

# Kreditrisiko und Informationsaktivität im Bankbetrieb\*

Von Hellmuth Milde

Das Verlustrisiko von Banken kann durch das Ausmaß der Kreditgewährung und den Umfang an Informationshandlungen beeinflusst werden. Für eine risikoneutrale Bank werden Kreditvolumen und Suchaktivität endogen bestimmt.

## I. Einführung

Unter den Stichworten „Informationsökonomik“ oder „Neue Mikroökonomik“ ist in den letzten Jahren eine umfangreiche Literatur entstanden. Ein Charakteristikum der herkömmlichen Preistheorie ist bekanntlich die Annahme „vollkommener Voraussicht“ oder — logisch widerspruchsfrei formuliert<sup>1</sup> — die Annahme „sicherer Erwartungen“ bei den beteiligten Wirtschaftssubjekten. Diese Prämisse ist identisch mit der Aussage, die Informationskosten seien generell gleich Null. Mit dieser Informationshypothese ist eine Vielzahl von wirtschaftlichen Phänomenen überhaupt nicht erklärbar, und in der Tat hat beispielsweise die Einführung einer konkreten Geldmenge in die allgemeine Gleichgewichtstheorie ökonomisch wenig Sinn. Denn bei sicheren Erwartungen besteht das Dilemma des „doppelten Zufalls“ nicht mehr; das gewünschte Allokationsoptimum wird bereits in einer Tauschwirtschaft erreicht, und eine Geldwirtschaft, die den Tauschakt informationskostensparend in eine Kauf- und eine Verkaufhandlung aufspaltet, ist überflüssig<sup>2</sup>.

Wie die konkrete Verwendung des Geldes, so sind auch die Existenz und die Aktivität der Geldproduzenten bei sicheren Erwartungen nicht erklärbar; der gesamte Finanzsektor einer Volkswirtschaft ist bei dieser Annahme überflüssig. Da aber — und darauf hat besonders *Alchian*<sup>3</sup> hingewiesen — die Informationskosten nicht Null sind bzw. da wir

---

\* *Ernst Baltensperger*, Ohio State University, Columbus, und den Gutachtern dieser Zeitschrift danke ich für Anregungen und Verbesserungsvorschläge.

<sup>1</sup> *Morgenstern* (1935), S. 343 f.

<sup>2</sup> *Clower* (1969), S. 202 ff.

<sup>3</sup> *Alchian* (1970), S. 27 ff., *Alchian* (1974), S. 3 ff.

nicht mit der Annahme sicherer Erwartungen arbeiten können, muß die herkömmliche Preistheorie systematisch umformuliert werden; das ist Gegenstand der „Neuen Mikroökonomik“<sup>4</sup>. Für eine Marktanalyse bedeutet die explizite Berücksichtigung der Informationskosten, daß der Geldpreis allein den Markt nicht mehr räumt. Damit treten Marktungleichgewichte auf. Wenn abweichend von Walrasianischen Vorstellungen effektive Transaktionen auch auf ungleichgewichtigen Märkten stattfinden, so hat das natürlich Rückwirkungen auf andere Märkte der Volkswirtschaft<sup>5</sup>.

Nur bei Berücksichtigung von Ungewißheit und positiven Informationskosten kann die Geschäftstätigkeit von Finanzunternehmungen<sup>6</sup> preistheoretisch erklärt werden. Deren ökonomische Funktion besteht ja auch darin, durch Einsatz von Ressourcen Risiken verschiedener Art zu reduzieren<sup>7</sup>. Dabei sind die Finanzunternehmungen im Rahmen der volkswirtschaftlichen Arbeitsteilung auf die Risikokonsolidierung spezialisiert, d. h. im Gegensatz zu anderen Unternehmungen können sie die Konsolidierung besonders ressourcensparend durchführen.

Im vorliegenden Aufsatz beschäftigen wir uns mit einem speziellen Typ des Kreditrisikos von Geschäftsbanken: dem Verlustrisiko. Darunter verstehen wir die Möglichkeit, daß die Rückzahlung des Kreditbetrages sowie die Zahlung der vereinbarten Zinsen, Gebühren und Provisionen am Fälligkeitstermin ganz oder teilweise ausfällt. Wir analysieren den Zusammenhang zwischen dem Verlustrisiko und den bankbetrieblichen Informationshandlungen. Dabei stützen wir uns auf die umfangreiche Untersuchung „Kreditrisiko und Kreditentscheidung im Bankbetrieb“ von *Wächtershäuser*<sup>8</sup>. Allerdings enthält diese Arbeit — der Tradition der Bankbetriebslehre folgend — kein geschlossenes Modell für die Bestimmung der optimalen Höhe von Kreditvolumen und Informationsaktivität. Ein derartiges Modell legen jedoch *Aigner* und *Sprenkle* vor<sup>9</sup>. Sie führen eine Informationsfunktion ein, die den Zusammenhang zwischen der Größe der Verlustwahrscheinlichkeit und dem Umfang der Informationsaktivität beschreibt. Gemäß *Aigner* und *Sprenkle* reduzieren zusätzliche Informationshandlungen die mit jeder Kreditgewährung verbundene mathematische Erwartung des Verlustes. Alle Ergebnisse des Modells von *Aigner* und *Sprenkle* stehen und fallen mit dieser Erwartungshypothese. In einer Anmerkung weisen die Auto-

<sup>4</sup> Einen guten Überblick gibt *Laidler* (1974), S. 244 ff.

<sup>5</sup> Vgl. etwa *Baltensperger* und *Milde* (1976 b) und die dort genannte Literatur zur Ungleichgewichtsökonomik.

<sup>6</sup> Darunter versteht man Banken und Kapitalsammelstellen (non bank financial intermediaries); siehe etwa *Duwendag* (1974), S. 93 ff.

<sup>7</sup> *Stucken* (1957), S. 17, sowie *Baltensperger* (1972), S. 595.

<sup>8</sup> *Wächtershäuser* (1971).

<sup>9</sup> *Aigner* und *Sprenkle* (1968), S. 151 ff.

ren jedoch selbst darauf hin, daß unter bestimmten Voraussetzungen bei verstärkter Suchtätigkeit auch eine Erhöhung der Verlusterwartung denkbar ist<sup>10</sup>. Bei dieser Annahme ist jedoch das von *Aigner* und *Sprenkle* ausgearbeitete Modell zur Erklärung von optimalen Informations- und Kreditentscheidungen nicht mehr brauchbar.

Der Hinweis, daß die Höhe des Verlustrisikos nicht durch den Erwartungswert, sondern durch die Varianz der ungewissen Verlustbeträge gemessen werden kann, findet sich schon bei *Aigner* und *Sprenkle*<sup>11</sup>. In der stochastischen Preistheorie ist es üblich, die Varianz einer Zufallsvariablen als Indikator für die Risikohöhe zu verwenden. *Rothschild* und *Stiglitz* definieren als ein mögliches Risikomaß die Dispersion der stochastischen Variablen um einen konstanten Erwartungswert; das Maß wird von ihnen als „mean preserving spread“ bezeichnet<sup>12</sup>. Im Anschluß daran definieren wir für die vorliegende Arbeit die Reduktion des Risikos oder der Ungewißheit als Verkleinerung der Varianz um den konstanten Erwartungswert der Dichtefunktion einer Zufallsvariablen. Diesen Grundgedanken verwendet auch *Baltensperger* in einem Reservemodell mit Liquiditätsrisiko<sup>13</sup>. Die Varianzreduktion ist bei *Baltensperger* allerdings nicht exogener Natur, also nicht kostenlos, sondern nur durch Einsatz von Ressourcen mit einem positiven Preis zu erreichen. Exakt diese Modellstruktur wenden wir nun auf die Analyse des Risikos bei bankbetrieblichen Kreditentscheidungen an.

## II. Das Modell

In dem vorliegenden Zwei-Perioden-Modell findet in der ersten Periode der Prozeß der Kreditgewährung statt. In der zweiten Periode investieren die Kreditnehmer die Kreditbeträge in risikobehaftete Projekte; die Kreditrückzahlung wird für das Ende der zweiten Periode vereinbart. Zu Beginn der ersten Periode sei das Volumen an zinstragenden Aktiva  $A$  exogen vorgegeben. Das Entscheidungsproblem der Bank besteht in der ersten Periode darin, den Bestand an zinstragenden Aktiva so auf Privatkredite  $K$  und auf Wertpapiere  $W$  zu verteilen, daß der am Ende der zweiten Periode erwartete Gewinn maximal bzw. der Erwartungswert der Kosten minimal wird<sup>14</sup>. Wir nehmen damit an, die Geschäftsleitung der Bank sei risikoneutral. Diese Einstellung zum Risiko (was nichts mit den Erwartungen zu tun hat) kann damit gerecht-

---

<sup>10</sup> Ebenda S. 155.

<sup>11</sup> Ebenda S. 153 f.

<sup>12</sup> *Rothschild* und *Stiglitz* (1970), S. 227 ff.

<sup>13</sup> *Baltensperger* (1974), S. 205 ff., sowie *Baltensperger* und *Milde* (1976 a).

<sup>14</sup> Als Übersicht siehe *Jaffee* und *Modigliani* (1969), S. 850 ff.; zu dem (identischen) Maximierungsansatz vgl. *Milde* (1974), S. 231 ff.



fertigt werden, daß es sich bei Kreditentscheidungen von Banken nicht um einmalige Risikosituationen handelt. Wegen permanenter Wiederholungen grundsätzlich gleichartiger Entscheidungen kann der Erwartungswert als rationales Entscheidungskriterium auch bei Ungewißheit akzeptiert werden<sup>15</sup>.

Die in unserem Zusammenhang interessierenden erwarteten Gesamtkosten  $C$  setzen sich aus drei Komponenten zusammen: den Opportunitätskosten, den Bonitätskosten und den Informationskosten. Wir erhalten für die Geschäftsbank folgende Zielfunktion:

$$(1) \quad C = (r - i) \cdot (A - K) + \int_{-\infty}^{K + rK} (K + rK - x) f(x, q) dx + sq$$

Der erste Summand auf der rechten Seite von (1) gibt die Opportunitätskosten der Wertpapierhaltung  $W (= A - K)$  an. Mit  $r$  bezeichnen wir den exogen gegebenen Kreditzins und mit  $i$  den exogenen Wertpapierzins. Die Alternative zur Kreditgewährung an Private ist also die Haltung staatlicher Wertpapiere. Dabei nehmen wir an, der Planungshorizont der Bank und die Laufzeit der Wertpapiere seien gleich lang. Aus dieser Annahme folgt, daß für die Staatstitel in unserem Modell kein Kurs- oder Marktrisiko existiert. Ferner besteht bei den Staatspapieren kein Verlustrisiko, da der Staat die aufgenommenen Kredite jederzeit mit zusätzlichen Steuern oder neuem Zentralbankgeld zurückbezahlen kann<sup>16</sup>. Damit ist die Haltung von Wertpapieren in unserem Modell eine sichere Anlageform. Im Gegensatz dazu existiert bei den Privatdarlehen ein Verlustrisiko. Auch hier nehmen wir wieder vereinfachend an, die Planungsperiode der Bank und die Laufzeit des Privatkredits seien gleich lang.

Der zweite Summand in (1) ist Ausdruck für den erwarteten Verlust bei Privatdarlehen und damit der Indikator für die Höhe der Bonitätskosten. Die Bonität eines repräsentativen Kreditnehmers hängt ab von seiner Zahlungsfähigkeit am Ende der Kreditlaufzeit. Für die Rückzahlung des Kreditbetrages und für die vereinbarten Zinszahlungen können in unserem Modell nur die Bruttoinvestitionerträge aus dem kreditfinanzierten Investitionsprojekt herangezogen werden<sup>17</sup>. Der Bruttoinvestitionertrag (oder cash flow) hängt von der nicht kontrollierbaren Zustandsvariablen  $\theta$  ab und ist sowohl für den Kreditgeber als

<sup>15</sup> Schneeweiß (1967), S. 49 f. und S. 61 ff.

<sup>16</sup> Das Beispiel der Stadt New York zeigt allerdings, daß für Kommunal-kredite diese Annahme nur mit Einschränkungen gilt.

<sup>17</sup> Jaffee und Modigliani (1968), S. 852, sowie die Kritik an dieser Annahme (Zulassung von Eigenkapital zur Rückzahlung) von Smith (1972) und die Entgegnung von Jaffee (1972).

auch für den Kreditnehmer eine ungewisse Größe. Die subjektiven Erwartungen der Bank über das ungewisse Investitionsergebnis drücken sich in einer Dichtefunktion mit spezifischen Eigenschaften aus. Der Bruttoinvestitionsertrag  $X(\theta)$  ist in unserem Modell die Zufallsvariable, deren Realisationen wir mit  $x$  bezeichnen; die Dichtefunktion der Zufallsvariablen  $X$  nennen wir  $f$ . Nimmt der cash flow am Ende der Kreditlaufzeit eine Größe  $x$  an, die größer oder gleich der vereinbarten Summe aus Darlehens- und Zinsforderung ist,  $x \geq (K + rK)$ , dann erhält die Bank den vereinbarten Betrag in voller Höhe, und es treten keinerlei Verluste auf. Ist das realisierte Investitionsergebnis aber kleiner als  $(K + rK)$ , also  $x < (K + rK)$ , dann erhält die Bank zwar  $x$ , aber eben nicht den vereinbarten Betrag  $(K + rK)$ , und es entsteht ein effektiver Verlust in Höhe der Differenz  $(K + rK - x)$ . Der Erwartungswert des Verlustes ist der Integralausdruck in der Zielfunktion (1).

Die Dichtefunktion  $f$  ist, wie schon erwähnt, Ausdruck für die subjektiven Erwartungen der Bankleitung über mögliche Realisationen  $x$  des Bruttoinvestitionsertrages und damit über mögliche Verlustbeträge. In der Form und in der Lage der Dichtefunktion spiegeln sich die akkumulierten Erfahrungen wider, die die Bank ex post mit ihren Kunden dank des permanenten Agierens auf dem Kreditmarkt gemacht hat. In allen Untersuchungen über bankbetriebliche Kreditentscheidungen, die im wesentlichen der Analyse von *Hodgman*<sup>18</sup> folgen, wird die Dichtefunktion  $f$  als Datum angesehen. Das ist gleichbedeutend mit der Annahme, zusätzliche Informationshandlungen der Bank könnten deren subjektives Wahrscheinlichkeitsurteil über mögliche Verluste nicht beeinflussen. Alternativ können wir auch sagen, die marginalen Informationskosten zur ex-ante-Revision der Einschätzung des Verlustrisikos sind unendlich groß. Damit haben wir den anderen Extremwert vorliegen, denn die herkömmliche Preistheorie arbeitet, wie erwähnt, mit Informationskosten von Null<sup>19</sup>.

Im Anschluß an die „Neue Mikroökonomik“ nehmen wir im vorliegenden Modell an, die marginalen Informationskosten haben eine endliche positive Größe. Die totalen Informationskosten sind laut (1) das Produkt aus dem exogen gegebenen Faktorpreis  $s$  (das sind die marginalen Informationskosten) mal dem Faktorinput  $q$ . Der Umfang an Informationsaktivität bzw. die Größe des Informationsinputs  $q$  bestimmt maß-

<sup>18</sup> *Hodgman* (1960), S. 258 ff.

<sup>19</sup> Während bei *Jaffee* und *Modigliani* (1969) die Grenzinformationskosten unendlich groß sind, ist interessanterweise eine Voraussetzung für die Gültigkeit des Modigliani-Miller-Theorems (Irrelevanz der Kapitalstruktur) die implizite Annahme, daß die Informationskosten generell gleich Null sind; vgl. *Modigliani* und *Miller* (1958) sowie die Diskussion in jedem Lehrbuch der Finanzierungs- und Investitionstheorie.

geblich das Wahrscheinlichkeitsurteil der Bank über mögliche Verlustbeträge, was in der Veränderbarkeit von Form und Lage der Dichtefunktion zum Ausdruck kommt. Daher ist laut (1) die Dichtefunktion nicht mehr ein Datum, vielmehr hängt der Funktionsverlauf  $f$  vom endogen zu bestimmenden Suchinput  $q$  ab<sup>20</sup>; in der formalen Schreibweise der Gleichung (1) heißt das:  $f = f(x, q)$ .

Jede Dichtefunktion ist durch ihre Momente eindeutig charakterisiert. Da die Dichtefunktion  $f(x, q)$  vom Suchinput  $q$  abhängt, muß sich das Ausmaß der Informationstätigkeit auch in der Größe der Momente niederschlagen. Wir nehmen der Einfachheit halber an, die Zufallsvariable  $X$  sei normalverteilt. Dann ist die Dichtefunktion durch den Erwartungswert  $E[X]$  und durch die Varianz bzw. durch die Standardabweichung  $S[X]$  vollständig charakterisiert. Wie eingangs erörtert, definieren wir die Reduktion der Varianz oder der Standardabweichung bei konstantem Erwartungswert als Verringerung der subjektiven Einschätzung des Verlustrisikos. Die Reduktion der Varianz bzw. der Standardabweichung kann in unserem Modell allein durch vermehrte Informationshandlungen erreicht werden. Der Zusammenhang zwischen Standardabweichung  $S[X]$  und Faktoreinsatz  $q$  wird daher durch eine Informationsfunktion  $a$  mit folgender Eigenschaft beschrieben:

$$(2) \quad S[X] = a(q) \quad \text{mit } a'(q) < 0$$

Die Eigenschaft  $a' < 0$  ist im Grunde nur Ausdruck für das Ergebnis einer Varianzzerlegung: Die potentiellen Kreditnehmer sind für die Bank zunächst eine sehr heterogene Gruppe. Erst nach eingehender Suchtätigkeit kann die Gesamtheit der Kreditnachfrager in homogene Teilgruppen (Risikoklassen) zerlegt werden. Die unerklärte Varianz bzw. Standardabweichung innerhalb jener Klassen, deren Mitglieder schließlich Kredite erhalten, ist geringer als die Gesamtvarianz in der Ausgangssituation<sup>21</sup>.

Im Gegensatz zu der eben gelieferten Argumentation, die bei dem Gesamtkreditvolumen ansetzt, gilt die folgende Erklärung für jede einzelne Kreditbeziehung (für den Fall eines „repräsentativen“ Kreditnehmers). Kreditnehmer und -geber haben für jedes Einzelprojekt ganz sicher divergierende Ertragserwartungen und mithin unterschiedliche Vorstellungen vom Verlustrisiko. Auf Grund dieser Diskrepanz ergibt

<sup>20</sup> Der Verlauf der Dichtefunktion ist sicher auch von der Größe des Kreditvolumens abhängig. Bei Erhöhung von  $K$  wird möglicherweise der Erwartungswert der Dichtefunktion steigen; die Varianz könnte sinken, wenn mit  $K$  die Anzahl der Kreditnehmer steigt, so daß es zu einer Diversifikation der Kreditkonten kommt. Diese Effekte vernachlässigen wir aber in der vorliegenden Arbeit.

<sup>21</sup> Eine andere Interpretation siehe bei *Baltensperger* (1972), S. 602 ff.



sich die Notwendigkeit zum Informationsaustausch<sup>22</sup>. Bei Informationsmangel wird ein traditionell sehr konservativer Bankier aus Vorsichtsgründen auch sehr extremen Realisationen  $x$  des Bruttoinvestitionsertrages hohe subjektive Eintrittswahrscheinlichkeiten zuordnen, was in einem hohen Wert der Standardabweichung zum Ausdruck kommt. Wenn sich in der Planungsperiode der Informationsstand auf Grund zusätzlicher Informationshandlungen verbessert hat, entfällt die Rechtfertigung für die subjektive Vermutung einer hohen Eintrittswahrscheinlichkeit extremer  $x$ -Werte, was mit einer verringerten Dispersion der Realisationen  $x$  um den Erwartungswert identisch ist<sup>23</sup>. Wir müssen uns jedoch darüber klar sein, daß auch dieses Suchmodell nicht sehr allgemein ist. Es unterstellt die Existenz nur einer einzigen Hypothese bzw. den (definitiven) Ausschluß mehrerer Alternativhypothesen: Durch Erhöhung der Suchaktivität, d. h. durch Vergrößerung des Stichprobenumfanges, kann das Stichprobenergebnis gegen den „wahren“ Wert der Grundgesamtheit konvergieren.

Die angesprochenen Entscheidungen über den Umfang von Informationshandlungen setzen voraus, daß die Bank bereits vorher gewisse Vorstellungen über die Eintrittswahrscheinlichkeiten und Bewertungen möglicher Handlungsfolgen besitzt. Ohne ein Minimum an Vorinformationen können Informationsentscheidungen also gar nicht getroffen werden<sup>24</sup>. Wie oben erwähnt, haben existierende Kreditinstitute dieses Informationsminimum ganz sicher dank ihres permanenten Agierens auf dem Kreditmarkt. Für Neulinge bildet der Informationsstand jedoch eine kaum überwindbare Zutrittsbeschränkung, so daß aus diesem Grunde der Kreditmarkt (auch ohne gesetzliche Regelungen) faktisch als geschlossener Markt anzusehen ist.

---

<sup>22</sup> Aus Erwartungsdiskrepanzen und Einschätzungsunterschieden beim Verlustrisiko leitet *Stiglitz* (1972) die Existenz einer optimalen Finanzierungsstruktur ab. Er bestreitet damit auch die Gültigkeit des Theorems von *Modigliani* und *Miller* (1958). Auch in unserem Modell impliziert die Ableitung eines optimalen Kreditvolumens die Existenz einer optimalen Finanzierungsstruktur. Bei *Stiglitz* (1972) ist das Finanzierungsoptimum im Falle positiver Verlustwahrscheinlichkeiten durch die unterschiedlichen Erwartungswerte der exogen gegebenen Dichtefunktionen von Kreditnehmern und -gebern bestimmt. Die Dichtefunktionen sind im vorliegenden Modell dagegen nicht exogen, weil Informationshandlungen als risikomindernde Strategien zulässig sind. *Stiglitz* (1972), S. 464, betont den Einfluß positiver Informationskosten auf das Finanzierungsoptimum. Der andere Unterschied zum *Stiglitz*-Modell besteht darin, daß bei uns die Erwartungsdiskrepanzen durch unterschiedliche Varianzgrößen (und nicht durch unterschiedliche Erwartungswerte) zum Ausdruck kommen.

<sup>23</sup> Im Gegensatz zu *Aigner* und *Sprenkle* (1968) beschreibt die vorliegende Informationsfunktion nicht den Zusammenhang zwischen Erwartungswert und Suchinput, sondern zwischen Standardabweichung und Suchinput (vgl. auch letzte Fußnote).

<sup>24</sup> *Gäfen* (1974), S. 182 f.

### III. Das Lösungsverfahren

Die explizite Einführung der Informationsfunktion (2) in die Zielfunktion (1) erfolgt über eine Standardisierung der Zufallsvariablen  $X$ . Die standardisierte Zufallsvariable bezeichnen wir mit  $T$ , die Realisationen mit  $t$ :

$$(3) \quad x = E[X] + t \cdot S[X] .$$

Die neue Zufallsvariable  $T$  folgt einer standardisierten Normalverteilung  $g(t)$ . Die Dichtefunktion  $g$  ist im Gegensatz zur ursprünglichen Normalverteilung  $f$  vom Suchinput  $q$  unabhängig, weil jede standardisierte Normalverteilung eindeutig und endgültig durch  $E[T] = 0$  und  $S[T] = 1$  charakterisiert ist. Wie bei  $x$  so muß in der Zielfunktion (1) die Standardisierung auch bei der Integrationsgrenze ( $K + rK$ ) vorgenommen werden:

$$(4) \quad (K + rK) = E[X] + b \cdot S[X] .$$

Bei Berücksichtigung von (2) bis (4) lautet die Zielfunktion (1) nun folgendermaßen:

$$(5) \quad C = (r - i) \cdot \left( A - \frac{E[X] + b \cdot a(q)}{1 + r} \right) + a(q) \cdot \int_{-\infty}^b (b - t) g(t) dt + sq$$

Die Aktionsparameter der Geschäftsbank sind der Suchinput  $q$  und der in standardisierten Einheiten ausgedrückte Rückzahlungsbetrag  $b$ . Die Bedingungen erster Ordnung für ein Minimum von  $C$  erhalten wir dadurch, daß wir die partiellen Ableitungen von (5) nach den Aktionsparametern gleich Null setzen:

$$(6) \quad \frac{\partial C}{\partial b} = - (r - i) \frac{a(q)}{1 + r} + a(q) \int_{-\infty}^b g(t) dt = 0$$

$$(7) \quad \frac{\partial C}{\partial q} = - (r - i) \frac{ba'(q)}{1 + r} + a'(q) \int_{-\infty}^b (b - t) g(t) dt + s = 0$$

Aus (6) errechnen wir<sup>25</sup>:

$$(8) \quad \int_{-\infty}^b g(t) dt = \frac{r - i}{1 + r}$$

Der Integralausdruck in (6) oder (8) ist nichts anderes als die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Verlustes. Im Optimum muß  $b$

<sup>25</sup> Vgl. auch *Jaffee und Modigliani (1969), S. 853.*



(und damit wegen (4) auch  $K$ ) derart gewählt sein, daß die Verlustwahrscheinlichkeit dem exogen gegebenen Gegenwartswert der marginalen Opportunitätskosten größengleich ist. Weil wir im vorliegenden Fall mit einem Zwei-Perioden-Modell arbeiten, ist die Zinsdifferenz nur einer Periode zu diskontieren. Da eine Wahrscheinlichkeit nicht negativ sein kann, folgt aus (8), daß  $r$  nie kleiner als  $i$  sein darf:  $r \geq i$ . Dies ist auch klar, denn der Zinssatz  $r$  für verlustbedrohte Privatkredite muß sich von der Rate  $i$  für sichere Staatstitel durch eine positive Risikoprämie unterscheiden. Ist auf Grund ungewöhnlicher Marktprozesse der Grenzfall  $r = i$  gegeben, so muß laut (8) die Verlustwahrscheinlichkeit gleich Null sein. Das wird ganz einfach dadurch erreicht, daß die Banken alle zinstragenden Aktiva in Staatstiteln anlegen und damit das Kreditangebot auf Null reduzieren. Im Falle  $r = i$  wird nämlich das Verlustrisiko vom Markt her nicht mehr durch eine positive Risikoprämie honoriert, und die Banken reagieren entsprechend mit ihrem Angebotsverhalten. Aus (8) folgt auch das bekannte Resultat, daß das Bankenportefeuille dann optimal strukturiert ist, wenn die sicheren Grenzerträge der Wertpapieranlage und die erwarteten (weil unsicheren) Grenzerträge der Privatdarlehen größengleich sind:

$$(9) \quad i = r - (1 + r) \int_{-\infty}^b g(t) dt$$

oder:

$$(9') \quad 1 + i = (1 + r) \int_b^{+\infty} g(t) dt .$$

Für die weitere Untersuchung ist es notwendig zu wissen, ob der optimale  $b$ -Wert positiv, negativ oder Null ist. Da die standardisierte Normalverteilung um den Erwartungswert  $E[T] = 0$  symmetrisch ist, muß  $b$  laut (8) positiv sein, wenn die optimale Verlustwahrscheinlichkeit größer als 0,5 ist. Ist die Wahrscheinlichkeit dagegen kleiner als 0,5, dann ist der optimale  $b$ -Wert kleiner als Null. Im zuletzt genannten Fall  $b < 0$  muß also gelten:

$$\frac{1}{2} > \int_{-\infty}^b g(t) dt = \frac{r - i}{1 + r}$$

Daraus folgt unmittelbar:  $1 + r > 2r - 2i$ , oder:  $2i + 1 > r$ . Selbst in einem Extremfall mit  $i = 0$  muß für den Kreditzins  $r$  nur  $r < 100\%$  gelten, damit  $b < 0$  erfüllt ist. Gilt  $i > 0$ , dann wird die Obergrenze für  $r$  noch weiter über 100% angehoben. Damit ist gezeigt, daß bei der für uns relevanten Zinsstruktur der optimale  $b$ -Wert immer negativ sein muß. Das Ergebnis  $b < E[T] = 0$  ist auch intuitiv einleuchtend, denn

andernfalls wäre die Überlebenschance der Bank langfristig nicht mehr gewährleistet.

Unter Berücksichtigung von (8) errechnen wir aus der Marginalbedingung (7):

$$(10) \quad a'(q) \cdot \int_{-\infty}^b t g(t) dt = s$$

Laut (10) hat der Suchinput  $q$  dann die optimale Höhe, wenn die auf der linken Seite der Marginalbedingung ausgewiesenen erwarteten Grenzerträge der Informationstätigkeit gleich den exogen gegebenen (positiven) Grenzinformationskosten  $s$  sind. Da  $b < 0$  gilt, ist der Erwartungswert des Verlustes sicher negativ. Zusammen mit der negativen Ableitung  $a'$  ist die linke Seite von (10) positiv.

Für (10) können wir wegen  $E[T] = 0$  alternativ schreiben:

$$(10') \quad -a'(q) \cdot \int_b^{+\infty} t g(t) dt = s$$

Der Integralausdruck in (10') ist der (standardisierte) Erwartungswert des Bruttoertrages unter der Bedingung, daß keine Verluste realisiert wurden. Da dieser Erwartungswert positiv ist, haben wir einmal mehr gezeigt, daß wie in (10) auf beiden Seiten von (10') positive Größen stehen.

Die Gleichung (10) können wir auch noch folgendermaßen umformulieren:

$$(11) \quad -\frac{\partial (C - sq)}{\partial a} \cdot \frac{\partial a}{\partial q} = \frac{\partial (sq)}{\partial q}$$

Wegen (1) sehen wir, daß der erste Faktor auf der linken Seite von (11) die Veränderungen der Opportunitäts- und Bonitätskosten bei exogener Risikovariation angibt; mit den negativen Vorzeichen kann der Ausdruck auch als Erlösveränderung interpretiert werden. In komparativ-statischen Analysen der herkömmlichen stochastischen Preistheorie, die, wie erwähnt, keine Informationsfunktion (2) und keine Informationskosten berücksichtigt, gibt der erste Faktor in (11) die Veränderung der Profitsituation bei exogener Änderung der Ungewißheit an<sup>26</sup>. Laut (11) wird in unserem Modell die Änderung des Ungewißheits- oder Informationsstandes durch einen endogen zu bestimmenden Ressourceneinsatz  $q$  hervorgerufen, welcher allerdings nicht kostenlos zu haben ist ( $s > 0$ ).

<sup>26</sup> Siehe etwa Sandmo (1971), S. 68 ff.

Für das Minimum der erwarteten Kosten  $C$  errechnen wir folgende Bedingungen zweiter Ordnung, wobei wir mit  $g(b)$  die Wahrscheinlichkeitsdichte an der Stelle  $b$  bezeichnen:

$$(12) \quad J_1 = a(q) \cdot g(b) > 0$$

$$(13) \quad J_2 = -a(q) \cdot g(b) \cdot s \cdot a''(q) / a'(q) > 0$$

Damit werden der Dichtefunktion  $g$  und der Informationsfunktion  $a$  gewisse Restriktionen auferlegt. Laut (12) muß die Dichtefunktion eine derartige Form haben, daß an der Stelle  $b$  die Eintrittswahrscheinlichkeit nicht etwa Null ist. Für die Informationsfunktion muß gemäß (13) die Bedingung  $a'' > 0$  gelten, da (12) erfüllt sein muß und laut (2)  $a' < 0$  vorliegt. Die Eigenschaft  $a'' > 0$  bedeutet, daß die Reduktion der Standardabweichung bei wachsender Größe des Suchinputs immer kleiner wird.

#### IV. Komparative Statik

Die komparativ-statischen Resultate leiten wir aus dem Gleichungssystem ab, das wir durch totale Differentiation der Marginalbedingungen (6) und (7) erhalten:

$$(14) \quad \begin{pmatrix} ag & 0 \\ 0 & -sa''/a' \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} db \\ dq \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{a}{1+r} & \frac{a(1+i)}{(1+r)^2} & 0 \\ -\frac{a'b}{1+r} & \frac{a'b(1+i)}{(1+r)^2} & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dr \\ di \\ ds \end{pmatrix}$$

In der folgenden Tabelle sind die komparativ-statischen Ergebnisse aus (14) zusammengefaßt. Die endogenen Größen sind  $b$  und  $q$ , die exogenen  $r$ ,  $i$  und  $s$ .

	$dr$	$di$	$ds$
$db$	$\frac{(1+i)}{g(1+r)^2} > 0$	$-\frac{1}{g(1+r)} < 0$	0
$dq$	$-\frac{(1+i)(a')^2 b}{sa''(1+r)^2} > 0$	$\frac{(a')^2 b}{sa''(1+r)} < 0$	$\frac{a'}{sa''} < 0$

Mit Hilfe der Gleichungen (2) und (4) sowie der in der Tabelle zusammengefaßten Resultate erhalten wir Aussagen darüber, wie die Geschäftsbanken das Kreditvolumen  $K$  bei exogenen Parameteränderungen optimal anpassen:



$$(15) \quad \frac{dK}{dr} = \frac{a(1+i)}{g(1+r)^3} - \frac{K}{(1+r)} - \frac{b^2(a')^3(1+i)}{sa''(1+r)^3} \stackrel{!}{\geq} 0$$

$$(16) \quad \frac{dK}{di} = -\frac{a}{g(1+r)^2} + \frac{b^2(a')^3}{sa''(1+r)^2} < 0$$

$$(17) \quad \frac{dK}{ds} = \frac{(a')^2 b}{sa''(1+r)} < 0$$

Die Portfolioanpassungen bei Zinsänderungen lassen sich in einen reinen Preiseffekt und in einen Informationseffekt aufspalten. Der Informationseffekt kommt in jenen Summanden zum Ausdruck, die die Ableitung  $a'$  enthalten. Im Spezialfall  $a' = 0$  erhalten wir aus (15) bis (17) die bekannten Resultate aus der Kreditrationierungsdebatte mit exogen gegebener Dichtefunktion. Wegen des schon bei *Hodgman*<sup>27</sup> abgeleiteten ungewissen direkten Preiseffekts ist die Steigung der Kreditangebotskurve (15) bei kleinen  $r$ -Werten positiv, sie erreicht mit wachsendem  $r$  eine Steigung von Null und ist bei hohen Zinsraten negativ geneigt. Diese Eigenschaft der Angebotskurve ist darauf zurückzuführen, daß bei Erhöhung der Kreditzinsen der vereinbarte Rückzahlungsbetrag (bestehend aus Darlehens- und Zinsforderung) größer wird. Damit steigt auch die Verlustwahrscheinlichkeit. Die zinsinduzierte Erhöhung des Rückzahlungsbetrages und der Verlustwahrscheinlichkeit kann jedoch durch Reduktion des ausstehenden Kreditbetrages kompensiert werden. Der Informationseffekt ist bei Kreditzinsänderungen positiv, weil mit der Erhöhung von  $r$  (und Konstanz von  $i$ ) die Kreditgewährung grundsätzlich lohnender wird. Um aber das Verlustrisiko nicht ansteigen zu lassen, wird der Umfang an Informationshandlungen vergrößert (vgl. Tabelle). Für den Gesamteffekt bedeutet die Einführung aktiver Informationshandlungen, daß die Angebotskurve noch bei höheren Kreditzinsen eine positive Steigung aufweist, d. h. das „backward bending“ erfolgt erst bei höheren  $r$ -Werten als im Falle  $a' = 0$ .

Bei Veränderung des Wertpapierzinses  $i$  haben laut (16) beide Effekte das gleiche Vorzeichen. Der negative Informationseffekt verstärkt den negativen Kreuzpreiseffekt, so daß der Gesamteffekt dem Betrage nach stärker ausfällt als bei  $a' = 0$ .

Je höher die marginalen Informationskosten sind, desto geringer wird laut (17) der optimale Kreditbestand im Bankenportefeuille sein. Das ist, wie aus der Produktionstheorie bekannt, schlicht darauf zurückzuführen, daß bei Erhöhung des Faktorpreises der optimale Faktoreinsatz zurückgeht (vgl. Tabelle  $\frac{dq}{ds} < 0$ ). Bei geringem Suchinput ist die Ver-

<sup>27</sup> *Hodgman* (1960), S. 264 ff., sowie *Jaffee* und *Modigliani* (1969), S. 853 f.

lustwahrscheinlichkeit hoch; die unerwünschte Höhe der Verlustwahrscheinlichkeit kann jedoch durch Verringerung des Darlehensbestandes verkleinert werden.

Wegen der Annahme eines exogenen Bestandes an zinstragenden Aktiva  $A$  muß die Anpassung des Wertpapierbestandes  $W$  den Vorzeichen in (15) bis (17) genau entgegengesetzt sein.

Interessant sind schließlich die Reaktionen des Informations- und Portfolioverhaltens bei allgemeinen Änderungen des Zinsniveaus. Trotz entgegengesetzter Einzelzinseffekte (vgl. Tabelle) wird der optimale Umfang an Suchtätigkeit reduziert:

$$(18) \quad \frac{dq}{dr} + \frac{dq}{di} = \frac{(a')^2 b (r - i)}{sa'' (1 + r)^2} < 0 .$$

Wenn weniger Informationen gesammelt werden, muß die Erhöhung des Verlustrisikos wiederum durch eine Reduktion des Kreditvolumens kompensiert werden. In der Tat erhalten wir einen eindeutig negativen Gesamteffekt auf das Kreditvolumen bei einem allgemeinen Zinsniveaustieg:

$$(19) \quad \frac{dK}{dr} + \frac{dK}{di} = \frac{(r - i)}{(1 + r)^3} \cdot \left( \frac{b^2 (a')^3}{sa''} - \frac{a}{g} \right) - \frac{K}{1 + r} < 0 .$$

## V. Erweiterungsmöglichkeiten

Bei der bisherigen Analyse des Verlustrisikos haben wir nicht nur die Passivstruktur des Kreditgebers ignoriert, sondern auch die des Kreditnehmers. Das in der Kreditnehmerbilanz ausgewiesene Verhältnis von Eigenkapital zu Fremdkapital spielt dann eine bedeutsame Rolle, wenn wir — im Gegensatz zu unseren Modellannahmen — für die Rückzahlung des Kreditbetrages und für die Zinszahlungen im Verlustfall auch die Eigenkapitalausstattung heranziehen können. Dank der Eigenkapitalhaftung kann dann ein investitionsbedingter Verlust des Kreditnehmers in einen geringeren Verlust des Kreditgebers transformiert werden<sup>28</sup>.

Hinsichtlich der Eigenkapitalausstattung des Kreditgebers muß noch ein weiterer Gesichtspunkt beachtet werden. Der Eigenkapitalbestand der Bank hat für das Verlustrisiko die gleiche Funktion wie die Primär- und Sekundärreservehaltung für das Illiquiditätsrisiko: Beide dienen

<sup>28</sup> Vgl. *Smith* (1972) und einen Diskussionsbeitrag von *Baltensperger* (1976).

als Puffer, um ungewisse Defizite verschiedenster Art aufzufangen<sup>29</sup>. In unserer Zielfunktion (1) werden die erwarteten Forderungsausfälle zwar als Kostenkomponente berücksichtigt, es werden jedoch keine Aussagen für den Fall gemacht, daß die realisierten Verluste des Kreditgebers die am Periodenbeginn festgelegte Eigenkapitalreserve übersteigen. Die Anpassungskosten, die zur Beseitigung der Überschuldungssituation aufzuwenden sind, können nur schwer quantifiziert werden. Sicher kann jedoch die Bank auch in dieser Situation neues Eigenkapital zu Kosten erhalten, die zwischen Null und Unendlich liegen.

Je größer der Eigenkapitalbestand der Bank ist, desto geringer ist die Überschuldungswahrscheinlichkeit und desto niedriger sind die erwarteten Anpassungskosten. Ferner gilt, daß bei Informationsmangel der Bank über mögliche Verlustbeträge — in unserer Terminologie bei einer großen Varianz bzw. Standardabweichung — eine relativ hohe Eigenkapitalausstattung aus Vorsichtsgründen optimal ist. Wenn wir also die überschuldungsbedingten Anpassungskosten explizit berücksichtigen, dann muß die Eigenkapitalhöhe notwendig als endogene Größe im Modell erscheinen. Alle Aspekte der Anpassungskosten wurden aber im vorliegenden Ansatz nicht berücksichtigt.

Schließlich soll noch erwähnt werden, daß die Analyse des Verlustrisikos ohne Berücksichtigung des Illiquiditätsrisikos unvollständig ist. Wächst beispielsweise auf Grund der Geschäftspolitik der Bank das Verlustrisiko und wird dieser Tatbestand auch nur einem kleinen Kreis von Depositengläubigern bekannt, so werden erhöhte Depositenabzüge die unmittelbare Folge sein. Die Einleger werden nämlich ihre Guthaben rechtzeitig zu retten versuchen, bevor die Bank ihres Vertrauens letzteres nicht mehr verdient. Um das angestiegene Illiquiditätsrisiko wieder zu reduzieren, muß die Primär- sowie Sekundärreservehaltung erhöht und die Kreditgewährung der Bank eingeschränkt werden. Unsere gesamten Modellannahmen sind damit hinfällig, und die obigen Ableitungen können nicht mehr gültig sein. Für die Zeit der großen Bankenkrise der dreißiger Jahre kann unser Modell ganz sicher keinen Erklärungsgehalt beanspruchen.

### Zusammenfassung

Die Dichtefunktion für die ungewissen Bruttoinvestitionerträge wird endogenisiert: Aktive Suchanstrengungen des Kreditgebers reduzieren die Varianz möglicher Periodenergebnisse. Die Informationskosten haben eine endliche positive Größe. Die Optimalwerte für den Suchumfang und das Kreditvolumen hängen von den exogen gegebenen Ertrags- und Kostenparametern ab.

<sup>29</sup> Vgl. besonders *Baltensperger (1972/73)*, S. 147 ff.; hier geht im Gegensatz zum vorliegenden Modell nicht das Periodenergebnis des Kreditnehmers, sondern das des Kreditgebers als Zufallsvariable in die Analyse ein.



### Summary

Viewing the borrower's outcome as a random variable credit risk is most important in commercial banking. The density function is affected by the amount of the lender's information activity. Acquisition of additional information reduces the dispersion around the constant expected value. In the model, the optimal level of information activity and the optimal composition of earning assets between loans and securities is determined simultaneously.

### Literatur

- Aigner, D. J. und C. M. Sprenkle* (1968), A Simple Model of Information and Lending Behavior, *Journal of Finance*, 23 (1968), S. 151 ff.
- Alchian, A. A.* (1970), Information Costs, Pricing, and Resource Unemployment in E. S. Phelps et al.: *Microeconomic Foundations of Employment and Inflation Theory*, New York 1970, S. 27 ff.
- (1974), Information, Martingales, and Prices, *Swedish Journal of Economics*, 76 (1974), S. 3 ff.
- Baltensperger, E.* (1972), Costs of Banking Activities — Interactions between Risk and Operating Costs, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 4 (1972), S. 595 ff.
- (1972/73), Optimal Bank Portfolios: The Liability Side, *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 187 (1972/73), S. 147 ff.
- (1974), The Precautionary Demand for Reserves, *American Economic Review*, 64 (1974), S. 205 ff.
- (1976), The Borrower-Lender Relationship, Competitive Equilibrium, and the Theory of Hedonic Prices, *American Economic Review*, 66 (1976).
- Baltensperger, E. und H. Milde* (1976 a), Predictability of Reserve Demand, Information Costs, and Portfolio Behavior of Commercial Banks, *Journal of Finance*, 31 (1976).
- (1976 b), Gleichgewichts- und Ungleichgewichtsanalyse des Finanzsektors, *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*, 132 (1976).
- Clower, R. W.* (1965), Foundations of Monetary Theory, in: R. W. Clower (Hrsg.): *Monetary Theory, Selected Readings*, Harmondsworth 1969.
- Duwendag, D. u. a.* (1974), *Geldtheorie und Geldpolitik*, Köln 1974.
- Gäfgen, G.* (1974), *Theorie der wirtschaftlichen Entscheidung*, 3. Aufl., Tübingen 1974.
- Hodgman, D. R.* (1960), Credit Risk and Credit Rationing, *Quarterly Journal of Economics*, 74 (1960), S. 258 ff.
- Jaffee, D. M.* (1972), A Theory and Test of Credit Rationing: Further Notes, *American Economic Review*, 62 (1972), S. 484 ff.
- Jaffee, D. M. und F. Modigliani* (1969), A Theory and Test of Credit Rationing, *American Economic Review*, 59 (1969), S. 850 ff.
- Laidler, D.* (1974), *Introduction to Microeconomics*, Deddington 1974.
- Milde, H.* (1974), Die Aktivseite der Bankbilanz, *Die Unternehmung — Schweizerische Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 28 (1974), S. 231 ff.
- Modigliani, F. und M. H. Miller* (1958), The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment, *American Economic Review*, 48 (1958), S. 261 ff.

- Morgenstern, O.* (1935), Vollkommene Voraussicht und wirtschaftliches Gleichgewicht, *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 6 (1935), S. 337 ff.
- Rothschild, M.* und *J. E. Stiglitz* (1970), Increasing Risk: I. A Definition, *Journal of Economic Theory*, 2 (1970), S. 225 ff.
- Sandmo, A.* (1971), On the Theory of the Competitive Firm Under Price Uncertainty, *American Economic Review*, 61 (1971), S. 68 ff.
- Schneeweiß, H.* (1967), *Entscheidungskriterien bei Risiko*, Berlin-Heidelberg-New York 1967.
- Smith, V. L.* (1972), A Theory and Test of Credit Rationing: Some Generalisations, *American Economic Review*, 62 (1972), S. 477 ff.
- Stiglitz, J. E.* (1972), Some Aspects of the Pure Theory of Corporate Finance: Bankruptcies and Take-overs, *Bell Journal of Economics and Management Science*, 3 (1972), S. 458 ff.
- Stucken, R.* (1957), *Geld und Kredit*, 2. Aufl., Tübingen 1957.
- Wächtershäuser, M.* (1971), *Kreditrisiko und Kreditentscheidung im Bankbetrieb*, Wiesbaden 1971.