

# Probleme des Konzepts preisabhängiger Ressourcenausstattungen

Von Friedrich Breyer und Winfried Reiß

Wir diskutieren einige Schwierigkeiten, die sich daraus ergeben, daß Preise in die Berechnung der Reserven eines natürlichen Rohstoffs eingehen. Statt dessen schlagen wir eine auf rein technologischen Beziehungen beruhende Beschreibung der Ressourcenausstattung vor. Wir untersuchen ferner, ob die Tatsache der Variabilität der Ausstattung mit natürlichen Rohstoffen eine Ursache für Marktversagen sein kann.

## 1. Einleitung\*

Natürliche Rohstoffe als möglicher begrenzender Faktor für die wirtschaftliche Entwicklung insbesondere der Industrienationen sind während des letzten Jahrzehnts verstärkt ins Blickfeld der Ökonomen gerückt. Das größte Interesse beanspruchen dabei solche Stoffe, die zum einen auch weltweit nur in beschränkter Menge zur Verfügung stehen und zum anderen bei ihrem Einsatz als Produktionsfaktoren so im Produkt „aufgehen“, daß sie später, nach dem Gebrauch des Gutes, nur zum Teil oder überhaupt nicht aus dem Abfall wiedergewonnen werden können.

Ist eine solche „erschöpfbare“ Ressource darüber hinaus in der Produktion nur in begrenztem Umfang durch andere (unerschöpfliche oder vollständig rezyklierbare) Stoffe ersetzbar, so kann daraus gefolgert werden, daß zumindest unsere gegenwärtige Konsumstruktur nur für eine begrenzte Zeitdauer aufrechterhalten werden kann. Implikationen dieser Art lassen sich theoretisch am einleuchtendsten in Ein-Gut-Modellen darstellen, indem man die Auswirkung eines fest vorgegebenen Ressourcenbestandes auf die Menge zulässiger Zeitpfade des Konsums studiert und insbesondere etwa fragt, unter welchen technologischen Voraussetzungen ein konstantes Konsumniveau über beliebig viele Perioden hinweg gehalten werden kann (vgl. *Solow 1974, Stiglitz 1974*).

---

\* Wir danken Malte Faber, Roy Gardner, Murray Kemp, Ngo Van Long, Gerhard Maier und Gunter Stephan für wertvolle Hinweise.

Die zuletzt genannte Fragestellung ist weitaus schwieriger zu behandeln, wenn der Bestand an erschöpfbaren Ressourcen nicht mehr als exogen fixiert angesehen wird, sondern selbst wiederum von anderen Größen abhängig ist. Als Determinanten des Ressourcenvorrats kommen zum einen, solange die Erdkruste geologisch noch nicht vollständig durchforscht ist, Entdeckungsinvestitionen in Frage, zum anderen Fortschritte in der Extraktionstechnologie, mit denen bereits bekannte Lagerstätten zu einem höheren Grad ausgenutzt werden können.

Neben diesen technischen Einflußfaktoren spielen jedoch bei den meisten Versuchen, die Höhe der *Reserven* eines bestimmten Rohstoffs zu definieren, auch ökonomische Komponenten eine Rolle: Durch die Übereinkunft, nur solche Lager in der Berechnung der vorhandenen Reserven zu berücksichtigen, die *rentabel* ausgebeutet werden können, sind implizit sowohl die Extraktionskosten als auch der Absatzpreis des Rohstoffs Determinanten seines verfügbaren Bestands. Die Reserven sind also auch bei gegebenen technologischen Bedingungen nicht mehr fix, sondern von relativen Preisen abhängig.

In diesem Aufsatz wollen wir zum einen auf einige Probleme aufmerksam machen, die sich durch eine solche preisbezogene Konzeption des Ressourcenbestandes ergeben (Abschnitt 2). Hierbei werden wir insbesondere versuchen aufzuzeigen, daß weder Prognosen über die Verfügbarkeitsdauer einer Ressource noch sinnvolle Aussagen über realisierbare Konsumpfade möglich sind, wenn der Vorrat einer jeden Ressource als preisabhängig angesehen wird. In diesem Zusammenhang werden wir alternative Möglichkeiten der Definition des Ressourcenbestandes diskutieren (Abschnitt 3).

Zweitens wollen wir der Frage nachgehen, ob preisabhängige Ressourcenbestände zur Nichtkonvexität der Menge der realisierbaren Güterbündel führen können und damit einen weiteren Grund für mögliches Marktversagen darstellen (Abschnitt 4).

Für die Frage der Konvexität des erreichbaren Konsumgüterraums ist es unerheblich, ob

- a) eine Einperioden-Welt unterstellt wird (mit einer statischen Transformationsfunktion, die den Output verschiedener Güter in demselben Zeitraum in Beziehung setzt) oder
- b) eine die Realität besser darstellende Mehrperioden-Welt (mit einer entsprechenden intertemporalen Transformationsfunktion)<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Ersteres ist dabei nicht etwa ein Ausschnitt aus der in b) betrachteten Abfolge von Zeitperioden, sondern ein logisches Konstrukt, bei dem man sich die gesamte noch vor uns liegende Zeit auf eine einzige Periode komprimiert vorstellt, also eine statische Welt ohne Zukunft.

*Heal* (1980, 33 ff.)<sup>2</sup> versucht die Möglichkeit der Nichtkonvexität in einem Modell des Typs a) aufzuzeigen, und wir werden dieser Vorgehensweise folgen. Es mag gerade im Zusammenhang mit der Existenz erschöpfbarer Ressourcen als unzulässig restriktiv erscheinen, wenn hier explizit von den in diesem Kontext üblicherweise betrachteten Problemen der intertemporalen Allokation abgesehen wird. Jedoch geht es hier darum, ein seinem Charakter nach von der Zeitstruktur unabhängiges Problem zu studieren, ohne die zusätzlichen Komplikationen intertemporaler Modelle berücksichtigen zu müssen.

Dieser Vorgehensweise entspricht es, daß das technische Wissen als konstant vorgegeben behandelt wird. Ferner nehmen wir an, daß während der betrachteten Zeitperiode keine Exploration neuer Lagerstätten mehr stattfindet. Damit werden zwei der oben genannten Gründe für eine Variabilität der Rohstoffvorräte eliminiert, um das Augenmerk auf den dritten, von *Heal* als ausschlaggebend angesehen, Grund, die Preisabhängigkeit, konzentrieren zu können.

Bezüglich der Extraktions- wie auch der Produktionstechnologie werden wir die üblichen Konvexitätseigenschaften unterstellen. Diese Annahme ist notwendig, um festzustellen, ob mit der Variabilität des Ressourcenbestandes tatsächlich ein *neuer* Grund für Ineffizienzen der Güterallokation durch Märkte entdeckt worden ist, und um sicher zu sein, daß ein möglicherweise gefundenes Marktversagen nicht auf bereits bekannte Ursachen zurückgeht.

## 2. Fixe versus preisabhängige Ressourcenausstattungen

Natürliche Rohstoffe werden in der walrasianischen Gleichgewichtstheorie zu den Primärfaktoren gezählt. Neben den Präferenzen der Haushalte und dem für die Produktion benötigten technischen Wissen gehören sie damit zu den Elementen, die bei der Suche nach gleichgewichtigen Güterallokationen als exogen gegeben vorausgesetzt werden. Demgegenüber gelten sowohl die tatsächlich realisierten Produktions- und Konsumaktivitäten als auch sämtliche Güter- und Faktorpreise als im Modell endogen zu bestimmende Größen (vgl. *Debreu* 1959, Kap. 5).

Diese Sichtweise wurde in den bahnbrechenden Arbeiten über die Allokation erschöpfbarer Ressourcen (z. B. *Hotelling* 1931, *Dasgupta/Heal* 1974) in vollem Umfang aufrechterhalten. Man geht üblicherweise von einem im Betrachtungszeitraum  $t_0$  fest vorgegebenen Bestand  $\bar{R}$  einer Ressource aus und unterstellt, daß die in den folgenden Perioden

<sup>2</sup> Für eine genauere Beschreibung des Modells vgl. *Chichilnisky/Heal* (1979, 39 ff.).

$t_1, t_2$  usw. eingesetzten Einheiten diesen Vorrat reduzieren und daß auf der anderen Seite keinerlei Möglichkeiten der Wiederauffüllung oder Ergänzung des Bestands bestehen. Somit ist die Summe der ab heute bis zum (meist unendlich gewählten) Zeithorizont einsetzbaren Ressourceneinheiten eindeutig festgelegt, und dieser Wert ist von keiner technischen oder ökonomischen Variablen abhängig.

Nun sind in der Realität die Vorräte einer natürlichen Ressource nicht einfach verfügbar, sondern sie müssen erst aus der Erdkruste extrahiert werden. Typischerweise ist das Vorkommen eines Rohstoffs darüber hinaus auf viele Lagerstätten verteilt, in der er in unterschiedlicher Konzentration und Qualität vorhanden ist.

Als Maßzahl für den tatsächlich verwendbaren und daher ökonomisch relevanten Teil dieser heterogenen Vorräte hat sich der Begriff der „Reserven“ durchgesetzt. Mit Reserven bezeichnet man denjenigen Vorrat eines Rohstoffs in der Natur, der aus bekannten Lagerstätten mit bekannter Technologie zu gegenwärtig herrschenden Preisen rentabel extrahiert werden kann (vgl. etwa *Fisher* 1979, 250, *Brobst* 1979, 112). Sieht man von der Entdeckung neuer Lager und vom technischen Fortschritt ab, so hängt die Ausstattung mit Ressourcen-Reserven also von relativen Preisen ab: „A world with a high price of oil has larger economically relevant reserves than one with a low price“ (*Heal* 1980, 39).

Daraus folgt, daß man die Reserven eines bestimmten Rohstoffs  $i$ ,  $x_i$ , in Gestalt einer Angebotsfunktion in Abhängigkeit von seinem eigenen Preis und dem aller anderen Güter schreiben kann:

$$(2.1) \quad x_i = f_i(p_1, \dots, p_n) \cdot$$

Im Unterschied zu herkömmlichen Angebotsfunktionen spezifiziert (2.1) allerdings nicht die zu jedem Zeitpunkt angebotene, sondern die über alle Zukunft insgesamt zur Verfügung stehende Menge. Dieser Unterschied verschwindet allerdings in einer Ein-Perioden-Welt, wie wir sie aus expositorischen Gründen in den folgenden Abschnitten betrachten werden.

Das Konzept preisabhängiger Reserven ist verschiedentlich kritisiert worden, so von *Smith/Krutilla* (1979, 18 f.) und *Pethig* (1979, 193 f.). Es wird in erster Linie darauf hingewiesen, daß eine nach dieser Definition vorgenommene Abschätzung der Vorräte eines Rohstoffs lediglich zu einem bestimmten Zeitpunkt Gültigkeit haben könne. Über die zukünftige Entwicklung der Reserven seien jedoch keine verlässlichen Aussagen möglich, da die Entwicklung ihrer wichtigsten Determinanten, der Preise, ungewiß sei und nicht einfach aus den in der Vergangenheit beobachteten Trends extrapoliert werden könne<sup>3</sup>.

Neben diesen praktischen Schwierigkeiten ergeben sich aus der Preisabhängigkeit der Reservendefinition jedoch eine Reihe weiterer Probleme eher logischen Charakters:

1. Preise sind Knappheitsindikatoren, deren Wert sich erst aus dem Zusammenwirken von Angebots- und Nachfragegrößen ergibt. Wird aus einem gegebenen Ressourcenvorrat im Laufe der Zeit immer weniger extrahiert — bei unendlichem Horizont ist dies im allgemeinen das effiziente Abbaumuster (vgl. etwa *Dasgupta/Heal* 1974, 7, 15) — so führt dieser Angebotsrückgang bei konstanter Nachfrage zu steigenden Preisen, und durch diesen Preiseffekt werden die Reserven selbst gemäß (2.1) größer.

Dies hat nachhaltige Konsequenzen für Prognosen des Verfügbarkeitszeitraums einer Ressource, wie sie etwa von *Meadows* u. a. (1972, 46 ff.) vorgenommen werden. Diese Prognosen orientieren sich an der Relation der vorhandenen Reserven zu einer geschätzten jährlichen Abbaurate und müssen daher infolge der steigenden Reserven laufend nach oben korrigiert werden. Es ist hierbei zu beachten, daß diese Revisionen nicht nur dann notwendig werden, wenn neue Lagerstätten entdeckt werden oder wenn unvorhersehbare exogene Einflüsse wie z. B. Nachfragesprünge eintreten und den Preis eines Rohstoffs in die Höhe treiben<sup>4</sup>, sondern auch bei sonst konstanten äußeren Bedingungen. Verantwortlich dafür ist die von uns aufgezeigte Eigengesetzlichkeit. Verfügbarkeitsberechnungen, wie sie oben beschrieben wurden, sind also nicht nur mit den üblichen Prognoserisiken behaftet, sondern darüber hinaus fragwürdig in der Konzeption, weil allein schon die Definition der Reserven zu Inkonsistenzen führt: Sie macht eine ihrem Charakter nach exogene Größe, nämlich die Ausstattung mit Primärfaktoren, von einer endogen zu bestimmenden Größe (relative Preise) abhängig.

2. Eine solche preisabhängige Angebotsfunktion für Reserven könnte zudem suggerieren, daß alle überhaupt in der Erdkruste vorkommenden Mengen einer Ressource verfügbar werden, wenn nur ihr Preis relativ zu denen anderer Güter genügend groß wird. Bei partialanalytischer Betrachtung lassen sich tatsächlich Situationen konstruieren, in denen der Preis eines bestimmten Gutes beliebig groß gewählt ist. Geht man jedoch zu einer Totalanalyse über, so ist es fraglich, ob ein entsprechender Preisvektor mit einem allgemeinen Gütermarktgleichgewicht verträglich sein kann.

<sup>3</sup> Einen ausführlichen Überblick über weitere Argumente in dieser Richtung geben *Peterson/Fisher* (1977) sowie *Robinson* (1975).

<sup>4</sup> Zu den Auswirkungen einer Nachfrageerhöhung auf die „Reserven“ eines Rohstoffs vgl. *Pethig* (1979, 197).

Da es in der Realität eine Vielzahl erschöpfbarer Rohstoffe gibt, bedeutet ein Anstieg des *relativen* Preises einer Ressource immer ein Sinken der *relativen* Preise aller anderen Ressourcen, nämlich gemessen in Einheiten der zuerst betrachteten Ressource. Von dieser Preissenkung sind natürlich auch diejenigen Stoffe betroffen, die direkt oder indirekt als Inputs für die Extraktion der ersten Ressource benötigt werden<sup>5</sup>.

Bei korrekter Betrachtungsweise hat man es daher mit einem System mehrerer „Reserven-Angebotsfunktionen“ zu tun, die alle von demselben Preisvektor abhängen. Sind etwa die ersten  $r$  der insgesamt  $n$  Güter in einer Ökonomie erschöpfbare Ressourcen, so erhalten wir das System

$$(2.2) \quad \begin{aligned} x_1 &= x_1(p_1, \dots, p_r, p_{r+1}, \dots, p_n) \\ x_r &= x_r(p_1, \dots, p_r, p_{r+1}, \dots, p_n) \end{aligned}$$

Üblicherweise wird dabei die Reservenhöhe des  $i$ -ten Rohstoffs,  $x_i$ , von dem eigenen Preis  $p_i$  gleichgerichtet, von jedem anderen Ressourcenpreis  $p_j$  ( $j \neq i$ ,  $i \leq r$ ,  $j \leq r$ ) jedoch invers abhängen, vorausgesetzt der  $j$ -te Rohstoff geht — direkt oder indirekt — in die Extraktion des  $i$ -ten als Input ein. Unterstellt man, daß diese Inputbeziehung wechselseitig ist, so vergrößert eine Erhöhung des Preisverhältnisses  $p_i/p_j$  also ceteris paribus die Reserven des  $i$ -ten, verkleinert jedoch die des  $j$ -ten Rohstoffs. Gleichzeitig wird durch die Erhöhung der Reserven von  $i$  der geplante *Verbrauch* des Stoffes  $j$  als Extraktionsinput zum Abbau dieser Reserven erhöht. Jede ceteris paribus-Erhöhung des Preises  $p_i$  (und damit des relativen Preises  $p_i/p_j$ ) verkleinert damit auch die Nettoerzeugung des Gutes  $j$ , die sich als die Differenz seiner Reserven minus der zum Abbau anderer Ressourcen direkt oder indirekt eingesetzten Mengen ergibt, bis diese Größe schließlich auf Null sinkt. Von diesem Punkt,  $\bar{p}_i$ , an ist eine weitere Erhöhung von  $p_i$  mit einem allgemeinen Gütermarktgleichgewicht nicht mehr verträglich, weil sie einen negativen Konsum an Gut  $j$  implizieren würde. Die Variabilität von  $p_i$  ist also ceteris paribus nach oben durch  $\bar{p}_i$  beschränkt.

Somit kann man zu trügerischen Resultaten gelangen, wenn man, ausgehend von der eigenen Reserve-Angebotsfunktion auf die maximal gewinnbare Menge einer Ressource schließen will und dabei beliebige Variierbarkeit der Preise unterstellt<sup>6</sup>.

<sup>5</sup> Beispielsweise geht in die Extraktion von Mineralien immer Energie als Inputfaktor ein.

<sup>6</sup> Genau aus diesem Grund unterscheidet etwa Nordhaus (1974, 23) zwischen der „total crustal abundance“ und den sehr viel geringeren „ultimate recoverable resources“.

### 3. Ansätze zu einer realwirtschaftlichen Beschreibung der Ressourcenerstattung

Die oben beschriebenen Schwierigkeiten lassen sich umgehen, wenn man beachtet, daß der im System (2.2) dargestellten Abhängigkeit der Reservenhöhen verschiedener Rohstoffe von demselben Preisvektor technologische Beziehungen, nämlich Extraktionsfunktionen, zugrundeliegen müssen: Wieviel man von einer Ressource abbauen kann, hängt offensichtlich davon ab, wieviel man von demselben und von anderen Gütern zur Extraktion aufwendet. Bezeichnet man die oben in (2.3) definierte Menge  $z_j$  einer Ressource, die extrahiert und ihrerseits nicht wieder als Input in Extraktionsaktivitäten — direkt oder indirekt — eingesetzt wird, als „Nettooutput“ von Gut  $j$ , so stehen die Nettooutputs verschiedener Ressourcen folglich wie in einer Transformationsfunktion zueinander in Beziehung:

$$(3.1) \quad F(z_1, z_2, \dots, z_r) = 0 .$$

Diese Transformationsbeziehung tritt an die Stelle des fest vorgegebenen Vektors der Ressourcenausstattungen aus der Arrow-Debreu-Theorie

$$(3.2) \quad (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_r) ,$$

der, wie oben bereits betont, nur dann sinnvoll ist, wenn die in ihm enthaltenen Ressourcen nicht erst aus der Erde extrahiert werden müssen. Geht man auf die Extraktionsfunktionen zurück, so kann man die Mengenbeziehung (3.1) direkt aus der technologischen Struktur unter Vermeidung des potentiell irreführenden Umwegs über Preise, also das Wertsystem, ableiten.

Ein weiterer Vorteil der Formulierung (3.1) gegenüber den preisabhängigen Reserven-Angebotsfunktionen (2.2) besteht darin, daß sie bereits auf Nettogrößen abstellt, d. h. diejenigen Ressourcenmengen, die für andere als Extraktionszwecke zur Verfügung stehen, während es sich bei den Reserven  $x_i$  in (2.2) um Bruttogrößen handelt: An ihnen läßt sich nicht ablesen, welcher Anteil noch für die Extraktion anderer Ressourcen abgezweigt werden muß.

Nimmt man zu den Extraktionsfunktionen noch die Produktionsfunktionen sämtlicher anderer Güter und die Ausstattung mit nichtextrahierbaren Primärfaktoren wie Arbeit, Boden etc. hinzu, so kann man daraus die Menge realisierbarer Konsumgüterbündel unter Berücksichtigung der Ressourcenbeschränkung berechnen. Diese ist zum einen eine wesentliche Grundlage für die Darstellung des Problems der Ressourcenallokation in einer Planungsökonomie, zum anderen kann

man aus ihren Konvexitätseigenschaften ablesen, ob eine optimale Allokation mittels Dezentralisierung der Entscheidungen und Koordination durch Märkte erreichbar ist. Die letztgenannte Frage werden wir in Abschnitt 4 wieder aufnehmen.

Die Darstellung mit Hilfe von Extraktionsfunktionen erlaubt es schließlich, die Limitiertheit der Konsummöglichkeiten auszudrücken, auch wenn man davon ausgeht, daß Ressourcen in praktisch unbegrenzten Mengen *im Boden* vorhanden sind. Dazu genügt es, abnehmende Grenzerträge in der Extraktion anzunehmen, d. h. pro Einheit abgebauter Ressource müssen immer größere Mengen an Extraktionsinputs aufgewendet werden. Bei zeitlicher Interpretation des Modells würde dies bedeuten, daß die konzentrierteren und höherwertigen Vorkommen zuerst abgebaut werden<sup>7</sup>.

Man verdeutliche sich diesen Gedankengang an einem einfachen statischen Ein-Gut-Modell, in dem der extrahierte Rohstoff als einziges Hilfsmittel zum weiteren Abbau seiner selbst dient. Die Extraktionsfunktion lautet dann

$$(3.3) \quad x_1 = f(y_1) ,$$

wobei wie bisher  $x_1$  die extrahierte und  $y_1$  die zur Extraktion eingesetzte Menge des einzigen Rohstoffs bezeichnet. Die Ressource im Boden ist zwar zur Extraktion notwendig, wird aber in der Extraktionsfunktion (3.3) nicht spezifiziert, da sie annahmegemäß keinerlei Mengenbeschränkung unterliegt. Extrahierter Rohstoff dient neben seiner Wiederverwendung als Abbau-Input auch als einziges Konsumgut. Die für den Konsum zur Verfügung stehende Menge  $z_1$  ergibt sich dann aus der Definitionsgleichung

$$(3.4) \quad z_1 := x_1 - y_1 = f(y_1) - y_1 .$$

Bei abnehmenden Grenzerträgen in der Extraktion lautet (3.3) im homogenen Fall

$$(3.3 \text{ a}) \quad x_1 = \beta \cdot y_1^\alpha \quad (\beta > 0, 0 < \alpha < 1) .$$

Unter diesen Voraussetzungen ist zwar theoretisch jede beliebig große Menge des Rohstoffs extrahierbar, d. h.  $x_1$  kann beliebig groß werden, nicht jedoch  $z_1$ . Denn irgendwann fällt das Verhältnis der extrahierten zur eingesetzten Rohstoffmenge,  $x_1/y_1$  auf den Wert Eins, so daß von diesem Punkt an netto überhaupt keine Ressourcengewinnung (und folglich wegen (3.4) auch kein Konsum) mehr stattfindet.

<sup>7</sup> Dies ist im allgemeinen die optimale Vorgehensweise. Vgl. *Solow/Wan* (1976, 360), *Heal* (1976, 373). Ausnahmen hiervon diskutieren *Kemp/Long* (1980).



Dies beweist, daß die maximal gewinnbare Menge der Ressource endlich ist. Sein Maximum muß der Nettooutput  $z_1$  natürlich schon lange vorher, d. h. bei wesentlich geringerem Extraktionsniveau erreicht haben<sup>8</sup>.

Dieselbe Aussage bezüglich der Begrenztheit des erreichbaren Konsumgüterraums zeigen wir in *Reiß/Breyer* (1981) für ein 4-Güter-Modell mit zwei extrahierbaren Ressourcen, das in Anlehnung an das im folgenden Abschnitt zu untersuchende Modell von *Chichilnisky/Heal* (1979) konstruiert ist.

#### 4. Preisabhängige Reserven und die Konvexität des zulässigen Güterraums

In diesem Abschnitt wollen wir ein spezielles Problem untersuchen, das mit dem Konzept preisabhängiger Ressourcenausstattungen verknüpft ist. Dieses Problem hat mit der Frage der Konvexität der Menge der realisierbaren Konsumgüterbündel zu tun, die von *Heal* (1980, 38) aufgeworfen wird:

„... the set of allocations — consumption and production plans — which is in principle attainable by the economy, depends — clearly — on the initial endowment. So if the endowment changes with price, so does the attainable set. So for each price the economy has an attainable set which, under the usual assumptions, is convex. The attainable set for the economy is the *union* of the sets attainable at each price, and the union of convex sets need not be convex.“

Die Nichtkonvexität der erreichbaren Konsumgütermenge hätte die Konsequenz, daß nicht jede Pareto-optimale Allokation einem Marktgleichgewicht entspricht. *Heal* (1980, 40) glaubt daher, einen neuen Grund für Marktversagen gefunden zu haben.

*Heal* führt zum Beweis der Nichtkonvexität ein Beispiel an, das in *Chichilnisky/Heal* (1979) näher ausgeführt ist. In diesem Beispiel existieren zwei produzierbare Güter, Energie und Metall, sowie zwei extrahierbare Rohstoffe, Öl und Erz.

Ihre Gesamtmengen werden mit  $E$ ,  $M$ ,  $Q$  und  $R$  bezeichnet<sup>9</sup>. Die zur Produktion eines Gutes verwendete Menge eines Inputs wird mit dem Symbol des produzierten Gutes indiziert, z. B. bezeichnet  $Q_E$  die bei der Produktion von Energie eingesetzte Menge an Öl. Die konsumierten

<sup>8</sup> In unserem Modell ist  $z_1^{\max}$  bei einer Bruttoextraktion von  $x_1 = \beta \cdot (\alpha \beta)^{\alpha/(1-\alpha)}$  erreicht, bei  $x_1 = \beta^{1/(1-\alpha)}$  fällt  $z_1$  auf Null.

<sup>9</sup> Wir verwenden  $Q$  anstelle von  $O$ , um Verwechslungen mit der Ziffer 0 zu vermeiden.

Mengen der Güter erhalten den Index  $c$ . Bei *Heal* werden nur Energie und Metall als konsumierbar angesehen, wie sich aus der Zielfunktion (vgl. *Chichilnisky/Heal* 1979, 42) ablesen läßt:

$$(4.1) \quad W(E_c, M_c, Q_c, R_c) = \gamma E_c + \delta M_c \quad (\gamma, \delta > 0) .$$

Spezifiziert sind auch die Produktionsfunktionen für Energie und Metall, nämlich

$$(4.2) \quad E = f_1(Q_E, R_E) = \min\left(\frac{Q_E}{a_2}, \frac{R_E}{b_2}\right)$$

$$(4.3) \quad M = f_2(Q_M, R_M) = \min\left(\frac{Q_M}{a_1}, \frac{R_M}{b_1}\right) .$$

Für die beiden Rohstoffe gibt *Heal* dagegen Angebotsfunktionen an, nämlich

$$(4.4) \quad Q = \alpha \cdot \frac{p_Q}{p_E} + \bar{Q}$$

$$(4.5) \quad R = \beta \cdot \left(\frac{p_R}{p_E}\right)^2 + \bar{R} ,$$

wobei  $p_E$ ,  $p_Q$ ,  $p_R$  die Preise der Güter Energie, Öl und Erz und  $\alpha$ ,  $\beta$  von *Heal* gewählte positive Konstanten sind. Aus den Beziehungen (4.2) bis (4.5) leiten *Chichilnisky/Heal* (1979, 46 f.) ab, daß bei variablem Preisvektor die Menge der insgesamt erreichbaren Konsumgüterbündel nichtkonvex sein kann.

Wir wollen nun zeigen, daß die Nichtkonvexität verschwindet, wenn man das Modell auf die reinen Mengenbezeichnungen zurückführt. Dazu ermitteln wir zunächst die quantitativen Zusammenhänge, die sich hinter den Abhängigkeiten der Größen  $Q$  und  $R$  von den relativen Preisen verbergen. Dazu müssen wir hier kurz diskutieren, wie es zu solchen Angebotsfunktionen kommen kann. Preisänderungen an sich können nämlich nicht zu Änderungen von physikalischen Quantitäten führen, sie können aber bewirken, daß sich die Relationen der knappen Güter in Konsum und Produktion ändern: Wird z. B. ein Inputfaktor (relativ zum Output) teurer, so wird die Produktion gedrosselt, wird aber das produzierte Gut teurer, so lohnt sich eine Ausdehnung der Produktion. Betrachten wir die obigen Angebotsfunktionen, also z. B. die von Öl, so führt eine Erhöhung des Preises  $p_Q$  des Öls zu einer Erhöhung des Angebots an Öl, eine Erhöhung des Preises  $p_E$  von Energie zu einer Einschränkung des Angebots; alle anderen Preise spielen keine Rolle. Man kann die Angebotsfunktion also dadurch erklären, daß man dem Angebot von Öl eine Extraktionsfunktion zugrundelegt: Öl wird durch Einsatz allein von Energie gefördert.

Es läßt sich eine weitere Erklärung der Angebotsfunktion denken. „If then the supply of the resource depends on price that can be so only because the resource has alternative uses in the consumption plans of its owners (one thinks of private parkland and leisure)“ (*Kemp und Long*, 1980).

Man sieht sofort die Ähnlichkeit beider Ansätze. Im ersten wird das Öl durch Einsatz von  $E$  (Energie) gefördert, im zweiten durch Verzicht an  $E$  (Erholung = leisure) ermöglicht. Im Prinzip kann man auch im zweiten Fall von Produktion sprechen: der Einsatz von Erholung „produziert“ Ressourcen (in Form von Öl).

Wir werden uns im folgenden auf den rein produktionstechnischen Ansatz stützen. Dabei werden wir Extraktionsfunktionen bestimmen, die die von *Heal* benutzten Angebotsfunktionen bedingen.

Dazu betrachten wir die Extraktionsfunktion

$$(4.6) \quad Q = \sqrt{2\alpha E_Q} + \bar{Q} .$$

Die Kostenfunktion von  $Q$  ist dann gegeben durch

$$(4.7) \quad K(Q) = p_E \cdot E_Q = \frac{p_E}{2\alpha} (Q - \bar{Q})^2 .$$

Also erhalten wir als Grenzkostenfunktion

$$(4.8) \quad K'(Q) = \frac{p_E}{\alpha} (Q - \bar{Q}) .$$

Da ein gewinnmaximierendes Unternehmen eine Menge anbietet, bei der Grenzkosten gleich dem Preis sind, erhalten wir

$$(4.9) \quad p_Q = \frac{p_E}{\alpha} (Q - \bar{Q})$$

und somit die von *Heal* unterstellte Angebotsfunktion (4.4). In äquivalenter Weise kann gezeigt werden, daß die Extraktionsfunktion

$$(4.10) \quad R = \sqrt[3]{\frac{9}{4} \beta \cdot E_R^2} + \bar{R}$$

die Angebotsfunktion für Erz (4.5) impliziert.

Die vier Extraktions- bzw. Produktionsfunktionen sind konkav. Unterstellt man — äquivalent zu *Heal* — daß die netto zur Verfügung stehenden Mengen an Energie und Metall zulässige Konsumgüterbündel bilden, so läßt sich die Konvexität der Menge zulässiger Konsumgüterbündel zeigen (s. Anhang).

Es kann zusätzlich gezeigt werden, daß diese Menge beschränkt ist. Diese Eigenschaft ergibt sich aus der strengen Konkavität der Extraktionsfunktionen für Öl und Erz in Abhängigkeit von Energie. Für jede zusätzliche Einheit Öl bzw. Erz muß immer mehr Energie aufgewendet werden. Da Öl und Erz Vorprodukte für Energie sind, wächst die Nettoerzeugung an Energie anfänglich, erreicht ein Maximum und geht schließlich zurück<sup>10</sup>.

Wir bekommen somit das Ergebnis, daß die erreichbare Konsumgütermenge im Beispiel von *Chichilnisky* und *Heal* (1979) konvex und beschränkt ist, wenn die Angebotsfunktionen durch Extraktionsfunktionen ersetzt werden.

Wir sind jetzt in der Lage, das Vorgehen von *Heal* dem unsrigen gegenüberzustellen und zu vergleichen (siehe Tabelle 1).

Die Produktionsfunktionen von *E* und *M* unterscheiden sich in beiden Ansätzen nicht. Die Angebotsfunktionen von *Heal* sind in unserem Ansatz durch Extraktionsfunktionen ersetzt, und zwar wie oben beschrieben, so daß diese Extraktionsfunktionen mit den *Healschen* Angebotsfunktionen konsistent sind.

Tabelle 1

<i>Heals</i> Ansatz	unser Ansatz
$E = \min \left( \frac{Q_E}{a_2}, \frac{R_E}{b_2} \right)$	$E = \min \left( \frac{Q_E}{a_2}, \frac{R_E}{b_2} \right)$
$M = \min \left( \frac{Q_M}{a_1}, \frac{R_M}{b_1} \right)$	$M = \min \left( \frac{Q_M}{a_1}, \frac{R_M}{b_1} \right)$
$Q = \alpha \frac{P_Q}{P_E} + \bar{Q}$	$Q = \sqrt{2\alpha E_Q} + \bar{Q}$
$R = \beta \left( \frac{P_R}{P_E} \right)^2 + R$	$R = \sqrt[3]{\frac{9}{4} E_R^2} + \bar{R}$
$E_c = E$	$E_c = E - E_Q - E_R$
$M_c = M$	$M_c = M$
$W(E_c, M_c) = \gamma E_c + \delta M_c$	$W(E_c, M_c) = \gamma E_c + \delta M_c$

<sup>10</sup> *Reiss/Breyer* (1981), Appendix.

Auch die Wohlfahrtsfunktionen unterscheiden sich in beiden Ansätzen nicht. Konsumgüter sind lediglich Energie und Metall, und zwar hängt die Wohlfahrt linear von beiden zum Konsum zur Verfügung stehenden Mengen ab. In der Bestimmung dieser Mengen jedoch unterscheiden sich die beiden Ansätze wesentlich: Bei uns ergibt sich die konsumierbare Menge an Energie aus der produzierten Menge minus den in der Produktion (Extraktion von Öl und Erzen) eingesetzten Mengen. *Heal* jedoch setzt fälschlicherweise keine Energie in der Produktion ein, und so wird folgerichtig die ganze Produktion an Energie auch konsumiert. Wir sehen hier deutlich, wie der Rückgriff auf Angebotsfunktionen die realen Beziehungen verschleiert und zu Fehlschlüssen führt.

Die Abhängigkeit des Angebots an Öl vom Preis der Energie kann nur dadurch erklärt werden, daß Energie direkt zur Produktion von Öl eingesetzt werden muß oder aber — bei alternativer Nutzung — durch Verbrauch eines nicht spezifizierten Faktors (Land) in der Ausbringungsmenge geändert wird. In beiden Fällen wird bei der Extraktion von Öl Energie verbraucht. Dieser Verbrauch ist aber nur dadurch bestimmbar, daß man die Angebotsfunktion durch die zugrundeliegenden realen Beziehungen ersetzt. Berücksichtigt man, daß zur Erhöhung des Ölangebots der Ökonomie andere Güter entzogen werden, so verschwindet die Nichtkonvexität des Konsumgüterbereichs. Die behauptete Nichtkonvexität liegt also daran, daß Güter dem Konsum zugeordnet werden, die längst in der Produktion verbraucht sind.

### 5. Anhang

Sind die Produktionsfunktionen

$$\begin{aligned} E &= f_1(E_E, M_E, Q_E, R_E) \\ M &= f_2(E_M, M_M, Q_M, R_M) \\ Q &= f_3(E_Q, M_Q, Q_Q, R_Q) \\ R &= f_4(E_R, M_R, Q_R, R_R) \end{aligned}$$

konkav, so ist die Menge der zulässigen Konsumgüterbündel konvex.

#### *Beweis*

Wir vereinfachen die Notation. Wir definieren die Inputmatrix  $x$  und die Vektoren des Bruttooutputs  $z$  und des Konsums  $c$  durch

$$x = \begin{pmatrix} E_E & M_E & Q_E & R_E \\ E_M & M_M & Q_M & R_M \\ E_Q & M_Q & Q_Q & R_Q \\ E_R & M_R & Q_R & R_R \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} E \\ M \\ Q \\ R \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} E_c \\ M_c \\ Q_c \\ R_c \end{pmatrix}$$

Sei  $f$  die komponentenweise definierte Funktion

$$f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix}$$

und  $u$  der nur aus Einsen bestehende Vektor

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$f$  ist konkav, da alle Komponenten konkav sind.

Es gilt dann für den Bruttooutput

$$z = f(x) \cdot u.$$

Der Nettooutput ist gegeben durch

$$f(x) - x^T u.$$

Ein Konsumgüterbündel  $c$  ist also genau dann zulässig, wenn ein  $x \geq 0$  existiert mit

$$(5.1) \quad c \leq f(x) - x^T u.$$

Es seien  $c$  und  $\bar{c}$  zulässige Konsumgüterbündel, d. h. es existieren  $x \geq 0$  und  $\bar{x} \geq 0$ , so daß neben (5.1) auch

$$\bar{c} \leq f(\bar{x}) - \bar{x}^T u$$

gilt. Dann folgt

$$\begin{aligned} \alpha c + (1 - \alpha) \bar{c} &\leq \alpha \{f(x) - x^T u\} + (1 - \alpha) \{f(\bar{x}) - \bar{x}^T u\} \\ &\leq f(\alpha x + (1 - \alpha) \bar{x}) - \{\alpha x + (1 - \alpha) \bar{x}\}^T u, \end{aligned}$$

wobei sich die zweite Abschätzung aus der Konkavität von  $f$  ergibt.  $\alpha c + (1 - \alpha) \bar{c}$  ist also ein zulässiges Konsumgüterbündel; die Menge der zulässigen Konsumgüterbündel ist konvex.

### Zusammenfassung

Nach der weithin akzeptierten Definition hängen die „Reserven“ eines natürlichen Rohstoffs von relativen Preisen ab. Wir weisen auf folgende Schwierigkeiten mit diesem Konzept hin: 1. Prognosen der Verfügbarkeitsdauer eines Rohstoffs können durch einen innewohnenden Zirkelschluß logisch unmöglich werden. 2. Eine „Reserveangebotsfunktion“ kann zu der irrtümlichen Folgerung führen, ein steigender Preis würde die Reserven eines

Stoffes nahezu beliebig ausdehnen. Um diese Probleme zu umgehen, schlagen wir vor, die Ressourcenausstattung unter Verwendung von Extraktionsfunktionen zu beschreiben. Diese Vorgehensweise ermöglicht es uns ferner, eine Behauptung von *Heal* zu widerlegen, daß variable Ressourcenausstattungen zu einer nichtkonvexen Menge realisierbarer Konsumgüterbündel und damit zu Marktversagen führen können.

### Summary

According the widely accepted definition, the "reserves" of a natural resource depend on relative prices. We stress the following difficulties involved in this concept: 1. Forecasts of resource availability tend to become logically inconsistent due to an inherent circularity. 2. A "reserve supply function" may lead to the erroneous conclusion that a rising price could make the reserves arbitrarily large. In order to avoid these problems we propose to describe resource endowments by means of extraction functions. This method enables us furthermore to disprove *Heal's* assertion that variable resource endowments may lead to a nonconvex consumption set and thus to market failure.

### Literatur

- Brobst*, D. A. (1979), Fundamental Concepts for the Analysis of Resource Availability, in: V. K. Smith (Hrsg.), Scarcity and Growth Reconsidered. Baltimore, London.
- Cichilnisky*, G. und G. *Heal* (1979), Welfare Economics of Competitive General Equilibrium with Variable Endowments. Unveröffentlichtes Manuskript, Columbia University.
- Dasgupta*, P. und G. *Heal* (1974), The Optimal Depletion of Exhaustible Resources. *Review of Economic Studies* 41 (1974), Symposium, 3 - 28.
- Debreu*, G. (1959), Theory of Value. New York.
- Fisher*, A. C. (1979), Measures of Natural Resource Scarcity, in: V. K. Smith (Hrsg.), Scarcity and Growth Reconsidered. Baltimore, London.
- Heal*, G. (1976), The Relationship between Price and Extraction Cost for a Resource with a Backstop Technology. *Bell Journal of Economics* 7 (1976), 371 - 378.
- (1980), Intertemporal Allocation and Intergenerational Equity, in: H. Siebert (Hrsg.), Erschöpfbare Ressourcen, Schriften des Vereins für Socialpolitik N. F. 108 (1980), Berlin.
- Hotelling*, H. (1931), The Economics of Exhaustible Resources. *Journal of Political Economy* 39 (1931), 137 - 175.
- Kemp*, M. C. und N. V. *Long* (1980), The Optimal Order of Exploitation of Deposits of an Exhaustible Resource, in: H. Siebert (Hrsg.), Erschöpfbare Ressourcen, Schriften des Vereins für Socialpolitik N. F. 108 (1980), Berlin.
- (1981), The Efficiency of Competitive Markets in a Context of Exhaustible Resources, erscheint in: W. Eichhorn u. a. (Hrsg.), Natural Resources and Production. Würzburg, Wien.
- Meadows*, D. H. u. a. (1972), Grenzen des Wachstums. Stuttgart.
- Nordhaus*, W. D. (1974), Resources as a Constraint on Growth. *American Economic Review* 64 (1974), 22 - 26.

- Peterson, F. M. und A. C. Fisher* (1977), The Exploitation of Extractive Resources: A Survey. *Economic Journal* 87 (1977), 681 - 721.
- Pethig, R.* (1979), Die Knappheit natürlicher Ressourcen. *Jahrbuch für Sozialwissenschaft* 30 (1979), 189 - 209.
- Reiß, W. und F. Breyer* (1981), Variable Resources Endowments and the Convexity of the Attainable Consumption Set, erscheint in: W. Eichhorn u. a. (Hrsg.), *Natural Resources and Production*. Würzburg, Wien.
- Robinson, C.* (1975), The Depletion of Energy Resources, in: D. W. Pearce und J. Rose (Hrsg.), *The Economics of Natural Resource Depletion*. London, Basingstoke.
- Smith, V. K. und J. V. Krutilla* (1979), The Economics of Natural Resource Scarcity: An Interpretive Introduction, in: V. K. Smith (Hrsg.), *Scarcity and Growth Reconsidered*. Baltimore, London.
- Solow, R. M.* (1974), Intergenerational Equity and Exhaustible Resources, *Review of Economic Studies* 41 (1974), Symposium, 29 - 46.
- und *F. Y. Wan* (1976), Extraction Costs in the Theory of Exhaustible Resources. *Bell Journal of Economics* 7 (1976), 359 - 370.
- Stiglitz, J.* (1974), Growth with Exhaustible Natural Resources: Efficient and Optimal Growth Paths. *Review of Economic Studies* 41 (1974), Symposium, 123 - 137.