

# Die Attraktionsanalyse

Ein mißglückter Versuch, die regionale  
Input-Output-Analyse zu verallgemeinern

Von Johannes Bröcker

L. H. *Klaassen* und andere Autoren haben das sogenannte Attraktionsmodell als Verallgemeinerung der regionalen Input-Output-Analyse vorgeschlagen. Im Unterschied zum Input-Output-Modell soll das Attraktionsmodell geeignet sein, außer den Reaktionen der regionalen Produzenten auf Nachfrageänderungen auch Reaktionen auf Veränderungen des regional verfügbaren Vorleistungsangebots zu erfassen. Das vorliegende Papier prüft die von den genannten Autoren präsentierte Herleitung des Modells auf ihre logische Konsistenz.

## 1. Einleitung

Ein klassisches Instrument der Raumwirtschaftstheorie zur Analyse regionaler Produktionseffekte von Änderungen der Endnachfrage ist die regionale Input-Output-Analyse. Die Interdependenz der verschiedenen Industriesektoren in den Regionen wird im Input-Output-Modell jedoch nur unvollständig erfaßt. Das Modell kennt lediglich „backward linkages“ zwischen den verschiedenen Sektoren. Es bildet die Reaktionen der Anbieter auf veränderte Inputnachfrage aus anderen Sektoren ab. Doch der umgekehrte Effekt, die „forward linkages“, d. h. die Reaktionen der Produzenten auf verändertes Inputangebot, bleibt ausgeblendet.

Klaassen und andere Autoren haben daher, ausgehend von einer Studie von Klaassen aus dem Jahre 1967, das Attraktionsmodell entwickelt, in dem Nachfrage- und Angebotseffekte gleichermaßen zu ihrem Recht kommen sollen. Das relative Gewicht von Nachfrage- und Vorleistungseffekten ergibt sich aus den sogenannten Attraktionskoeffizienten, die sich in Querschnittsregressionen schätzen lassen. Das herkömmliche Input-Output-Modell läßt sich als Sonderfall des Attraktionsmodells darstellen, der sich einstellt, wenn alle Branchen allein nachfrageorientiert sind.

Unglücklicherweise ist jedoch die theoretische Herleitung des Modells in sich widersprüchlich. Dieses im einzelnen nachzuweisen, ist das An-

liegen des vorliegenden Aufsatzes. Nach der Wiedergabe der insbesondere von Klaassen und van Wickeren<sup>1</sup> präsentierten Herleitung des Modells in Abschnitt 2 zeigen wir in Abschnitt 3, worin die Fehler liegen. Abschnitt 4 zeigt die Probleme, die sich aus dem Versuch ergeben, die Fehler durch eine Umformulierung zu beseitigen. Abschnitt 5 schließlich geht auf die in späteren Beiträgen<sup>2</sup> vorgeschlagene interregionale Version des Attraktionsmodells ein.

## 2. Das regionale Attraktionsmodell

Wir gehen aus von einer Region  $j$ , die als Teil einer geschlossenen Volkswirtschaft (im folgenden als Nation bezeichnet) angesehen wird. Sprechen wir im folgenden von Export und Import, so ist immer Export und Import aus der Region oder in die Region gemeint. Die Region  $j$  ist die „relevante Region“ im Sinne Klaassens<sup>3</sup>, die sich dadurch auszeichnet, daß innerhalb der Region mit Güterbewegungen keine Raumüberwindungskosten verbunden sind. Bei Lieferungen über die Grenzen der Region fallen „Kommunikationskosten“ an, die dem Liefervolumen proportional, aber von der Entfernung unabhängig sind. Das Modell soll nun einen schätzbaren (linearen) Funktionalzusammenhang zwischen dem regionalen Outputvektor und dem exogenen Vektor der regionalen Endnachfrage herstellen.

In Anlehnung an Klaassen<sup>4</sup> sollen folgende Bezeichnungen gelten, wobei allerdings — abweichend von Klaassen — Regionsindizes nach links geschrieben werden:

- ${}_jg_k$  : Produktion des Sektors  $k$  in Region  $j$ ;
- ${}_jd_k$  : Nachfrage in Region  $j$  nach Produkten des Sektors  $k$  (intermediäre und Endnachfrage);
- ${}_jf_k$  : Endnachfrage in Region  $j$  nach Produkten des Sektors  $k$ ;
- $g_k, f_k$  und  $d_k$  bezeichnen die entsprechenden Variablen für die Nation;
- ${}_jx_k$  : Exporte von  $k$ -Produkten aus der Region  $j$  (in andere Regionen);
- ${}_jm_{lk}$  : Importe von  $l$ -Produkten für die Inputverwendung in Sektor  $k$  in Region  $j$ ;
- $\tau_{lk}$  : Kommunikationskosten für den Import eines  $l$ -Produktes zur Verwendung als Input im Sektor  $k$ ;
- $\tau_{dk}$  : Kommunikationskosten für den Export eines  $k$ -Produktes;
- ${}_jt_k$  : Insgesamt von Sektor  $k$  in der Region  $j$  aufgewendete Kommunikationskosten;

<sup>1</sup> Klaassen (1967); Klaassen und van Wickeren (1969); van Wickeren (1971).

<sup>2</sup> Klaassen (1974); Paelinck (1973); Klaassen/Paelinck/Wagenaar (1979).

<sup>3</sup> Klaassen (1967), 78; derselbe (1974), 8.

<sup>4</sup> Klaassen (1967), 116 - 120.

$g_{lk}$  : Inputstrom von Sektor  $l$  nach Sektor  $k$  in der Nation;

$\beta_{lk}$  : Inputkoeffizient;

$\alpha_{lk}$  : Allokationskoeffizient.

Die  $jf_k$  sind exogen, alle anderen Variablen mit lateinischen Symbolen sind endogen. Die Kommunikationskosten pro Produkt sind (zu schätzende) Modellparameter. Dasselbe gilt für den Inputkoeffizienten  $\beta_{lk}$ . Es wird eine Leontief-Technologie vorausgesetzt mit Inputkoeffizienten, die in allen Regionen dieselben sind. Unter dieser Annahme ergibt sich

$$(1) \quad {}_j d_l = \sum_k \beta_{lk} {}_j g_k + {}_j f_l.$$

$\beta_{lk}$  läßt sich aus einer nationalen Input-Output-Tabelle nach der Formel  $\beta_{lk} = g_{lk}^0 / g_k^0$  ermitteln. Der hochgestellte Index  $^0$  bezeichnet beobachtete Ströme im Basisjahr.

Die Schwierigkeiten beginnen mit der Interpretation von  $\alpha_{lk}$ . Klaassen definiert den Allokationskoeffizienten, der für die Aufstellung der Importgleichung benötigt wird, als  $\alpha_{lk} = g_{lk} / g_l$ . Wagenaar<sup>5</sup> interpretiert dies so, daß diese Gleichung bei fixem  $\alpha_{lk}$  und beliebigem Endnachfragevektor gelten soll. Diese Interpretation führt den ganzen Ansatz aber sofort ad absurdum; denn wenn  $g_{lk} / g_l$  konstant ist und wegen der Leontief-Technologie auch  $g_{lk} / g_k$  konstant ist für alle  $k$  und  $l$ , dann ist das Verhältnis  $g_k / g_l$  ebenfalls konstant für alle  $k$  und  $l$ . Im Modell sind also nur Änderungen des nationalen Endnachfragevektors zugelassen, die zu proportionalen Änderungen der Produktion führen; es sind also nur proportionale Änderungen des Endnachfragevektors zugelassen.

Da es offensichtlich sinnlos ist, das Modell auf diesen Fall zu beschränken, nehmen wir zu seinen Gunsten an, daß die Beziehung  $g_{lk} / g_l = \alpha_{lk} = \text{konstant}$  *nicht* gefordert ist. Man hat dann zwei Möglichkeiten:

- a)  $g_{lk} / g_l = \alpha_{lk}$ , aber im allgemeinen  $\alpha_{lk} \neq \text{konstant}$ , oder
- b)  $\alpha_{lk} = \text{konstant}$ , aber im allgemeinen  $g_{lk} / g_l \neq \alpha_{lk}$ .

Im Fall b) wäre dann die von Klaassen gegebene „Definition“ so zu interpretieren, daß der Parameter  $\alpha_{lk}$  nach der Formel  $\alpha_{lk} = g_{lk}^0 / g_l^0$  aus der Input-Output-Tabelle des Basisjahres zu errechnen ist. Wir gehen im Verlaufe der Darstellung dort, wo es von Bedeutung ist, jeweils auf die Konsequenzen der Interpretation a) oder b) ein.

Der Grundbaustein des Attraktionsmodells ist die Kommunikationskostengleichung

<sup>5</sup> Wagenaar (1982), Abschnitt 4.

$$(2) \quad {}_j t_k = \tau_{dk} {}_j x_k + \sum_l \tau_{lk} {}_j m_{lk} ,$$

die besagt, daß die von Sektor  $k$  in  $j$  aufgewendeten Kommunikationskosten sich aus den Kommunikationskosten für den Verkauf des Outputs außerhalb der Region und denen für die Beschaffung von Inputs aus anderen Regionen zusammensetzen. Die Exporte und die Importe ergeben sich aus

$$(3) \quad {}_j x_k = {}_j g_k - {}_j d_k$$

und

$$(4) \quad {}_j m_{lk} = \beta_{lk} {}_j g_k - \alpha_{lk} {}_j g_l .$$

In diesen Export- und Importgleichungen steckt der Fehler des Modells. Doch sollte der Leser sie erst einmal so akzeptieren, um der weiteren Darstellung zu folgen.

Um von den Gleichungen (2) bis (4) zu den endgültigen Attraktionsgleichungen zu kommen, werden in der zitierten Literatur zwei unterschiedliche Wege eingeschlagen, die wir hier als „Version 1“ und „Version 2“ referieren.

#### Version 1:

In seinem ersten Beitrag<sup>6</sup> nimmt Klaassen an, daß die von einem Sektor  $k$  in den verschiedenen Regionen aufgewendeten Kommunikationskosten ( ${}_j t_k$ ) einen festen Anteil an der Produktion des Sektors „Transport und Kommunikation“ in der jeweiligen Region ausmachen. Der Output dieses Sektors wird weder exportiert noch importiert. Bezeichnet man ihn als  ${}_j g_t$ , dann kann man schreiben

$$(5) \quad {}_j t_k = \alpha_{tk} {}_j g_t .$$

Setzt man (3), (4) und (5) in (2) ein, geht (2) über in

$$(6) \quad \alpha_{tk} {}_j g_t = \tau_{dk} {}_j g_k - \tau_{dk} {}_j d_k + {}_j g_k \sum_l \tau_{lk} \beta_{lk} - \sum_l \tau_{lk} \alpha_{lk} {}_j g_l .$$

Die Summierung über  $l$  versteht sich hier immer als Summierung über alle Sektoren außer dem Sektor „Transport und Kommunikation“. Löst man (6) nach  ${}_j g_k$  auf und definiert die sogenannten Attraktionskoeffizienten

$$\lambda_{dk} = \tau_{dk} (\tau_{dk} + \sum_l \tau_{lk} \beta_{lk})^{-1} ,$$

$$\lambda_{lk} = \tau_{lk} \beta_{lk} (\tau_{dk} + \sum_l \tau_{lk} \beta_{lk})^{-1}$$

und

$$\lambda_{tk} = \beta_{tk} (\tau_{dk} + \sum_l \tau_{lk} \beta_{lk})^{-1} ,$$

<sup>6</sup> Klaassen (1967).



dann geht (6) über in die Attraktionsgleichung

$$(7) \quad {}_jg_k = \lambda_{dk} {}_jd_k + \sum_l \lambda_{lk} \frac{\alpha_{lk}}{\beta_{lk}} {}_jg_l + \lambda_{tk} \frac{\alpha_{tk}}{\beta_{tk}} {}_jg_t .$$

Die Attraktionskoeffizienten<sup>7</sup> sind Funktionen von Modellparametern und daher selbst Modellparameter. In der Attraktionsgleichung wird die regionale sektorale Produktion mit Hilfe von Input-, Allokations- und Attraktionskoeffizienten mit der regionalen Produktion aller Sektoren und der sektoralen regionalen Nachfrage verknüpft.

*Version 2:*

Van Wickeren<sup>8</sup> schlägt einen anderen — von Paelinck<sup>9</sup> als „neoweberianisch“ bezeichneten — Weg ein, indem er annimmt, daß die Konkurrenz innerhalb der einzelnen Sektoren zu einem Ausgleich der Kommunikationskosten pro Produkteinheit zwischen den Regionen führt. Bezeichnet man das Verhältnis von Kommunikationskosten zu Output als  $\beta_{tk}$ , dann kann man schreiben

$$(8) \quad {}_jt_k = \beta_{tk} {}_jg_k .$$

Setzt man (3), (4) und (8) in (2) ein, geht (2) über in

$$(9) \quad \beta_{tk} {}_jg_k = \tau_{dk} {}_jg_k - \tau_{dk} {}_jd_k + {}_jg_k \sum_l \tau_{lk} \beta_{lk} - \sum_l \tau_{lk} \alpha_{lk} {}_jg_l .^{10}$$

Löst man (9) nach  ${}_jg_k$  auf und definiert jetzt als Attraktionskoeffizienten

$$\lambda_{dk} = \tau_{dk} (\tau_{dk} + \sum_l \tau_{lk} \beta_{lk} - \beta_{tk})^{-1}$$

und

$$\lambda_{lk} = \tau_{lk} \beta_{lk} (\tau_{dk} + \sum_l \tau_{lk} \beta_{lk} - \beta_{tk})^{-1} ,$$

dann geht (9) über in die Attraktionsgleichung<sup>11</sup>

$$(10) \quad {}_jg_k = \lambda_{dk} {}_jd_k + \sum_l \lambda_{lk} \frac{\alpha_{lk}}{\beta_{lk}} {}_jg_l ,$$

die sich von (7) durch das Fehlen des empirisch schwer abzugrenzenden Kommunikationssektors unterscheidet.

Die Attraktionsgleichungen (10) kann man jetzt für alle Sektoren  $k = 1, \dots, n$  einer Region  $j$  untereinanderschreiben und für  ${}_jd_k$  Gleichungen

<sup>7</sup> Oosterhaven (1981) stellt zu Recht fest, daß die Summe der Attraktionskoeffizienten entgegen Klaassens Behauptung nicht immer gleich eins, sondern größer/gleich eins ist.

<sup>8</sup> Van Wickeren (1971), 28 - 30.

<sup>9</sup> Paelinck (1973), 560.

<sup>10</sup> Hier erfolgt die Summierung über alle Sektoren.

<sup>11</sup> Auch hier ist die Summe der Attraktionskoeffizienten größer/gleich eins.

chung (1) einsetzen. In kompakter Form schreibt man  ${}_jg = DB {}_jg + D {}_jf + A {}_jg$ .

${}_jg$  ist der  $(n \times 1)$ -Vektor der Outputwerte  ${}_jg_k$ ,  $D$  ist eine  $(n \times n)$ -Diagonalmatrix mit dem  $k$ -ten Diagonalelement  $\lambda_{dk}$ ,  $B$  ist die  $(n \times n)$ -Matrix der Inputkoeffizienten,  ${}_jf$  ist der  $(n \times 1)$ -Vektor der regionalen Endnachfrage nach den Produkten der Sektoren  $k = 1, \dots, n$ , und  $A$

ist eine  $(n \times n)$ -Matrix mit dem Element  $\lambda_{lk} \frac{\alpha_{lk}}{\beta_{lk}}$  in Zeile  $k$  und Spalte  $l$ .

Vorausgesetzt, man interpretiert  $\alpha_{lk}$  in dem Sinne, wie oben in Abschnitt 2 unter b) angegeben, d. h. als fixen Parameter, dann enthalten die Matrizen  $D$ ,  $B$  und  $A$  nur Parameter, so daß man das Gleichungssystem nach  ${}_jg$  auflösen kann:

$${}_jg = (I - DB - A)^{-1} D {}_jf ,$$

oder kürzer

$$(11) \quad {}_jg = A {}_jf .$$

In der Form (10) lassen sich mit Hilfe von Querschnittsregressionen die Attraktionskoeffizienten schätzen. Die Auflösung (11) dient der Berechnung direkter und indirekter Effekte von Nachfrageveränderungen auf die regionale Produktion.

### 3. Die Fehler des regionalen Attraktionsmodells

Die wesentlichen Fehler in der formalen Herleitung des Attraktionsmodells liegen in der Formulierung der Export- und Importgleichungen (3) und (4). Diese sind ohne Beachtung von Vorzeichenbeschränkungen formuliert und stehen darüber hinaus zueinander in Widerspruch.

Beginnen wir mit der Exportgleichung. Sie ergibt nur einen Sinn, wenn die Bedingung

$$(12) \quad {}_jg_k \geq {}_jd_k$$

erfüllt ist; denn anderenfalls werden die Exporte negativ. Es ist zu klären, ob diese Voraussetzung erfüllbar ist. Betrachten wir dazu zunächst alle Regionen der gesamten Volkswirtschaft, von der wir — wie auch Klaassen es tut<sup>12</sup> — angenommen haben, sie sei geschlossen, so daß für alle Sektoren gilt  $g_k = d_k$ . Offensichtlich ist es nicht möglich, daß die Bedingung (12) für alle Regionen gleichzeitig erfüllt ist, mit Ausnahme des Spezialfalles, in dem in jeder Region  ${}_jg_k = {}_jd_k$  gilt. In diesem Fall ist die regionale Produktion in allen Regionen bereits durch

<sup>12</sup> Klaassen (1967), 116.

Gleichung (1) determiniert. Die regionale Produktion ergibt sich aus der Anwendung der Leontief-Multiplikatoren für die einzelnen Regionen. Es ist nicht möglich, ein vom Input-Output-Modell unterschiedenes Attraktionsmodell zu formulieren.

Könnte das Attraktionsmodell nicht zumindest für den Subset von Regionen seine Gültigkeit behalten, für die die Ungleichung (12) erfüllt ist?<sup>13</sup> Zum einen müßte beachtet werden, daß dieser Subset von Regionen nicht für jeden Sektor identisch ist, so daß es in der Praxis wahrscheinlich gar keine Region gibt, für die die Attraktionsgleichungen für alle Sektoren — und folglich das simultane Modell (11) — formuliert werden können. Zum anderen bleibt das Modell aber auch für den genannten Subset nicht konsistent, weil die Exportgleichung in Widerspruch zur Importgleichung gerät.

Ergeben sich nämlich aus Gleichung (3) nichtnegative Exporte von Produkten des Sektors  $k$ , müssen die Importe von Produkten des Sektors  $k$  Null werden; denn bei positiven Importen müßte  ${}_j x_k > {}_j g_k - {}_j d_k$  gelten. Daß die Importe Null werden, ist aber nach der Importgleichung (4) nur in einem sehr speziellen Spezialfall möglich: Sehen wir einmal von dem gleich noch zu behandelnden ökonomisch unsinnigen Fall negativer Werte für  ${}_j m_{kl}$  ab, dann implizieren verschwindende Importe von Produkten des Sektors  $k$ , daß gilt:

$$\beta_{kl} {}_j g_l = \alpha_{kl} {}_j g_k \quad \text{für alle } l.$$

Aus dieser Gleichung folgt für alle Regionen  $j$ , für die die Gültigkeit von (12) vorausgesetzt wurde, und für alle Sektoren  $l$ :

$$\frac{{}_j g_l}{{}_j g_k} = \frac{\alpha_{kl}}{\beta_{kl}}.$$

Man gelangt demnach zum Resultat, daß die Annahmen, unter denen die Export- und Importgleichungen für einen Subset von Regionen logisch konsistent sind, identische Sektorstrukturen in allen Regionen dieses Subsets implizieren. Das ist für ein Modell, das den regionalen sektoralen Output erklären soll, eine offensichtlich unsinnige Einschränkung.

Um allen Einwänden zuvorzukommen, soll jetzt noch die Frage aufgeworfen werden, ob in (3) nicht mit  ${}_j x_k$  oder  ${}_j d_k$  etwas anderes gemeint sein kann. Erstens: Könnte man  ${}_j x_k$  nicht als Nettoexport verstehen, der ja auch negativ sein kann? Man kann es nicht; denn dann würden nach (2) die Kommunikationskosten von den Nettoexporten abhängen,

<sup>13</sup> Wagenaar (1982), Abschnitt 3, vertritt die Ansicht, die Konsistenz des Modells ließe sich durch diese Einschränkung wahren.

d. h. die Kommunikationskosten würden um so kleiner, je größer die Importe sind. Dies ist offenbar nicht gemeint, zumal die Kommunikationskostengleichung außer den Exporten ja explizit auch die Importe mit positivem Vorzeichen enthält. Zweitens: Könnte man unter  ${}_j d_k$  nicht nur den Teil der gesamten regionalen Nachfrage verstehen, der in der eigenen Region beschafft wird? Das widerspricht Gleichung (1); denn dann dürften sich die  ${}_j d_k$  nicht — wie aus Gleichung (1) folgt — über die Regionen zur sektoralen Gesamtnachfrage der Nation summieren, sondern müßten sich zu einem kleineren Wert addieren.

Kommen wir jetzt zur Importgleichung (4). Genau wie die Exportgleichung ist sie ohne Beachtung der Nichtnegativitätsrestriktionen formuliert. Und auch hier führt die Annahme, die Nichtnegativitätsbedingung sei erfüllt, auf den sinnlosen Spezialfall identischer Sektorstrukturen in den Regionen.

Betrachten wir wieder einen Subset von Regionen, für die für alle Sektorpaare  $k, l$  nach der Importgleichung (4) die Bedingungen  ${}_j m_{kl} \geq 0$  erfüllt sein sollen. Dann folgt aus  ${}_j m_{kl} \geq 0$ :

$$\beta_{kl} {}_j g_l \geq \alpha_{kl} {}_j g_k .$$

Entsprechend folgt aus  ${}_j m_{lk} \geq 0$ :

$$\beta_{lk} {}_j g_k \geq \alpha_{lk} {}_j g_l .$$

Also gilt:

$$\frac{{}_j g_k}{{}_j g_l} \leq \frac{\beta_{kl}}{\alpha_{kl}}$$

und

$$\frac{{}_j g_k}{{}_j g_l} \geq \frac{\alpha_{lk}}{\beta_{lk}} .$$

Nun läßt sich aus den Definitionen des Input- und des Allokationskoeffizienten ableiten, daß

$$\frac{\beta_{kl}}{\alpha_{kl}} = \frac{\alpha_{lk}}{\beta_{lk}} .^{14}$$

Demnach ergibt sich

$$\frac{{}_j g_k}{{}_j g_l} \leq \frac{\beta_{kl}}{\alpha_{kl}}$$

und

$$\frac{{}_j g_k}{{}_j g_l} \geq \frac{\beta_{kl}}{\alpha_{kl}}$$

also

$$\frac{{}_j g_k}{{}_j g_l} = \frac{\beta_{kl}}{\alpha_{kl}} .$$

<sup>14</sup> Dies gilt unabhängig davon, ob der Allokationskoeffizient als Parameter oder als endogene Variable aufgefaßt wird.



Die Konsistenz der Importgleichungen impliziert also ebenfalls identische Sektorstrukturen in allen Regionen, für die sie gültig sein und zu nichtnegativen Werten führen sollen.

Es bleibt also, wie man es dreht und wendet, nur ein einziger sinnloser Spezialfall, für den die Gleichungen konsistent sind, nämlich der Fall verschwindender Importe und Exporte in allen Regionen. Dieser Fall impliziert nicht nur  $\lambda_{dk} = 1$  und  $\lambda_{lk} = 0$  für alle  $l$  und  $k$  und demnach  $A = (I - B)^{-1}$ , sondern auch identische Sektorstrukturen in allen Regionen. Die Outputrelation zwischen den Sektoren  $k$  und  $l$  muß in allen Regionen dem Verhältnis  $\beta_{kl}/\alpha_{kl}$  entsprechen. D. h. wenn man den Allokationskoeffizient im Sinne von a)<sup>15</sup>, also als endogene Variable interpretiert, dann muß die Sektorstruktur in allen Regionen der Nation entsprechen. Wird der Koeffizient im Sinne von b), also als fester Parameter interpretiert, der aus den Beobachtungen eines Basisjahres ermittelt ist, dann müssen die Sektorstrukturen der Regionen der nationalen Sektorstruktur dieses Basisjahres entsprechen. Nur, wenn sich das regionale Attraktionsmodell auf das regionale Input-Output-Modell reduziert, und wenn darüber hinaus noch in allen Regionen der exogene Endnachfragevektor dem nationalen Endnachfragevektor (bei Interpretation a)) bzw. dem nationalen Endnachfragevektor im Basisjahr (bei Interpretation b)) proportional ist, sind die Gleichungen dieses Modells in sich schlüssig.

#### 4. Zur Möglichkeit, die Fehler zu korrigieren

Bei dem Versuch, die Fehler zu korrigieren, müßte man damit beginnen, die Vorzeichenrestriktionen in die Export- und Importgleichungen einzuführen. Die Exportfunktion scheint die Vorstellung auszudrücken, daß alles, was den Bedarf in der Region überschreitet, exportiert wird, während die Importfunktion ausdrückt, daß der Inputbedarf, der das bereitgestellte Angebot überschreitet, importiert wird. Unter Beachtung der Nichtnegativitätsbedingungen ließe sich das wie folgt formulieren:

$$(13) \quad {}_j x_k = \begin{cases} {}_j g_k - {}_j d_k & \text{für } {}_j g_k > {}_j d_k \\ 0 & \text{für } {}_j g_k \leq {}_j d_k \end{cases}$$

und

$$(14) \quad {}_j m_{lk} = \begin{cases} \beta_{lk} {}_j g_k - \alpha_{lk} {}_j g_l & \text{für } \beta_{lk} {}_j g_k > \alpha_{lk} {}_j g_l \\ 0 & \text{für } \beta_{lk} {}_j g_k \leq \alpha_{lk} {}_j g_l \end{cases}$$

Auch in dieser Formulierung bleibt das Problem bestehen, daß die Export- und Importgleichungen einander widersprechen können. Für

<sup>15</sup> Vgl. die beiden in Abschnitt 2 genannten Interpretationsmöglichkeiten des Allokationskoeffizienten.

${}_jg_k > {}_jd_k$  sind die Exporte gleich dem Überschuß der regionalen Produktion über den regionalen Verbrauch, also gleich den Nettoexporten. Die Importe von Produkten des Sektors  $k$  sind demnach Null. Aus  ${}_jg_k > {}_jd_k$  folgt aber keineswegs, daß nach Gleichung (14) die Importe von Produkten dieses Sektors tatsächlich verschwinden. Das tun sie ja nur, wenn

$$\frac{{}_jg_l}{{}_jg_k} \leq \frac{\alpha_{kl}}{\beta_{kl}}$$

für alle  $l$  ist.

Dies kann erfüllt sein, muß aber nicht, wenn  ${}_jg_k > {}_jd_k$  gilt.

Eine konsistente Formulierung für die Beschreibung der Handelsverflechtung der Region mit dem Rest der Welt müßte z. B. von der Importfunktion ausgehen und die Exporte als Residualgröße definieren. Dazu müßte auch für die Endnachfrage eine Importfunktion definiert werden, was von Klaassen und seinen Nachfolgern nicht getan wird.

Eine (14) entsprechende Funktion wäre etwa

$$(15) \quad {}_jm_{lf} = \begin{cases} {}_jf_l - \alpha_{lf} {}_jg_l & \text{für } {}_jf_l > \alpha_{lf} {}_jg_l \\ 0 & \text{für } {}_jf_l \leq \alpha_{lf} {}_jg_l \end{cases}$$

Dabei sind  ${}_jm_{lf}$  Importe von  $l$ -Produkten für den Endverbrauch in  $j$  und  $\alpha_{lf}$  ist analog zu  $\alpha_{lk}$  definiert. Wir beschränken uns jetzt auf die Interpretation b) für  $\alpha_{lk}$  und definieren dementsprechend  $\alpha_{lf}$  als fixen Parameter, der nach  $\alpha_{lf} = f_l^0 / g_l^0$  aus der Input-Output-Tabelle des Basisjahres geschätzt wird.

Aus der Bedingung, daß die regionale Produktion entweder in der Region verbraucht oder exportiert wird, ergäbe sich dann für die Exporte

$$(16) \quad {}_jx_k = {}_jg_k + \sum_l {}_jm_{kl} + {}_jm_{kf} - {}_jd_k .$$

Akzeptiert man die sogenannte neo-weberianische Lösung, dann fordert man schließlich noch, daß

$$(17) \quad {}_jt_k = \beta_{tk} {}_jg_k ,$$

so daß man mit (1), (2), (14), (15), (16) und (17) ebensoviele Gleichungen wie Unbekannte hat, wenn die  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\tau$  bekannte Parameter und die  ${}_jf_k$  exogene Variablen sind.

Die Gleichungen beschreiben einen Funktionalzusammenhang zwischen den endogenen regionalen Produktionsvektoren und den exogenen regionalen Nachfragevektoren. Leider ist dieser Zusammenhang jedoch nicht mehr linear, sondern höchst verwickelt. Um das Gleichungssystem aufzulösen, führen wir das Symbol  ${}_j\delta_{kl}$  ein mit

$${}_j\delta_{kl} = \begin{cases} 1 & \text{für } \beta_{kl} {}_jg_l > \alpha_{kl} {}_jg_k \\ 0 & \text{für } \beta_{kl} {}_jg_l \leq \alpha_{kl} {}_jg_k \end{cases}$$

und entsprechend  ${}_j\delta_{kf}$  mit

$${}_j\delta_{kf} = \begin{cases} 1 & \text{für } {}_jf_k > \alpha_{kf} {}_jg_k \\ 0 & \text{für } {}_jf_k \leq \alpha_{kf} {}_jg_k \end{cases}$$

Setzt man (1), (14) und (15) in (16) ein und dann (14), (16) und (17) in (2), dann erhält man für die Kommunikationskosten von Sektor  $k$  in  $j$ :

$$\begin{aligned} \beta_{tk} {}_jg_k &= \left\{ \begin{array}{l} \tau_{dk} \left\{ {}_jg_k - \sum_l {}_j\delta_{kl} \alpha_{kl} {}_jg_k - \sum_l (1 - {}_j\delta_{kl}) \beta_{kl} {}_jg_l \right. \\ \text{intraregionale Inputlieferungen} \\ \left. - {}_j\delta_{kf} \alpha_{kf} {}_jg_k - (1 - {}_j\delta_{kf}) {}_jf_k \right\} \\ \text{intraregionale Belieferung der Endnachfrage} \end{array} \right\} \\ \text{Export-} & \\ \text{kommuni-} & \\ \text{kations-} & \\ \text{kosten} & \\ \text{Importkommuni-} & + \sum_l \tau_{lk} \{ {}_j\delta_{lk} \beta_{lk} {}_jg_k - {}_j\delta_{lk} \alpha_{lk} {}_jg_l \} \\ \text{kationskosten} & \end{aligned}$$

Analog zu den Attraktionsgleichungen kann man die Terme, die  ${}_jg_k$ ,  ${}_jg_l$  und  ${}_jf_k$  enthalten, jeweils zusammenfassen und die Gleichung so aufschreiben, daß  ${}_jg_k$  als lineare Funktion von  ${}_jg_l$  und von  ${}_jf_k$  erscheint. Leider hängen die Koeffizienten dieser linearen Beziehung jetzt jedoch außer von  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\tau$  auch von  $\delta$  ab; die  $\delta$  sind jedoch von den Produktions- und Nachfragevektoren der Region abhängig und unterscheiden sich zwischen den Regionen. Es ist daher weder möglich, die Koeffizienten in linearen Regressionen zu schätzen, noch durch Lösung linearer Gleichungen regionale Produktionswerte als Funktion der regionalen Endnachfrage zu bestimmen. Lediglich marginale Veränderungen innerhalb der Grenzen, wo die  $\delta$ -Matrizen sich nicht ändern, lassen sich als Lösung linearer Gleichungen darstellen. Übrigens garantiert auch diese Modellformulierung nicht die Gleichheit von nationaler Produktion und nationalem Verbrauch.

Als Konsequenz ist festzuhalten, daß die Herleitung eines linearen Modells aus den Annahmen der Attraktionstheorie inkonsistent ist, daß aber auf der anderen Seite eine konsistente Formulierung des Modells zu einem Gleichungssystem führt, das als solches nicht operational ist.

## 5. Das interregionale Attraktionsmodell

Der bisher diskutierten regionalen Version des Attraktionsmodells liegt die Annahme zugrunde, daß die Kommunikationskosten pro Produkteinheit innerhalb der (relevanten) Region Null sind und bei Lieferungen von oder nach außerhalb der Region einen festen — von der



Distanz unabhängigen — Betrag haben. Nach Klaassen<sup>16</sup> läßt sich im Attraktionsmodell diese Treppenfunktion durch eine monoton wachsende Funktion ersetzen, indem die regionalen Variablen  ${}_j d_k$  und  ${}_j g_l$  auf der rechten Seite der Attraktionsgleichung (10) durch Potentiale ersetzt werden. Auf diese Weise erhält man die interregionale Version des Attraktionsmodells.

Als Nachfragepotential wird definiert  ${}_j \tilde{d}_k = \sum_i a_{ij}^k {}_i d_k$  mit  $a_{ij}^k = \frac{f^k(c_{ij})}{\sum_{j'} f^k(c_{ij'})}$ , so daß  $\sum_j a_{ij}^k = 1$ .  $f^k(c_{ij})$  ist eine monoton sinkende Funktion der Distanz  $c_{ij}$ .  $f(c_{ij})$  beschreibt die Erreichbarkeit der Nachfrage in  $i$  von der Region  $j$  aus. Der Faktor  $b_i^k = \frac{1}{\sum_{j'} f^k(c_{ij'})}$  charakterisiert nach Klaassen<sup>17</sup> die „Offenheit“ der Region  $i$  für Konkurrenten aus anderen Regionen um die Nachfrage in  $i$ .

${}_j \tilde{d}_k$  läßt sich auch als die auf die Region  $j$  gerichtete Nachfrage in einem nachfragebeschränkten Gravitationsmodell interpretieren. Bezeichnen wir Handelsströme von  $j$  nach  $i$  als  ${}_j i x_k$  und postulieren das Gravitationsmodell

$$(18) \quad {}_j i x_k = f^k(c_{ij}) b_i^k {}_j \tilde{d}_k$$

mit der Nachfragebeschränkung

$$\sum_j {}_j i x_k = {}_i d_k,$$

dann erhalten wir

$$\sum_i {}_j i x_k = {}_j \tilde{d}_k.$$

Dies sei erwähnt, um die hinter dem Modell stehende Hypothese über den interregionalen Handel deutlich zu machen.

Die Angebotspotentiale sind entsprechend definiert als  ${}_j \tilde{g}_l = \sum_i a_{ij}^l {}_i g^l$  und lassen sich als in der Region  $j$  zur Verfügung stehendes Angebot in einem Angebotsbeschränkten Gravitationsmodell interpretieren.

Klaassen<sup>18</sup> entwickelt das regionale zum interregionalen Attraktionsmodell, indem er im regionalen Modell die Variablen auf der rechten Seite der Attraktionsgleichung potentialisiert, ohne zu fragen, ob die Herleitung des Modells aus der Kommunikationskostengleichung von dieser Verallgemeinerung irgendwie berührt wird. Es wird der Eindruck vermittelt, als ob das interregionale Modell analog dem regiona-

<sup>16</sup> Klaassen (1974), 8.

<sup>17</sup> Klaassen (1974), 9.

<sup>18</sup> Klaassen (1974), 8.



len herleitbar sei. Tatsächlich führt ein solcher Versuch jedoch zu weiteren Ungereimtheiten — zusätzlich zu den bereits in der regionalen Version auftretenden Problemen.

Statt der Export- und Importgleichungen (3) und (4) müßte jetzt geschrieben werden

$$(19) \quad {}_j x_k = {}_j g_k - {}_j \tilde{d}_k$$

und

$$(20) \quad {}_j m_{lk} = \beta_{lk} {}_j g_k - \alpha_{lk} {}_j \tilde{g}_l.$$

Dies würde — wenn man vom Nichtnegativitätsproblem und der Frage der Verträglichkeit beider Gleichungen absieht — die Vorstellung ausdrücken, daß der Überschuß des Angebots über die *potentielle* (auf die Region gerichtete) Nachfrage exportiert und der Überschuß der Inputnachfrage über das *potentielle* dem Sektor in der Region zur Verfügung stehende Angebot importiert würde. Offensichtlich widerspricht dies dem interregionalen Handelsmodell, auf dem die Konstruktion der Potentiale  $\tilde{d}$  und  $\tilde{g}$  basiert. So lange die Distanzsensivität des interregionalen Handels nicht unendlich ist, stammt ja ein Teil der potentiellen Nachfrage bzw. des potentiellen Angebots aus anderen Regionen. Während also — z. B. auf der Exportseite — für die Belieferung der regionalen Nachfrage nach den Annahmen der regionalen Modellversion keine Kommunikationskosten anfallen, sondern nur für darüber hinausgehende Lieferungen, müßte nach den Annahmen der interregionalen Modellversion die Belieferung der potentiellen Nachfrage mit Kommunikationskosten verbunden sein, da sie zu einem erheblichen Teil aus Lieferungen an andere Regionen besteht.

Auch die Kommunikationskostengleichung (2) ist jetzt nicht mehr haltbar, da die Änderung der Kommunikationskostenfunktion (Kommunikationskosten als Funktion der Distanz) impliziert, daß die Kommunikationskosten nicht nur davon abhängen, ob die Lieferungen in die eigene oder in andere Regionen gehen, sondern auch davon, in *welche* Regionen sie gehen.

Zusammenfassend muß daher festgestellt werden, daß sich der Versuch, für das interregionale analog zum regionalen Modell eine Herleitung zu finden, als aussichtslos erweist, ganz abgesehen davon, daß keine der bereits für die regionale Modellversion aufgezeigten logischen Inkonsistenzen durch die interregionale Version behoben wird.

## 6. Schlußfolgerung

Man kann Klaassens Idee, daß multisektorale Regionalmodell im Gegensatz zum klassischen Input-Output-Modell nicht nur von der Nachfrage, sondern auch vom Inputangebot ausgehende Effekte berücksichtigen müssen, uneingeschränkt zustimmen. Doch muß der Versuch, mit dem regionalen Attraktionsmodell einen operationalen Ansatz zu formulieren, der diesem Anspruch genügt, als gescheitert angesehen werden. Die Herleitung des Modells ist logisch nicht schlüssig. Zwar ist es möglich, ausgehend von den Annahmen des Attraktionsmodells, einen logisch konsistenten Ansatz zu entwickeln, doch erweist sich dieser als inoperational. Die in der Herleitung des regionalen Attraktionsmodells aufgedeckten Fehler werden in der interregionalen Version des Attraktionsmodells nicht behoben. Im Gegenteil führt diese Modellversion noch zu weiteren konzeptionellen Unklarheiten.

Beim Stand der Dinge scheint es aussichtslos zu sein, die Idee der Attraktionstheorie in eine zugleich logisch schlüssige und praktisch verwertbare Modellform zu gießen.

## Zusammenfassung

Das auf der Basis einer Studie von Klaassen aus dem Jahre 1967 entwickelte regionale Attraktionsmodell, das die herkömmliche regionale Input-Output-Analyse verallgemeinern soll, ist in sich widersprüchlich. Import- und Exportgleichungen des Modells sind ohne Beachtung von Vorzeichenrestriktionen formuliert und widersprechen sich darüber hinaus im allgemeinen gegenseitig. Man kann zwar unter Wahrung der Philosophie der Attraktionsanalyse ein logisch konsistentes Modell formulieren, doch gelangt man dadurch zu einer komplizierten Modellform, die praktisch nicht verwendbar ist. Die Kritik trifft auch das interregionale Attraktionsmodell — eine Weiterentwicklung des regionalen Attraktionsmodells.

## Summary

The regional attraction model originating from a study by Klaassen from 1967 and designed as a generalization of traditional regional input-output analysis, is logically inconsistent. The import and export equations of the model are stated without considering non-negativity constraints. Furthermore they contradict each other, in general. A logically consistent model can be developed, based on the attraction philosophy. This, however, generates a complicated and practically not applicable model type. The critical objections also hold for the interregional attraction model, a later reformulation of the regional attraction model.

**Literatur**

- Klaassen, L. H. (1967), Methods of Selecting Industries for Depressed Areas. Paris.*
- (1974), Some further considerations on attraction analysis. *Foundations of Empirical Economic Research*. Rotterdam.
- / *Paelinck, J. H. P. and S. Wagenaar (1979), Spatial Systems. Farnborough.*
- / *van Wickeren, A. C. (1969), Interindustry relations; an attraction model. A progress report, in: H. C. Bos (ed.), Towards Balanced International Growth, Essays Presented to J. Tinbergen. Amsterdam.*
- Oosterhaven, J. (1981), Some comments on the regional attraction model. Paper presented at the International Conference on Structural Economic Analysis and Planning in Time and Space, University of Umeå, Sweden, June 1981.*
- Paelinck, J. H. P. (1973), Modèles de politique économique multirégionale basés sur l'analyse d'attraction. L'Actualité Economique 4, 559 - 565.*
- Wagenaar, S. (1982), Une reconsidération théorique de l'analyse d'attraction, Contribution préparée pour le Colloque Annuel de l'Association de Science Régionale de Langue Française, Namur, 13 - 14 septembre 1982, erscheint demnächst in Revue d'Economie Régionale et Urbaine.*
- van Wickeren, A. C. (1971), Interindustry Relations: Some Attraction Models. Enschede.*