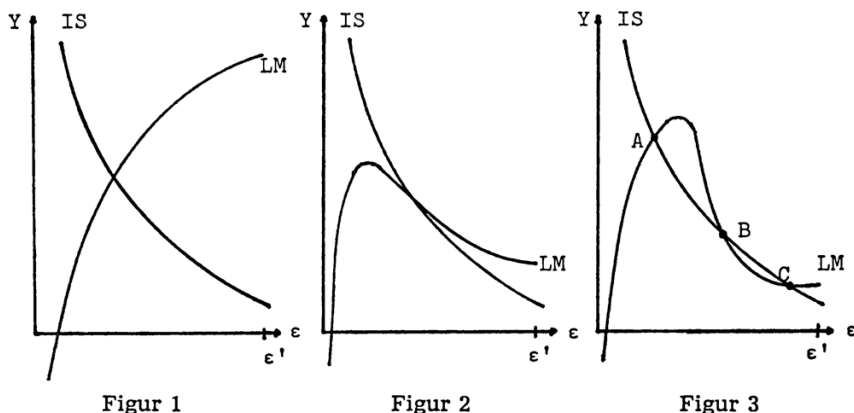
$$Y_{IS}\Big|_{\varepsilon'} < Y_{LM}\Big|_{\varepsilon'}, \quad \text{oder} \quad \frac{1}{1-c} \left( I_{\varepsilon} + \omega \frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}} \right) < \frac{1}{k} (M_0 + \bar{D}I_{\varepsilon}) .$$

$M_0 + \bar{D}I_{\varepsilon}$  ist der Wert  $M_{\varepsilon}$ , den die Geldmenge der Periode hat, wenn  $\varepsilon = \varepsilon'$  ist.  $\frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}}$  ist der Wert  $W_{\varepsilon}$  des Vermögens für  $\varepsilon = \varepsilon'$  und damit  $\Phi = \bar{\Phi}$ . Die Ungleichung läßt sich daher schreiben

$$(15) \quad \frac{k}{1-c} < \frac{M_{\varepsilon}}{I_{\varepsilon} + \omega W_{\varepsilon}} .$$

Ob sie erfüllt ist, läßt sich nicht allgemein entscheiden. Eine Parameter-Abschätzung anhand von Daten aus einer Wirtschaft mit Staat und Außenhandel hilft nicht weiter. Ist die Ungleichung (15) erfüllt, so steigt im Fall 1 die  $LM$ -Kurve monoton, es existiert nur ein Schnittpunkt mit der  $IS$ -Kurve. Im Fall 2 hat die  $LM$ -Kurve ein Maximum unterhalb der  $IS$ -Kurve; es existiert ebenfalls nur ein Schnittpunkt mit der  $IS$ -Kurve. Im Fall 3 hat die  $LM$ -Kurve ein Maximum oberhalb der  $IS$ -Kurve. Sie schneidet die letztere dreimal. Punkt  $B$  ist der Fall 3;

ist er realisiert, so existieren noch zwei weitere Gleichgewichte: Im Punkt A, der dem Fall 1 entspricht, und im Punkt C, der sich mit dem Fall 2 deckt.



Ist die Bedingung (15) nicht erfüllt, so kann die *LM*-Kurve mit oder ohne Maximum ganz unterhalb der *IS*-Kurve verlaufen. Dann existiert kein Gleichgewicht. Eine Lösung kann nur existieren, wenn die *LM*-Kurve ein Maximum oberhalb der *IS*-Kurve hat. Dann existieren jedoch zwei Gleichgewichte; ein dem Punkt A und ein dem Punkt B entsprechendes. Im Folgenden wird angenommen, daß die Bedingung (15) erfüllt ist.

### 3. Stabilität des Gleichgewichts

Die Stabilität des Gleichgewichts wird anhand der Anpassungsfunktion (16)  $\dot{Y} = \alpha(I - S)$ ,  $0 < \alpha < 1$  untersucht, da angenommen wird, daß Geld- und Aktienmarkt stets im Gleichgewicht sind<sup>15</sup>. Ein solches Verfahren der Stabilitätsanalyse — obwohl üblich — ist zu einfach, da die Verhaltensweisen der beteiligten Wirtschaftssubjekte ungenügend spezifiziert sind und ein reines Gleichgewichtsmodell wie das vorliegende keine Auskunft darüber gibt, wie innerhalb jeder Periode die ex-post-Gleichheit von Angebot und Nachfrage für das auf dem betreffenden Markt gehandelte Gut zustandekommt. Vor allem im Hinblick auf den zweiten Punkt erfordert eine realistischere Untersuchung eines Ungleichgewichts auf dem Gütermarkt eine Modifikation des Systems (1) - (14). In der keynesianischen Interpretation des Hicks-Modells impliziert die Situation  $I \neq S$  eine ungeplante Lageränderung, wenn die Unternehmen sie im Gegensatz zu den Haushalten nicht voraus-

<sup>15</sup> Vgl. Samuelson (1965), 278 ff.

gesehen haben. Diese Lageränderungen haben Wirkungen auf die Geldmenge. Ist  $I < S$ , so reichen die laufenden Einnahmen zur Finanzierung der laufenden Ausgaben der Unternehmen gemäß (1) nicht aus; letztere müssen Betriebsmittelkredite aufnehmen; die Geldmenge steigt. Ist  $I > S$ , sammeln sich bei den Unternehmen Kassenbestände an, solange die Läger nicht wieder aufgefüllt werden. Diese stillgelegten Bestände kompensieren zum Teil die Geldschöpfung durch die Investitionsfinanzierung. Gleichung (4) müßte daher lauten  $\Delta M = \Delta D + (S - I)$ . — Da Lagerbestände zum Kapitalstock gehören, führt ein Angebotsüberschuß auf dem Gütermarkt zu einer Erhöhung, ein Nachfrageüberschuß zu einer Verringerung von  $K$ . Gleichung (9) müßte daher um die ungeplanten Investitionen korrigiert werden. — Gemäß (10) hätte diese Korrektur Auswirkungen auf  $\varrho$ . Es ist jedoch zweifelhaft, ob die Grenzproduktivität des Kapitals durch ungeplante Lageränderungen beeinflusst wird. Gegebenenfalls müßte  $K$  in (10) um die ungeplanten Änderungen korrigiert werden. — Schließlich wirft ein Ungleichgewicht auf dem Gütermarkt Probleme für die Bewertung der Unternehmen auf, deren nähere Untersuchung eventuell die Modifikation der Gleichung (8) erfordern würde. Aus Raumgründen wird auf die Modifikation des Modells verzichtet und die Stabilitätsuntersuchung in der üblichen Weise durchgeführt. Eine Modifikation hätte zur Folge, daß ein zusätzlicher Mechanismus auf die Verringerung eines Angebotsüberschusses auf dem Gütermarkt einwirken würde. Infolge der Finanzierung der den Absatz übersteigenden Produktion wäre die Geldmenge der Periode größer, was über den Geldmarkt positive Rückwirkungen auf die geplanten Investitionen haben und damit den Angebotsüberschuß verringern würde.

Es wird unterstellt, daß Ungleichgewichte auf dem Gütermarkt zu Änderungen der Produktion, nicht des Preisniveaus führen. Nur diese Hypothese paßt in ein in Realgrößen formuliertes Modell, in dem das Preisniveau unabhängig von allen Variablen ist und gleich Eins gesetzt wird. Die häufig anzutreffende Funktion  $\dot{P} = \alpha (I - S)$  wäre auch deshalb inkongruent, weil sie ein Anpassungsverhalten der Unternehmen unterstellt und Preisänderungen erklärt, ohne daß in Form einer Relation zur Bestimmung der Höhe des Preisniveaus eine Grundlage dafür im Modell enthalten wäre.

Die Gleichung (16) kann mit (2), (6), (8), (10), (11) und (13) geschrieben werden

$$(16a) \quad \dot{Y} = \alpha \left\{ \bar{I} + Q [\gamma_1 \varrho(\varepsilon) - \gamma_2 \bar{\Phi}(\varepsilon)] - (1 - c) Y + \omega \frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}(\varepsilon)} \right\} \text{ oder} \\ \dot{Y} = f(Y, \varepsilon).$$



Da Gleichgewicht auf dem Geldmarkt herrscht, gilt

$$0 = kY + F(\varepsilon) \left( \frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}(\varepsilon)} - kY \right) - M_0 - D(\varepsilon, z) \{ \bar{I} + Q[\gamma_1 \varrho(\varepsilon) - \gamma_2 \bar{\Phi}(\varepsilon)] \} \quad \text{oder}$$

$$(5e) \quad 0 = g(Y, \varepsilon).$$

Der Eigenwert der Jacobi-Matrix des um das Gleichgewicht linearisierten Systems (16a) und (5d) ist

$$(17) \quad \lambda = \frac{f_Y' g_\varepsilon' - f_\varepsilon' g_Y'}{g_\varepsilon'}.$$

Nur für  $\lambda < 0$  verschwindet das Ungleichgewicht auf dem Gütermarkt. Es sind also die Vorzeichen der Ableitungen in (17) zu untersuchen.

Es ergibt sich mit der Definition von  $H$  aus II. 2. a) [Vgl. (10b)]

$$\begin{aligned} f_Y' &= -(1 - c) \alpha &< 0 \\ f_\varepsilon' &= - \left[ (1 + H) \frac{\gamma_2}{2} Q \frac{d\bar{\Phi}}{d\varepsilon} + \omega \frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}^2} \frac{d\bar{\Phi}}{d\varepsilon} \right] \alpha &< 0 \\ &= \left( \frac{dI}{d\varepsilon} - \omega \frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}^2} \frac{d\bar{\Phi}}{d\varepsilon} \right) \alpha = \frac{dY_{IS}}{d\varepsilon} (1 - c) \alpha \\ g_Y' &= k [1 - F(\varepsilon)] &> 0 \\ g_\varepsilon' &= - \left[ D_\varepsilon' I - D(\varepsilon, z) (1 + H) \frac{\gamma_2}{2} Q \frac{d\bar{\Phi}}{d\varepsilon} + F(\varepsilon) \frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}^2} \frac{d\bar{\Phi}}{d\varepsilon} \right. \\ &\quad \left. - F_\varepsilon' \left( \frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}} - kY \right) \right] \leq 0 \\ &= - \left[ D_\varepsilon' I + D(\varepsilon, z) \frac{dI}{d\varepsilon} + F(\varepsilon) \frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}^2} \frac{d\bar{\Phi}}{d\varepsilon} - F_\varepsilon' \left( \frac{\bar{R}}{\bar{\Phi}} - kY \right) \right] \\ &= - \frac{dY_{LM}}{d\varepsilon} k [1 - F(\varepsilon)]. \end{aligned}$$

Mit den Abkürzungen  $A$  und  $B$  läßt sich (17) schreiben

$$\lambda = -\alpha (1 - c) \frac{A + B}{A}.$$

Wenn für  $A$  und  $B$  eingesetzt wird, ergibt sich, daß eine hinreichende Bedingung dafür, daß  $A + B > 0$  ist, lautet<sup>16</sup>:

$$(18) \quad D(\varepsilon, z) < \frac{k [1 - F(\varepsilon)]}{1 - c}.$$

Danach ergibt sich folgendes Schema

<sup>16</sup> Aus der Abkürzung  $A$  in II.2.c) geht hervor, daß die Bedingung (b), wonach die Summe der Kreditfinanzierungs- und der Zinselastizität größer als Null sein muß, ebenfalls eine hinreichende Bedingung für  $A + B > 0$  ist. Bedingung (18) ist aber für Stabilitäts- und komparativ-statische Untersuchungen die relevantere.

A + B > 0				A + B < 0
Steigungen		A > 0		A < 0,  A  < B
Kurvenverschiebung		$D < \frac{k [1 - F(\epsilon)]}{1 - c}$	$D > \frac{k [1 - F(\epsilon)]}{1 - c}$	$D > \frac{k [1 - F(\epsilon)]}{1 - c}$
Fall		(1a)	(1b)	(3)
Stabilität		stabil		instabil
Multiplikatoren	Investitionen	$\frac{dY}{d\bar{I}}$	> 0	> 0
		$\frac{ds}{d\bar{I}}$	> 0	< 0
	Geldmenge	$\frac{dY}{dM_0}$	> 0	> 0
		$\frac{ds}{dM_0}$	< 0	< 0

Da  $A$  die Steigung der *LM*-Kurve und  $-B$  die Steigung der *IS*-Kurve ist, läßt sich das Ergebnis bezüglich der Stabilität des Gleichgewichts auch folgendermaßen formulieren:

- (1) Die *LM*-Kurve steigt mit  $\varepsilon$ . Das System ist stabil.
- (2) Die *LM*-Kurve fällt mit steigendem  $\varepsilon$ ; ihre Steigung ist absolut kleiner als die der *IS*-Kurve. (Die *LM*- schneidet die *IS*-Kurve, auf  $\varepsilon$  bezogen, „von unten“). Das System ist instabil.
- (3) Die *LM*-Kurve fällt mit steigendem  $\varepsilon$ ; ihre Steigung ist absolut größer als die der *IS*-Kurve. (Die *LM*- schneidet die *IS*-Kurve, auf  $\varepsilon$  bezogen, „von oben“). Das System ist stabil.<sup>17</sup>

#### 4. Komparativ-statische Analyse

Das „kurzfristige“ Modell kann zur Untersuchung der Frage benutzt werden, wie die Gleichgewichtswerte einer Periode von exogenen Größen abhängen. Als exogene Variable sind hier vor allem die autonomen Investitionen  $\bar{I}$  und die Geldmenge am Anfang der Periode  $M_0$  von Bedeutung. Es interessieren die Änderungen des Gleichgewichts-Einkommens und der gleichgewichtigen Ertragsrate bei einer Änderung der obigen exogenen Größen in den drei möglichen Gleichgewichten. Auch wenn die Stabilitätsanalyse mit einer einfachen Walrasianischen Anpassungsfunktion wie (16) ein Gleichgewicht als instabil ausweist, bedeutet dies nicht, daß Multiplikatoranalysen ökonomisch irrelevant sind. Bei diesen handelt es sich allein um einen Vergleich von Gleichgewichtswerten, der an sich interessant ist. Die Frage, ob das dem geänderten Wert einer exogenen Variablen entsprechende Gleichgewicht auch erreicht wird, kann mit einer Stabilitätsanalyse der obigen Art in einem Gleichgewichtsmodell ohnehin nicht beantwortet werden<sup>18</sup>. Zudem kann sich ein Gleichgewicht, das nach der obigen Analyse instabil ist, in einem Modell, das für die Untersuchung von Ungleichgewichten geeignet ist (vgl. S. 351 ff.), bei einer Stabilitätsanalyse mit realistischen Verhaltensfunktionen als stabil erweisen und umgekehrt.

<sup>17</sup> Wird allerdings angenommen, daß der Geldmarkt nicht laufend im Gleichgewicht ist, sondern auch hier Anpassungsprozesse von  $\varepsilon$  Zeit in Anspruch nehmen, so kann etwa als Anpassungshypothese  $\dot{\varepsilon} = \beta [kY + F(\varepsilon)(W - kY) - M_0 - \Delta M] = g(Y, \varepsilon)$  formuliert werden. Nach Routh-Hurwitz ist dann eine Stabilitätsbedingung  $A + B > 0$ . Diese ist im dritten Fall nicht erfüllt, so daß das Gleichgewicht, in welchem die *LM*-Kurve die *IS*-Kurve von oben schneidet, instabil wird, auch wenn die Anpassung auf dem Geldmarkt sehr viel schneller erfolgt als auf dem Gütermarkt. Stabil bleibt es nur, sofern Gleichgewicht auf dem Geldmarkt zu jedem Zeitpunkt postuliert wird.

<sup>18</sup> Vgl. Gandolfo (1980), 189.

*a) Die Multiplikatoren  
in Bezug auf die autonomen Investitionen*

*Der Einkommens-Multiplikator*

Die Investitionen sind direkt, aber auch indirekt eine Funktion von  $\bar{I}$ , da  $\varrho$  und  $\Phi$  wiederum von  $\bar{I}$  abhängen. Die Ableitung von  $\varrho$  nach  $\bar{I}$  ergibt mit (10b) und der Abkürzung  $H$

$$(10c) \quad \frac{d\varrho}{d\bar{I}} = \frac{1 - \gamma_2 Q \frac{d\Phi}{d\bar{I}}}{2\gamma_1 Q} (H - 1) .$$

Weiter gilt

$$(12b) \quad \frac{d\Phi}{d\bar{I}} = \frac{d\Phi}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{d\bar{I}} .$$

Die Ableitung von (2) nach  $\bar{I}$  ergibt mit (10c) und (12b)

$$(2b) \quad \frac{dI}{d\bar{I}} = \frac{1}{2} (1 + H) \left( 1 - \gamma_2 Q \frac{d\Phi}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{d\bar{I}} \right) .$$

Die Ableitung von  $Y_{LM}$  nach  $\bar{I}$  ergibt mit (2b)

$$(5f) \quad \begin{aligned} \frac{dY_{LM}}{d\bar{I}} = & \frac{D(\varepsilon, z)}{k[1 - F(\varepsilon)]} \frac{1}{2} (1 + H) + \left\{ I \frac{D'_\varepsilon}{k[1 - F(\varepsilon)]} \right. \\ & + \left[ \frac{F(\varepsilon)}{k[1 - F(\varepsilon)]} \frac{\bar{R}}{\Phi^2} - \frac{D(\varepsilon, z)}{k[1 - F(\varepsilon)]} \frac{\gamma_2}{2} (1 + H) Q \right] \frac{d\Phi}{d\varepsilon} \\ & \left. - \frac{F'_\varepsilon}{k[1 - F(\varepsilon)]} \left( \frac{\bar{R}}{\Phi} - kY_{LM} \right) \right\} \frac{d\varepsilon}{d\bar{I}} . \end{aligned}$$

Die Ableitung von  $Y_{IS}$  nach  $d\bar{I}$  ergibt mit (2b)

$$(1g) \quad \begin{aligned} \frac{dY_{IS}}{d\bar{I}} = & \frac{1}{2(1 - c)} (1 + H) - \frac{\gamma_2}{2(1 - c)} (1 + H) Q \frac{d\Phi}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{d\bar{I}} \\ & - \frac{\omega}{(1 - c)} \frac{\bar{R}}{\Phi^2} \frac{d\Phi}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{d\bar{I}} . \end{aligned}$$

Mit den Abkürzungen  $A$ ,  $B$  sowie  $U = (1 - H) \frac{D(\varepsilon, z)}{2k[1 - F(\varepsilon)]}$  und  $V = (1 - H) \frac{1}{2(1 - c)}$  ergibt das Auflösen von (5f) und (1g) nach  $\frac{d\varepsilon}{d\bar{I}}$  und Gleichsetzen den Einkommensmultiplikator einer Änderung der autonomen Investitionen

$$(19) \quad \frac{dY}{d\bar{I}} = \frac{VA + UB}{A + B} .$$

$$\text{Da } VA + UB = \frac{1 + H}{2(1 - c)k[1 - F(\varepsilon)]} \left\{ D'_\varepsilon I + \frac{\bar{R}}{\Phi^2} [F(\varepsilon) + \omega D(\varepsilon, z)] \right\}$$

$\frac{d\Phi}{d\varepsilon} - F'_\varepsilon \left( \frac{\bar{R}}{\Phi} - kY \right) \Big\} > 0$ , hängt das Vorzeichen des Multiplikators von dem des Nenners ab. Der Einkommensmultiplikator der Investitionen ist negativ im Fall (3) der Stabilitätsanalyse, in dem  $A + B < 0$  ist. Dies setzt voraus, daß die Bedingungen (b) und (18) nicht erfüllt sind.

### Der Ertragsraten-Multiplikator

Die Gleichsetzung von

$$(5f) \quad \frac{dY_{LM}}{d\bar{I}} = U + A \frac{d\varepsilon}{d\bar{I}} \quad \text{und} \quad (1g) \quad \frac{dY_{IS}}{d\bar{I}} = V - B \frac{d\varepsilon}{d\bar{I}} \quad \text{ergibt}$$

$$(20) \quad \frac{d\varepsilon}{d\bar{I}} = \frac{V - U}{A + B}. \quad \text{Der Zähler ist}$$

$$V - U = \frac{1 + H}{2} \left[ \frac{1}{1 - c} - \frac{D(\varepsilon, z)}{k [1 - F(\varepsilon)]} \right] \geq 0 \quad \text{für} \quad D(\varepsilon, z) \leq \frac{k [1 - F(\varepsilon)]}{1 - c}.$$

Das Vorzeichen des Ertragsraten-Multiplikators hängt also von zwei Faktoren ab: 1. von der Differenz  $V - U$ . Dabei ist  $U$  die Verschiebung der  $LM$ -,  $V$  die der  $IS$ -Kurve.  $U$  und  $V$  geben die Veränderung des jeweiligen Volkseinkommens an, die bei konstantem  $\varepsilon$  auf die Änderung der autonomen Investitionen zurückgeht. Für  $D < \frac{k [1 - F(\varepsilon)]}{1 - c}$  ist  $V - U > 0$ , d. h. die  $IS$ - wird stärker als die  $LM$ -Kurve verschoben. 2. Von  $A + B$ , der Summe der Steigungen der beiden Kurven. Bezüglich des Nenners sind demnach die Fälle der Stabilitätsanalyse zu unterscheiden, wobei zu berücksichtigen ist, daß die Bedingung  $D < \frac{k [1 - F(\varepsilon)]}{1 - c}$  hinreichend für  $A + B > 0$  und für  $A + B < 0$  zwingend  $D > \frac{k [1 - F(\varepsilon)]}{1 - c}$  ist (Fall 3). Die Fälle 1 und 2 müssen noch unterteilt werden, je nachdem  $D \geq \frac{k [1 - F(\varepsilon)]}{1 - c}$  ist. Die möglichen Konstellationen mit den Vorzeichen der Multiplikatoren sind in der Tabelle eingetragen. Die Wirkung einer Erhöhung der autonomen Investitionen auf Volkseinkommen und Ertragsrate der Geldanlage hängt also davon ab, in welchem Schnittpunkt von  $IS$ - und  $LM$ -Kurve die Wirtschaft sich befindet.

### b) Die Multiplikatoren in bezug auf die Geldmenge

#### Der Einkommensmultiplikator

Die Ableitung von  $Y_{LM}$  nach  $M_0$  ergibt mit (2c)



$$(5g) \quad \frac{dY_{LM}}{dM_0} = \frac{1}{k [1 - F(\varepsilon)]} + A \frac{d\varepsilon}{dM_0} .$$

Die Ableitung von  $Y_{IS}$  nach  $M_0$  ergibt (1h)  $\frac{dY_{IS}}{dM_0} = -B \frac{d\varepsilon}{dM_0}$ . Daraus folgt der Einkommensmultiplikator der Geldmenge

$$(21) \quad \frac{dY}{dM_0} = \frac{B}{k [1 - F(\varepsilon)] (A + B)} .$$

Da  $B > 0$ , hängt das Vorzeichen wiederum nur von  $A + B$  ab. Es sind also die gleichen Fälle möglich wie beim Einkommensmultiplikator der Investitionen.

### *Der Ertragsratenmultiplikator*

Gleichsetzen von (5g) und (1h) ergibt den Ertragsratenmultiplikator einer Geldmengen-Änderung

$$(22) \quad \frac{d\varepsilon}{dM_0} = - \frac{1}{k [1 - F(\varepsilon)] (A + B)} .$$

Hier haben die drei Fälle umgekehrte Konsequenzen. Bei einer Erhöhung der Geldmenge  $M_0$  verschiebt sich die  $LM$ -Kurve bei jedem  $\varepsilon$  um

$$\left. \frac{dY_{LM}}{dM_0} \right|_{\varepsilon = \text{const.}} = \frac{1}{k [1 - F(\varepsilon)]} .$$

Die  $IS$ -Kurve ändert sich nicht. Die Bedingung (18) spielt also keine Rolle. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 eingetragen.

## **5. Vergleich mit dem Hicks-Modell**

Im Hicks-Modell wird die Investitionsfunktion nicht durch die Änderung der Grenzproduktivität des Kapitals infolge Variation des Sachkapitalbestandes verschoben. Entsprechend muß im integrierten Modell  $\bar{q} = \text{const.}$  gesetzt werden.  $\bar{I}$  und  $\bar{Q} \gamma_1 \bar{q}$  können zu  $I_a$  zusammengefaßt werden, so daß die Investitionsfunktion lautet

$$(V2) \quad I = I_a - Q \gamma_2 \Phi .$$

Gleichung (10) kann damit aus dem Modell eliminiert werden. (11) lautet

$$(V11) \quad q = \bar{q} / \Phi .$$

Das Vermögen wird in die Relationen des Hicks-Modells eingefügt. Das modifizierte Hicks-Modell lautet demnach

$$(H1) \quad I \stackrel{e}{=} (1 - c) Y - \omega \bar{W}$$

$$(H2) \quad I = I_a - Q \gamma_2 \varepsilon$$

$$(H3) \quad L_T = kY$$

$$(H4) \quad L_S = F(\varepsilon) (\bar{W} - kY)$$

$$(H5) \quad \bar{M}^e = L_T + L_S .$$

Die Geldnachfrage-Funktion (H4) entspricht der im Hicks-Modell bis auf den Umstand, daß auch  $Y$  als Argument erscheint. Das führt dazu, daß in der Relation für die gesamte Geldnachfrage  $Y$  mit dem Faktor  $k [1 - F(\varepsilon)]$  statt nur  $k$  auftritt. Der „modifizierte (Transaktions-)Kassenhaltungskoeffizient“ wird mit steigendem  $\varepsilon$  größer. Dies ändert die Modellzusammenhänge qualitativ jedoch nicht.

Die IS-Kurve lautet im modifizierten Hicks-Modell

$$(H1a) \quad Y_{IS} = \frac{1}{1-c} (I_a - Q \gamma_2 \varepsilon + \omega \bar{W}) .$$

Die LM-Kurve ist

$$(H5a) \quad Y_{LM} = \frac{1}{k [1 - F(\varepsilon)]} [\bar{M} - F(\varepsilon) \bar{W}] .$$

Die Steigung der LM-Kurve ist sicher positiv, die der IS-Kurve sicher negativ. Bei hinreichend großer Geldmenge existiert ein eindeutiges und stabiles Gleichgewicht.

Im integrierten Gleichgewicht sind die Auswirkungen der Konstantsetzung von  $\varrho$  zu berücksichtigen. Die IS-Kurve ist

$$(V1a) \quad Y_{IS} = \frac{1}{1-c} \left[ I + \omega \frac{\bar{\varrho}}{\bar{\Phi}} (K_0 + I) \right] ,$$

die LM-Kurve

$$(V5a) \quad Y_{LM} = \frac{1}{k [1 - F(\varepsilon)]} \left[ M_0 + D(\varepsilon, z) I - F(\varepsilon) \frac{\bar{\varrho}}{\bar{\Phi}} (K_0 + I) \right] .$$

Die Wirkung der Konstanz von  $\varrho$  besteht darin, daß im Vermögen  $W = \frac{\bar{\varrho}}{\bar{\Phi}} (K_0 + I)$  jetzt die Mengenkomponeute direkt zum Ausdruck kommt. Da aber  $\frac{dI}{d\bar{\Phi}}$  negativ ist, sinkt auch jetzt mit steigendem  $\varepsilon$  und damit  $\bar{\Phi}$  das Vermögen und daher die „Geldnachfrage zu Spekulationszwecken“. Trotz der Konstantsetzung von  $\varrho$  gelten also die Ergebnisse eines Vergleichs mit dem Hicks-Modell auch für das unmodifizierte System (1) - (14); die Modifikation führt lediglich zu quantitativen Unterschieden, während sich qualitativ (z. B. bei den Vorzeichen der Multiplikatoren) nichts ändert.

Die entscheidende Konsequenz der Erweiterung des Hicks-Modells zu dem integrierten Modell (1) - (14) liegt in der Endogenisierung der in der Periode vorhandenen Geldmenge<sup>19</sup>. Sie hat zur Folge, daß Eindeutigkeit und Stabilität einer Gleichgewichtslösung für Einkommen und Ertragsrate fraglich werden.

Die Endogenisierung der Geldmenge über die Finanzierungsfunktion der Investitionen bringt es auch mit sich, daß sich bei einer Änderung der autonomen Investitionen im Gegensatz zum Hicks-Modell sowohl die *IS*- als auch die *LM*-Kurve verschieben, so daß die Wirkung auf Gleichgewichts-Einkommen und -Ertragsrate nicht nur von den Steigungen beider Kurven, sondern auch vom relativen Ausmaß der Verschiebungen abhängt, die von  $1/(1-c)$  und  $D(\varepsilon, z)/k [1 - F(\varepsilon)]$  bestimmt werden.

Der Einkommensmultiplikator im modifizierten Hicks-Modell ist

$$(H7) \quad \frac{dY}{dI_a} = \frac{1}{1 - c - k [1 - F(\varepsilon)] \frac{Q \gamma_2}{F'_\varepsilon (\bar{W} - kY)}} > 0.$$

Unter Berücksichtigung der Tatsache, daß  $F'_\varepsilon < 0$  ist, entspricht dies dem bekannten Multiplikator des unmodifizierten Hicks-Modells.

Der Ertragsraten-Multiplikator ist

$$(H8) \quad \frac{d\varepsilon}{dI_a} = \frac{1}{Q \gamma_2 - (1 - c) \frac{F'_\varepsilon (\bar{W} - kY)}{k [1 - F(\varepsilon)]}} \approx - \frac{k}{k \frac{dI}{di} + (1 - c) \frac{dI_s}{di}} > 0.$$

Die entsprechenden Multiplikatoren des integrierten Modells<sup>20</sup> sind mit den Definitionen

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial \varepsilon} &= D'_\varepsilon I + D(\varepsilon, z) \frac{\partial I}{\partial \varepsilon} \geq 0, \\ \frac{\partial W}{\partial \varepsilon} &= - \frac{1}{\Phi} W \frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} + \frac{\bar{\theta}}{\Phi} \frac{\partial I}{\partial \varepsilon} < 0, \end{aligned}$$

<sup>19</sup> Nicht identisch mit der Einführung eines „variablen Geldangebotes“.

<sup>20</sup> Im integrierten Modell ändern sich die Nenner der Multiplikatoren dadurch, daß die Änderung des Vermögens jetzt in eine Mengen- und eine Bewertungskomponente aufgespalten ist; der Term  $F(\varepsilon) \frac{\bar{R}}{\Phi} \frac{d\Phi}{d\varepsilon}$  wird durch

$F(\varepsilon) \left( \frac{1}{\Phi} W \frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} - \frac{\bar{\theta}}{\Phi} \right) \frac{\partial I}{\partial \varepsilon}$  ersetzt.

In den Zählern der Einkommens-Multiplikatoren sind *U* und *V* durch

$U' = \frac{1}{k [1 - F(\varepsilon)]} \left[ D(\varepsilon, z) - F(\varepsilon) \frac{\bar{\theta}}{\Phi} \right]$  bzw.  $V' = \frac{1}{1 - c} \left( 1 + \omega \frac{\bar{\theta}}{\Phi} \right)$

zu ersetzen, die die Verschiebungen der *LM*- bzw. der *IS*-Kurve darstellen.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L_s}{\partial \varepsilon} &= F'_\varepsilon (W - kY) + F(\varepsilon) \frac{\partial W}{\partial \varepsilon} < 0, \\
 \omega \frac{\partial W}{\partial \varepsilon} &= \omega \left( \frac{\bar{\varrho}}{\bar{\Phi}} \frac{\partial I}{\partial \varepsilon} - \frac{1}{\bar{\Phi}} W \frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} \right) < 0, \\
 (V16) \quad dY &= \frac{\left( 1 + \omega \frac{\bar{\varrho}}{\bar{\Phi}} \right) + \left[ D(\varepsilon, z) - F(\varepsilon) \frac{\bar{\varrho}}{\bar{\Phi}} \right] \frac{\frac{\partial I}{\partial \varepsilon} + \omega \frac{\partial W}{\partial \varepsilon}}{\frac{\partial L_s}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial M}{\partial \varepsilon}}}{1 - c + k [1 - F(\varepsilon)] \frac{\frac{\partial I}{\partial \varepsilon} + \omega \frac{\partial W}{\partial \varepsilon}}{\frac{\partial L_s}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial M}{\partial \varepsilon}}} dI_a \geq 0
 \end{aligned}$$

und

$$(V17) \quad d\varepsilon = \frac{k [1 - F(\varepsilon)] \left( 1 + \omega \frac{\bar{\varrho}}{\bar{\Phi}} \right) - (1 - c) \left[ D(\varepsilon, z) - F(\varepsilon) \frac{\bar{\varrho}}{\bar{\Phi}} \right]}{(1 - c) \left( \frac{\partial L_s}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial M}{\partial \varepsilon} \right) + k [1 - F(\varepsilon)] \left( \frac{\partial I}{\partial \varepsilon} + \omega \frac{\partial W}{\partial \varepsilon} \right)} dI_a \geq 0.$$

Die Unterschiede in den Modellen wirken sich folgendermaßen aus.

Der Einkommensmultiplikator läßt sich in zwei Bestandteile zerlegen:

$$\frac{1 + \omega \frac{\bar{\varrho}}{\bar{\Phi}}}{1 - c + k [1 - F(\varepsilon)] \frac{\frac{\partial I}{\partial \varepsilon} + \omega \frac{\partial W}{\partial \varepsilon}}{\frac{\partial L_s}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial M}{\partial \varepsilon}}}$$

und

$$\frac{\left[ D(\varepsilon, z) - F(\varepsilon) \frac{\bar{\varrho}}{\bar{\Phi}} \right] \frac{\frac{\partial I}{\partial \varepsilon} + \omega \frac{\partial W}{\partial \varepsilon}}{\frac{\partial L_s}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial M}{\partial \varepsilon}}}{1 - c + k [1 - F(\varepsilon)] \frac{\frac{\partial I}{\partial \varepsilon} + \omega \frac{\partial W}{\partial \varepsilon}}{\frac{\partial L_s}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial M}{\partial \varepsilon}}}$$

Der erste gibt die Einkommensänderung wieder, die auf die Verschiebung der IS-Kurve zurückgeht<sup>21</sup>. Die direkte Wirkung (Zähler) wird

<sup>21</sup> Für  $\frac{\partial L_s}{\partial \varepsilon} - \frac{\partial M}{\partial \varepsilon} = -\infty$  erhält man die Verschiebung  $V'$ ; das Produkt rechts im Nenner modifiziert die aus der Verschiebung resultierende Einkommensänderung durch die induzierte Ertragsratenänderung.

durch die Erhöhung des Vermögens infolge der Vergrößerung des Kapitalstocks<sup>22</sup> verstärkt. Bei den Wirkungen der induzierten Ertragsratenänderung (Nenner) kommt zu deren Effekt auf die Investitionen die Wirkung der Vermögensänderung infolge der Neubewertung hinzu. Der Änderung der spekulativen Geldnachfrage wirkt die Änderung der Geldmenge entgegen, die durch die induzierte Änderung der Investitionen und deren Kreditfinanzierungsquote verursacht wird. Da im modifizierten Hicks-Modell das Vermögen nur als Konstante in der Konsum- und der Geldnachfragefunktion vorkommt, entfallen  $\omega \frac{\bar{\varrho}}{\Phi}$  und  $\omega \frac{\partial W}{\partial \varepsilon}$ . Da dort die Geldmenge konstant ist, entfällt  $\frac{\partial M}{\partial \varepsilon}$ . Der erste Ausdruck reduziert sich also auf den Multiplikator des Hicks-Modells.

Der zweite Bestandteil stellt die Einkommensänderung dar, die auf die Verschiebung der *LM*-Kurve zurückgeht<sup>23</sup>. Er stellt die wesentlichste Folge der Endogenisierung der Geldmenge dar. Die direkten Wirkungen der Investitionserhöhung bestehen in einer Erhöhung der Geldmenge nach Maßgabe der Kreditfinanzierungsquote und einer Erhöhung der spekulativen Geldnachfrage durch Erhöhung des Vermögens infolge der Vergrößerung von *K* entsprechend der Anlagefunktion *F*( $\varepsilon$ ). Für den Nenner gilt dasselbe wie beim ersten Bestandteil. Die Verschiebung der *LM*-Kurve ist eindeutig in dem Sinne, daß eine Erhöhung von *I<sub>a</sub>* die *LM*-Kurve immer nach oben verschiebt<sup>24</sup>. Die Richtung der von der Investitionsfinanzierung verursachten Modifikation der Verschiebung infolge der induzierten Ertragsratenänderung ist unsicher, da das Vor-

<sup>22</sup> Im unmodifizierten Modell (1) - (14) tritt dieser Effekt nicht auf, weil das Vermögen  $W = \frac{\bar{R}}{\Phi}$  dort nicht direkt „mengenabhängig“ ist. Das liegt an der speziellen Form von  $\varrho = \frac{\bar{R}}{K}$ . Andere Funktionsformen würden das Ver-

mögen auch von *K* und damit  $\bar{I}$  abhängig machen. Die Folgen wären eine größere Verschiebung der *IS*-Kurve nach oben und eine stärkere Wirkung von  $d\bar{I}$  auf  $Y_{LM}$ . Qualitativ würde sich jedoch nichts ändern, wie das modifizierte System (1) - (14) zeigt, in dem „Mengenabhängigkeit“ existiert.

<sup>23</sup> Nach Durchmultiplikation des Ausdrucks mit dem Kehrwert des zweiten Faktors des Produkts im Nenner erhält man für  $\frac{\partial I}{\partial \varepsilon} + \omega \frac{\partial W}{\partial \varepsilon} = -\infty$  die Verschiebung *U'*; das entstehende Produkt links im Nenner modifiziert die aus der Verschiebung resultierende Einkommensänderung durch die induzierte Ertragsratenänderung.

<sup>24</sup> Für das modifizierte Modell (1) - (14) gilt dies wegen der Differenz  $D(\varepsilon, z) - F(\varepsilon) \frac{\bar{\varrho}}{\Phi}$  im Zähler des zweiten Bestandteiles des Einkommensmultiplikators nicht.



zeichen von  $-\frac{\partial M}{\partial \varepsilon}$  nicht eindeutig ist; dadurch wird auch das Vorzeichen von  $\frac{\partial Y_{LM}}{\partial \varepsilon}$  unbestimmt<sup>25</sup>.

Zwei wichtige Wirkungen der Endogenisierung der Geldmenge kann man als crowding in bzw. crowding out bezeichnen<sup>26</sup>. Im Zähler von (V17) steht im wesentlichen die Differenz der Verschiebungen der *IS*- und der *LM*-Kurve. Ist (V15) nicht erfüllt, d. h. die Verschiebung der *LM*- größer als die der *IS*-Kurve, kann die Ertragsrate im Gegensatz zum Hicks-Modell auch im Fall 1 (ebenso wie im Fall 2) bei einer Erhöhung der autonomen Investitionen sinken. Dieser Effekt kann als „crowding in“ bezeichnet werden, was heißen soll, daß der ursprüngliche Anstieg der Ertragsrate auf Grund der Verschiebung der *IS*-Kurve nach oben<sup>27</sup> durch die stärkere Verschiebung der *LM*-Kurve (ebenfalls nach oben) in eine „Zins“senkung verwandelt wird, die zusätzliche induzierte Investitionen hervorruft. Als Ergebnis steigt das Volkseinkommen stärker als nach dem Standard-*IS/LM*-Modell, und zwar auch im Fall 1, in dem die *LM*-Kurve im Gleichgewicht den „normalen“ Verlauf hat.

Im Fall 3 bewirkt eine Erhöhung der autonomen Investitionen im Gegensatz zum Hicks-Modell einen Rückgang des Volkseinkommens bei steigender Ertragsrate. Es findet also ein „crowding out“ statt in dem Sinne<sup>28</sup>, daß die direkte Wirkung der Änderung einer autonomen Ausgaben-Größe auf das Volkseinkommen durch die Reaktion der „zins“-abhängigen Variablen kompensiert oder in ihr Gegenteil verkehrt wird. Und dies ist der Fall in einem stabilen Gleichgewicht, in dem allerdings die „Zins“-elastizität der Investitionen so groß (oder die der „spekulativen“ Geldnachfrage so gering) ist, daß die *LM*- die *IS*-Kurve „von oben“ schneidet (Fig. 3, Punkt B).

Autonome Änderungen der Geldmenge führen zu wesentlich geringeren Unterschieden in ihren Auswirkungen auf die hier zu vergleichenden Modelle. Eine direkte Abhängigkeit der *IS*-Kurve von der Geldmenge (als Analogon zur direkten Abhängigkeit der *LM*-Kurve von den

<sup>25</sup> Auf die Ableitung der in II. 4) diskutierten Fälle der Multiplikatorwirkungen einer Investitionsänderung wird hier verzichtet. Die Bedingung, die die Fälle 1 und 2 in die jeweiligen Unterfälle a und b scheidet, lautet jetzt

$$(V15) \quad D(\varepsilon, z) < \frac{k[1 - F(\varepsilon)]}{1 - c} + \left[ F(\varepsilon) + \omega \frac{k[1 - F(\varepsilon)]}{1 - c} \right] \frac{\bar{q}}{\Phi}.$$

<sup>26</sup> Vgl. Friedman (1978).

<sup>27</sup> Dieser Effekt wird von Friedman als „Transactions crowding out“ bezeichnet.

<sup>28</sup> Der Versuch, den diskutierten Fall in Buiters „taxonomy of crowding out“ einzuordnen, wäre uneinträglich. Vgl. Buiters (1977).

Investitionen) existiert nicht. Jedoch sind die Vorzeichen des Einkommens- und des Ertragsraten-Multiplikators von  $M_0$  im Fall 3 denen des Hicks-Modells entgegengesetzt.

### III. Das Perioden-Gleichgewicht im Zeitablauf

Im Folgenden wird untersucht, wie sich das System (1) bis (14) im Zeitablauf entwickeln würde. Es handelt sich also um eine dynamische Analyse der in II.2. ermittelten Gleichgewichtswerte einer Periode. Es wird berücksichtigt, daß das Gleichgewicht nur eine Periode aus einem im Gange befindlichen Entwicklungsprozeß beschreibt und gefragt, wie und wohin sich dieses Gleichgewicht entwickeln würde.

Entscheidend für das Verhalten der Variablen des Modells im Zeitablauf ist die Entwicklung der Investitionen. Von ihr hängt es ab, wie sich das Volkseinkommen, die Geldmenge und der Kapitalstock und schließlich sie selbst über die Entwicklung der Ertragsrate  $\varrho$  im Zeitablauf verhalten. Mitentscheidend ist, wie sich  $\varepsilon$  und damit  $\Phi$  zeitlich entwickeln. In einer verbalen Analyse (eine formale Analyse ist aus Platzmangel nicht möglich) müssen die denkbaren Kombinationen der Zeitverläufe der Investitionen und der Ertragsrate der Geldanlage auf ihre Konsistenz mit den übrigen Relationen des Modells geprüft werden. Es läßt sich zeigen, daß nur *eine* zeitliche Entwicklung auf die Dauer in allen Modellzusammenhängen widerspruchsfrei ist.

Der Ausgangspunkt ist ein Perioden-Gleichgewicht im Sinne der Erfüllung aller Gleichgewichtsbedingungen. Das bedeutet u. a., daß die Geldmenge einschließlich der Zunahme in der Periode  $D(\varepsilon_t, z) I_t$  beim gleichgewichtigen  $\varepsilon_t$  gleich der Summe aus Geldnachfrage zu Transaktionszwecken  $k [1 - F(\varepsilon_t)] Y_t$  und zu „Spekulationszwecken“  $F(\varepsilon_t) W_t$  war. Die Ausgangsperiode hat eine bestimmte Stellung in der zeitlichen Entwicklung. Die Geldmenge steigt in jeder Periode, solange die Investitionen größer als Null sind. Bei gegebenem  $I_t$  hängt die Entwicklung der Zunahme von der Entwicklung von  $\varepsilon_t$  ab. Sinkt die Ertragsrate, so wird die Zunahme wegen  $D'_\varepsilon > 0$  in jeder Periode kleiner, während die spekulative Geldnachfrage wegen  $F'_\varepsilon < 0$  und  $\frac{dW}{d\varepsilon} = \frac{dW}{d\Phi} \frac{d\Phi}{d\varepsilon} < 0$  steigt. Es ist denkbar, daß in einigen Folgeperioden die Zunahme der Geldmenge größer ist als die der spekulativen Geldnachfrage. Bei gegebenem  $I_t$  muß aber eine Periode kommen, in der sich dieses Verhältnis umkehrt. Dann sinkt die „für Transaktionszwecke verfügbare“ Geldmenge. Diese Abnahme kann durch das Sinken des (modifizierten) Kassenhaltungskoeffizienten  $k [1 - F(\varepsilon_t)]$  nicht kompensiert oder überkompensiert werden. Bei gegebenem  $I_t$  kommt also mit dem Sinken von  $\varepsilon_t$  einmal eine Periode  $t^*$ , ab der die „für

Transaktionszwecke verfügbare“ Geldmenge fällt. — Der Kapitalstock steigt, solange die Investitionen positiv sind. Daraus folgt eine Abnahme von  $\varrho_t$  und damit eine Verschiebung der Investitionsfunktion nach unten.  $I_t$  kann daher nur konstant sein, wenn die Verschiebung durch ein Sinken von  $\varepsilon_t$  und damit  $\Phi_t$  kompensiert wird. Die Konstanz oder sogar ein Steigen von  $I_t$  führt aber zu Widersprüchen im Modell<sup>29</sup>. Sinkt  $I_t$ , so nimmt der Zuwachs der Geldmenge um so schneller ab; die Periode  $t^*$  wird um so eher erreicht, wenn vorher die Zunahme der Geldmenge noch größer gewesen ist als die der spekulativen Geldnachfrage.

Im Folgenden interessiert nur die Zeit nach der Periode  $t^*$ , da auf die Dauer die einzige zeitliche Entwicklung, die Konsistenz aller Variablen beinhaltet, durch ständiges Sinken der Investitionen, der Grenzproduktivität des Kapitals und der Ertragsrate der Geldanlage (und damit  $\Phi$ ) und daher durch eine ständige Abnahme der Zuwächse der Geldmenge und des Kapitalstocks gekennzeichnet ist. Die Rate der Abnahme von  $\varepsilon_t$  muß so sein, daß  $\Phi_t$  langsamer sinkt als  $\varrho_t$ . Die „für Transaktionszwecke verfügbare“ Geldmenge fällt; das Volkseinkommen, das der Gleichgewichtsbedingung auf dem Geldmarkt genügt, sinkt. Dies ist mit der Abnahme von  $\varepsilon_t$  vereinbar, weil die partielle Erhöhung der Investitionen durch das Sinken von  $\varepsilon_t$  (und damit  $\Phi_t$ ) durch die Verschiebung der Investitionsfunktion nach unten infolge Fallens von  $\varrho_t$  überkompensiert wird. Das Volkseinkommen, das der Gleichgewichtsbedingung auf dem Gütermarkt genügt, sinkt mit abnehmenden Investitionen. Das Fallen von  $\Phi$  erhöht jedoch  $W$  und damit den vermögensabhängigen Konsum. Wenn dadurch die Abnahme von  $I_t$  überkompensiert würde, würde  $Y_t^{IS}$  steigen. Dies kann jedoch ausgeschlossen werden, weil es mit dem Sinken von  $Y_t^{LM}$  ab  $t^*$  nicht konsistent wäre.

Das in II.2. analysierte Gleichgewicht muß also dadurch charakterisiert sein, daß in der untersuchten Periode die Zunahme der Geldmenge gerade ausgereicht hat, um eine gegenüber der Vorperiode gestiegene spekulative Geldnachfrage auszugleichen. In der folgenden Periode wird die Zunahme der Geldmenge kleiner, während die „spekulative“ Geldnachfrage weiter steigt, die verfügbare Transaktionskasse und damit  $Y_t^{LM}$  also sinken. Die Überlegungen in Abschnitt II beziehen sich also auf eine Periode aus einer zeitlichen Entwicklung, in der Volkseinkommen, Investitionen und Ertragsrate der Aktien ständig sinken, aber die Geldmenge und der Kapitalstock ständig steigen, allerdings mit abnehmenden Raten.

<sup>29</sup>  $Y_t^{IS}$  würde steigen, während  $Y_t^{LM}$  fällt.

Das Sinken der Investitionen im temporären Gleichgewicht geht darauf zurück, daß  $\Phi$  langsamer abnimmt als  $\varrho$ . Solange der Kapitalstock wächst, sinkt  $\varrho$ , fallen also die Investitionen, nehmen  $\varepsilon$  und  $\Phi$  ab. Es muß einmal ein Zustand erreicht werden, indem  $\gamma_1 \varrho = \gamma_2 \Phi$  ist, die endogenen Investitionen also Null sind. Wenn die gesamten Investitionen gleich Null sind, verschwinden die dynamischen Relationen aus dem Modell; das System kommt zu einer Ruhelage, in der Geldmenge, Kapitalstock, Volkseinkommen und Ertragsrate der Aktienanlage konstant sind.

Damit scheint sich die auf *Christ* zurückgehende Auffassung zu bestätigen, Gleichgewicht in einem Modell mit Vermögenseffekten und einer Finanzierungsrestriktion (in den üblichen Modellen die Budgetrestriktion des Staates), über die das Vermögen wächst, solange das „Gleichgewicht“ noch nicht erreicht ist, könne nur ein stationäres sein. Auch im vorliegenden Modell ist der Endzustand des temporären dynamischen Gleichgewichts stationär. Dieser Zustand wird jedoch aus der zeitlichen Entwicklung des Periodengleichgewichts abgeleitet, nicht als Bedingung gesetzt wie in der Christ'schen Tradition; dort gleich doppelt als Forderung des Budgetausgleichs und der Konstanz des Kapitalstocks. Auch ist im vorliegenden Modell das stationäre Gleichgewicht der Endzustand einer kontraktiven Entwicklung und nicht der willkürlich gesetzte Endpunkt eines Prozesses, der mit einer Erhöhung der (durch Bonds oder Geldschöpfung finanzierten) Staatsausgaben für Güter begann. Die Vorstellung, daß die finanzierungsbedingte Zunahme eines Assets ein Ungleichgewicht bedeute und daß ein Gleichgewicht, wenn es nicht dynamisch ist, nur ein stationäres sein könne, ist abwegig. Es gibt in einer evolutorischen Wirtschaft auch das Perioden-Gleichgewicht. In dieser eine Stabilitätsanalyse zu betreiben, ist allerdings schwierig, weil dafür vorher aus den dynamischen Relationen des Systems der gleichgewichtige zeitliche Entwicklungspfad abzuleiten ist, dessen Wiedererreichen aus einem Ungleichgewicht zur Frage steht. Einfacher ist die „Stabilitätsanalyse“, wenn diese zeitliche Entwicklung ein stationäres Gleichgewicht ist. Dann können der Ausgangszustand als ein Ungleichgewicht, die Budgetrestriktion und  $\dot{K} = I$  als Anpassungsfunktionen betrachtet werden und es kann untersucht werden, ob das System den stationären Gleichgewichtszustand erreicht.

Dies ist jedoch keine Stabilitätsanalyse, was schon daraus ersichtlich ist, daß eine Anpassungsfunktion wie (16) fehlt; die Budgetrestriktion mit  $\dot{M}$  oder  $\dot{B}$  ist ebensowenig eine wie die Relation  $\dot{K} = I$ . Die Ausgangssituation — z. B. mit unausgeglichenem Staatsbudget — stellt nicht notwendigerweise ein Ungleichgewicht dar. Schließlich fehlen die Erweiterungen des Modells, die erst eine realistische Untersuchung mög-



lich machen (vgl. S. 351 ff.). Trotzdem verfahren die meisten „Stabilitätsanalysen“ wie oben geschildert, so z. B. *Heubes* (1980); trotz *Niehans* (1977).

### Zusammenfassung

Die Integration der Finanzierung der Investitionen durch Kredite und Aktien in das Hicks-Modell führt zur Endogenisierung der Geldmenge mit der Folge, daß Existenz, Eindeutigkeit und Stabilität des Gleichgewichts fraglich werden. Multiple Gleichgewichte sind möglich. *IS*- und *LM*-Kurve sind nicht mehr voneinander unabhängig. Datenänderungen können größere oder kleinere, sogar entgegengesetzte Wirkungen auf Volkseinkommen und Ertragsrate der Geldanlage haben als im Hicks-Modell. Die Transaktionskasse erweist sich als unzulängliches Verbindungsglied zwischen Güter- und finanziellen Märkten. Aus der Investitionsfunktion folgt, daß als zeitliche Entwicklung des Perioden-Gleichgewichts nur ein ständiges Sinken von Investitionen und Einkommen, einmündend in einen stationären Endzustand, mit den Modellannahmen kompatibel ist.

### Summary

The result of the incorporation into the Hicks model of financing investment by bank credit and equity is that the stock of money is no longer exogenous. As a consequence existence, uniqueness and stability of equilibrium are uncertain. Multiple equilibria are possible. The *IS*- and *LM*-curves are no longer independent. Changes in exogenous variables can result in variations of income and rate of return on wealth that are larger or smaller than or even opposite to those in the Hicks-model. The transactions cash balance is revealed as an inadequate link between the markets for goods and financial assets. The form of the investment function implies that the only time path of the temporary equilibrium compatible with the model's hypotheses is a continuous decrease of investment and income, resulting in a final stationary state.

### Literatur

- Blinder*, A. S. and R. M. *Solow* (1973), Does Fiscal Policy Matter? *Journal of Public Economics* 2, 319 - 337.
- Buiter*, W. (1977), "Crowding out" and the Effectiveness of Fiscal Policy, *Journal of Public Economics* 7, 309 - 328.
- (1980), Walras' Law and All That: Budget Constraints and Balance Sheet Constraints in Period Models and Continuous Time Models, *International Economic Review* 21, 1 - 16.
- Friedman*, B. (1978), Crowding Out or Crowding In: Economic Consequences of Financing Government Deficits, *Brookings Papers on Economic Activity* 9, 593 - 654.
- Gandolfo*, G. (1980), *Economic Dynamics, Methods and Models*, Amsterdam.
- Heubes*, J. (1980), Does Fiscal Policy Matter? Einige Anmerkungen zu dem gleichnamigen Artikel von A. S. *Blinder* und R. M. *Solow*, *Finanzarchiv NF* 38, 416 - 423.

- Hicks, J. R.* (1937), Mr. Keynes and the "Classics"; A Suggested Interpretation, *Econometrica* 5, 147 - 159.
- Infante, E. and J. Stein* (1980), Money-Financed Fiscal Policy in a Growing Economy, *Journal of Political Economy* 88, 259 - 287.
- Modigliani, F. and M. Miller* (1958), The Cost of Capital, Corporate Finance, and the Theory of Investment, *American Economic Review* 48, 261 - 297.
- Niehans, J.* (1977), A Comment on Stabilization Paradoxes, in: Albach, H. et al. (Hrsg.), *Quantitative Wirtschaftsforschung*, Tübingen.
- Samuelson, P.* (1965), *Foundations of Economic Analysis*, New York.
- Scheele, E.* (1983), Vermögensrestriktion, Budgetrestriktionen, Wirkungen der Staatsverschuldung und die Budget-Multiplikatoren von D. Cansier, *Kredit und Kapital* 16, 36 - 53.
- Scott, J.* (1976), On the Theory of Optimal Capital Structure, *The Bell Journal of Economics* 7, 33.
- Stiglitz, J.* (1974), On the Irrelevance of Corporate Financial Policy, *American Review* 64, 851 - 866.
- Tobin, J.* (1969), A General Equilibrium Approach to Monetary Theory, *Journal of Money, Credit and Banking* 1, 15 - 29.
- Whitmore, H.* (1980), Unbalanced Government Budgets, Private Asset Holdings, and the Traditional Comparative Static Multipliers, *Journal of Macroeconomics* 2, 129 - 157.