

# Diskussion einiger Probleme der Arbeitswertlehre

Von Peter Bernholz, Basel und Malte Faber, Berlin

## I. Einführung<sup>1</sup>

Bevor wir uns mit der Marxschen Arbeitswertlehre im einzelnen auseinandersetzen, möchten wir darauf hinweisen, daß nach unserer Ansicht bei dem gegenwärtigen Stand der Wirtschaftswissenschaften nicht nur im Westen, sondern auch im Osten eine antithetische Gegenüberstellung von marxistischer und bürgerlicher Nationalökonomie trotz mancher gegensätzlicher Auffassungen fehl am Platze ist. Wesentliche Grundlagen der Nationalökonomie werden mehr und mehr von beiden Seiten akzeptiert. So wird das lineare Programmieren, das von *Kantorovich*<sup>2</sup> 1938/39 und von *Dantzig*<sup>3</sup> unabhängig voneinander entwickelt worden ist, einschließlich des zugehörigen dualen Preissystems von beiden Seiten verwendet.

In Ungarn ist die erste Lösung des ungarischen Modells der zweistufigen Planung von *Lipták* mit Hilfe der von John von Neumann im Westen entwickelten Spieltheorie erzielt worden<sup>4</sup>.

*Brody* zeigt in einer neueren Arbeit<sup>5</sup>, daß seiner Meinung nach das Marxsche Modell der erweiterten Reproduktion als Unterfall des n-Sektoren-Wachstumsmodells von J. von Neumann aufgefaßt werden kann.

---

<sup>1</sup> Wir danken Herrn Stephan Vahl, M. A., für die kritische Durchsicht.

<sup>2</sup> L. V. Kantorovich: Ob odnom effectivnom metode reshenia niekotorih klassov extremalnih problem. Dokladi Akad. Nauk C.C.C.R., 1940. — L. V. Kantorovich: The Best Use of Economic Resources. Aus dem Russischen übersetzt von P. F. Knightsfield. Oxford, London, Edinburgh, New York, Paris, Frankfurt 1965.

<sup>3</sup> George B. Dantzig: Maximization of a Linear Function of Variables Subject to Linear Inequalities. S. 330 - 335. — Ders.: A Proof of the Equivalence of the Programming Problem and the Game Problem. S. 339 - 347. Beides in: Tjalling C. Koopmans (Hrsg.): Activity Analysis of Production and Allocation. New York, London, Sidney 1951.

<sup>4</sup> Janos Kornai: Mathematical Planning of Structural Decisions. With contributions by Thomas Lipták und Péter Wellisch. Aus dem Ungarischen übersetzt von J. Hatavay und P. Morvay. Amsterdam 1967.

<sup>5</sup> András Brody: Proportions, Prices and Planning — A Mathematical Restatement of the Labor Theory of Value. Übersetzt von András Brody aus dem Ungarischen. Amsterdam, London, Budapest 1970. S. 50 - 67.

Oskar Lange wies schon 1938 darauf hin, daß man die Theorie des Konkurrenzgleichgewichts für die Verwirklichung einer effizienten sozialistischen Wirtschaft verwenden könne: "The formal analogy, however, between the principles of distribution of resources in a socialist and in a competitive regime of private enterprise makes the scientific technique of the theory of economic equilibrium which has been worked out for the latter also applicable to the former<sup>6</sup>."

Andererseits wird von führenden nichtmarxistischen Nationalökonomien anerkannt, daß die Arbeitswertlehre unter sehr restriktiven Bedingungen richtig ist. Zu diesen Voraussetzungen, die allerdings nicht sehr realistisch sind, gehört die Reproduzierbarkeit aller Güter einschließlich sämtlicher Produktionsmittel und die Abwesenheit von verbundener Produktion. Bei einer intertemporalen optimalen Güterversorgung schließlich ist die Arbeitswertlehre nur in ganz speziellen unrealistischen Fällen zutreffend (z.B. bei Sättigung des Bedarfs an Kapitalgütern)<sup>7</sup>.

Die Reproduzierbarkeit aller Güter bedeutet u.a., daß Naturschätze wie Erdöl, Kohle, Erze etc. bei der Produktion nicht benutzt werden dürfen, da diese nicht reproduzierbar sind. — Der Umstand, daß die Reproduzierbarkeit aller Güter die Voraussetzung für die Gültigkeit der Arbeitswertlehre ist, wird auch von östlichen Ökonomen wie Brody anerkannt: "The models (gemeint sind die Modelle der Arbeitswertlehre, die Verf.) to be discussed reflect only problems of freely reproducible goods. As already noted, scarce natural resources, monopolistic situations — that is, circumstances temporarily tampering free development of production — call for rent theory, and are better described by programming models<sup>8</sup>." Noch schärfer drückt sich Lange (1938), wegen der von ihm wohl als unrealistisch empfundenen Annahmen der Arbeitswertlehre, aus<sup>9</sup>: "The passages quoted show that Marx was fully aware of the problem of allocation of resources in a socialist economy. However, he seems to have thought of labor as the only kind of scarce resource to be distributed between different uses and wanted

<sup>6</sup> Oskar Lange: On the Economic Theory of Socialism. (Hrsg. von Benjamin E. Lippincott) New York, Toronto, London 1938. S. 107 f. (Lange hatte nach dem Zweiten Weltkrieg mehrere Funktionen in Polen: u.a. war er 1957 Stellvert. Vorsitzender des Staatsrates).

<sup>7</sup> Auf die intertemporalen Aspekte kann hier nicht eingegangen werden.

<sup>8</sup> Brody: Proportions, a.a.O., S. 70.

<sup>9</sup> In diesem Zusammenhang sei auch eine Arbeit von Fels erwähnt: Eberhard M. Fels: Gesellschaftlich notwendige Arbeit. Jahrb. f. Nat.ök. u. Stat., Bd. 184 (1970) S. 298 - 311. In diesem Aufsatz stellt er Modelle der sowjetischen Wissenschaftler A. A. Konüs und V. V. Novozilov kritisch dar, aus deren Annahmen ebenfalls hervorgeht, unter welch engen Voraussetzungen auch in diesen Modellen die Arbeitswertlehre nur gültig ist.

to solve the problem by the labor theory of value. The unsatisfactory character of this solution need not be argued here, after all our preceding discussion of the subject. Professor Pierson and Professor Mises have certainly merited the gratitude of the student of the problem by exposing the inadequacy of this simplicist solution<sup>10</sup>."

Schließlich wird auch anerkannt, daß die Arbeitswertlehre und die auf die Grenzbetrachtung gestützte Theorie unter bestimmten Bedingungen zu den gleichen Konsequenzen führen, weil sich die mit ihrer Hilfe abgeleiteten Preissysteme durch Multiplikation mit einer geeigneten Konstante ineinander überführen lassen. Um mit *Brody* zu sprechen: "The causal, deterministic concept of the labor theory of value and the optimization concept of marginalism have led to the same conclusions here. The fundamental question is whether real relationships are represented correctly in the model. If the model reflects the essence of reality, both approaches will yield identical solutions and identical practical instructions. Should the two views conflict in some practical questions, the difference can lie only in the relations specified. When these are reconciled the practical solutions (as Neumann puts it, the "foresight") must coincide<sup>11</sup>."

Anzuerkennen ist bei der Arbeitswertlehre besonders, daß sie mit ihrer Behauptung, daß sich die Kapitalisten den über die Reproduktionskosten der Arbeit hinausgehenden Wert (den Mehrwert) aneignen, die Aufmerksamkeit auf die Mängel der Einkommensverteilung in der Marktwirtschaft gerichtet hat. Eine Verteilung mit Hilfe des Marktes führt bei einer ungleichmäßigen Vermögensverteilung über die Knappheitspreise für Boden- und Kapitalgüter nicht nur zu arbeitslosen Einkommen, sondern auch zu einer ungleichmäßigen Verteilung derselben. Außerdem hängt die Entlohnung für verschiedene Arten Arbeit neben der damit verbundenen unterschiedlichen Leistung auch von der Knaptheit der verschiedenen Arbeitskategorien ab.

In der Folge soll die Einordnung der Arbeitswertlehre vom gegenwärtigen Stand des Wissens aus unter Betonung der folgenden Fragen erörtert werden:

1. Kann in einer Planwirtschaft eine optimale Konsumgüterversorgung erreicht werden, wenn die Preisverhältnisse mit Hilfe der Arbeitswertlehre bestimmt werden und diese Preisverhältnisse zu der Verwirklichung des optimalen Planes verwendet werden?
2. Ist die Arbeitswertlehre geeignet, die in einer Marktwirtschaft herrschenden Preise zu erklären?

---

<sup>10</sup> Lange: On the Economic Theory, a.a.O., S. 132 f.

<sup>11</sup> Brody: Proportions, a.a.O., S. 60.

## II. Die Arbeitswertlehre als Instrument zur Verwirklichung einer bestmöglichen Güterversorgung in einer Planwirtschaft

### 1. Ein knappes Produktionsmittel

Bevor wir untersuchen können, ob die mit der Arbeitswertlehre ermittelten Preise zur Lenkung der Produktionsmittel für eine bestmögliche Güterversorgung geeignet sind, müssen wir feststellen, welches Preissystem eine optimale Güterversorgung gewährleistet. Anschließend werden wir zeigen, unter welchen Bedingungen die Preise der Arbeitswertlehre den Preisen eines solchen optimalen Preissystems entsprechen und unter welchen nicht.

Es sei angenommen, die Planungszentrale eines Wirtschaftssystems habe eine Zielfunktion formuliert. Dies kann aufgrund eines politischen Prozesses unter Beteiligung der mündigen Mitglieder des Wirtschaftssystems, durch Befragung der Mitglieder oder aber auch durch Entscheidung einer Elite geschehen. Der Zentrale stehen bestimmte Mengen von Produktionsfaktoren zur Verfügung. Die verwendeten Produktionsprozesse seien linear-limitational. Der Einfachheit halber wird mit zwei Konsumgütern  $K_1$  und  $K_2$ , zwei Produktionsmitteln  $M_1$  und  $M_2$  und zwei Produktionsprozessen gearbeitet. (Es läßt sich leicht zeigen, daß die Schlußfolgerungen auf viele Konsumgüter, Produktionsmittel und Produktionsprozesse übertragen werden können.) Das von der Zentrale zu lösende Problem läßt sich daher folgendermaßen formulieren:

- (1) 
$$W = W(N_1, N_2) = \text{Maximum}$$
- (2) 
$$N_1 - A_1 \leq 0$$
- (3) 
$$N_2 - A_2 \leq 0$$
- (4) 
$$a_{11} A_1 + a_{12} A_2 \leq b_1$$
- (5) 
$$a_{21} A_1 + a_{22} A_2 \leq b_2$$
- (6) 
$$N_1, N_2, A_1, A_2 \geq 0 .$$

In (1) ist die Zielfunktion formuliert;  $N_i, i = 1, 2$ , gibt die Menge des Konsumgutes  $K_i$  an, die konsumiert wird;  $A_i$  ist die Menge des Gutes  $G_i$ , die produziert wird. Folglich ist  $A_i \geq N_i$ . Das wird in (2) und (3) ausgedrückt. Zur Herstellung einer Einheit ( $E$ ) von  $K_i$  werden  $a_{1i} E$  des Produktionsmittels  $M_1$ , von dem  $b_1 E$  vorhanden sind, und  $a_{2i} E$  von  $M_2$ , von dem  $b_2 E$  zur Verfügung stehen, benötigt. Es sei angenommen, daß die Zielfunktion innerhalb des Lösungsraumes, der durch (2) bis (6) gegeben ist, folgende Eigenschaften habe:

$$(7) \quad \frac{\partial W}{\partial N_i} > 0, \quad i = 1, 2$$

$$(8) \quad \frac{d^2 N_2}{dN_1^2} \mid W = \text{const.} > 0 .$$

Aus (7) und (8) folgt, daß die Zielfunktion konkav ist. Wir betrachten nun folgendes Zahlenbeispiel:

$$(9) \quad W = (N_1 + 1)(N_2 + 2 \cdot \frac{2}{3}) = \text{Maximum}$$

$$(10) \quad N_1 - A_1 \leq 0$$

$$(11) \quad N_2 - A_2 \leq 0$$

$$(12) \quad 4 A_1 + 3 A_2 \leq 12$$

$$(13) \quad 6 A_1 + 2 A_2 \leq 15$$

$$(14) \quad N_1, N_2, A_1, A_2 \geq 0 .$$

Da die Zielfunktion konkav ist und die Nebenbedingungen linear sind, ergeben sich für das Optimum von (9) unter den Nebenbedingungen (10) bis (14) aufgrund der Theorie von *Kuhn* und *Tucker*<sup>12</sup> folgende Bedingungen:

$$(15) \quad \frac{\partial W}{\partial N_1} - P_{k1} = (N_2 + 2 \cdot \frac{2}{3}) - P_{k1} \leq 0$$

$$(16) \quad \frac{\partial W}{\partial N_2} - P_{k2} = (N_1 + 1) - P_{k2} \leq 0$$

$$(17) \quad P_{k1} - 4 P_{m1} - 6 P_{m2} \leq 0$$

$$(18) \quad P_{k2} - 3 P_{m1} - 2 P_{m2} \leq 0$$

$$(19) \quad (N_2 + 2 \cdot \frac{2}{3} - P_{k1}) N_1 + (N_1 + 1 - P_{k2}) N_2 + \\ + (P_{k1} - 4 P_{m1} - 6 P_{m2}) A_1 + (P_{k2} - 3 P_{m1} - 2 P_{m2}) A_2 = 0$$

$$(20) \quad (N_1 - A_1) P_{k1} + (N_2 - A_2) P_{k2} + (12 - 4 A_1 - 3 A_2) P_{m1} \\ + (15 - 6 A_1 - 2 A_2) P_{m2} = 0$$

$$(21) \quad P_{k1}, P_{k2}, P_{m1}, P_{m2} \geq 0 .$$

Es ist bekannt, daß sich  $P_{ki}$  als Preis des Konsumgutes  $K_i$  und  $P_{mi}$  als Preis des Produktionsmittels  $M_i$ ,  $i = 1, 2$ , interpretieren läßt<sup>13</sup>.

<sup>12</sup> George Hadley: Nichtlineares und dynamisches Programmieren. In deutscher Sprache hersg. von Horst P. Künzi. Würzburg, Wien 1969. S. 229 - 258.

<sup>13</sup> Vgl. z. B. Robert Dorfman, Paul A. Samuelson, Robert H. Solow: Linear Programming and Economic Analysis. New York, Toronto, London 1958. Kap. 8, insbes. S. 196 - 198.

Folgende Werte erfüllen das Restriktionssystem (10) bis (14) und die Optimalitätsbedingungen (15) bis (21)

$$N_1^+ = 2, \quad N_2^+ = \frac{4}{3},$$

$$A_1^+ = 2, \quad A_2^+ = \frac{4}{3},$$

$$P_{b1}^+ = 4, \quad P_{k2}^+ = 3,$$

$$P_{m1}^+ = 1, \quad P_{m2}^+ = 0. \quad ^{14}$$

$P_{m1}^+$  und  $P_{m2}^+$  sind also die Produktionsmittelpreise, die zur Lenkung der Produktionsfaktoren für eine bestmögliche Güterversorgung geeignet sind<sup>15</sup>.

Da  $P_{m2}^+ = 0$  ist, folgt, daß das Produktionsmittel  $M_2$  ein freies Gut ist. Dies erkennt man auch, wenn man  $A_1^+$  und  $A_2^+$  in (13) einsetzt:

$$(13a) \quad 6 \cdot 2 + 2 \cdot \frac{4}{3} = 12 + 2\frac{2}{3} = 14\frac{2}{3} < 15.$$

Der Bedarf des zweiten Produktionsmittels ist also im Optimum um  $\frac{1}{3}$  Einheiten kleiner als die zur Verfügung stehende Menge desselben.

Da  $P_{m1}^+ > 0$  ist, folgt, daß das erste Produktionsmittel ein knappes Gut ist. (In Ungleichung (12) gilt das Gleichheitszeichen.)

Als Beispiel sei einmal angenommen, daß  $K_1$  Benzin,  $K_2$  Heizöl,  $M_1$  Arbeit und  $M_2$  Rohöl sei. Dann ist der Faktor Arbeit ein knappes und der mit Arbeit nichtreproduzierbare Faktor Rohöl kein knappes Produktionsmittel.

Nach der Betrachtung der optimalen Preise wenden wir uns nun den Preisen der Arbeitswertlehre in unserem Beispiel zu. Gemäß der Arbeitswertlehre werden die Preise der Güter durch ihre Tauschwerte bestimmt. Dabei ist zu beachten: „Der Tauschwert einer Ware wird nicht von der Menge an Arbeit bestimmt, die zu ihrer Herstellung von jedem individuellen Produzenten aufgewandt wird, sondern von der Menge an Arbeit, die gesellschaftlich notwendig ist, um sie zu produzieren. Der Ausdruck ‚gesellschaftlich notwendig‘ bedeutet die Quantität an Arbeit, die unter durchschnittlichen Bedingungen der Arbeits-

<sup>14</sup> Man kann sich leicht überzeugen, daß diese Werte die Zielfunktion unter den Nebenbedingungen optimieren, indem man sie in (10) bis (14) und (15) bis (21) einsetzt. Wie man sieht, werden die Ungleichungen einschließlich der Optimalitätsbedingungen von diesen Werten erfüllt.

<sup>15</sup> Eine ausführliche Darstellung, auf welche Weise die Preise zu einer bestmöglichen und Information sparenden Lenkung einer Planwirtschaft verwendet werden können, findet man bei Lange: a.a.O.

produktivität in einer bestimmten Epoche und in einem bestimmten Lande nötig ist<sup>16</sup>.“ Der Preis einer Einheit eines Gutes entspricht also der in ihr enthaltenen Arbeit, falls diese „gesellschaftlich notwendig“ ist, d. h. m. a. W. falls die Produktionsweise technisch effizient ist<sup>17</sup>. — Liefert die Arbeitswertlehre Preise, die zur bestmöglichen Güterversorgung führen, so muß sich für unser Zahlenbeispiel ergeben, daß

1. das Verhältnis der Konsumgüterpreise  $P_{k1}^+ / P_{k2}^+$  gleich dem Verhältnis der pro Einheit des Konsumgutes benötigten Arbeit ist, also gleich  $a_{11}/a_{12}$ ;

2. das Verhältnis des Konsumgüterpreises  $P_{ki}^+$  zum Preis einer Arbeitseinheit  $P_{mi}^+$  gleich dem Verhältnis  $a_{1i}/1$ ,  $i = 1,2$ , ist.

$$\text{Zu 1.: } P_{k1}^+ / P_{k2}^+ = 4/3 = a_{11}/a_{12}$$

$$\text{Zu 2.: } P_{k1}^+ / P_{m1}^+ = 4/1 = a_{11}/1$$

$$P_{k2}^+ / P_{m2}^+ = 3/1 = a_{12}/1 .$$

Folglich führt die Arbeitswertlehre, wenn nur der Faktor Arbeit knapp ist, keine verbundene Produktion vorliegt und die statische Betrachtungsweise gewählt wird, zu Preisen, die in einer Planwirtschaft zur Lenkung der Produktionsfaktoren für eine optimale Konsumgüterversorgung benutzt werden können.

## 2. Mehrere knappe Produktionsmittel

Es sei angenommen, daß statt der Zielfunktion (9) die Planungszentrale folgende Funktion maximiere

$$(22) \quad W = (N_1 + \frac{9}{10})(N_2 + 3\frac{4}{5}) = \text{Maximum.}$$

Die Nebenbedingungen seien dieselben wie im ersten Beispiel, also (10) bis (14). Die Kuhn-Tucker-Bedingungen lauten für dieses Problem

<sup>16</sup> Ernest Mandel: Einführung in die marxistische Wirtschaftstheorie. Frankfurt 1970, S. 13.

<sup>17</sup> Diese Preise gelten nur für die einfache Warenproduktion. Für die kapitalistische Warenproduktion werden sie dagegen, wie z. B. Brody (a.a.O. S. 43) ausführt, anders bestimmt: „This law (gemeint ist das Wertgesetz der marxistischen Arbeitswertlehre, die Verf.) changes under capitalism (Extended Reproduction). Here the ‚law‘ states that there is a tendency for commodities to be exchanged on the market according to their ‚capital content‘ as products not of labor but of capital. Under Extended Reproduction exchanges is regulated by the proportions of total capital tied up in the production of the diverse commodities.“ Auch in diesem Fall gilt jedoch die Arbeitswertlehre im wesentlichen nur unter den bereits angegebenen Bedingungen.

$$(23) \quad \frac{\partial W}{\partial N_1} - P_{k1} = (N_2 + 3 \cdot \frac{4}{5}) - P_{k1} \leq 0$$

$$(24) \quad \frac{\partial W}{\partial N_2} - P_{k2} = (N_1 + \frac{9}{10}) - P_{k2} \leq 0$$

$$(25) \quad (N_2 + 3 \cdot \frac{4}{5} - P_{k1}) N_1 + (N_1 + \frac{9}{10} - P_{k2}) N_2 + \\ + (P_{k1} - 4 P_{m1} - 6 P_{m2}) A_1 + (P_{k2} - 3 P_{m1} - 2 P_{m2}) A_2 = 0 ;$$

außerdem müssen (17), (18) und (21) gelten.

Das Restriktionssystem (10) bis (14) und die Optimalitätsbedingungen werden von folgenden Werten erfüllt:

$$N_1^+ = 2 \frac{1}{10}, \quad N_2^+ = 1 \frac{1}{5},$$

$$A_1^+ = 2 \frac{1}{10}, \quad A_2^+ = 1 \frac{1}{5},$$

$$P_{k1}^+ = 5, \quad P_{k2}^+ = 3,$$

$$P_{m1}^+ = \frac{4}{5}, \quad P_{m2}^+ = \frac{3}{10}.$$

Wie im vorigen Beispiel bilden wir das Verhältnis der optimalen Konsumgüterpreise, um festzustellen, ob es gleich dem Verhältnis der Arbeitskoeffizienten ist, wie es die Arbeitswertlehre fordert:

$$P_{k1}^+ / P_{k2}^+ = 5/3 \neq 4/3 = a_{11} / a_{12} .$$

Dies ist also nicht der Fall. — Auch das Verhältnis des Konsumgüterpreises  $P_{ki}^+$  zum Preis einer Arbeitseinheit,  $P_{m1}^+$ , ist nicht gleich  $a_{1i}/1$ ,  $i = 1, 2$ , da

$$P_{k1}^+ / P_{m1}^+ = 5 / \frac{4}{5} = 6 \frac{1}{4} \neq 4 = a_{11} / 1$$

$$P_{k2}^+ / P_{m1}^+ = 3 / \frac{4}{5} = 3 \frac{3}{4} \neq 3 = a_{12} / 1 .$$

Der Preis des Rohöls  $P_{m2}^+$  schließlich ist nach der Arbeitswertlehre gar nicht erklärbar, da Rohöl nicht mit Arbeit reproduzierbar ist<sup>18</sup>.

Zu den gleichen Schlußfolgerungen gelangt man auch, wenn die beiden knappen Produktionsmittel zwei verschiedene Arten Arbeit sind. (Die Verschiedenheit muß allerdings aufgrund unterschiedlicher Begabung zustande gekommen sein.)

<sup>18</sup> Statt wie im zweiten Beispiel von einer anderen Zielfunktion auszugehen, kann man auch bei einer gleichen Zielfunktion wie im ersten Beispiel den Fall betrachten, in dem von dem Rohöl statt 15 E im 1. Beispiel nur 12 E zur Verfügung stehen. Auch dann wird das Produktionsmittel Rohöl ein knappes Gut mit positivem Preis, und die Arbeitswertlehre trifft nicht zu.

### 3. Verbundene Produktion

Es wird nun eine Situation betrachtet, in der wie im ersten Beispiel nur ein Produktionsfaktor, nämlich Arbeit, knapp ist und in der verbundenen Produktion vorliegt. Wir benutzen die gleiche Technologie wie bisher, nehmen jedoch an, daß im zweiten Produktionsprozeß nicht nur eine, sondern zwei verschiedene Sorten Heizöl produziert werden. Ist  $A_2 = 1$ , so werden 1 E von  $G_2$  und  $\frac{1}{2} E$  von  $G_3$ , der anderen Sorte Heizöl, hergestellt. Folglich müssen folgende Nebenbedingungen zu (10) bis (14) hinzugefügt werden:

$$(26) \quad N_3 - A_3 \leq 0$$

$$(27) \quad A_3 = \frac{1}{2} A_2$$

$$(28) \quad N_3, A_3 \geq 0 .$$

$N_3$  gibt an, wieviel E von  $G_3$  konsumiert, und  $A_3$ , wieviel produziert werden.

Die zu maximierende Zielfunktion laute

$$(29) \quad W = (N_1 + \frac{1}{4})(N_2 + 3\frac{3}{5})(N_3 + 1) = \text{Maximum} .$$

Für die Kuhn-Tucker Bedingungen ergeben sich

$$(30) \quad \frac{\partial W}{\partial N_1} - P_{k1} = (N_2 + 3\frac{3}{5})(N_3 + 1) - P_{k1} \leq 0$$

$$(31) \quad \frac{\partial W}{\partial N_2} - P_{k2} = (N_1 + \frac{1}{4})(N_3 + 1) - P_{k2} \leq 0$$

$$(32) \quad \frac{\partial W}{\partial N_3} - P_{k3} = (N_1 + \frac{1}{4})(N_2 + 3\frac{3}{5}) - P_{k3} \leq 0$$

$$(33) \quad P_{k1} - 4P_{m1} - 6P_{m2} \leq 0$$

$$(34) \quad P_{k2} + \frac{1}{2}P_{k3} - 3P_{m1} - 2P_{m2} \leq 0$$

$$(35) \quad \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial W}{\partial N_i} - P_{ki} \right) N_i + (P_{k1} - 4P_{m1} - 6P_{m2}) A_1 + \\ + (P_{k2} + \frac{1}{2}P_{k3} - 3P_{m1} - 2P_{m2}) A_2 = 0$$

$$(36) \quad \sum_{i=1}^3 (N_i - A_i) P_{ki} + (12 - 4A_1 - 3A_2) P_{m1} + \\ + (15 - 6A_1 - 2A_2) P_{m2} = 0$$

$$(37) \quad P_{k3} \geq 0 .$$

außerdem muß (21) erfüllt sein.

Das Restriktionssystem (10) bis (14), (26) bis (28) und die Optimalitätsbedingungen (30) bis (37) und (21) werden von folgenden Werten erfüllt:

$$\begin{aligned}N_1^+ &= 1\frac{1}{2}, \quad N_2^+ = 2, \quad N_3^+ = 1, \\A_1^+ &= 1\frac{1}{2}, \quad A_2^+ = 2, \quad A_3^+ = 1, \\P_{k1}^+ &= 11\frac{1}{5}, \quad P_{k2}^+ = 3\frac{1}{2}, \quad P_{k3}^+ = 9\frac{4}{5}, \\P_{m1}^+ &= 2\frac{4}{5}, \quad P_{m2}^+ = 0.\end{aligned}$$

Da folgende Relationen gelten

$$\begin{aligned}P_{k1}^+ / P_{k2}^+ &= 11\frac{1}{5} : 3\frac{1}{2} = \frac{56}{5} \cdot \frac{2}{7} = 3\frac{1}{5} \neq 4/3 = a_{11}/a_{12} \\P_{k1}^+ / P_{k3}^+ &= 11\frac{1}{5} : 9\frac{4}{5} = \frac{56}{5} \cdot \frac{5}{49} = 1\frac{1}{7} \neq 4/6 = a_{11}/2 a_{12} \\P_{k2}^+ / P_{k3}^+ &= 3\frac{1}{2} : 9\frac{4}{5} = \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{49} = \frac{5}{14} \neq \frac{3}{6} = a_{12}/2 a_{12}\end{aligned}$$

folgt, daß das Verhältnis der Konsumgüterpreise nicht gleich dem Verhältnis der Arbeitskoeffizienten ist. — Nun kann man einwenden, daß für eine Einheit von  $G_2$  nicht  $a_{12} E$  Arbeiten benötigt werden, da gleichzeitig  $\frac{1}{2} E$  von  $G_3$  erstellt wird. Folglich sollte man  $P_{k1}^+$  in Relation zu  $(P_{k2}^+ + \frac{1}{2} P_{k3}^+)$  setzen:

$$\frac{P_{k1}^+}{P_{k2}^+ + \frac{1}{2} P_{k3}^+} = \frac{\frac{56}{5}}{\frac{7}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{49}{5}} = \frac{\frac{56}{5}}{\frac{35 + 49}{10}} = \frac{56}{84} = \frac{112}{84} = \frac{4}{3} = a_{11} / a_{12}.$$

Diese Relation entspricht zwar der Arbeitswertlehre, doch kann man mit der Arbeitswertlehre nicht das Verhältnis von  $P_{k2}^+$  zu  $P_{k3}^+$  erklären.

Während

$$P_{k1}^+ / P_{m1}^+ = \frac{56}{5} / \frac{14}{5} = \frac{4}{1} = \frac{a_{11}}{1}$$

ist, bestehen bei der Interpretation des Verhältnisses eines der anderen Konsumgüterpreise zum Preis der Arbeit die gleichen Schwierigkeiten wie oben. — Die Arbeitswertlehre kann somit das Verhältnis  $P_{k2}^+ / P_{k3}^+$ ,  $P_{k2}^+ / P_{m1}^+$  und  $P_{k3}^+ / P_{m1}^+$  nicht erklären.

Die für die drei Beispiele erzielten Ergebnisse bleiben durch die Einführung von Zwischenprodukten unverändert, wenn diese in der gleichen Periode produziert und verbraucht werden. Ist letzteres nicht der Fall, so wird die Gültigkeit der Arbeitswertlehre weiter eingeschränkt.

### III. Die Arbeitswertlehre als Erklärungsmodell für die Preise der Marktwirtschaft

**Die zweite Frage lautete: Ist die Marxsche Arbeitswertlehre geeignet, die in einer Marktwirtschaft herrschenden Preise zu erklären?**

In einer Marktwirtschaft haben die Preise in erster Linie die Funktion, die Verwendung der Produktionsfaktoren zu lenken (Allokationsfunktion der Preise). Daneben bestimmen die Preise zusammen mit der vorgegebenen Verteilung der Produktionsmittel auf die Haushalte die Einkommensverteilung vor Steuern und Transferzahlungen (Verteilungsfunktion der Preise). Wir beschäftigen uns in der Folge nur mit der Allokationsfunktion der Preise<sup>19</sup>.

Es läßt sich zeigen, daß unter den Bedingungen der vollständigen Konkurrenz das Preissystem der Marktwirtschaft zur effizienten Allokation der Ressourcen führt<sup>20</sup>. Dies gilt nicht nur für den statischen Fall, sondern auch für die Güterversorgung über die Zeit<sup>21</sup>. In der Realität sind die Voraussetzungen der vollständigen Konkurrenz nicht gegeben. Allerdings haben verschiedene Autoren bewiesen, daß, wenn die Annahmen derselben nicht zu stark verletzt sind, das Preissystem der Marktwirtschaft zu einer Allokation der Ressourcen führt, die fast effizient ist<sup>22</sup>. Es ist eine empirische Frage, zu beurteilen, wie stark die Abweichungen von den Voraussetzungen der vollständigen Konkurrenz in der Realität sind. Bei erheblichen Abweichungen ist schon nach den Aussagen der Oligopoltheorie nicht zu erwarten, daß die sich ergebenden Preise den Wettbewerbspreisen entsprechen und zu einer optimalen Güterversorgung führen.

Die Aussage, daß die Preise der vollständigen Konkurrenz einer effizienten Allokation der Ressourcen entsprechen, gilt für beliebige Einkommensverteilungen<sup>23</sup>. Insbesondere gilt sie auch für eine „gerechte“ (z. B. also für eine gleichmäßige Verteilung der Einkommen)<sup>24</sup>.

<sup>19</sup> Auf die Bedeutung der Verteilungsfunktion der Preise wurde kurz in der Einleitung eingegangen. Dieses Problem wird von einem der Autoren in einer anderen Arbeit behandelt, die noch veröffentlicht werden wird.

<sup>20</sup> Vgl. z. B. Tjalling C. Koopmans: *Allocation of Resources and the Price System*. In: *Three Essays on the State of Economic Science*. New York, Toronto, London 1957. S. 1 - 126.

<sup>21</sup> Koopmans: *Allocation*, a.a.O., S. 105 - 126. — Edmond Malinvaud: *Capital Accumulation and Efficient Allocation of Resources*. *Econometrica*, Vol. 21 (1953), S. 233 - 268. — Edmond Malinvaud: *Efficient Capital Accumulation: A Corrigendum*. *Econometrica*, Vol. 30 (1962), S. 570 - 573.

<sup>22</sup> Vgl. z. B. David Starrett: *The Efficiency of Competitive Programs*. *Econometrica*, Vol. 38 (1970), S. 704 - 711.

<sup>23</sup> Vgl. z. B. Rudolf Richter: *Preistheorie*. Wiesbaden 1963. S. 142 - 145.

<sup>24</sup> Der für eine möglichst gute und gerechte Güterversorgung äußerst wichtige Verteilungsaspekt kann an dieser Stelle nicht weiter erörtert werden.

Aus den oben angestellten Überlegungen ergibt sich, daß das Preisystem bei vollständiger Konkurrenz die gleichen Eigenschaften besitzt wie das Preissystem einer optimalen Planwirtschaft. Die Arbeitswertlehre ist daher nur dann geeignet, die Preise einer Marktwirtschaft zu erklären, wenn die Voraussetzungen des ersten Beispiels des II. Abschnitts zutreffen. Es darf also nur ein knappes Produktionsmittel und keine verbundene Produktion vorliegen, und es müssen die Probleme der intertemporalen Allokation ausgeschaltet sein. Ist das nicht der Fall, so kann die Arbeitswertlehre die Preise der Marktwirtschaft nicht erklären.

Herrscht in einer Marktwirtschaft kein vollkommener Wettbewerb, sondern liegt z. B. eine Monopol-, Duopol- oder Oligopolsituation vor, so können die sich dann bildenden Preise ebenfalls nicht mit der Arbeitswertlehre erklärt werden<sup>25</sup>.

### Summary

#### Some Problems of the Labor Theory of Value

First, the authors show that there is not great difference between the interpretations of the leading economists in East and West concerning the Labor Theory of Value. Then, they examine the question: Is an optimal allocation of resources possible in a planned economy, if prices used for the optimal plan are determined according to the Labor Theory of Value? It is shown that this is the case when there is only one scarce factor of production and no joint production. It is not possible when there is more than one scarce factor or joint production. Finally it is analysed whether the labor theory of value can explain the prices observed in a market economy.

---

<sup>25</sup> Vgl. z. B. Joseph A. Schumpeter: *Kapitalismus, Sozialismus u. Demokratie*. Bern 1950. S. 47. — Brody: a.a.O., S. 70.