

# Zins und technischer Wandel in Planungssystemen

## Ein Vergleich neo-österreichischer Modelle mit der Arbeitswertlehre<sup>1</sup>

Von Karl-Heinz Brodbeck

Der von *Bernholz / Faber* neu definierte Begriff der „Mehrerergiebigkeit von Produktionsumwegen“ zur Erklärung des Zinssatzes ist eng verwandt mit der Arbeitswertlehre. Anhand der *Marxschen* Definition der Arbeitswerte und eines neo-österreichischen Planungsmodells über  $n$  Perioden werden beide Konzepte verglichen und ihre Aussagefähigkeit unter alternativen Formen des technischen Wandels diskutiert. Rückversetzung eines Kapitalgutes und alternative Prozesse sind hierbei einbezogen.

### 1. Einleitung

Von *Marx* stammt die These, daß in sozialistischen Wirtschaftsformen „die Maschinerie einen ganz andren Spielraum als in der bürgerlichen Gesellschaft“<sup>2</sup> haben würde. Er war überzeugt davon, daß der Zins ausschließlich ein Phänomen kapitalistischer Wirtschaftssysteme sei, kaum geeignet, Maßstab für die Effizienz von Techniken zu sein. In Anlehnung an Begriffe der Kapitaltheorie, die zuerst von *Böhm-Bawerk* formuliert wurden, haben *Bernholz / Faber* gezeigt, daß mehrergeriebige Produktionsumwege auch unter den Bedingungen zentraler Planung zu einem positiven Zinssatz führen, wenn die Zeitpräferenz bezüglich des produzierten Konsumgutes bestimmte Eigenschaften erfüllt. Sie werfen der Arbeitswertlehre vor, daß sie zur intertemporalen Analyse ungeeignet sei.<sup>3</sup>

Bei dieser Frage sind indes mehrere Punkte zu unterscheiden. *Erstens* wäre zu fragen, ob die *Marxschen* Arbeitswerte das Vorzeichen des Zinses erklären können. *Zweitens* ist zu klären, ob zwischen der Höhe des Zinssatzes und einem entsprechenden Kriterium, das aus Arbeitswerten gewonnen wird, ein eindeutiger Zusammenhang besteht. *Drittens* schließlich ist daran zu erinnern, daß *Bernholz / Faber* eine Definition der Mehrergeriebigkeit von Produktionsumwegen verwenden, die

---

<sup>1</sup> *R. Matzka* und dem Referee danke ich herzlich für wertvolle Hinweise. Fehler sind natürlich auf meinem Konto zu buchen.

<sup>2</sup> *Marx* (1970), 414.

<sup>3</sup> *Bernholz / Faber* (1971) und (1972).

m. E. identisch ist mit dem Kriterium von *Marx*, das dieser bei der Einführung neuer Maschinen anwendet.

*M. Faber* — um diesen dritten Punkt hier bereits abzuklären — nennt eine Technik „*mehrgiebig, wenn mit ihr pro Einheit des Konsumgutes weniger Arbeit benötigt wird als mit der alten Technik*“<sup>4</sup>. *Marx* meinte, eine Maschine in *Planungssystemen* werde eingeführt, wenn „*ihre eigene Produktion weniger Arbeit kostet, als ihre Anwendung Arbeit ersetzt*“.<sup>5</sup> Beziehen wir dies auf die Produktion eines Konsumgutes, so ist offensichtlich, daß beide Kriterien identisch sind. Beide Autoren unterscheiden sich allerdings in der Beurteilung der *Anwendung* dieses Prinzips. Während *Marx* vermutet, daß die Transformation der einfachen Arbeitswerte in Produktionspreise dieses Kriterium einschränkt<sup>6</sup>, weil in kapitalistischen Wirtschaften nicht Werte, sondern davon verschiedene „*Produktionskosten der Ware*“<sup>7</sup> entscheidend seien, meinen *Bernholz/Faber*, daß dieses Kriterium *notwendige* Bedingung sei, um einen positiven Zinssatz zu erklären.

Im folgenden wollen wir von linearen Techniken ausgehen, für die Arbeitswerte und neo-österreichischer Zins vergleichbar sind. Rückversetzung ist hierbei für ein Kapitalgut zugelassen. Beim Einschlagen des Produktionsumweges ist es möglich, zwischen beliebig vielen Verfahren zu wählen. Damit können wir analysieren, wie technische Bedingungen jeweils auf die Arbeitswerte und den Zins durchschlagen. Da die verwendete Arbeitswertrechnung äquivalent ist zu *Bernholz/Fabers* Definition der *Mehrgiebigkeit*, können wir zugleich die Frage klären, ob der *Grad* der Mehrgiebigkeit dem Zinssatz proportional oder wenigstens positiv mit ihm verknüpft ist.

## 2. Technische Relationen

Wir unterscheiden zwei Techniken,  $\alpha$  und  $\beta$ . Unter dem Regime der Technik  $\alpha$  wird ein Kapitalgut (Gut 1) mit Arbeit und eben diesem Kapitalgut produziert; das Konsumgut (Gut 2) wird mit Gut 1 und Arbeit gerechtfertigt:

$$R_1: \quad l_1 \text{ Arbeit} \oplus a_{11} \text{ Gut 1} \rightarrow 1 \text{ Gut 1}$$

$$R_2: \quad l_2^\alpha \text{ Arbeit} \oplus a_{12} \text{ Gut 1} \rightarrow 1 \text{ Gut 2}$$

Technik  $\beta$  schlägt einen Produktionsumweg ein. Mit Arbeit und dem Kapitalgut (Gut 1) wird ein neues Kapitalgut (Gut 3) produziert. Dieses

<sup>4</sup> *Faber* (1975), 586.

<sup>5</sup> *Marx* (1970), 414.

<sup>6</sup> Vgl. *Brodbeck* (1980), 43 - 49.

<sup>7</sup> *Marx* (1970), 414.

Gut 3 erlaubt mit Arbeit das Konsumgut (Gut 2) zu produzieren. Die Koeffizienten dieser Technik  $\beta$  seien variabel, was wir einfachheitshalber im Text nicht eigens kennzeichnen. Die Technik  $\beta$  ersetzt also den Prozeß  $R_2$  durch die beiden Prozesse

$$R_3: \quad l_2^\beta \text{ Arbeit} \oplus a_{32} \text{ Gut 3} \rightarrow 1 \text{ Gut 2}$$

$$R_4: \quad l_3 \text{ Arbeit} \oplus a_{13} \text{ Gut 1} \rightarrow 1 \text{ Gut 3}$$

Die Kennzeichnung der Prozesse durch  $\alpha$  und  $\beta$  vernachlässigen wir bei jenen technischen Koeffizienten, die eindeutig zuzuordnen sind. Die Arbeitsmenge  $L$  sei über alle Perioden konstant und gegeben. Weder bei Technik  $\alpha$  ( $R_1, R_2$ ), noch bei Technik  $\beta$  ( $R_1, R_3, R_4$ ) trete Kapitalsättigung auf. Sicherheitshalber sei noch angenommen, daß zu Beginn der Produktion von beiden Kapitalgütern jeweils schon vorproduzierte Bestände existieren. Die Abschreibungsrate beider sei gleich eins.

Bei Technik  $\beta$  wird also nicht einfach *ein* Produktionsumweg eingeschlagen; es kann hierbei zwischen mehreren *Verfahren* — die wir durch variierbare Koeffizienten charakterisieren — gewählt werden. Diese Annahme beansprucht nicht, besonders realistisch zu sein; sie dient uns nur als Mittel für ein Gedankenexperiment. Man könnte dies auch interpretieren als Spielraum der *Unsicherheit* bezüglich der tatsächlichen Höhe der technischen Koeffizienten einer neu einzuführenden Maschine, oder, nach neoklassischem Geschmack, als technischen Fortschritt der putty-clay Version.

### 3. Arbeitswerte als Planungsmodell

Da wir nur homogene Arbeit voraussetzen, sind die Arbeitswerte der eingeführten Techniken leicht zu ermitteln. Sind  $\omega_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , die Arbeitswerte der drei Güter — wobei wir die Arbeitswerte des Konsumgutes je nach Technik mit  $\omega_2^\alpha$  und  $\omega_2^\beta$  bezeichnen —, so gilt

Technik $\alpha$	Technik $\beta$
(1) $\omega_1 a_{11} + l_1 = \omega_1$	
(2)	$\omega_1 a_{13} + l_3 = \omega_3$
(3) $\omega_1 a_{12} + l_2^\alpha = \omega_2^\alpha$	$\omega_3 a_{32} + l_2^\beta = \omega_2^\beta$

Da das Kapitalgut 1 ein Basisgut im Sinne *P. Sraffas* ist, hängt sein Arbeitswert nur von den technischen Koeffizienten des Prozesses  $R_1$



ab. Die Arbeitswerte des Konsumgutes für beide Techniken ergeben sich dann mit

$$(4) \quad \omega_2^\alpha = l_2^\alpha + l_1 (1 - a_{11})^{-1} a_{12}$$

$$(5) \quad \omega_2^\beta = l_2^\beta + l_1 (1 - a_{11})^{-1} a_{13} a_{32} + l_3 a_{32} .$$

Legt man das *Marxsche* Kriterium zugrunde, wonach eine Maschine — hier das neue Kapitalgut (Gut 3) — eingeführt wird, wenn ihre Fertigung weniger Arbeit kostet, als bei der Produktion des Konsumgutes eingespart wird, dann können wir folgendes Kriterium als Maßstab nehmen

$$(K\ 1) \quad \Phi = \omega_2^\alpha - \omega_2^\beta; \quad \Phi > 0 .$$

Dieses Maß  $\Phi$  ist aber nichts anderes als ein Maß für die Umwegproduktivität im Sinne der neo-österreichischen Kapitaltheorie<sup>8</sup>. Benützen wir die Gleichungen (4) und (5), so läßt sich  $\Phi$  bestimmen durch

$$(6) \quad \Phi = \Delta l_2 - a_{32} l_3 + \omega_1 (a_{12} - a_{13} a_{32}) ,$$

wobei  $\Delta l_2 = l_2^\alpha - l_2^\beta$ .

Die *Marxschen* Arbeitswerte vergleichen folglich die direkt und indirekt eingesetzten Arbeitsmengen zeitlich unterschiedlicher Produktionsstufen gleichwertig. Für *Marx* sind die Arbeitswerte „das *Rationelle, das natürliche Gesetz (des) Gleichgewichts*“<sup>9</sup> der Waren. Dies läßt sich bestätigen, wenn wir die produzierten Konsumgütermengen unter dem Regime beider Techniken vergleichen. Die Mengenrestriktionen für beide Techniken *getrennt* lauten

$$\left. \begin{array}{ll} (7) & l_1 x_{1t} + l_2 x_{2t}^\alpha \leq L \\ (8) & a_{11} x_{1t} + a_{12} x_{2t}^\alpha \leq x_{1t-1} \end{array} \right\} \text{Technik } \alpha$$

$$\left. \begin{array}{ll} (9) & l_1 x_{1t} + l_2 x_{2t}^\beta + l_3 x_{3t} \leq L \\ (10) & a_{11} x_{1t} + a_{13} x_{3t} \leq x_{1t-1} \\ (11) & a_{32} x_{2t}^\beta \leq x_{3t-1} \end{array} \right\} \text{Technik } \beta$$

$x_{it}$ ,  $i = 1, 2, 3$  ist hierbei das Aktivitätsniveau der jeweiligen Prozesse. Ist jede Technik in einem stationären Zustand, mit  $x_{it} = x_{it-1} = x_i$ , so

<sup>8</sup> *Faber* verwendet als Maß das Verhältnis der benötigten Arbeitsmengen; vgl. (1975), 586. Für unsere Zwecke ist es bequemer, die Differenz zu verwenden. Unser  $\Phi$  wäre dann gleich dem *Faberschen*  $\beta - 1$ , multipliziert mit einer positiven Konstanten.

<sup>9</sup> *Marx* (1969), 197.

ergeben sich für die Gleichgewichtsmengen der beiden Konsumgüter je unter einem technischen Regime nach kleineren Vereinfachungen

$$(12) \quad x_2^\alpha = L/\omega_2^\alpha \quad \text{und} \quad x_2^\beta = L/\omega_2^\beta.$$

Die *Marxschen* Arbeitswerte sind in stationären Zuständen der beiden Techniken gleich dem Kehrwert des Pro-Kopf-Konsums, sofern unproduktiver Konsum im Planungsmodell ausgeschlossen wird. Man kann also alternativ zu dem Kriterium (K 1) bei gegebener Arbeitsmenge  $L$  auch die Konsumgüterströme im Steady-State vergleichen. Auch dies zeigt die Gleichheit zu den Begriffen, die in neo-österreichischen Modellen vorgeschlagen wurden.<sup>10</sup> Der Begriff der *Mehrerergiebigkeit* von Produktionsumwegen kann deshalb getrost durch *Marxsche* Arbeitswerte expliziert werden.

#### 4. Zins und neo-österreichische Planung

Wir werden nun dieselben technischen Relationen einem neo-österreichischen Planungsmodell zugrunde legen, das zusätzlich eine Zeitpräferenzfunktion verwendet. Es werde eine Präferenzfunktion  $u(\cdot)$  über den Konsumgüterstrom von  $n$  Perioden maximiert, wobei

$$(13) \quad u = u(c_1, \dots, c_n).$$

Zudem sei „impatience to consume“<sup>11</sup> vorausgesetzt, d. h.

$$(14) \quad \frac{\delta u}{\delta c_t} / \frac{\delta u}{\delta c_{t+1}} > 1.$$

Diese Annahme garantiert, daß nur Techniken akzeptiert werden, deren zeitliche Transformationskurve zu einem positiven Zins führt. Ein Produktionsumweg ist dann sinnvoll, wenn bezüglich dieser Präferenzfunktion eine Reduktion des Gegenwartskonsums um eine Einheit zu einem Mehrkonsum in der nächsten Periode führt.

Wir wollen nun für die Technik  $\beta$  aus der Menge der möglichen technischen Koeffizienten eine realisierbare Teilmenge auswählen und fragen, ob die gewählten Koeffizienten zu einem positiven Zins führen. Für die Zeit des Übergangs von Technik  $\alpha$  auf Technik  $\beta$  sind beide Techniken gleichzeitig im Einsatz. Wir definieren deshalb die Menge des Konsumgutes mit

$$(15) \quad c_t := x_{2t}^\alpha + x_{2t}^\beta.$$

<sup>10</sup> Vgl. *Faber* (1979), 63 f.

<sup>11</sup> *Koopmans* (1960), 296.

Greifen wir aus dem Planungshorizont irgendeine Periode  $t$  heraus ( $0 < t < n$ ), für die beide Techniken zum Einsatz kommen, so muß sowohl die Arbeitsmenge  $L$  als auch die Menge des bislang schon eingesetzten Kapitalgutes (Gut 1) auf beide Techniken verteilt werden. Wir erhalten folgende Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned} N_{1t}: &= L - l_1 x_{1t} - \Delta l_2 x_2^\alpha - l_3 x_{3t} - l_2^\beta c_t \geq 0 \\ N_{2t}: &= x_{1t-1} - a_{11} x_{1t} - a_{12} x_2^\alpha - a_{13} x_{3t} \geq 0 \\ N_{3t}: &= x_{3t-1} + a_{32} x_2^\alpha - a_{32} c_t \geq 0 \end{aligned}$$

Die Lösung des Programmierungsproblems,  $u(\cdot)$  unter diesen Nebenbedingungen zu maximieren, ist im Anhang dargestellt. Sind beide Techniken im Einsatz, so gilt für  $N_{1t}$  bis  $N_{3t}$  das Gleichheitszeichen. Für diesen Fall läßt sich die Transformation von  $c_t$  in  $c_{t+1}$  ableiten.

Greift man hierzu zwei Perioden  $t$  und  $t+1$  des Planungshorizontes heraus, so ergibt sich aus den Gleichungen  $N_{it}$  und  $N_{it+1}$  mit  $i = 1, 2, 3$  das folgende Gleichungssystem

$$(16) \quad \begin{bmatrix} l_1 & \Delta l_2 & l_3 & l_2^\beta & 0 & 0 & 0 \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_{32} & 0 & a_{32} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l_1 & \Delta l_2 & l_3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -a_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1t} \\ x_2^\alpha \\ x_{3t} \\ c_t \\ x_{1t+1} \\ x_2^\alpha \\ x_{3t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ x_{1t-1} \\ x_{3t-1} \\ L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ l_2^\beta \\ 0 \\ a_{32} \end{bmatrix} c_{t+1}$$

Diese Matrix ist bei gegebenen Koeffizienten der Technik  $\beta$  vom Rang 6. D. h. wir können die Transformation vom Konsum der Periode  $t$  in den Konsum der Periode  $t+1$  unter alternativen Annahmen bestimmen bezüglich  $x_{2t+1}^\alpha$  oder  $x_{3t+1}$ .

Es wird von *Bernholz/Faber* vorgeschlagen, den Zins aus der Steigung der Transformationskurve zu ermitteln.<sup>12</sup> Unter bestimmten tech-

<sup>12</sup> Vgl. *Faber* (1979).

nischen Annahmen und Hypothesen über die Sättigung des produzierten Kapitals bereitet diese Methode keine prinzipiellen Schwierigkeiten.

Der Zusammenhang zwischen Zins und Grad der Rückversetzung wurde allerdings kaum beachtet. Zudem ist klar, daß die Methode der Bestimmung des Zinssatzes durch die Steigung der intertemporalen Transformationskurve bei möglichen alternativen Verfahren für den Produktionsumweg versagen muß, da die Transformationskurve dann mehrmals geknickt sein wird. Man muß beachten, daß im Falle einer Rückversetzung von Kapitalgütern — wie sie für Produktionsstrukturen im Sinne von *von Neumann* und *P. Sraffa* diskutiert werden<sup>13</sup> — für den Zinssatz eine obere Grenze existiert. Dies erlegt dem System zusätzliche Beschränkungen auf, die die traditionelle Form der österreichischen Kapitaltheorie ohne gravierende Modifikation nicht bewältigen kann. Die Transformationskurve wird uns deshalb in der Diskussion des Zinssatzes nicht viel weiter helfen können.

Hier sei zur Bestimmung des Zinssatzes ein anderer Weg beschritten. Wir verwenden die *dualen* Gleichungen des Planungsmodells, die im *Anhang* abgeleitet sind. Wie dort gezeigt, muß gelten (der Zeitindex wird einfachheitshalber nicht angegeben)

$$(17) \quad (p_1 a_{11} + w l_1) (1 + r) = p_1$$

$$(18) \quad w l_2^\alpha + p_1 a_{12} = w l_2^\beta + p_3 a_{32}$$

$$(19) \quad (p_1 a_{13} + w l_3) (1 + r) = p_3 ,$$

hierbei ist  $r$  der Zinssatz,  $w$  der Lohnsatz und  $p_1$  bzw.  $p_3$  der Preis der beiden Kapitalgüter in Periode  $t$ .

Da wir *impatience to consume* unterstellt haben, können wir als Kriterium für die Einführung von Verfahren der Technik  $\beta$  ganz einfach den Zins als Maßstab verwenden, d. h.

$$(K2) \quad r, r > 0 \quad \text{wenigstens für einige } t .$$

Ist der Zins positiv, so muß  $dc_t/dc_{t+1} > 1$  sein. Führt also das Einschlagen eines Produktionsumweges im Planungsmodell zu einem positiven Zins, so wird im neo-österreichischen Planungskonzept die Technik eingeführt.

<sup>13</sup> Zur Problematik solcher Produktionsstrukturen vgl. *Brodbeck* (1981), Kap. 1.5.2.



### 5. Vergleich beider Kriterien

Wir kommen nun zum eigentlichen Anliegen dieser Arbeit, dem Vergleich des Kriteriums der Arbeitswerte ( $K1$ ) und des Zinssatzes im neo-österreichischen Planungsmodell ( $K2$ ). Wie die Gleichung (18) angibt, müssen die Stückkosten des Planungsansatzes für das Konsumgut bei beiden Techniken gleich sein. Diese Information benutzen wir, um den Zinssatz zu bestimmen. Aus Gleichung (17) folgt

$$(20) \quad p_1/w = \frac{l_1 (1+r)}{1 - (1+r) a_{11}}$$

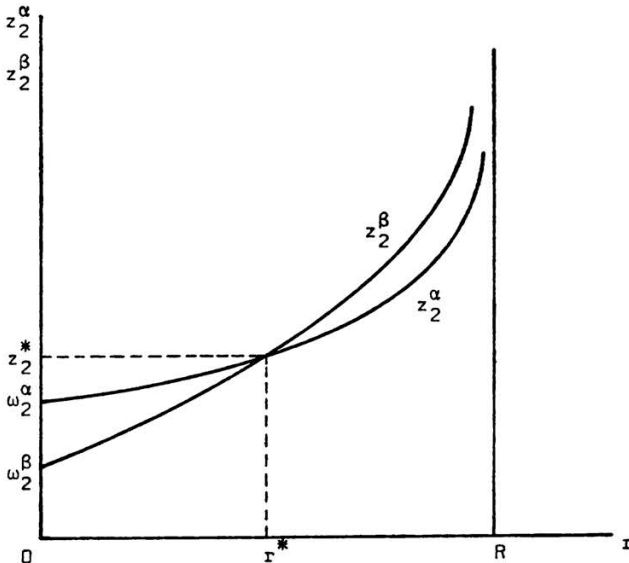
Der Zins darf also den Wert  $R = 1/a_{11} - 1$  nicht übersteigen:  $0 \leq r < R$ . Diese Beschränkung rührt her von der hier vorliegenden Rückversetzung des ersten Kapitalgutes. Wir können  $R$  auch als *Maß der Rückversetzung* benützen. Liegt  $r$  im zulässigen Intervall, so können wir folgende Definition für die Stückkosten des Konsumgutes bei je einer Technik finden:

$$(21) \quad z_2^\alpha(r) = l_2^\alpha + (1+r) a_{12} l_1 (1 - (1+r) a_{11})^{-1}$$

$$(22) \quad z_2^\beta(r) = l_2^\beta + (1+r) (l_1 (1 - (1+r) a_{11})^{-1} (1+r) a_{13} + l_3) a_{32},$$

wenn wir alle Preise in wage units ausdrücken (d. h. durch  $w$  dividieren). Das optimale Programm fordert, daß  $z_2^\alpha(r) = z_2^\beta(r)$  sein muß — Gleichung (18). Ein positiver Zinssatz existiert also, wenn die Gleichung (18) eine Lösung im zulässigen Intervall für den Zins besitzt.

Es sei dies zuerst graphisch erläutert.





Ist also  $\Phi$ , die Differenz zwischen den Arbeitswerten bei beiden Techniken positiv, so ist  $r > 0$  dann und nur dann, wenn die Differenz  $z_2^\beta(r) - z_2^\alpha(r)$  für  $r \rightarrow R$  positiv wird. Es gilt

$$(23) \quad z_2^\beta(r) - z_2^\alpha(r) = -\Delta l_2 + (p_1/\omega)(a_{13} a_{32}(1+r) - a_{12}) + l_3 a_{32}(1+r).$$

Da  $p_1/\omega$  für  $r \rightarrow R$  gegen  $\infty$  divergiert, wird diese Differenz nur dann positiv, wenn  $a_{13} a_{32}(1+r) > a_{12}$  oder mit  $r = R$ , wenn  $a_{13} a_{32}/a_{11} > a_{12}$ . Wir können deshalb sagen:

*Ist  $a_{13} a_{32}/a_{11} > a_{12}$ , dann ist  $\Phi > 0$  hinreichend für  $r > 0$ , (K 1) und (K 2) sind identisch. Findet keine Rückversetzung statt ( $a_{11} = 0$ ), so ist (K 1) und (K 2) in jedem Fall identisch.*

Man sieht hieran, welche Rolle die Annahme der neo-österreichischen Kapitaltheorie spielt, daß Rückversetzung ausgeschlossen ist.<sup>14</sup> Die Arbeitswertlehre liefert einen *ein-eindeutigen* Indikator für das Vorzeichen des Zinssatzes nur unter dieser Annahme.

Da  $a_{11}$  notwendig kleiner als 1 sein muß — sonst wäre der Prozeß  $R_1$  nicht produktiv —, ist die Aussage hinreichend, daß beim Einschlagen eines Produktionsumweges *indirekt* mehr vom bislang produzierten Kapitalgut (Gut 1) eingesetzt wird, als zuvor *direkt* im Konsumgütersektor. Dann ist  $a_{13} a_{32}$  notwendig größer als  $a_{12}$  und die Regel der Mehrenergiebigkeit, gemessen anhand von Arbeitswerten, ist auf jeden Fall hinreichend für einen positiven Zinssatz.<sup>15</sup> Ist  $a_{11}$  hinreichend klein, d. h. ist der Grad der Rückversetzung gering, so trifft die neo-österreichische These auch im umgekehrten Fall ( $a_{13} a_{32} < a_{12}$ ) zu.

Wir wollen nun noch die Frage klären, ob  $\Phi$  wenigstens einen eindeutigen Indikator für die *Höhe* des Zinssatzes, damit für die Zeitdauer des Überhangs zwischen beiden Techniken liefert. Anders formuliert: Ist der Grad der Mehrenergiebigkeit positiv mit der Höhe des Zinssatzes korreliert? Diese Frage scheint von den Vertretern der neo-österreichischen Kapitaltheorie — wie die Frage der Rückversetzung nicht ohne Grund — ausgeklammert worden zu sein. Wir erinnern uns hier wieder der Annahme, daß die Koeffizienten der Prozesse  $R_3$  und  $R_4$  variabel sind. Wir fragen dann, wie sich eine Variation dieser Koeffizienten jeweils auf  $\Phi$  und auf  $r$  auswirkt.

Nehmen wir an, daß Koeffizienten der Technik  $\beta$  gefunden wurden, die beide Kriterien (K 1) und (K 2) erfüllen. Die Gleichung  $z_2^\beta(r) = z_2^\alpha(r)$

<sup>14</sup> Faber (1979), 10.

<sup>15</sup> Der indirekte Einsatz kann natürlich nur *technisch* mit dem direkten verglichen werden; ökonomisch müßte man  $a_{13} a_{32}$  aufdiskontieren.

besitzt dann eine<sup>16</sup> Lösung. Wir variieren nun die Koeffizienten  $l_2^\beta$ ,  $a_{13}$ ,  $a_{32}$  und  $l_3$ . Totale Differentiation von (23) für  $z_2^\beta = z_2^\alpha$  ergibt dann

$$(24) \quad \left( \frac{\partial z_2^\beta}{\partial r} - \frac{\partial z_2^\alpha}{\partial r} \right) dr + dl_2^\beta + dl_3 a_{32} (1+r) + (p_1/w) (1+r) a_{32} da_{13} \\ ((p_1/w) (1+r) a_{13} + (1+r) l_3) da_{32} = 0$$

Analog können wir diese Variation für das Kriterium  $\Phi$  durchführen und erhalten

$$(25) \quad d\Phi = -dl_2^\beta - dl_3 a_{32} - \omega_1 a_{32} da_{13} - (l_3 + \omega_1 a_{13}) da_{32}.$$

Wie aus der Abbildung 1 ersichtlich ist, verläuft für den Fall eines Schnittpunktes im Punkt  $r = r^*$  die  $z_2$ -Kurve steiler als die  $z_2$ -Kurve, d. h. es gilt

$$(26) \quad \frac{\partial z_2^\beta}{\partial r} - \frac{\partial z_2^\alpha}{\partial r} > 0.$$

Unterscheiden sich zwei Verfahren der Technik  $\beta$  nur in je einem technischen Koeffizient, so reagieren  $\Phi$  und  $r$  gleichgerichtet. Unterscheiden sich zwei Verfahren ferner nur durch unterschiedliche Effizienz — d. h. existiert zwischen allen technischen Koeffizienten eine positive Differenz —, so wird dies gleichfalls monoton auf beide Kriterien wirken. Differieren alternative Verfahren jedoch durch Substitutionen zwischen den Kapitalgütern und Arbeit, so lassen sich unschwer Fälle aufzeigen, für die  $\Phi$  steigt und  $r$  sinkt oder umgekehrt.

Dieses Ergebnis braucht nicht zu verwundern. Wird durch alternative Verfahren der Technik  $\beta$  — d. h. alternative Produktionsumwege mit derselben Maschine — Arbeit durch Kapital substituiert, so erfordert die österreichische Methode eine Abdiskontierung später eingesetzter Arbeitseinheiten. Die Marxsche Arbeitswertlehre lehnt solch eine Diskontierung jedoch ab. Deshalb wird  $\Phi$  anders variieren, als der Zins. Dies ist aus der Differenz der beiden Gleichungen (24) und (25) ersichtlich.

Am einfachsten macht man sich dies mittels eines Beispiels klar. Nehmen wir an, zwei Verfahren unterscheiden sich nur geringfügig in den Koeffizienten  $l_2^\beta$  und  $a_{13}$ . Folgende Werte seien gegeben oder ermittelt:  $w_1 = 4$ ,  $p_1/w = 5$ ,  $r = 0,3$  und  $a_{32} = 0,5$ . Das erste Verfahren setze 0,1 Einheiten  $a_{13}$  mehr und 0,3 Einheiten  $l_2^\beta$  weniger ein, als das zweite Verfahren. Aus (24) und (26) folgt dann, daß  $dr < 0$ , da

<sup>16</sup> Die Gleichung  $z_2(r) = z_2(r)$  besitzt nur eine positive Lösung für  $r$ , falls  $r$  im zulässigen Intervall liegt. Man kann sich davon durch Gleichung (23) und (20) überzeugen.

$$- dl_2^\beta - (p_1/w) (1 + r) a_{32} da_{13} = - 0,025$$

und für  $d\Phi$  umgekehrt gilt

$$- dl_2^\beta - \omega_1 a_{32} da_{13} = + 0,1 .$$

Arbeitswerte und neo-österreichischer Zins reagieren auf technische Alternativen unterschiedlich. Eine Beziehung zwischen der Höhe des Zinses und der Differenz zwischen den Arbeitswerten der Konsumgüter bei alternativen Techniken („Mehrergergiebigkeit“) existiert deshalb als positive Korrelation nur in Spezialfällen. Man kann sagen: *Arbeitswerte sind geeignet, ineffiziente Techniken auszusondern. Substitutionen zwischen Arbeit und Kapitalgütern bilden sie nicht in derselben Weise ab, wie der neo-österreichische Zins.* Wird nur anhand der Arbeitswerte geplant, so ist zwar eine größere Zahl von Verfahren verwendbar; gemessen an einer intertemporalen Präferenzfunktion können sie sich jedoch als ineffizient erweisen.

## 6. Schlußfolgerungen

Benützt man als Maß für die Mehregergiebigkeit von Produktionsumwegen Marxsche Arbeitswerte, wie er sie zur Planung der Einführung neuer Maschinen vorgeschlagen hat, so existiert keine eindeutige Beziehung zum Vorzeichen des Zinssatzes in einem entsprechenden Planungsmodell. Ist der Grad der Rückversetzung gering, oder wird das rückversetzte Kapitalgut bei der Umwegproduktion vermehrt zur Produktion des Konsumgutes benötigt, so sind beide Kriterien — Arbeitswerte und Zins — äquivalent.

Es verwundert dann nicht, daß zwischen dem *Grad* der Mehregergiebigkeit von Produktionsumwegen und der *Höhe* des Zinssatzes gleichfalls keine positive Korrelation existieren muß. Diese Frage scheint allerdings vom Problem der Rückversetzung unabhängig zu sein.

Gibt man das Konzept der Produktionsperiode zur Erklärung des Zinssatzes auf, so bereitet die Berücksichtigung zirkulärer Produktionssysteme keine prinzipielle Schwierigkeit. Es ist jedoch äußerst fraglich, was dann noch von der österreichischen Kapitaltheorie verbleibt, wenn nicht einmal das Konzept der Mehregergiebigkeit von Produktionsumwegen hinreichend ist, einen positiven Zins zu erklären.<sup>17</sup> War es ursprünglich das Anliegen der neo-österreichischen Theorie, die Bedingungen aufzuzeigen, unter denen *Böhm-Bawerks* Theorie richtig ist<sup>18</sup>,

<sup>17</sup> Faber (1979), 107, kommt bei anderer Technologie zu einem ähnlichen Ergebnis.

<sup>18</sup> Bernholz (1971), 687.



dann scheint als verbleibendes Element dieser Theorie, das haltbar ist, einzig die Minderschätzung künftiger Bedürfnisse bzw. Güter.

Während für ein Planungssystem intertemporale Präferenzfunktionen der Planer unerlässlich sind, ist es jedoch fraglich, welchen Stellenwert dies in kapitalistischen Wirtschaften besitzt. *Bernholz/Faber* reduzieren die Differenz von Planungs- und Marktsystem auf das primale und duale Problem einer Optimierungsaufgabe. Wie fragwürdig diese These ist, zeigt sich etwa daran, welche Rolle ein ausgeglichener Zinssatz im Planungs- und im Marktsystem spielt. Man kann kaum erwarten, daß unter den Bedingungen permanenten technischen Wandels der Zins verschiedener Sektoren ausgeglichen sein wird.<sup>19</sup>

Es liegt hier eine logische Unmöglichkeit vor. Wenn es Bedingung der Einführung einer neuen Technik ist, daß der Innovator einen Profit über die durchschnittliche Profitrate hinaus macht, kann nicht erwartet werden, daß zwischen alten und neuen Techniken — wie im obigen Planungssystem — derselbe Zinssatz herrscht. Auch der Kreditsektor, wie *W. Reiß* vermutet, ist dann nicht in der Lage, dies herzustellen.<sup>20</sup>

Dies führt zu der These, daß der Zinssatz in Planungs- und Marktsystemen eine gänzlich unterschiedliche Funktion hat. Während er im Plansystem als bloßer Diskontfaktor fungiert, ist er in Marktsystemen *Lenk- und Zielvariable* dezentralisierter Entscheidungsträger. Nur in technisch unveränderten Welten der Gleichgewichtstheorie koinzidieren beide Funktionen. Einem Planungssystem deshalb *Schumpeters* Theorie zu akkomodieren dürfte verfehlt sein.<sup>21</sup>

*Marx* hat zweifellos den unterschiedlichen Inhalt alternativer ökonomischer Systeme betont, verkannte dabei jedoch die Rolle der Diskontierung in einem Planungssystem. Seine eingangs zitierte Bemerkung ist deshalb — um es „dialektisch“ zu formulieren — richtig und falsch. Zwar werden mit Hilfe einer Arbeitswertrechnung *mehr* Verfahren eingeführt, sie erweisen sich jedoch intertemporal als ineffizient.

## Anhang

Zu maximieren sei die Präferenzfunktion  $u(\cdot)$  des Konsumgüterstromes  $c_1, \dots, c_n$ . Das Programm hat dann folgende Form:

$$\max u(c_1, \dots, c_n)!$$

unter den Nebenbedingungen

<sup>19</sup> Vgl. *Brodbeck* (1982).

<sup>20</sup> *Reiß* (1981), 149.

<sup>21</sup> *Faber* (1979), 140 f.



$$N_{1t} := L - l_1 x_{1t} - (l_2^\alpha - l_2^\beta) x_{2t}^\alpha - l_3 x_{3t} - l_2^\beta c_t \geq 0$$

$$N_{2t} := x_{1t-1} - a_{11} x_{1t} - a_{12} x_{2t}^\alpha - a_{13} x_{3t} \geq 0$$

$$N_{3t} := x_{3t-1} + a_{32} x_{2t}^\alpha - a_{32} c_t \geq 0$$

$$N_{4t} := x_{1t} \geq 0 ;$$

$$N_{5t} := x_{2t} \geq 0 ;$$

$$N_{6t} := x_{2t} \geq 0 ;$$

$$N_{7t} := c_t \geq 0 ;$$

wobei  $t = 1, \dots, n$  und  $c_t := x_2^\alpha + x_2^\beta$ .

Die zugehörige Lagrange-Funktion lautet

$$(A.1) \quad H := c_1, \dots, c_n) + \sum_t w_t N_{1t} + \sum_t p_{1t} N_{2t} + \sum_t p_{3t} N_{3t} + \sum_t q_{1t} N_{4t} + \\ + \sum_t q_{2t} N_{5t} + \sum_t q_{3t} N_{6t} + \sum_t q_{4t} N_{7t}$$

Die Funktion  $H(.)$  wird maximiert für

$$(A.2) \quad \frac{\delta H}{\delta c_t} = -\frac{\delta u}{\delta c_t} - w_t l_2^\beta - p_{3t} a_{32} + q_{4t} = 0$$

$$(A.3) \quad \frac{\delta H}{\delta x_{1t}} = -w_t l_1 - p_{1t} a_{11} + p_{1t+1} + q_{1t} = 0$$

$$(A.4) \quad \frac{\delta H}{\delta x_{2t}} = -w_t (l_2^\alpha - l_2^\beta) - p_{1t} a_{12} + p_{3t} a_{32} + q_{2t} = 0$$

$$(A.5) \quad \frac{\delta H}{\delta x_{3t}} = -w_t l_3 - p_{1t} a_{13} - p_{3t+1} + q_{3t} = 0$$

Die Kuhn-Tucker-Bedingungen lauten dann

$$(A.6) \quad w_t l_2^\beta + p_{3t} a_{32} \geq \frac{\delta u}{\delta c_t} \quad \text{wenn „>“, dann } c_t = 0$$

$$(A.7) \quad w_t l_1 + p_{1t} a_{11} \geq p_{1t+1} \quad \text{wenn „>“, dann } x_{1t} = 0$$

$$(A.8) \quad p_{1t} a_{12} + w_t l_2^\alpha \geq p_{3t} a_{32} + w_t l_2^\beta \quad \text{wenn „>“, dann } x_2^\alpha = 0$$

$$(A.9) \quad w_t l_3 + p_{1t} a_{13} \geq p_{3t+1} \quad \text{wenn „>“, dann } x_{3t} = 0$$

$$(A.10) \quad N_{1t} \geq 0 \quad \text{wenn „>“, dann } w_t = 0$$

$$(A.11) \quad N_{2t} \geq 0 \quad \text{wenn „>“, dann } p_{1t} = 0$$

$$(A.12) \quad N_{3t} \geq 0 \quad \text{wenn „>“, dann } p_{3t} = 0$$

Gilt für (A.7 - A.9) das Gleichheitszeichen, so sind *beide* Techniken eingesetzt; wird für ein  $t = t^* < n$  (A.8) zur Ungleichung, so scheidet die Technik  $\alpha$  aus.

Komplizierter wird das Optimierungsproblem, wenn (A.10), (A.11) und/oder (A.12) zur Ungleichung werden. Für  $N_{3t} > 0$  tritt Sättigung beim Kapitalgut 1 ein. Der Prozeß  $R_1$  wird dann auf diesem Sättigungsniveau reproduziert werden; Analoges gilt für den Prozeß  $R_4$ . Im obigen Text sind diese Fälle ausgeklammert.

Bei gleicher Verzinsung in jeder Periode  $t$  in den Sektoren der beiden Kapitalgüter mit einem Zinssatz  $r_t$  wird  $r_t$  definiert durch

$$(A.13) \quad \frac{\partial u}{\partial c_t} / \frac{\partial u}{\partial c_{t+1}} = p_{2t}/p_{2t+1} = 1 + r_t$$

Eine Lösung, die diesen Zinssatz aus dem Gleichungssystem (A.7 - A.9) bestimmt, ist im Text diskutiert.  $r_t$  definiert dann nach (A.13) die partiellen Ableitungen der Präferenzfunktion und erlaubt hiermit das Mengensystem  $N_{1t} - N_{3t}$  (Gleichheitszeichen vorausgesetzt) in den vier Variablen zu lösen.

Aufgrund der Dualitätseigenschaft des Programms muß gelten

$$(A.14) \quad w_t L + p_{1t} \left( x_{1t-1} - \frac{x_{1t}}{1 + r_t} \right) + p_{3t} \left( x_{3t-1} - \frac{x_{3t}}{1 + r_t} \right) - w_t l_2^\beta c_t - p_{3t} a_{32} c_t = 0 .$$

Man kann die Beziehung zwischen den Wachstumsraten der Kapitalgüter und dem Zins auch bestimmen durch Annahmen über den Konsum aus Löhnen und Zinseinkommen. Wird nichts aus dem Zinseinkommen konsumiert, so gilt

$$(A.15) \quad w_t L = p_{2t} c_t = (w_t l_2^\beta + p_{3t} a_{32}) c_t = (w_t l_2^\alpha + p_{1t} a_{13}) c_t$$

Ist  $g_{it}$ ,  $i = 1, 3$ , die Wachstumsrate der beiden Kapitalgüter, dann folgt aus (A.14) mit der Annahme (A.15):

$$(A.16) \quad \frac{p_{1t}}{p_{3t}} x_{1t-1} \left( 1 - \frac{1 + g_{1t}}{1 + r_t} \right) + x_{3t-1} \left( 1 - \frac{1 + g_{2t}}{1 + r_t} \right) = 0 .$$

Nur wenn also die neue Technik mehr vom ursprünglich verwendeten Kapitalgut (Gut 1) einsetzt, d. h. wenn  $x_{1t}$  wächst, ist Gleichheit der Wachstumsraten mit dem Zinssatz möglich. D. h. nur wenn pro Einheit Konsumgut mehr an Gut 1 eingesetzt wird, ergibt sich eine Lösung mit Gleichheit von Zins und Wachstumsrate (goldene Regel). Wie im Text gezeigt, ist  $a_{13} a_{32} > a_{12}$  selbst eine notwendige Bedingung für einen positiven Zinssatz. Wegen (A.14) ist (vgl. *Walras' Gesetz*) eine Variable frei wählbar. Setzt man  $w_t = w = 1$ , so ist aus (A.8) sofort zu sehen, daß  $p_{1t}$  und  $p_{3t}$  mit derselben Rate variieren, d. h. der Zins ist in den beiden Sektoren ausgeglichen.

## Zusammenfassung

Der vorliegende Artikel vergleicht zwei Kriterien für technischen Fortschritt in einer Planwirtschaft: *Marxens* Arbeitswertlehre und ein  $n$ -Perioden-Planungsmodell des neo-österreichischen Typs. Im Unterschied zur österreichischen Theorie ist Rückversetzung möglich. Es wird gezeigt, daß unter diesen Bedingungen nicht notwendig eine positive Korrelation zwischen Mehrergiebigkeit — gemessen in Arbeitswerten — und Zins besteht. Abhängig vom Grad der Rückversetzung können mehrergiebigste Produktionsumwege gleichwohl zu einem negativen Zins führen.

## Summary

This article compares two criterions for technical progress in a planned economy: *Marx's* labour theory of value and a  $n$ -period planning model of the neo-austrian type. In contrast to the approach of Austrian Theory circularity is possible. It is shown that under this condition there is not necessary a positive relation between roundaboutness — measured in labour values — and interest. Depending on the degree of circularity roundabout methods may lead to negative rates of interest.

## Literatur

- Bernholz*, P. (1971), Superiority of Roundabout Process and Positive Rate of Interest. A Simple Model of Capital and Growth. *Kyklos* 24, 684 - 721.
- und M. *Faber* (1971), Diskussion einiger Probleme der Arbeitswertlehre. *Schmollers Jahrbuch* 1, 657 - 668.
- / — (1972), Diskussion einiger Probleme der Arbeitswertlehre bei erweiterter Reproduktion. *Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften* 92, 289 - 305.
- Brodbeck*, K. H. (1980), Wertsubstanz, Exploitation und tendentieller Fall der Profitrate. Zu einigen Resultaten der Marxschen Ökonomie. *Jahrbuch der Wirtschaft Osteuropas* 9.1, 35 - 60.
- (1981), Produktion, Arbeitsteilung und technischer Wandel. *Volkswirtschaftliche Schriften* 10, Düsseldorf.
- (1982), Neue Kapitalgüter, unvollkommene Konkurrenz und Profitrate. *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft* (erscheint demnächst).
- Faber*, M. (1979), *Introduction to Modern Austrian Capital Theory*, Berlin - Heidelberg - New York.
- (1975), Mehrergiebigkeit und Hicks' neuer Begriff des technischen Wandels. *Kyklos* 28, 574 - 596.
- Koopmans*, T. C. (1960), Stationary Utility and Impatience. *Econometrica* 28, 287 - 309.
- Marx*, K. (1969), *Das Kapital*. Dritter Band, Marx-Engels-Werke Bd. 25, Berlin.
- (1970), *Das Kapital*. Erster Band, Marx-Engels-Werke Bd. 23, Berlin.
- Reiß*, W. (1981), *Umwegproduktion und Positivität des Zinses. Eine neo-österreichische Analyse*, Berlin.