

Schriften des Vereins für Socialpolitik

---

Band 187

# Einkommensverteilung und Bevölkerungsentwicklung

Von

Friedrich Breyer, D. Kessler, P. Pestieau,  
Karlheinz Pohmer, J.-Matthias Graf von der Schulenburg,  
Gerhard Schwödiauer, Robert K. von Weizsäcker, Alois Wenig

Herausgegeben von Bernhard Felderer



**Duncker & Humblot · Berlin**

**Schriften des Vereins für Socialpolitik**  
**Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften**  
**Neue Folge Band 187**

**SCHRIFTEN DES VEREINS FÜR SOCIALPOLITIK**

**Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften**

**Neue Folge Band 187**

---

**Einkommensverteilung  
und Bevölkerungsentwicklung**



**Duncker & Humblot · Berlin**

# Einkommensverteilung und Bevölkerungsentwicklung

Von

Friedrich Breyer, D. Kessler, P. Pestieau,  
Karlheinz Pohmer, J.-Matthias Graf von der Schulenburg,  
Gerhard Schwödiauer, Robert K. von Weizsäcker, Alois Wenig

Herausgegeben von Bernhard Felderer



**Duncker & Humblot · Berlin**



CIP-Titelaufnahme der Deutschen Bibliothek

**Einkommensverteilung und Bevölkerungsentwicklung / von  
Friedrich Breyer . . . Hrsg. von Bernhard Felderer. – Berlin:  
Duncker u. Humblot, 1989**

(Schriften des Vereins für Socialpolitik, Gesellschaft für Wirtschafts-  
und Sozialwissenschaften; N. F., Bd. 187)

ISBN 3-428-06695-2

NE: Breyer, Friedrich [Mitverf.]; Felderer, Bernhard [Hrsg.];  
Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften: Schriften des  
Vereins . . .

Alle Rechte, auch die des auszugsweisen Nachdrucks, der fotomechanischen  
Wiedergabe und der Übersetzung, für sämtliche Beiträge vorbehalten

© 1989 Duncker & Humblot GmbH, Berlin 41

Satz: Hagedornsatz, Berlin 46

Druck: Berliner Buchdruckerei Union GmbH, Berlin 61

Printed in Germany

ISSN 0505-2777

ISBN 3-428-06695-2

## Vorwort des Herausgebers

Der Ausschuß für Bevölkerungsökonomie im Verein für Socialpolitik hat sich in seiner Sitzung im Februar 1988 mit dem Zusammenhang zwischen Einkommensverteilung und demographischen Variablen beschäftigt. Aus den dort gehaltenen Referaten werden in dem vorliegenden Band vier Beiträge veröffentlicht.

Nachdem Pierre Pestieau, den der Ausschuß zu einem Vortrag eingeladen hatte, in englischer Sprache vortrug, war die Vortrags- und Diskussionssprache Englisch. Daraus erklärt sich auch die Tatsache, daß zwei Beiträge deutschsprachiger Mitglieder des Ausschusses in diesem Sammelband in englischer Sprache veröffentlicht werden.

Der erste in diesem Band abgedruckte Beitrag stammt von Dennis Kessler und Pierre Pestieau. Ihr Beitrag ist überschrieben mit „The Distributional Effects of Demographic Variables“. Sie diskutieren mögliche Zusammenhänge von demographischen Faktoren auf die Einkommensverteilung und geben dann einen Überblick über einschlägige empirische Arbeiten. Sie referieren insbesondere über folgende Forschungsgebiete: Einfluß der Zahlenstärke eines Jahrgangs auf den Arbeitslohn; Einfluß einer alternden Bevölkerung, Migration, Scheidung, Witwenschaft und Erbschaften auf die Einkommensverteilung. Sie machen u. a. deutlich, daß Kennzahlen zur Messung von Ungleichheit bei sich ändernder Bevölkerungszahl sehr vorsichtig interpretiert werden müssen.

Robert K. von Weizsäcker unternimmt im zweiten Beitrag dieses Bandes den bemerkenswerten Versuch, verteilungsrelevante Wechselbeziehungen zwischen demographischen und ökonomischen Variablen zu modellieren. Sein Aufsatz „Demographischer Wandel, Staatshaushalt und Einkommensverteilung“ enthält einen analytischen Rahmen, der die Untersuchung einiger komplizierter Interdependenzen erlaubt: Der Zusammenhang zwischen dem Alters-Einkommensprofil eines Individuums und der Altersstruktur der anderen Marktteilnehmer, ferner die Beziehung zwischen dem Altersaufbau der Bevölkerung, den staatlichen Finanzierungsinstrumenten, die hier zu Funktionen demographischer Variablen werden und der Verteilung der Netto- bzw. Bruttoeinkommen. Eine quantitative Sensitivitätsanalyse zeigt die Größenordnung der einzelnen Effekte. Die Untersuchung demonstriert, daß eine Politik der personellen Einkommensverteilung, bei der Entscheidungen auf der Basis von Informationen aus Querschnittsdaten getroffen werden, die komplexen Auswirkungen staatlicher Interventionen nicht erfassen kann.

Karlheinz Pohmer untersucht in seinem Beitrag mit Hilfe eines Simulationsmodells die Auswirkungen von Änderungen der Geburtenzahlen auf die Verteilung von Einkommen und Vermögen. Die Basis der Simulation ist ein Lebenszyklusmodell eines repräsentativen Individuums, mit dem bei Annahme der Nutzenmaximierung mikroökonomische Einkommens- und Vermögensverläufe errechnet werden können. Dieses Modell wird durch realistische Annahmen bzw. Schätzwerte für Parameter numerisch spezifiziert. Mit Daten über die Bevölkerung der Bundesrepublik Deutschland wird dann eine Modelleinkommensverteilung generiert, die der tatsächlichen sehr nahe kommt. Durch Variation der Geburtenzahlen ermöglicht das Modell Einblicke in die Auswirkungen von demographischen Prozessen auf die Einkommens- und Vermögensverteilung. Dazu ist ein erheblicher Rechenaufwand erforderlich, da die Verteilung für jede Periode neu berechnet werden muß.

Friedrich Breyer und J.-Matthias Graf von der Schulenburg prüfen, ob und unter welchen Voraussetzungen ein umlagefinanziertes Rentensystem bei demokratischer Mehrheitswahl beibehalten oder abgeschafft würde. Sie knüpfen an einen früheren Beitrag beider Autoren im KYKLOS an, in dem sie sich schon einmal mit diesem Problem auseinandergesetzt haben. Der KYKLOS-Aufsatz kommt zu dem Ergebnis, daß, wenn alle gegenwärtigen und diskontierten zukünftigen Kosten und Erträge aller Mitglieder einer Familie zusammengefaßt werden, Familien mit überdurchschnittlicher Reproduktionsrate Nettozahler werden und daher gegen das Umlagesystem stimmen werden. Mehrheitswahl führt um so eher zur Abschaffung des Umlagesystems, je geringer (negativer) die Wachstumsrate der Bevölkerung und je ungleicher Kinder auf Familien verteilt sind. Der vorliegende Beitrag erweitert den KYKLOS-Aufsatz in zweifacher Hinsicht: Die Entscheidung der Wähler ist nicht mehr irreversibel, sondern auch künftige Generationen haben Wahlmöglichkeiten. Ferner wird die Betrachtung nicht mehr auf stabile Bevölkerungen beschränkt. Als Ergebnis zeigt sich auch hier, daß Verteilung und Zahl der Kinder eine sehr wichtige Rolle bei der Wahlentscheidung über die Existenz eines Umlagesystems in der Alterssicherung spielen.

Gerhard Schwödiauer und Alois Wenig erforschen neue theoretische Aspekte der Lebenszyklustheorie der Ersparnis. Empirische Studien haben die Bedeutung von Erbschaften für die Erklärung von Kapitalakkumulation und Wachstum gezeigt. In der Literatur sind mehrere Modellvariationen verwendet worden, um die Existenz von Erbschaften in einem Lebenszyklusmodell zu berücksichtigen: Entweder wird die Erbschaft als Argument der intertemporalen Nutzenfunktion definiert oder der jeweils maximale Nutzen der Kinder als Funktion der Höhe der Erbschaft wird als Argument in der Nutzenfunktion der Eltern verwendet. Ferner kann aber auch die Lebenszeit des repräsentativen Individuums nicht als diesem bekannt und gegeben angenommen werden, sondern es wird davon ausgegangen, daß das Individuum vor dem Erreichen seiner maximalen Lebensdauer mit einer positiven Wahrscheinlichkeit stirbt. Damit findet Vererbung statt, ohne daß es ein Vererbungsmotiv geben muß.

Schwödiauer und Wenig beschäftigen sich in ihrem Beitrag mit diesem letzteren Modelltyp. Sie nehmen ein Drei-Perioden-Modell an: Am Ende der ersten Periode bekommt das Individuum Kinder, am Ende der zweiten Periode stirbt das Individuum mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit. Es plante allerdings, auch noch in der dritten Periode von seinen Ersparnissen ohne Arbeitseinkommen leben zu können.

Ohne auf weitere Annahmen und Eigenschaften dieses Modelltyps hier näher einzugehen, sei doch noch erwähnt, daß es Schwödiauer und Wenig gelingt, einige interessante Implikationen der Modellannahmen zu deduzieren: Sie können beispielsweise zeigen, daß ein Ansteigen des Rentenniveaus die Sparquote jüngerer Arbeiter vermindern muß und daß eine solche eindeutige Schlußfolgerung für ältere Arbeiter wegen der inzwischen erhaltenen Erbschaften nicht möglich ist. Sie zeigen u. a. auch, daß im Steady-State eine Erhöhung der Rente zu einer weniger gleichmäßigen Verteilung des vererbaren Vermögens führt.

Aus allen hier veröffentlichten Beiträgen wird klar, daß die Bevölkerungsentwicklung einen entscheidenden Einfluß auf die Verteilung von Einkommen und Vermögen haben muß. Diese Erkenntnis setzt die Tendenz der empirischen und theoretischen Forschung der letzten Jahre fort: Nachdem die empirische und theoretische Analyse der Einkommensverteilung schon immer zu den schwierigsten Gebieten der Volkswirtschaftslehre gehört hat, scheint sich ihre Komplexität durch die enge Verbindung zu demographischen Variablen noch weiter zu erhöhen.

Der Herausgeber ist gleichwohl überzeugt, daß jeder der vorliegenden Aufsätze neue interessante theoretische bzw. empirische Aspekte des Themas enthält und tiefere Einblicke in die komplizierten Zusammenhänge ermöglicht.

Köln, im September 1988

Bernhard Felderer



## Inhaltsverzeichnis

The Distributional Effects of Demographic Variables By <i>D. Kessler</i> , Paris, and <i>P. Pestieau</i> , Liège	11
Demographischer Wandel, Staatshaushalt und Einkommensverteilung Von <i>Robert K. von Weizsäcker</i> , Bonn	31
Der Einfluß der Bevölkerungsentwicklung auf die personelle Verteilung von Einkommen und Vermögen Von <i>Karlheinz Pohmer</i> , Saarbrücken	85
Social Security, Demographic Change, and the Reversibility of Majority Decisions By <i>Friedrich Breyer</i> , Hagen, and <i>J.-Matthias Graf von der Schulenburg</i> , Berlin	121
Accidental Bequests, Social Security, and the Distribution of Wealth By <i>Gerhard Schwödiauer</i> , Bielefeld, and <i>Alois Wenig</i> , Hagen	133





# The Distributional Effects of Demographic Variables\*

*D. Kessler\*\* and P. Pestieau\*\*\**

## Abstract

This paper presents a survey of the recent literature on the effects of demographic variables on economic inequality. First, a number of conceptual and methodological questions are raised and discussed. They pertain to what is meant by inequality, what is the range of demographic variables, and how variable are the demographic variables most widely used.

The paper then turns to a review of empirical works on the distributive incidence of the following demographic events: baby boomers entering the job market, aging population, variable fertility and mortality rates, internal and external migrations, divorce and widowhood, and finally donations and bequests. It appears that a lot of caution is needed when assessing the incidence of any demographic variable changing the size of the population because in this case standard inequality measures yield conflicting signals.

## 1. Introduction

The subject of this paper is the demographics of income and wealth distribution. It is concerned with the various and complex influences that population related factors may have on the degree of inequality and on the level of poverty. This is an important and contemporary topic and the questions it raises are both difficult and controversial. The major source of controversy is over the meaning of income and wealth inequality on the one hand and on the range of demographic factors on the other hand. As to the difficulty, it essentially lies in the dynamic nature of both demographic and economic realities and in their endless interplaying.

Our purpose is to bring together in an orderly and consistent fashion an important literature which has blossomed over the years, particularly the latter ones. In the second section, we deal with the conceptual issues pertaining to what

---

\* The authors are extremely grateful to I. Tunalı, R. von Weizsäcker, and the participants in the Hagen meeting of the 'Ausschuss für Bevölkerungsökonomie' for their comments.

\*\* University of Nancy-II and CEREP I.

\*\*\* University of Liège and CORE.

is really meant by inequality and to what is the relevant range of demographic variables. We also try to assess how variable actually are demographic variables. The third section is devoted to the joint incidence of age and of cohort size on the level and the distribution of income. The fourth section reviews the influence of a number of socio-demographic factors on the observed distribution of income and wealth. A last section concludes with an assessment of current research and some suggestions for further work.

## 2. Conceptual issues

### 2.1. Inequality

Quite often the issue of inequality is cast in terms of individuals' income in a particular year. This has proved a too simplistic view which leaves a number of questions unanswered<sup>1</sup>. Is it with income only that we should really be concerned? What about wealth? What should be the basic unit of reference, individual, family, household, ...? Is it sufficient to look at income over a year, and not over the life cycle of a person or even over the infinite length of a dynasty?

There is quite a large consensus on the idea that what really matters is a comprehensive indicator of the economic position of the unit concerned which includes not only after tax income but also capital gains, fringe benefits, production for home consumption, imputed rent, both in kind and cash transfers from whatever sources.

There is more disagreement on both the time period and the family unit to be considered. At one extreme, one could use the yearly income of each individual and, at the other extreme, the average income of an infinitely lived dynasty within which resources are transferred back and forth according to some intergenerational altruistic criterion. Without going that far, it is clear that the concept of lifetime income makes often more sense than that of yearly income as it takes into account the possibility of averaging consumption expenses from an income stream fluctuating over years.

What really matters in this respect is who is the decision unit and what are its freedom of choice and its objectives. If the decision unit is the household, if it can allocate its income so as to maximize its lifetime utility, then using the household's lifetime income is relevant. If this household is concerned with the welfare of its offspring, then the dynastic income may be the correct indicator. Finally, if one takes the case of an individual facing liquidity constraints or other market imperfections and thus consuming just what he /she earns, yearly income makes sense. This latter myopic viewpoint is often adopted for measuring the poverty level.

---

<sup>1</sup> See, on this, *Atkinson* (1983).

When data concern households or families, one conventionally uses equivalence scales to translate them into individual units. Whether this is a correct approach depends on whether both household formation and resource sharing within it is freely chosen by its members<sup>2</sup>.

Finally, even if one agrees on an indicator of income, on a time period, and on an income receiver unit, one still has to interpret the ensuing income distribution in terms of inequality. At the level of generality of this survey, let us just note that what is needed is more than a mere statistical measure of dispersion but an indicator with social welfare implication. For demographers, an important property to be considered is whether the indicator retained, the Gini coefficient or a poverty measure, whichever, is decomposable. Thus, one can assess the contribution to inequality of specific demographic factors<sup>3</sup>.

There is an abundant literature on the link between inequality measures and social welfare functions, clarifying the value judgements implicit in particular inequality measures. What has been found recently<sup>4</sup> is that with a changing population the resulting effects on inequality measures need not be consistent with the social welfare function implicit in a particular index. Using evidence from Brazil, Lam (1986) finds that most standard measures of inequality yield confusing signals in the presence of income differentials in fertility.

In this survey, we have deliberately chosen to deal with the observed distribution of annual incomes. Such a distribution comprises two types of effects, inter- and intra-generational effects which cannot be easily disentangled. To evaluate intergenerational effects, one usually assumes that each cohort or generation comprises individuals who are identical as to their lifetime incomes. The problem is then to check the effect of a particular demographic change on the relative well-being of successive generations. As shown by Kotlikoff (1985) for the joint effect of social security and population aging, one has to take account of all sorts of public and private transfers between generations to measure the net and final incidence of aging populations.

When approaching the intra-generational distribution of income, one also uses lifetime income to control for age effects within a given cohort. Here too, demographic variables such as differential fertility or mortality rates across members of a generation can affect the degree of income inequality. It thus appears that traditional measures of income distribution encompass three sources of differences: age, inter- and intra-generational differences.

---

<sup>2</sup> Lazear and Michael (1980), Kapteyn et al. (1985).

<sup>3</sup> See Fields (1980).

<sup>4</sup> See Lam (1984, 1986), Cyrus Chu (1987), Fields (1979), and Morley (1981).

## 2.2. Demographic variables

But what do we really mean by a demographic variable? Deliberately, we take that term in its broadest meaning, that is the set of vital and social characteristics of human population. This is why the term 'socio-demographic' is often used. The first variables which come to mind are fertility and mortality rates which may vary not only through time but also across individuals. Variable population growth first of all affects the age structure and thus the intergenerational allocation of resources, particularly when combined with pay-as-you-go pensions schemes or with public debt. Differential fertility rates imply different family sizes with clear distributive implications in terms of well-being or education. Differential mortality rates have also important inter- and intra-generational effects, notably through bequests, annuities and pensions.

Households formation and dissolution can also play a crucial role on income inequality. Marriages and divorces, the young leaving their parents' house, moving of the elderly back to their children or to nursing homes, all these decisions happen to deeply affect the well-being of people concerned.

Another important demographic characteristic is the position of both men and women, married or not, towards the labor market. This touches upon decisions such as participation rate of women, length of schooling, labor migration, and retirement. Finally, one could also include in this broad definition of socio-demographic variables the types of links one finds in a family, including inheritance and inter vivos in-kind and cash donations.

All these variables, with may be the exception of mortality, are being viewed by some economists as resulting from rational decision making. Indeed, it is clear that some individuals can choose to a certain extent whether to migrate, to get married, to seek a job, to have so many children, to leave them some bequests and provide them with that level of education, possibly to divorce and eventually to retire. For these individuals, demographic characteristics are the result of deliberate and unconstrained choices; hence, trying to assess their impact on these individuals' well-being raises some problems.<sup>5</sup> We shall come back to this point but first let us ask whether all these demographic variables actually vary.

## 2.3. How variable are demographic variables?

Before further exploring the distributional effects of population factors, it seems appropriate to give some rough estimates as to the actual dispersion of demographic variables. As a matter of fact, if there were only a limited dispersion of these variables, we would not expect them to have large distributional consequences. Inversely, a high degree of variability in demographic patterns should have substantial implications on income and more generally well-being distribution.

---

<sup>5</sup> See *Pestieau* (1989) for a discussion of this point.

Let us start with life duration. Life-table data are numerous and one might wonder why there have been so few works trying to measure the inequality of life duration per se.<sup>6</sup> Two polar cases can be distinguished: everyone dies at the same age, or an identical mortality rate applies to every age, in which case there is a high variability in life duration. A look at the derivative of actual survival functions reveals that the degree of life duration variability remains quite high in industrialized societies (across individuals, sex, occupation, . . .) even though it has decreased lately. Life duration was more dispersed in the past, when survival probabilities were lower at every age. Still, when exploring the incidence of mortality differentials, one has to keep in mind that they remain quite significant.

Concerning fertility, one is often interested in the degree of dispersion of family size. In a country like France, there were in 1982 half of all families with no children under 16, 22.7% with one child, 17.7% with two children and only 9.1% with more than two children aged less than 16. These figures are static; they refer to the observed distribution of children per household at a given point of time, regardless of the mothers' age. It seems in that respect preferable to adopt a longitudinal approach and to focus on completed families.

The third important socio-demographic factor to take into account concerns migration flows and notably their structure by age and sex. Those in- and outflows contribute to shape population structure as much as fertility and mortality. There is as much variation in migration as there is in fertility or mortality. Periods of heavy immigration often alternate with periods of slow immigration, if not of emigration.

The number of heads and their age do not suffice to assess the effects of demographics and careful attention should be given to the units of observation. To take an important example, there is a link—yet looser than usually thought—between family and household, and therefore between the number of children and the household size. In France, the annual rates of growth of the size of population, the number of families and that of households for the period 1962-1982 are respectively .8, 1.1 and 1.5%.

Since the size of a given household varies over time due to all possible socio-demographic events—such as marriage, birth, divorce or death—affecting it, comparing household income may happen to be misleading. This explains the current search for a longitudinal definition of household [McMillen and Herriot (1985), Duncan (1985)].

---

<sup>6</sup> See, however, *David and Menchik* (1986).

### 3. Age and income: life-cycle or generational effect?

A number of studies pertaining to several disciplines and using all sorts of methods and data sets consistently indicate that the variable 'age' explains part of the dispersion in earnings, income and wealth. As most of these studies rely on annual data, it is not easy to sort out in this age effect what is due to pure life-cycle and what is due to changing cohort size. In the following, three questions are considered in that respect. First, how well the effects of life-cycle and of demographic composition can be separated in explaining changes in income distribution? Second, focusing on the labor market, what is the effect of cohort size on the earnings profile? Finally, what is the impact of the current aging of our societies on the relative welfare of the elderly?

#### 3.1. Age composition and income distribution

Consider a society in which everyone has the same income profile over a lifetime. That is, a person's annual income is the same as that of everyone else of the same age irrespectively of his/her cohort. This would be regarded as an egalitarian society by most standards. Yet, the dispersion of current income could be considerable; it would depend on both the life-cycle income profile and on the population age structure [see Atkinson (1971, 1983)].

Taking the average income of household heads in the same age range, Mookherjee and Shorrocks (1982) for the U.K. and Blinder (1980) for the U.S. find a similar pattern for about the same period (1965-80 and 1947-77 respectively), that is, a hump shape profile peaking around the fifties, the concavity becoming more accentuated over the years. Within each age group, the dispersion is below the population average up to age 60, and above, it is higher than the population average [see Danziger and Plotnick (1977) for the U.S. evidence.] Table 1 provides a survey of some typical studies of the age-earnings profile in several countries.<sup>7</sup>

*Table 1*  
Evidence on the hump-shape age-earnings profile

Study	Country
Lillard (1977 a)	U.S.A.
Creedy and Hart (1979)	U.K.
Klevmarken (1982)	Sweden
Baudelot (1983)	France
Schmähl (1983)	Germany
Nelissen (1986)	Netherlands

<sup>7</sup> Among the factors explaining such a profile, seniority rules and unions are often cited. See on this *Abraham and Farber (1987 a & b)*.

Even if individuals' lifetime income profile were unchanged, the demographic shift could affect the overall distribution of income. Assessing the impact of such shifts is not a straightforward exercise [see e.g., Paglin (1975)]. One approach simply consists of giving to one of the two years to be compared the same demographic composition as the other. Though mixed, the findings of Blinder (1980), Danziger and Plotnick (1977), Mookherjee and Shorrocks (1982) and Semple (1975) point to some influence of changes in age composition.

With a concave longitudinal age-earnings profile, one generally expects overall observed inequality to be a decreasing function of fertility and an increasing function of the concavity of that profile [see von Weizsäcker (1988)].

In many countries, demographic changes over the post-war period have been substantial with the proportion of both young households and elderly households increasing. This shift towards age groups that on the average have lower incomes raises all sorts of issues related to their relative economic status with respect to other age groups but also to the same age groups in other cohorts. The problem of the young baby boomers is dealt with in terms of the effect of cohort size on the labor market whereas that of the elderly population is linked to the issue of pensions, social security, wealth holding and widowhood.

### 3.2. Cohort size and earnings

In a number of industrialized countries, young workers have lately experienced lower earnings and higher unemployment rates than usual. To account for these difficulties, there are two types of conjecture. The first view is that they are age related with the implication that they will disappear as recent youth cohorts grow older. The second view is that these difficulties experienced by recent youth cohorts are a consequence of their large size and thus will not necessarily vanish for these cohorts<sup>8</sup>.

On the basis of a multi-country analysis of patterns of cohort size, earnings and unemployment, Bloom and Freeman (1987) have shown that these two views complement each other to explain both low earnings and high unemployment for the baby boom generation entering the job market.

Their study follows a long list of works on the effects of cohort size on earnings which are summarized in Table 2. All of them find that larger cohorts experience depressed earnings conditions on entry in the labor market; there is however some disagreement on whether that depressing effect worsens or dissipates with experience. Some of these studies also address the question of whether high unemployment is associated with cohort size; they all conclude to a positive significant effect [see Ben Porath (1985); see nevertheless Russell (1985) for a mixed finding].<sup>9</sup>

---

<sup>8</sup> This hypothesis is generally attributed to *Easterlin* (1980).

<sup>9</sup> See also, OECD (1987).



*Table 2*  
**Evidence of cohort size on earnings**

Study	Country	Effects on earnings	Lasting effect?
Bloom and Freeman (1987)	International	yes	—
Riboud (1987)	France	no	—
Ben Porath (1987)	Israel	yes	—
Ermisch (1987)	U.K.	weak	—
Martin and Ogawa (1987)	Japan	yes	—
Murphy et al. (1987)	U.S.	yes	no
Tan and Ward (1985)	U.S.	yes	no
Dooley (1985)	Canada	yes	no
Berger (1985)	U.S.	yes	yes
Freeman (1979)	U.S.	yes	—
Welch (1979)	U.S.	yes	no

One might also note the work of Stapleton and Young (1984) who try within a multiple skill model to explain changes in the U.S. distribution of wages from 1967 to 1977 across not only age but also education, sex, and race. Their most striking result is that the decline in wages of young males relative to older males is confined to males with a college education.<sup>10</sup>

If we take for granted that there is a negative effect of cohort size on earnings growth, what conclusions can one draw in terms of income inequality? Taking everything else as constant, in particular public policy and household composition, one should expect first an increase in inequality and then after two decades or so, inequality should decrease as the instantaneous age-earnings profile becomes flatter.

### 3.3. The relative well-being of the elderly

In an aging population, the proportion aged 65 and over increases. What is the impact of such a shift on the well-being of this group whose income is on average lower and more dispersed than that of the other age groups? As most of the elderly are retired, this impact does not go through the labor market but rather through the returns of private savings and social security.

In a nutshell, the evidence seems to indicate that in most industrial countries the level of income of the current elderly has in general never been as high relatively to other age groups and relatively to previous and future old age groups. In the U.S. where the improved economic position of old age has been widely studied<sup>11</sup>, the major explanation seems to lie in the large increase in real

<sup>10</sup> See also *Guillotin* (1987) for France.

<sup>11</sup> See, e.g., *Danziger et al.* (1984), *Boskin and Puffert* (1987), *Hurd and Shoven* (1982).

social security benefits in the early 1970's and their subsequent indexing. This evolution which has been noticed elsewhere [see, e.g., Ringen (1987)] calls for several provisos.

First, the observed improvement in both the relative and the absolute economic position of the elderly is due to a favorable dependence ratio, crucial with a pay-as-you-go way of financing pension benefits. This is not likely to last as the population ages.

Second, a distinction has to be made between younger and older retirees; they did not experience the same career profile, they do not receive the same social security benefits, and finally they do not have the same needs particularly as to medical care.

Third, this evolution concerns the average elderly; as we see below, some particular groups of elderly, widows, minorities, and early retirees do not fare as well. Let us recall that the old age group is that where the largest income inequality is generally observed.

Besides social security benefits, today's elderly people have accumulated important wealth of their own. They control a large part of national financial assets, real estate and durables, the returns of which, implicit or explicit, contribute further to their improved position. This is due to their higher than expected saving rate [Mincer (1979)] including home-ownership [Venti and Wise (1987)], as well as to favorable trends in stock market and housing prices.

In contrast with the improved well-being of the elderly, one notes in the U.S. a substantial raise in the poverty rate of the children<sup>12</sup>. This is quite a reversal with respect to past trends; it seems to be largely due to two factors: improved government programs for the elderly and deteriorated labor market conditions of adults in family forming age.<sup>13</sup> Is this an inevitable trend in aging democratic societies which is going to spread to other countries?

A comparison of eight countries [Smeeding et al. (1987)] suggests that the relative economic advantage of the aged over the young is observed not only in the U.S. but also in Canada, Sweden and, to a lesser extent, Australia. In Norway, Switzerland, Germany and the U.K., poverty rates are still higher for the old than for the young.

---

<sup>12</sup> See Smolensky et al. (1987), Preston and Kono (1987), Finnie et al. (1987).

<sup>13</sup> Easterlin (1987).

## 4. Other demographic factors

### 4.1. Variable family size

Even though family size tends to be less dispersed in today's societies than in the past, there is still quite a lot of variance. What are the effects of such differentials on the welfare of households and particularly on the welfare of their children?

The first and the most obvious effect is that the pieces of the pie are likely to be smaller in a larger family in terms of consumption, parental attention and inherited wealth.<sup>14</sup> This is particularly true in societies where children are not seen anymore as source of income for the family. In recent papers, Danziger and Gottschalk (1986) and Haveman et al. (1986) have measured the change over time in the level of income of families with children and compared these changes with those of other families. Overall families with children have not fared as well as the other groups, as evidenced by a variety of indicators of well-being per family or per child. In these indicators, besides income, wealth holding and parental time available to each child were introduced [see also Greenwood and Wolff (1986)].

It seems that the labor supply of married women decreases when they have children. They may decide to definitively withdraw from the labor force. Consequently, the income of larger families is likely to be *ceteris paribus* lower than the one of smaller size families [see Deville (1985) for the case of France].

When differentials in fertility are linked to income, in particular when fertility falls as income rises, then one expects increasing inequality as shown by Pryor (1973). Yet Lam (1976) has shown that such a pattern observed in Brazil as compared to a counterfactual pattern with constant fertility across income causes an increase in the coefficient of variation but a decrease in the variance of the logarithms of income. As Lam notes, this raises serious concerns about measuring inequality variations.

Turning to the intergenerational distribution of wealth, Orcutt and Smith (1980) underline the importance of the number of siblings on the level of inherited wealth. On the basis of a microsimulation of the U.S. society over the period 1960-1972, they show that 94 percent of persons who received \$18,000 or more were either only children or had one sibling.<sup>15</sup>

Another effect of family size which has long been noticed by psychologists is that on schooling attainment and on measured I.Q. This effect concerns the lifetime well-being of children and not just their well-being as children. There is indeed a consistent evidence that family size is negatively correlated with these

---

<sup>14</sup> See *Clague* (1977), *Jenkins* (1985), *Straub* and *Wenig* (1984), and *Pestieau* (1984).

<sup>15</sup> Note however, that total inherited wealth can increase with the number of children as it appears in France according to *Kessler* and *Masson* (1988).

two variables, and hence with most indicators of economic success<sup>16</sup>. This negative effect is open to two competing interpretations: either family size is correlated with unobserved parental variables such as a strong demand for high achievers in single child families, or it reflects differential inputs to children.

In many countries, there are specific family allowances related to the number and the age of children. Such transfers may represent a sizable share of large families income and tend to reduce inequality.

Finally, when combined with intergenerational transfer schemes such as public debt and pay-as-you-earn social security, differentials in family size may have other distributive implications. Suppose for example that the government decides to finance public consumption expenditures through public borrowing rather than through taxation, and that the debt so contracted is expected to be redeemed by the next generation. It is clear that childless households would benefit from such an operation [see Cremer and Pestieau (1988) and Cremer et al. (1986)].

#### 4.2. Differential mortality

An increasing number of studies now recognizes the simple fact that differential survivorship is an important feature of our populations and is not a pure result of hazard but of sex, race and occupation. Such differences in mortality rates have clear distributive effects. First, if one gives a positive value to longevity, differential mortality is a factor of inequality.

However, the best known incidence of differential mortality or, to put in another way, of premature death is that on saving. A pay-as-you-go pension system combined with longer life expectancy of professional, managerial, self-employed relatively to unskilled workers is clearly disequalizing [Aaron (1977), Kessler and Masson (1987)]. For all other types of savings which are perfectly transferable, heirs, that is most often, children and spouses are those who can suffer or benefit from early mortality. From their viewpoint, the “ideal” age is that of retirement when wealth accumulation is supposed to reach its peak.<sup>17</sup> As shown for example by Wolfson (1980), the age difference between decedents and their heirs is a crucial variable in the transmission of inequality over generations.

Current income dispersion depends also on differential mortality rates. Imagine that only high income earners survive past 65 and that all low income earners die at 65. The corresponding income distribution would be quite different from the one that would result from random mortality. The same types of problems arise with wealth distribution [Shorrocks (1975)].

---

<sup>16</sup> Duncan (1968), Bowles (1973), Leibowitz (1974), Lindert (1977), Wachtel (1985), and Behrman et al. (1987).

<sup>17</sup> See also David and Menchik (1986).

### 4.3. Household formation and dissolution

Among the most significant changes in family structure one has observed in many countries over the past decades, one can primarily quote the explosive growth in the number of families headed by women as a consequence of marital instability. The women and the children of these families constitute a disproportionate share of the poverty population and of welfare recipients<sup>18</sup>.

Marital instability is clearly a source of inequality as most men who divorce or separate are immediately better off because they retain most of their earnings, do not generally pay large amounts of alimony and child support to their ex-wives and no longer have to provide for the level of needs associated with their former families. On the other hand, women and children involved in divorce are often worse-off particularly when their predivorce incomes were above the median. Their economic status seems however, to improve with time.<sup>19, 20</sup>

Another source of income inequality, the importance of which has increased, is widowhood. Although as noted above the economic well-being of the elderly has improved substantially over the past decade, a high fraction of aged widows are still in poverty. Hurd (1987) estimates the future economic status of American widows taking into account increased life expectancy, increased pension coverage and social security benefits. He shows that this fraction is going to remain steady up to the year 2000.<sup>21</sup>

Widowhood is not the sole source of economic decline among the elderly. There is also the type of living arrangement they have elected. Börsch-Supan (1987) shows the importance of demographic determinants of the decision to live independently versus to share an accommodation. An increased fraction of elderly lives with their adult children and this has a positive effect on both age groups. Kotlikoff and Morris (1987) shows that those he calls the vulnerable elderly have less contacts with their children than the non vulnerable elderly.

Housing is an important part of the elderly's wealth and also a major impediment to their mobility. Stahl (1987) compares housing patterns and mobility of the aged in the U.S. and West Germany. He concludes that the potential for adjusting housing consumption by moving is much greater in the U.S. than in Germany, since elderly Americans are approximately four times as more likely to move as are their German counterparts.

---

<sup>18</sup> See *Duncan and Hoffman* (1985) and *Beller and Graham* (1985).

<sup>19</sup> See, however, *Burkhauser et al.* (1986).

<sup>20</sup> Instead of taking of the effect of divorce in inequality, one could also talk of the effects of marriage or remarriage. See on that *de Singly* (1987).

<sup>21</sup> See *Wertheimer and Zedlewski* (1978) who measure the effect of family stability on the distribution of earned income and the welfare benefits in the U.S. for the period 1975-1985.

#### 4.4. Inheritance rules

Very rarely can someone transfer an income stream to someone else. The most noticeable case is related to security and pension benefits. As a matter of fact, survivor benefit rules are in most instances mandatory.

Inheritance essentially concerns wealth. Upon death, wealth is usually split among heirs. In certain countries such as France and Germany, people are forced by law to share their estate almost equally among their children whereas in others they are free to bequeath (e.g., in the U.K. and the U.S.). In the first case, the number of children is the dominant factor to explain the dilution or the concentration of wealth. Where primogeniture is possible, inheritance tends to imply more inequality than under an equal sharing rule [see, e.g., Stiglitz (1969)].

In countries where there is no constraint on estate sharing, equal sharing is often observed<sup>22</sup>. In the U.S., most people do not make a will and let the equal sharing rule be enforced. But even when a will is made, estates are usually shared quite evenly among heirs. When this is not the case, there are 'good reasons' to explain why, e.g., the presence of a handicapped child whom parents want to support. It would thus seem that laws imposing equal sharing are not a real constraint on most households' choices.

Inheritance rules, demography and inequality are variables which interact on each other. If we assume that about half of total physical wealth is transmitted over generations, one can infer that indeed inheritance can account for a large part of wealth dispersion. We also know that with fertility differentials unequalizing trends are likely to be reinforced. Apart from these two obvious connections, two other ones, lesser known, are noteworthy. Recently, Brenner (1985) argued that toward the end of Middle Ages, England had to adopt egalitarian inheritance rules as a consequence of shorter life expectancy and increasing remarriages. These two facts resulted in a significant number of stepchildren threatened of being disinherited by 'wicked' stepparents. On the other hand, in France, there is some evidence that the shift from primogeniture to equal sharing induced many rural families to have less children in order to protect the integrity of their estate.

More generally, the question is whether the family helps perpetuate inequality through the transmission of abilities, physical and human capital. In his AEA presidential address, Becker (1988) disputes the claim about family causing growing inequality and indicates that few advantages or disadvantages survive three generations.

---

<sup>22</sup> *Menchik* (1980).

#### 4.5. Migration

Migration is undoubtedly an important determinant of demographic change in our societies. What is the effect of both international and national migrations on income and ultimately wealth distribution? In the case of international migration, this question is generally dealt with in terms of the impact of new immigrants on the labor market and of their own performance in terms of earnings and employment.

Research conducted in the U.S. shows that the estimated impact of immigrants on the wages of native Americans seems to be relatively small. As to their own performance on the labor market it seems that the earnings of immigrants upon their arrival in the U.S. are significantly lower than the earnings of comparable natives. Over time, there is some convergence between immigrants' earnings and natives' earnings. Yet, this convergence is becoming much slower for the recent waves of migrants.<sup>23</sup> With that type of migration, that is, an inflow of low skill workers with low wages, one would expect an increase in inequality. Yet, this is also one case where standard indicators of inequality give conflicting signals<sup>24</sup>.

National migration is often viewed as an equalizing device as poor people tend to move to where they can get higher wages or higher social benefits. This has been widely studied in the U.S. where there are important wage and welfare benefits differences across states<sup>25</sup>. In developing countries, internal migration is often studied along with remittances. Rosenzweig and Stark (1987) show that in India migration jointly with marriage contributes significantly to a reduction in the variability of household consumption.

#### 5. Conclusion

In this paper, we have considered a number of issues where demographic factors seem to have some impact on the degree of economic inequality. There is not much dispute over these issues even though one would like more evidence for most countries outside the U.S. There is indeed a natural tendency to assume that countries lacking evidence behave like the U.S.

The real difficulty one encounters is that of quantifying the specific effect of demographic variable on some index of inequality. Some progress should be made in that direction. Yet, one could wonder whether such an endeavor is at all possible. In a real world model, there are not just demographic variables influencing the level of individual's well-being but there are many factors which all interact in a complex way.

---

<sup>23</sup> See *Borjas* (1987); see also *Abbott and Beach* (1987) for Canadian evidence.

<sup>24</sup> See *Stark and Yitzhaki* (1982).

<sup>25</sup> See, e.g., *Gramlich and Laren* (1984).



Another big issue we have assumed away here is whether demographic factors are exogenous or influenced by economic variables. In the latter case, one should talk of the demographic effects of inequality as well as of the distributional effects on demographics. Resolving this issue is crucial from a conceptual viewpoint but also and more importantly from a policy viewpoint.

Taking the example of changing cohort size, two polar approaches can be adopted. If fertility is taken to be exogenous, public policy should try to adjust at best to alternation of baby booms and baby busts. On the other hand, if fertility is endogenous and can somehow be controlled, part of public policy efforts should be aimed at its stabilization.

## References

- Aaron, H. J. (1977):* Demographic effects on the equity of social security benefits, in M. Feldstein und R. Inman (eds.) *The Economics of Public Services*, MacMillan, London.
- Abbott, M. G., and C. M. Beach (1987):* Immigrant earnings differentials and cohort effects in Canada, Queen's University Discussion Paper # 705.
- Abraham, K. G. and H. S. Farber (1987a):* Job duration, seniority and earnings, *American Economic Review*, 77, 278-297.
- — (1987b): Returns to seniority in union and non union jobs: a new look at the evidence, NBER Working Paper # 2378.
- Arthur, B., R. Lee and G. Rodgers (1987) (eds.):* *Economics of Changing Age Distributions in Developed Countries*. Oxford University Press, Oxford, (forthcoming).
- Atkinson, A. B. (1971):* The distribution of wealth and the individual life-cycle, *Oxford Economic Papers*, 23.
- (1983): *The Economics of Inequality*, Clarendon Press, Oxford (second edition).
- and F. A. Cowell (1983) (eds.): *Panel Data on Incomes*. ICERD., London.
- Baudelot, C. (1983):* The individual evolution of earnings in France: 1970-75, in Atkinson, A. B. and F. A. Cowell (eds.).
- Becker, G. S. (1988):* Family economics and macro-behavior, *American Economic Review*, 78, 1-13.
- Behrmann, J., P. Taubman and T. Wales (1977):* Controlling for and measuring the effects of genetics and family environment in equations for schooling and labor market success, in P. Taubman (ed.) *Kinometrics: Determinants of Socioeconomic Success within and between Families*, North Holland, Amsterdam.
- Beller, A. and J. Graham (1985):* Variations in the economic well-being of divorced women and their children: the role of child support, in David and Smeeding (eds.).
- Ben Porath, Y. (1985):* Market government and Israel's muted baby boom, in Arthur et al. (eds.).

- Bental*, B. and A. *Weinig* (1983): Will all people become alike if they are alike? *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 43, 289-300.
- Berger*, M. C. (1985): The effect of cohort size on earnings growth: a reexamination of the evidence, *Journal of Political Economy*, 93, 561-573.
- Blinder*, A. (1980): The level and distribution of economic well-being in M. Feldstein (ed.), *The American Economy in Transition*, University of Chicago Press, Chicago.
- (1973): A model of inherited wealth, *Quarterly Journal of Economics*, 87, 608-626.
- Bloom*, D. and R. B. *Freeman* (1987): The “youth problem”: age or generational crowding?, NBER Working Paper # 1829.
- Börsch-Supan*, A. (1987): Household dissolution and the choice of alternative living arrangements among elderly Americans, NBER Working Paper # 2338.
- Borjas*, G. J. (1987): Self-selection and the earnings of the migrants, NBER Working Paper # 2248.
- Boskin*, M. J., L. J. *Kotlikoff*, D. J. *Puffert* and J. B. *Shoven* (1986): Social security: a financial appraisal across and within generations, NBER Working Papers # 1891.
- and D. J. *Puffert* (1986): The financial impact of social security by cohort under alternative financing assumptions, NBER Working Paper # 2225.
- and J. B. *Shoven* (1986): Poverty among the elderly: where are the holes in the safety net?, NBER Working Paper # 1923.
- Bowles*, S. (1972): Schooling and inequality from generation to generation, *Journal of Political Economy*, 80, S219-S251.
- Brenner*, R. (1985): *Betting on Ideas*, University of Chicago Press, Chicago.
- Burkhauser*, R., K. *Holden* and D. *Myers* (1986): Marital disruption and poverty: the role of survey procedures in artificially creating poverty, *Demography*, 23, 621-630.
- Clague*, C. K. (1977): Effects of marital and fertility patterns on the transmission and distribution of wealth, *Journal of Human Resources*, 12, 220-241.
- Creedy*, J. and P. E. *Hart* (1979): Age and the distribution of earnings, *Economic Journal*, 89 280-293.
- Cremer*, H., D. *Kessler* and P. *Pestieau* (1987): Fertility differentials and the regressive effects of public debt, *Economica*, 54, 79-87.
- and P. *Pestieau* (1988): The joint impact of fertility differentials on the accumulation and distribution of wealth, in D. Kessler and A. Masson (eds.), *Modelling the Accumulation and Distribution of Wealth*, Oxford University Press, Oxford.
- Cyrus Chu*, C. Y. (1987): The dynamics of population growth, differential fertility and inequality: a note, *American Economic Review*, 77, 1054-56.
- Danziger*, S. and P. *Gotschalk* (1986): How are families with children faring?, Institute for Research on Poverty, University of Wisconsin.
- and R. *Plotnick* (1977): Demographic change, government transfers and income distribution, *Monthly Labor Review*, 100, 7-11.
- J. *van der Gaag*, E. *Smolensky* and M. K. *Taussig* (1984): Income transfers and the economic status of the elderly, in M. Moon (ed.), *Economic Transfers in the United States*, NBER, University of Chicago Press, Chicago.

- David, M. and J. Fitzgerald* (1987): Changes in well-being associated with changes in marital status, mimeo.
- and *P. Menchick* (1986): Changes in cohort wealth over a generation. Perspectives gleaned from life-tables and differential mortality, SSRI Workshop Series 8625, University of Wisconsin.
- and *T. Smeeding* (1985) (eds.): Horizontal Equity, Uncertainty and Economic Well-Being, The Chicago University Press, Chicago.
- de Singly, F.* (1987): Théorie critique de l'homogamie, *L'Année Sociologique*, 37, 181 - 205.
- Denton, F. and B. G. Spencer* (1982): Population aging, labor force change and promotion prospects, McMaster University, Department of Economics, Research Report # 30.
- Deville, J. C.* (1985): Activité féminine et fécondité, in *D. Kessler and A. Masson* (eds.), *Cycles de vie et générations*, Economica, Paris.
- Dooley, M. D.* (1985): Change in the relationship among earnings, education and age for Canadian men, McMaster University, Department of Economics, Working Paper # 85-17.
- Duncan, G. J.* (1983): The implications of changing family composition of the dynamic analysis of family economic well-being, in *Atkinson and Cowell* (eds.).
- (1985): Conceptions of longitudinal households: fertile or futile?, *Journal of Economic and Social Measurement*, 13, 361 - 375.
- and *S. D. Hoffman* (1985): Economic consequences of marital instability, in *David and Smeeding* (eds.).
- Duncan, O. O.* (1968): Ability and achievement, *Eugenics Quarterly*, 15, 1 - 11.
- Easterlin, R.* (1980): Birth and Fortune, Basic Book, New York.
- (1987): The new age structure of poverty in America. *Population and Development Review*, 13, 195 - 209.
- Ermisch, J.* (1987): British labour market responses to age distribution changes, in *Arthur et al.* (eds.).
- Fields, G.* (1979): A welfare economic approach to growth and distribution in the dual economy, *Quarterly Journal of Economics*, 93, 327 - 53.
- (1980): Poverty, Inequality and Development, Cambridge University Press, Cambridge.
- Finnie, R., R. Haveman, B. Wolfe and E. Wolff* (1986): The well-being of children and disparities among them over two decades, mimeo.
- Freeman, R. B.* (1979): The effects of demographic factors on age earnings profiles, *Journal of Human Resources*, 14, 289 - 318.
- Fuchs, V. R.* (1986): The feminization of poverty?, NBER Working Paper # 1994.
- Gramlich, E. M. and D. S. Laren* (1984): Migration and income redistribution responsibilities, *Journal of Human Resources*, 19, 489 - 511.
- Guillot, Y.* (1987): Age and generation effects in the individual earnings evolution: the French case 1970-80, mimeo.
- Greenwood, D. T.* (1987): Age, income and household size: their relation to wealth distribution in the United States, in *Wolff* (ed.).

- and E. N. *Wolff* (1986): Relative wealth holdings of the young and the old: The United States, 1962-1983, mimeo.
- Hendershot*, P. H. (1987): Household formation and homeownership: the impact of demographics and taxes, NBER Working Paper # 2375.
- Hill*, C. R. and F. P. *Stafford* (1977): Family background and lifetime earnings, in F. J. *Juster* (ed.) *The Distribution of Economic Well-Being*, NBER, Ballinger Publishing Company, Cambridge, Mass.
- Hurd*, M. (1987): The poverty of widows: future prospects, NBER Working Paper # 2326.
- and J. B. *Shoven* (1982): The economic status of the elderly in Z. *Bodie* and J. B. *Shoven* (eds.), *Financial Aspects of the U. S. Pension System*, University of Chicago Press, Chicago.
- Jenkins*, S. (1985): The implications of stochastic demographic assumptions for models of the distribution of inherited wealth, *Bulletin of Economic Research*, 37, 231-244.
- Kapteyn*, A., S. *van de Geer* and H. *van de Stadt* (1985): The impact of changes in income and family composition on subjective measures of well-being, in *David and Smeeding* (eds.).
- Kessler*, D. and A. *Masson* (1987): Demographic distributional effects of retirement schemes: the critical age, mimeo.
- — (1988): Wealth and fertility: what are the links?, mimeo.
- Klevmarken*, N. A. (1982): On the stability of age-earnings profiles, *Scandinavian Journal of Economics*, 84, 531-554.
- Kotlikoff*, L. J. (1985): The distributional impact of social security: a framework for analysis, IUSSP International Population Conference, Florence.
- and J. *Morris* (1987): Childless and abandoned elderly: some new data on the extended family, NBER Working Paper.
- Lam*, D. (1986): The dynamics of population growth, differential fertility, and inequality, *American Economic Review*, 76, 1103-1116.
- (1984): The variance of population characteristics in stable populations, with applications to the distribution of income, *Population Studies*, 38, 117-127.
- Lazear*, E. P. and R. T. *Michael* (1980): Family size and the distribution of real per capita income, *American Economic Review*, 70, 91-107.
- Leibowitz*, A. (1974): Home investments in children, *Journal of Political Economy*, 8, S5111-S5131.
- Lillard*, L. A. (1977 a): Inequality: earnings versus human wealth, *American Economic Review*, 67, 42-53.
- (1977 b): The distribution of earnings and human wealth in a life-cycle context, in F. T. *Juster*, *The Distribution of Economic Well-Being*, NBER, Ballinger, Cambridge.
- Lindert*, P. (1976): Sibling position and achievement, *Journal of Human Resources*, 12, 198-219.
- Martin*, L. G. and N. *Ogawa* (1987): The effect of cohort size on relative wages in Japan, in *Arthur et al.* (eds.).

- Masson, A.* (1986): A cohort analysis of age-wealth profiles generated by a simulation model of France (1949-1975), *Economic Journal*, 96, 173-190.
- McMillen, D. B.* and *R. Herriot* (1985): Toward a longitudinal definition of households, *Journal of Economic and Social Measurement*, 13, 349-360.
- Menchik, P. L.* (1980): Primogeniture, equal sharing and the U. S. Distribution of Wealth, *Quarterly Journal of Economics*, 94, 299-316.
- Mirer, T. W.* (1979): The wealth-age relation among the aged, *American Economic Review*, 69, 435-443.
- Mookherjee, D.* and *A. F. Shorrocks* (1982): Decomposition analysis of the trend in U. K. income inequality, *Economic Journal*, 92, 886-902.
- Morley, S.* (1981): The effect of changes in the population on several measures of income distribution, *American Economic Review*, 71, 285-294.
- Murphy, K., M. Plant* and *F. Welch* (1987): Cohort size and earnings, in Arthur et al. (eds.).
- Nelissen, J.* (1986): Age and income in the Netherlands, mimeo, Tilburg University.
- OECD* (1986): Policies for employment in a changing economy, *Employment Outlook*, September.
- Paglin, M.* (1975): The measurement and trend of inequality: a basic revision, *American Economic Review*, 65, 598-609.
- Pestieau, P.* (1984): The effects of varying family size on the transmission and distribution of wealth, *Oxford Economic Papers*, 36, 400-417.
- (1989): The demographics of inequality, forthcoming in the *Journal of Population Economics*.
- Preston, S. H.* and *S. Kono* (1987): Trends in well-being among children and the elderly in Japan, mimeo.
- Pryor, F. L.* (1973): Simulation of the impact of social and economic institutions on the size distribution of income and wealth, *American Economic Review*, 63.
- Riboud, M.* (1987): Labor market response to changes in cohort size. The case of France, forthcoming in the *European Journal of Population*.
- Ringen, S.* (1986): Difference and similarity. Two studies in comparative income distribution, Institute for Social Research, Stockholm.
- Rosenzweig, M.* and *O. Stark* (1987): Consumption smoothing, migration, and marriage: evidence from rural India, mimeo.
- Russel, L.* (1982): The Baby Boom Generation and the Economy, The Brookings Institution, Washington, D. C.
- Schmähl, W.* (1983): Income analysis based on longitudinal data from social security records earnings, in Atkinson and Cowell (eds.).
- Simple, M.* (1975): The effects of changes in household composition on the distribution of income 1961-1973, *Economic Trends*, 266, 93-105.
- Shorrocks, A. F.* (1975): The age-wealth relationship, *Review of Economics and Statistics*, 57.

- Smeeding, T., B. Torrey and M. Rein* (1987): Patterns of income and poverty: the economic status of the young and the old in eight countries, mimeo.
- Smolensky, E., S. Danziger and P. Gottschalk* (1987): The declining significance of age in the U. S.: trends in the well-being of children and the elderly since 1939, mimeo.
- Smith, J. P. and G. Orcutt* (1980): The intergenerational transmission of wealth: does family size matter? in J. B. Smith (ed.), *Modeling the Distribution and Intergenerational Transmission of Wealth*, NBER, University of Chicago Press, Chicago.
- Stähl, K.* (1987): Housing patterns and mobility of the aged: the United States and Germany, NBER Working Paper.
- Stapleton, D. and D. J. Young* (1984): The effects of demographic change on the distribution of wages, 1967-1990, *Journal of Human Resources*, 19, 175-201.
- Stark, O. and S. Yitzhaki* (1982): Migration, growth and welfare, *Economic Letters*, 10, 243-249.
- Straub, M. and A. Wenig* (1984): Human fertility and the distribution of wealth, in G. Steinmann (ed.), *Economic Consequences of Population Changes in Industrialized Countries*, Springer-Verlag, Berlin.
- Stiglitz, J.* (1969): Distribution of income and wealth among individuals, *Econometrica*, 37, 382-397.
- Tan, H. S. and M. P. Ward* (1985): Forecasting the wages of young men: the effects of cohort size, *Rand Report R.*, 3115.
- Venti, S. F. and D. A. Wise* (1987): Aging, moving and housing wealth, NBER Working Paper # 2324.
- von Weizsäcker, R. K.* (1988): Age structure and income distribution policy, *Journal of Population Economics*, 1, 33-55.
- Wachtel, P.* (1975): The effects of school quality on achievement attainment levels and lifetime earnings, *Explorations in Economic Research*, 2, 502-536.
- Welch, F.* (1979): Effects of cohort size on earnings: 'the Baby Boom babies' financial bust, *Journal of Political Economy*, 87, S65-S598.
- Wertheimer, R. F. and Sh. Zedlewski* (1978): The impact of demographic change on the distribution of earned income and the AFDC program: 1975-1985, in T. J. Espen-shade and W. J. Serow (eds.), *The Economic Consequences of Slowing Population Growth*, Academic Press, New York.
- Wolff, E. N.* (1987) (ed.): *International Comparison of the Distribution of the Household Wealth*, Clarendon Press, Oxford.
- Wolfson, M.* (1980): The bequest process and the cause of inequality, in J. B. Smith (ed.) *Modeling the Distribution and Intergenerational Transmission of Wealth*, NBER, University of Chicago Press, Chicago.

# Demographischer Wandel, Staatshaushalt und Einkommensverteilung

Von *Robert K. von Weizsäcker\**, Bonn

## I. Motivation

Aus welchem Grunde ist das Thema „Einkommensverteilung“ neuerlich aktuell? Was hat dies mit demographischen Prozessen zu tun? Welche besondere Rolle spielt in diesem Zusammenhang der Staat?

Drei Beobachtungen standen am Beginn der Untersuchung, haben Fragestellung und Modell motiviert.

1. In fast allen Industrieländern ist das Wirtschaftswachstum in den letzten zwei Jahrzehnten deutlich zurückgegangen.
2. Der Baby-Boom der Nachkriegszeit ist einer rapiden Abnahme der Geburtenrate gewichen. Seit etwa zwanzig Jahren zeichnet sich in allen hochentwickelten Volkswirtschaften eine allmähliche Überalterung der Bevölkerung ab.
3. Alter und Einkommen sind miteinander korreliert.

Das verlangsamte und in einigen Fällen sogar stagnierende Wachstum hat das öffentliche Interesse an verteilungspolitischen Fragen spürbar belebt. Konnten die konkurrierenden gesellschaftlichen Gruppen sowie jeder einzelne Wirtschaftsteilnehmer bisher davon ausgehen, in angemessener Weise an der größeren Produktivität der Volkswirtschaft teilzuhaben und folglich beständig steigende Einkommen zu verzeichnen, so bleibt das dadurch verschleierte Verteilungsproblem jetzt nicht mehr länger verborgen. Das Sozialprodukt scheint seine vorläufige Endgröße erreicht zu haben, und immer häufiger wird nun die Forderung erhoben, sich zunehmende Gedanken über seine Aufteilung zu machen. So drängend sich Fragen der personellen Einkommensverteilung aus der Sicht der Wirtschaftspolitik auch stellen mögen, so unterentwickelt ist hierzu der Beitrag der Wirtschaftstheorie. Ohne die Theorie fehlt der Politik

---

\* Teile dieses Beitrags sind in wirtschaftstheoretischen und finanzwissenschaftlichen Forschungsseminaren an den Universitäten von Bonn, Karlsruhe, Köln und München sowie auf der Jahrestagung der European Society for Population Economics in Mannheim und im Ausschuß für Bevölkerungsökonomie des Vereins für Socialpolitik vorgetragen worden. Den dortigen Teilnehmern sei für ihre hilfreichen Kommentare und der Deutschen Forschungsgemeinschaft für ihre finanzielle Unterstützung gedankt.



indes ihre rationale Grundlage. Ein kleiner Schritt in eben jene Richtung ist das Anliegen der hiesigen Studie.

Medizinischer Fortschritt, Geburtenkontrolle, materieller Wohlstand sowie veränderte Wertmaßstäbe zählen zu den wichtigsten Ursachen des sich in einem drastischen Geburtenrückgang und einem Anstieg der Lebenserwartung niederschlagenden demographischen Wandels. Beträchtliche Verschiebungen der Altersstruktur sind die Folge. Welche Bedeutung hat das für die Verteilung der Einkommen?

Ökonometrische Untersuchungen des Lebenszyklusverlaufs des individuellen Einkommens lassen keinen Zweifel an einer statistischen Korrelation der Größen Alter und Einkommen.<sup>1</sup> Das so isolierte „Alters-Einkommens-Profil“ ist inzwischen in der Tat zu einem festen Begriff geworden. Diese empirische Erkenntnis schlägt eine direkte Brücke zwischen Demographie und Verteilung. Denn jene Korrelation impliziert, daß die Streuung der Einkommen innerhalb einer Ökonomie von der relativen Häufigkeit der einzelnen Altersstufen, also von der Alterskomposition der Bevölkerung abhängt. Das aber hat erhebliche und bisher kaum erarbeitete verteilungstheoretische und -politische Konsequenzen. Obwohl es eine Reihe von empirischen Versuchen gegeben hat, den „Alterseffekt“ auf die Verteilung zu quantifizieren,<sup>2</sup> mangelt es bislang an theoretischen Fundamenten, die eine konsistente Analyse der hiesigen Zusammenhänge gestatten.

Wie sieht die Abhängigkeit zwischen Altersstruktur und Einkommensverteilung aus? Auf welche Weise prägt also der skizzierte demographische Wandel die Disparität der Einkommen? Wie stellen sich diese Effekte im Lichte finanzwirtschaftlicher Umverteilungssysteme dar? Auf welche Weise greift z. B. ein umlagefinanziertes Rentenversicherungssystem in die Verteilung der Einkommen ein und welche zusätzlichen Demographie-Einflüsse ergeben sich hieraus? Welche Distributionswirkungen haben in diesem Rahmen finanzwirtschaftliche Staatsaktivitäten? Was impliziert etwa eine auf die Überalterung reagierende Politik des ausgeglichenen Budgets? Welche indirekten demographischen Verteilungseffekte lösen staatliche Finanzierungsbeschränkungen angesichts individueller Anpassungsreaktionen aus? Antworten auf diese und ähnliche Inzidenzfragen sind für jede Politik von Bedeutung, die die Absicht hat, ökonomische Ungleichheit zu bekämpfen.

---

<sup>1</sup> Vgl. z. B. *Lillard* (1977); *Creedy und Hart* (1979); *Klevmarken* (1982); *Baudelot* (1983); *Schmähl und Göbel* (1983); *Schmähl* (1986 a).

<sup>2</sup> Der erste, der einen solchen Versuch unternahm, war *Paglin* (1975). Seine Arbeit löste eine große Zahl von Folgeuntersuchungen aus. Viele dieser Studien sind jedoch methodisch umstritten. *Mookherjee* und *Shorrocks* (1982) geben einen guten Überblick über den Stand jener Literatur.

## II. Überblick

Ob aus Mangel an empirischer Information oder aus anderen Gründen: Der in der Öffentlichkeit heftig ausgetragene Umverteilungsstreit orientiert sich weitgehend an der Disparität der Periodeneinkommen. Auch das in der amtlichen Statistik ausgewiesene Bild der personellen Einkommensverteilung ist jeweils auf die Situation in einer einzelnen Periode beschränkt, basiert also auf Querschnittsdaten. Im Gegensatz zur Verteilung der Lebenseinkommen wird die Verteilung der Periodeneinkommen jedoch von einem Faktor beeinflusst, der nichts mit ökonomischer Ungleichheit an sich zu tun hat: von der *Altersstruktur* der Bevölkerung. Wie aber ist dann eine verteilungspolitische Urteilsbildung möglich? Wie ist die Querschnittsverteilung zu interpretieren?

Zwei Ebenen sind hier zu unterscheiden. Zum einen die der unmittelbaren empirischen Beobachtung und zum anderen die der dahinter liegenden ökonomischen Mechanismen. Typischerweise versucht die empirische Literatur den Alterseffekt auf die Verteilung dadurch zu isolieren, daß sie ein Basisjahr definiert, die dort vorgefundene Alterskomposition festhält und auf diese die heutigen Einkommensverhältnisse anwendet. Durch einen Vergleich der so konstruierten Verteilung mit der heute tatsächlich beobachteten wird dann auf den demographischen Verzerrungseffekt zurückgeschlossen.<sup>3</sup> Ein derartiges „Bereinigungsverfahren“ erfaßt freilich nur einen Teil der demographischen Disparitätswirkung. Sämtliche indirekten Effekte werden vernachlässigt. Würde sich die auf jene Weise gewonnene Altersverzerrung z. B. als gering herausstellen, so bedeutete dies keineswegs, daß der Alterseffekt auf die Ungleichheit der Einkommen ohne Belang ist. Die demographischen Einflüsse auf die der Verteilung zugrundeliegenden ökonomischen Prozesse könnten vielmehr sehr groß, wenn auch vielleicht entgegengerichtet sein. So etwas vermag die erwähnte Literatur nicht zu identifizieren. Der durch jene Studien isolierte empirische Endeffekt des demographischen Wandels läßt keine normativ relevanten Folgerungen zu. Es ist somit die zweite Ebene, die des eigentlichen Forschungseinsatzes bedarf.

Um die Querschnittsverteilung trugschlußfrei interpretieren zu können, müssen wechselseitige Kopplungen zwischen Altersstruktur und Einkommensverteilung und damit *Natur* und *Richtung* der durch demographische Größen bewirkten Verzerrungen bekannt sein. Diesem Ziel ein Stück näher zu rücken, dient das in den Abschnitten III und IV entworfene Modell.

Wie kann die Einkommensverteilung mit der Alterskomposition der Bevölkerung so verbunden werden, daß sich nicht nur direkte, sondern auch indirekte Demographie-Effekte integrieren lassen? Hier ist keine einfache Antwort möglich. Die angestrebte Brücke zwischen Demographie und Ökonomie ist analytisch nicht offensichtlich. Das Zusammenspiel zwischen *demographischem*

---

<sup>3</sup> Siehe z. B. *Danziger und Plotnick* (1977).

*Wandel, öffentlicher Finanzwirtschaft, individuellen Anpassungsreaktionen und personeller Einkommensverteilung* ist in seiner Gesamtheit zu komplex, als daß es im Rahmen eines analytischen Modells geschlossen behandelt werden könnte. Der in den Abschnitten III und IV entwickelte Ansatz ist daher auf bestimmte Aspekte beschränkt und vermag nur ein grobes Abbild einiger der Grundmechanismen zu vermitteln, die hier eine Rolle spielen.

Konzeptionell werden zwei demographische Einflüssebenen unterschieden: eine Mikro-Ebene und eine Makro-Ebene. Jede dieser Ebenen umfaßt dabei sowohl direkte als auch indirekte Demographie-Effekte.

Aufbauend auf den empirischen Erkenntnissen jüngster Panelstudien wird ein einfaches, deskriptives Modell des individuellen Alters-Einkommens-Profiles formuliert, das über die reinen Verlaufsresultate hinaus zwei empirisch untermauerte Zusammenhänge berücksichtigt, die im hiesigen Kontext von erheblicher Bedeutung sind, bisher aber nur partiell von der verteilungstheoretischen Literatur beachtet wurden. Zum einen trägt es der Tatsache Rechnung, daß das Einkommensprofil nicht nur vom eigenen Alter, sondern auch von dem der übrigen Marktteilnehmer abhängt: Freeman (1979) wies nach, daß der Lebenszyklusverlauf des individuellen Einkommens eine unmittelbare Funktion der Altersstruktur der Bevölkerung ist. Zum anderen berücksichtigt es negative Anreizwirkungen der staatlichen Besteuerung, wie sie insbesondere von Hausman (1985) aufgedeckt wurden. Jene sogenannten „Disincentive“-Effekte beziehen sich nicht nur auf das Steuersystem an sich, sondern auch auf die Ausgestaltung sozialer Sicherungssysteme, deren neuerliche Finanzierungsprobleme maßgeblich von demographischen Faktoren bestimmt sind. Um einen Teil der hier sichtbar werdenden Interdependenzen zu erfassen, werden zwei fiskalische Systeme in das Modell integriert: ein lineares Steuersystem sowie ein umlagefinanziertes Rentenversicherungssystem. Eine Einbettung jener Systeme führt indes nur dann zu ökonomisch interessanten Ergebnissen, wenn die Rentner, eine in der Verteilungstheorie oft vernachlässigte Gruppe, explizit in das Modell eingehen und gleichzeitig die Finanzierbarkeit der Staatsaktivitäten Beachtung findet. Während ersteres in Anlehnung an bestehende Rentenformeln geschehen kann, erfordert letzteres einen Schritt in die nächsthöhere Ebene: die Makro-Ebene. Diese erreicht man durch eine entsprechende Aggregation über Individuen und Altersgruppen.

Der so entworfene Ansatz vermag eine Reihe von demographischen Verteilungsinteraktionen zu identifizieren. Das Freeman-Resultat impliziert einen direkten Effekt der Altersstruktur auf das Alters-Einkommens-Profil, welches seinerseits den Grundbaustein für die Aggregation legt. Integrativer Bestandteil jenes Übergangs von der Mikro- zur Makro-Ebene ist ebenfalls der Altersaufbau der Bevölkerung. Hier manifestiert sich ein zweiter direkter Demographie-Effekt. Dieser wiederum wirkt über seinen Einfluß auf die staatlichen Budgetrestriktionen auf die Mikro-Ebene zurück, denn eine Beachtung jener Finanzierungsbeschränkungen läßt die finanzwirtschaftlichen Instrumente des Staates

zu Funktionen demographischer Größen werden; aufgrund der individuellen Anpassungsreaktionen ist davon dann nicht nur die Verteilung der Nettoeinkommen, sondern auch die der Bruttoeinkommen betroffen. Indirekt greift hier somit die Alterskomposition in den Entstehungsprozeß der individuellen Einkommen ein, was eine weitere Runde demographischer Distributionseinflüsse eröffnet.

Bereits aus dieser knappen Darstellung wird deutlich, wie *mannigfach* die Wechselbeziehungen sind und wie *wenig* man aus einer bloßen Messung des empirischen Gesamteffekts über die zugrundeliegenden Prozesse lernt. Um die verschiedenen Teileffekte isolieren zu können, wird in Abschnitt IV.1 mit einer einfachen Grundversion des Modells begonnen, das dann in den Folgeabschnitten schrittweise verkompliziert wird. Dabei werden sowohl die direkten Disparitätseffekte der Alterskomposition untersucht als auch diejenigen indirekten, die sich im Lichte staatlicher Haushaltsbeschränkungen sowie im Lichte negativer Anreizwirkungen finanzwirtschaftlicher Umverteilungssysteme ergeben. Wie nicht anders zu erwarten, kann nur ein Teil der Resultate analytisch ermittelt werden. Es gehört indes zu den Vorteilen des hiesigen Ansatzes, daß alle Modellvariablen empirische Entsprechungen besitzen. Das erlaubt eine unmittelbare numerische Implementierung. Damit lassen sich nicht nur die Vorzeichen der verschiedenen Ableitungen bestimmen, sondern existierende quantitative Erkenntnisse können zur direkten empirischen Interpretation der Resultate genutzt werden. Auf diese Weise erhält man Einblicke in die *Größenordnung* der verschiedenen Effekte (Abschnitte IV.1.C und IV.2.C). Die verteilungspolitische Bedeutung demographischer Ungleichheitseinflüsse gewinnt konkrete Gestalt.

### III. Mikro-Ebene, Makro-Ebene und Staatshaushalt: Die allgemeine Struktur des Modells

Die Bevölkerung bestehe aus zwei Gruppen: Erwerbstätigen und Rentnern.

Das Alters-Einkommens-Profil des Erwerbstätigen  $j$  sei beschrieben durch:

$$(1) \quad Y_{nj} = A_{nj} - RB_{nj} - SZ_{nj} + TE_{nj}, \quad n = 0, \dots, N_j,$$

worin  $Y_{nj}$  das Nettoeinkommen,  $A_{nj}$  das Bruttoeinkommen,  $RB_{nj}$  den Rentenbeitrag,  $SZ_{nj}$  die Steuerzahlung und  $TE_{nj}$  das Transfereinkommen des Individuums  $j$  in der Erwerbsperiode  $n$  angeben.  $n=0$  markiert den Eintritt ins Erwerbsleben,  $n=N_j$  den Austritt.

Das Renteneinkommen des Rentners  $i$  habe die Gestalt:

$$(2) \quad P_i = BP_i - SZ_i + TE_i,$$

worin  $P_i$  die Nettorente,  $BP_i$  die pro Periode an  $i$  ausbezahlte Bruttorente,  $SZ_i$  die Steuerabgaben und  $TE_i$  ein über die Rente  $BP_i$  hinausgehendes Transfereinkommen bezeichnen.

Um von der so charakterisierten Mikro-Ebene zur Makro-Ebene, also zur Gesamtheit aller betrachteten Individuen und damit zur *Verteilung* der Einkommen, zu gelangen, muß zunächst für jede einzelne Bevölkerungsgruppe und anschließend für die Bevölkerung insgesamt das Aggregationsproblem gelöst werden. Die hiesige Studie konzentriert sich dabei auf die ersten beiden Momente der Verteilung. Zwar erlaubt die lineare Struktur des Modells, Momente noch höherer Ordnung abzuleiten, doch gestatten diese keine ökonomisch sinnvolle Auslegung. Natürlich erfaßt man die funktionale Form einer Verteilung um so genauer, je größer Zahl und Ordnung der bekannten Momente. Aus der Sicht eines an *Ungleichheitsfragen* interessierten Politikers kommt es darauf indes ohnehin nicht an. Ein Hauptteil der verteilungspolitisch relevanten Information steckt bereits in den ersten beiden zentralen Momenten, dem Pro-Kopf-Einkommen und der Einkommensvarianz. Aus diesen Größen läßt sich ferner der Variationskoeffizient bestimmen, der häufig als illustratives Maß für die Einkommensungleichheit benutzt wird.

Ausgehend von Gleichung (1) erhält man durch eine Aggregation über die entsprechenden  $j$  zunächst die Mittelwerte und Varianzen der Nettoeinkommen innerhalb der einzelnen Erwerbsaltersgruppen:

$$(3) \quad \mu_{Y_n}, \sigma_{Y_n}^2; \quad n = 0, \dots, N.$$

Hierin geben  $\mu$  und  $\sigma^2$  jeweils den Durchschnittswert und die Varianz der angezeigten Variablen an;  $N = \max_j \{N_j\}$ , d.h.  $N$  ist das höchste in der Erwerbsbevölkerung vorkommende Arbeitsalter. Um von (3) zu den Momenten für die Erwerbsbevölkerung insgesamt zu gelangen, muß nun über die einzelnen Altersgruppen aggregiert werden. Hier manifestiert sich ein erster Brückenschlag zwischen Einkommensverteilung und Demographie, denn die für diesen Schritt notwendige Gewichtungsfunktion wird gerade durch die Altersstruktur der Erwerbstätigen bereitgestellt. Für das durchschnittliche Nettoeinkommen in der Erwerbsbevölkerung folgt:

$$(4) \quad \mu_Y = \sum_{n=0}^N h(n) \mu_{Y_n},$$

worin  $h(n)$  die relative Häufigkeit des Arbeitsalters  $n$  bezeichnet. Für die Streuung der Nettoeinkommen innerhalb der Erwerbsbevölkerung findet man:

$$(5) \quad \sigma_Y^2 = \underbrace{\sum_{n=0}^N h(n) \sigma_{Y_n}^2}_{\text{intra}} + \underbrace{\sum_{n=0}^N h(n) (\mu_{Y_n} - \mu_Y)^2}_{\text{inter}}.$$

Die beiden Summenausdrücke dieser auf dem Varianz-Zerlegungssatz basierenden Gleichung sind anschaulich interpretierbar: „intra“ spiegelt die Intragruppen-Komponente und „inter“ die Intergruppen-Komponente der Einkommensdisparität wider.

Durch eine entsprechende Aggregation über alle  $i$  erhält man aus (2) unmittelbar die Momente der Renteneinkommen:

$$(6) \quad \mu_P, \sigma_P^2.$$

Mit Hilfe der so gewonnenen Mittelwerte und Varianzen ist man jetzt in der Lage, beide Bevölkerungsgruppen gemeinsam zu betrachten und die Momente der Gesamtverteilung zu bestimmen. Das Durchschnittseinkommen in der aus Erwerbstätigen und Rentnern bestehenden Gesamtpopulation lautet:

$$(7) \quad \mu = x\mu_Y + (1-x)\mu_P.$$

$x$  bezeichnet hierin den Anteil der Erwerbstätigen an der Gesamtbevölkerung. Für die Streuung der Einkommen ergibt sich:

$$(8) \quad \sigma^2 = \underbrace{x\sigma_Y^2 + (1-x)\sigma_P^2}_{\text{intra}} + \underbrace{x(1-x)(\mu_Y - \mu_P)^2}_{\text{inter}}.$$

Diese methodisch analog zu (5) ermittelte Gleichung läßt sich mit (7) kombinieren, um abschließend den gesuchten quadrierten Variationskoeffizienten,  $V^2$ , zu erhalten, der als illustratives Maß für die relative Streuung bzw. „Ungleichheit“ der Einkommen verwendet wird:

$$(9) \quad V^2 = \frac{\sigma^2}{\mu^2}.$$

Setzt man die in (4) – (6) entwickelten Bausteine in (9), sprich (7) und (8), ein, so steht eine in *ökonomische* und *demographische* Bestandteile disaggregierte Verteilungsstruktur zur Verfügung, die sich nicht nur als analytisch flexibel, sondern auch als relativ einfach interpretierbar erweist. Auf zwei verschiedenen, wenn auch nicht notwendigerweise voneinander unabhängigen Wegen findet dabei die Demographie direkten Eingang in die Endgleichung (9). Einmal über die Alterskomposition der Erwerbstätigen, also über  $h(n)$ , und einmal über das relative Bevölkerungsgewicht der Erwerbstätigen bzw. über die Alterszusammensetzung der Bevölkerung insgesamt, abgebildet durch die Anteilsgröße  $x$ . Repräsentiert  $J_Y(n)$  die Zahl der Erwerbstätigen in der Altersgruppe  $n$ ,  $J_Y$  die Gesamtzahl der Erwerbstätigen und  $J_P$  die Zahl der Rentner, dann lassen sich jene demographischen Indikatoren auch wie folgt darstellen:

$$(10) \quad h(n) = \frac{J_Y(n)}{J_Y}, \quad J_Y = \sum_{n=0}^N J_Y(n);$$

$$(11) \quad x = \frac{J_Y}{J_Y + J_P} = \frac{1}{1 + J_P/J_Y}.$$



Dies präzisiert die Relation zwischen  $h(n)$  und  $x$  und verdeutlicht darüber hinaus, daß  $x$  eine unmittelbare Funktion des aus der empirischen Literatur hinlänglich bekannten „Alterslastquotienten“ bzw. „Rentnerquotienten“  $J_P/J_Y$  ist.

Bisher sind keine expliziten Angaben zu den ökonomischen Hintergründen und funktionalen Formen der individuellen Grundgleichungen (1) und (2) gemacht worden. In der Tat ist der oben entworfene Rahmen davon gänzlich unabhängig. Die nachfolgenden Abschnitte IV.1 und IV.2 werden sich ausführlich mit (1) und (2) beschäftigen. Dort wird auch die Grundlage zu weiteren Demographie-Einflüssen gelegt, die aus der obigen Struktur noch nicht erkennbar sind. Die hier auf der Makro-Ebene identifizierten Disparitätseffekte der Alterskomposition werden dort um direkt auf die Mikro-Ebene einwirkende demographische Faktoren ergänzt, die dann über (4)-(8) ebenfalls Eingang in die durch  $V^2$  gemessene Gesamtungleichheit finden. Jene zusätzlichen Demographie-Kanäle werden etwa durch das Ergebnis von Freeman (wonach die Altersstruktur einen direkten Einfluß auf das Einkommensprofil ausübt), durch eine Anpassung der Renten an die Entwicklung der Erwerbseinkommen (Stichwort: „Rentendynamisierung“), oder durch eine Integration von Disincentive-Effekten eröffnet. Letzteres klingt zunächst überraschend; was haben individuelle Reaktionen auf finanzwirtschaftliche Instrumente mit demographischen Prozessen zu tun? Eine Verbindung wird indes klar, wenn staatliche Finanzierungsbeschränkungen in die Analyse mit einbezogen werden.

Die in (4)-(8) abgeleiteten Momente bilden die Basis für die in den Abschnitten IV.1.A und IV.2.A erfolgende spezifische Inzidenzuntersuchung. Dort werden Antworten auf die Frage gesucht, welche Verteilungswirkungen von demographischen Veränderungen innerhalb der Bevölkerung sowie von solchen finanzwirtschaftlichen Maßnahmen ausgehen, die ohne einen Einbezug budgetpolitischer Überlegungen oder Zwänge ergriffen werden. Zu diesem Zweck wird der Variationskoeffizient (9) ohne Beachtung irgendwelcher Nebenbedingungen partiell nach den interessierenden Parametern differenziert.

Das so gewonnene ceteris-paribus-Bild wird anschließend um einen zentralen Aspekt der öffentlichen Finanzwirtschaft erweitert: um den der *Finanzierbarkeit* der Staatsaktivitäten. Der klassische Referenzfall in der Finanztheorie ist der des ausgeglichenen Staatshaushalts. Dieser impliziert Budgetrestriktionen und somit zusätzliche *indirekte* Einflüsse demographischer Größen, die nicht selten das zunächst gefällte Urteil über die Distributionswirkung einer Bevölkerungsüberalterung als falsch entlarven und bisweilen sogar in sein Gegenteil verkehren. Eine Beachtung staatlicher Budgetbedingungen läßt nämlich die finanzwirtschaftlichen Instrumente zu Funktionen demographischer Variablen werden. Dies beeinflußt die Mikro-Ebene in zweifacher Weise. Zum einen tangieren jene Instrumente unmittelbar die Höhe der individuellen Nettoeinkommen, und zum anderen lösen sie Disincentive-Effekte aus und greifen so in die Entstehung der Bruttoeinkommen ein.

Im vorliegenden Modell werden die Finanzierungsrestriktionen des Staates durch zwei Umverteilungssysteme bestimmt: ein Steuersystem und ein Rentenversicherungssystem. Diese Systeme werden getrennt bilanziert. Die Rentenversicherung wird also aus dem allgemeinen Staatshaushalt ausgegliedert und als eine am Äquivalenzgedanken orientierte parafiskalische Institution angesehen, die sich im Wege des Umlageverfahrens selbst finanziert.<sup>4</sup> Damit ergeben sich die folgenden beiden Bilanzgleichungen:

$$(12) \quad \sum_{n=0}^N \sum_{j=1}^{J_Y(n)} SZ_{nj} + \sum_{i=1}^{J_P} SZ_i = \sum_{n=0}^N \sum_{j=1}^{J_Y(n)} TE_{nj} + \sum_{i=1}^{J_P} TE_i;$$

$$(13) \quad \sum_{n=0}^N \sum_{j=1}^{J_Y(n)} RB_{nj} = \sum_{i=1}^{J_P} BP_i.$$

Die im Rahmen der Politik eines ausgeglichenen Budgets erfolgende Gleichsetzung von Einnahmen und Ausgaben, hier also von Steueraufkommen und Transferzahlungen sowie von Beitragsaufkommen und Rentenzahlungen, determiniert dann die für die Budgetinzidenzanalyse der Abschnitte IV.1.B und IV.2.B relevanten Relationen zwischen Demographie- und Politikparametern. Durch den expliziten Einbezug jener demographischen Budgetgleichgewichtseffekte erhalten die Verteilungsfolgen des Überalterungsprozesses eine neue Dimension.

#### IV. Demographie und Verteilung: Resultate

##### IV.1 Umverleistungsbesteuerung, Rentenfinanzierung und demographischer Wandel<sup>5</sup>

Das Altersprofil des individuellen Erwerbseinkommens habe die Gestalt:

$$(14) \quad \begin{aligned} A_{nj} &= a_j + b_j n, \quad n = 0, \dots, N_j; \\ a_j &> 0, b_j > 0. \end{aligned}$$

Hierin bezeichnet  $A_{nj}$  das Arbeitseinkommen des Individuums  $j$ ;  $n$  gibt die jeweilige Erwerbsperiode bzw. das Arbeitsalter an.  $a_j$  repräsentiert das Anfangseinkommen ( $a_j = A_{0j}$ ) und  $b_j$  das Einkommenswachstum ( $b_j = A_{n+1j} - A_{nj}, \forall n$ ).

Für die Zwecke des vorliegenden Beitrags wird auf eine Integration des neoklassischen Optimierungskalküls bewußt verzichtet; eine explizite mikroökonomische Endogenisierung des  $A_{nj}$ -Pfades unterbleibt also. Gleichung (14) ist

<sup>4</sup> Steuerfinanzierte Bundeszuschüsse o. ä. werden nicht betrachtet.

<sup>5</sup> Eine eingehende theoretische Analyse des in diesem Abschnitt vorgestellten Grundmodells findet sich in v. Weizsäcker (1989).



als reduzierte Form eines nicht näher beschriebenen strukturellen Modells aufzufassen. Eine tiefergehende ökonomische Deutung der Größen  $a_j$  und  $b_j$ , auf welcher theoretischen Grundlage auch immer, ist dem Leser völlig freigestellt. Ganz generell spiegele der durch (14) abgebildete Einkommensverlauf auf deskriptiv-stilisierte Weise das Gleichgewichtsergebnis von Angebots- und Nachfrageprozessen auf dem Arbeitsmarkt wider.<sup>6</sup>

Zur Einbindung der staatlichen Umverteilungssysteme (vgl. Abschnitt III) seien vier Politikparameter eingeführt:  $t$  (Steuersatz),  $T$  (Pauschaltransfer),  $c$  (Beitragssatz zur Rentenversicherung) und  $p$  (Rentensatz). Der Rentenbeitrag werde proportional zum Bruttoarbeitsentgelt erhoben:  $c A_{nj}$ . Dieser sei steuerlich abzugsfähig. Das zu versteuernde Erwerbseinkommen beläuft sich somit auf  $(1 - c)A_{nj}$ . Das Steuersystem selbst setze sich aus einem konstanten Grenzsteuersatz  $t$  und einer lump-sum Transferzahlung  $T$  zusammen. Für das Nettoarbeitseinkommen des Individuums  $j$ ,  $Y_{nj}$ , folgt dann:

$$(15) \quad \begin{aligned} Y_{nj} &= A_{nj} - c A_{nj} - t(1 - c)A_{nj} + T \\ &= (1 - t)(1 - c)A_{nj} + T, \quad n = 0, \dots, N_j; \\ &0 < t < 1, 0 < c < 1, T > 0. \end{aligned}$$

Auch für die Rentner wird ein denkbar einfacher, dabei aber noch sinnvoll interpretierbarer Ansatz gewählt:

$$(16) \quad \begin{aligned} P_i &= p \mu_A L_i; \\ &0 < p < 1, L_i > 0. \end{aligned}$$

$P_i$  steht für die pro Periode an den Rentner  $i$  ausbezahlte Rente,  $p$  repräsentiert einen staatlich kontrollierten Rentensatz,  $\mu_A$  ist das durchschnittliche Bruttoarbeitsentgelt der Erwerbstätigen und  $L_i$  kann als persönliche Bemessungsgrundlage des Rentners  $i$  angesehen werden. (16) ist inhaltlich an bestehende Rentenformeln angelehnt und berücksichtigt insbesondere die in einer Vielzahl von Ländern praktizierte Rentenanpassung an die Entwicklung der Bruttoverdienste der Beitragszahler (Stichwort: „Rentendynamisierung“).<sup>7</sup> Das Renteneinkommen sei nicht der Besteuerung unterworfen.

<sup>6</sup> Eine ähnliche konzeptionelle Philosophie findet sich z. B. bei *Conslík* (1975; 1977). Siehe auch *Atkinson* und *Stiglitz* (1980, Chapter 9) sowie *Creedy* (1985, Chapters 6, 7).

Eine über die obige Beschreibung hinausgehende ökonomische Deutung der Größen  $a_j$  und  $b_j$  ist etwa auf der Grundlage der Humankapital-Theorie [*Mincer* (1974), *Becker* (1975), *Ben-Porath* (1967), v. *Weizsäcker* (1986; 1988)], der ‚Screening‘-Theorie [*Riley* (1976; 1979)], der Kontrakt-Theorie [*Harris* und *Holmström* (1982)], der Theorie hierarchischer Entlohnungssysteme [*Waldman* (1984)] oder der Theorie des internen Arbeitsmarktes [*Thurow* (1975), *Abraham* und *Medoff* (1983)] möglich.

<sup>7</sup> Gleichung (16) kann interpretatorisch z. B. mit der deutschen Rentenformel in Verbindung gebracht werden, auch wenn sie formal nicht mit ihr identisch ist: „ $p \mu_A$ “ könnte die „allgemeine Bemessungsgrundlage“ und den „Steigerungssatz“,  $L_i$  den

Gleichungen (14) bis (16) sind keine getreuen Abbilder der Realität. Eine Reihe von mikroökonomischen Faktoren und institutionellen Besonderheiten sind außer acht gelassen worden. Die hiesigen Spezifikationen stellen lediglich Näherungen dar, die einfach genug sind, um das nachfolgende Aggregationsproblem noch auf analytische Weise lösen zu können, die gleichzeitig aber reich genug sind, um einer theoretischen Analyse der in den Abschnitten II und III skizzierten Interdependenzen hinreichend Struktur zu geben.<sup>8</sup>

Durch eine Einbettung der Ausgangsgleichungen (14)-(16) in den zuvor entworfenen Rahmen wird nun schrittweise zur Gesamtheit aller betrachteten Individuen übergegangen.

Zunächst erhält man für das durchschnittliche Nettoarbeitsentgelt in der Altersgruppe  $n$ :

$$(17) \quad \mu_{y_n} = (1-t)(1-c)\mu_{A_n} + T, \quad n=0, \dots, N;$$

$$\mu_{A_n} = \mu_a + \mu_b n.$$

Die in der theoretischen Literatur weit verbreitete, restriktive Annahme eines repräsentativen Individuums wird in Gleichung (14) explizit aufgegeben. Die individuellen Lohn- und Gehaltseinkünfte dürfen sich sowohl in ihren Anfangshöhen als auch in ihren Wachstumsraten unterscheiden. Für die Varianz der Nettoarbeitseinkommen innerhalb der Altersgruppe  $n$  folgt damit:

---

„Prozentsatz der persönlichen Bemessungsgrundlage“ und die „Anzahl der Versicherungsjahre“ des Rentners  $i$  umfassen.

<sup>8</sup> Ein Ansatz der in Abschnitt III entworfenen Art bedingt explizite Relationen sowohl auf der Mikro- als auch auf der Makro-Ebene. Das aber erfordert eine präzise Aggregation über die  $j$ 's und die  $i$ 's. Da Aggregieren (Summieren) eine lineare Operation ist, ist die Linearität in  $a_j$  und  $b_j$  bzw.  $L_i$  eine notwendige Voraussetzung für analytische Resultate.

Zu den nicht einbezogenen institutionellen Aspekten zählen die *gesetzliche Ausgestaltung* sowohl des Steuersystems (Freibeträge, Höchstgrenzen, Nichtlinearitäten; Besteuerung der Renteneinkommen) als auch des Rentenversicherungssystems (Beitragsbemessungsgrenzen, Unterscheidung zwischen Arbeitnehmer- und Arbeitgeberbeiträgen, staatlich garantierte Mindestrente). Von besonderem Interesse sind in diesem Zusammenhang die Studie von *Scheil* (1983) sowie das von *Creedy* (1982) entwickelte analytische Verfahren.

Gleichungen (1)-(3) berücksichtigen ferner keine *Kohorteneffekte* („Vintage“-Effekte). Eine Einbettung solcher Effekte ist indes auf problemlose Weise möglich [z. B. via  $a_j = a_j \langle v \rangle$ ,  $b_j = b_j \langle v \rangle$  und/oder  $L_i = L_i \langle v \rangle$ ,  $v = \text{Jahrgang}$ ]. Ein konkaves Querschnittsprofil ist die typische Folge [*Baudelot* (1983, p. 102), *Schmähl* (1986 a, S. 200 f.)]. Die unten abgeleitete Größe  $\mu_{y_n}$  wäre dann keine lineare, sondern eine konkave Funktion von  $n$ .

Auch die *Kalenderzeit* selbst ist zwar nicht explizit modelliert, läßt sich aber direkt integrieren. In der Tat könnte man sämtliche Modellparameter mit ihr verknüpfen. Auswirkungen etwa des Wirtschaftswachstums ließen sich auf diese Weise einbinden. Der hiesige Ansatz geht implizit von einer stationären Ökonomie aus, obwohl dies keine für die folgende Untersuchung notwendige Annahme ist.

$$(18) \quad \begin{aligned} \sigma_{Y_n}^2 &= [(1-t)(1-c)]^2 \sigma_{A_n}^2, \quad n=0, \dots, N; \\ \sigma_{A_n}^2 &= \sigma_a^2 + n^2 \sigma_b^2 + 2n \operatorname{cov}(a, b). \end{aligned}$$

Der Einbezug der Kovarianz zwischen Anfangseinkommen und Einkommenswachstum,  $\operatorname{cov}(a, b)$ , trägt der Tatsache Rechnung, daß  $a$  und  $b$  nicht unabhängig voneinander sind: Die Empirie weist Starteinkommen und Einkommenswachstum als negativ korreliert aus.<sup>9</sup>

Hier zeigt sich einer der Vorteile des hiesigen Ansatzes: Alle im Modell auftretenden Größen besitzen (zumindest näherungsweise) empirische Entsprechungen. Dies erlaubt eine direkte empirische Interpretation der Resultate, und vorliegende quantitative Erkenntnisse können unmittelbar genutzt werden. Dazu später mehr.

Ein Rückgriff auf (4) liefert nun in Verbindung mit (17) den nachstehenden Ausdruck für das durchschnittliche Nettoarbeitsentgelt in der Erwerbsbevölkerung:

$$(19) \quad \begin{aligned} \mu_Y &= (1-t)(1-c) \mu_A + T; \\ \mu_A &= \mu_a + \mu_b m, \end{aligned}$$

worin  $m$  das Durchschnittsarbeitsalter angibt [ $m = \sum_n nh(n)$ ].

Mit Hilfe der Resultate (17)-(19) gewinnt man aus (5) die Streuung der Nettoarbeitseinkommen innerhalb der Erwerbsbevölkerung:

$$(20) \quad \begin{aligned} \sigma_Y^2 &= [(1-t)(1-c)]^2 \sigma_A^2; \\ \sigma_A^2 &= \sigma_a^2 + (m^2 + s^2) \sigma_b^2 + 2m \operatorname{cov}(a, b) + s^2 \mu_b^2. \end{aligned}$$

Hierin bezeichnet  $s^2$  die Varianz des Altersalters [ $s^2 = \sum_n (n-m)^2 h(n)$ ]. Der geschlossene Dekompositionsausdruck (20) unterscheidet sich in seiner Einfachheit und Klarheit deutlich von mikroökonomisch endogenisierten Vorgängern.<sup>10</sup> Er ist sowohl theoretisch als auch empirisch leicht interpretierbar und obendrein völlig unabhängig von den spezifischen Verteilungsklassen der individuellen Grundvariablen sowie der Form der Altersverteilung. Aus (20) erkennt man, daß die Einkommensstreuung um so höher ausfällt, je stärker die individuellen Anfangseinkommen und Einkommenswachstumsraten variieren

<sup>9</sup> Vgl. *Hause* (1980, pp. 1016-1024); *Bourguignon und Morrisson* (1982, p. 34); *Baudelot* (1983, p. 123).

<sup>10</sup> Vgl. z. B. v. *Weizsäcker* (1986, Kapitel 4).

An dieser Stelle sei auch erwähnt, daß der hiesige Ansatz ohne die weit verbreitete Annahme einer stabilen Bevölkerung auskommt. (20) benötigt lediglich die ersten beiden Momente der Altersverteilung. Sich in  $m$ - und/oder  $s^2$ -Variationen niederschlagende demographische Änderungen können unmittelbar und ohne einen Rückgriff auf das restriktive Konzept einer stabilen Population [siehe *Keyfitz* (1977, Chapter 7)] analysiert werden. Der Leser sei überdies an die Bemerkung zur Kalenderzeit (Fußnote 8) erinnert.

und je geringer die (negative) Korrelation zwischen diesen Größen. Das ist zunächst nicht sonderlich überraschend. Unmittelbar aus (20) zu ersehen ist aber darüber hinaus, daß und wie die Effekte von  $\sigma_b^2$  und  $\text{cov}(a, b)$ , im Gegensatz zu dem von  $\sigma_a^2$ , von der Altersstruktur der Erwerbsbevölkerung abhängen. Wiederum ist es einleuchtend, daß die Lebenszyklusvariable  $b$ , nicht aber die Startvariable  $a$  direkt mit der Alterskomposition verflochten ist, doch war die explizite Form jener Interaktion a priori alles andere als klar. Interessant ist ferner die simple Darstellung des Intergruppen-Effekts [vgl. (5):  $\text{inter} = [(1 - t)(1 - c)]^2 s^2 \mu_b^2$ ]. Diese Komponente der Einkommensvarianz rührt aus zwischen den einzelnen Altersgruppen divergierenden Durchschnittseinkommen. Anders ausgedrückt: Selbst wenn die Individuen identische Einkommenspfade aufwiesen, wäre die Einkommensstreuung innerhalb der Erwerbsbevölkerung nicht gleich Null. Gleichung (20) verdeutlicht, daß im Falle identischer (positiver)  $a_j$  und  $b_j$  zwar die Intragruppen-Komponente verschwindet [da  $\sigma_a^2 = \sigma_b^2 = \text{cov}(a, b) = 0$ , so daß  $\sigma_{Y_n}^2 = 0 \ \forall n$ ], der Intergruppen-Effekt aber erhalten bleibt: „inter“ ist positiv, da das individuelle Arbeitseinkommen im Erwerbszyklus nicht konstant ist. Der Anstieg des Verdienstprofils impliziert unterschiedliche Durchschnittseinkommen innerhalb unterschiedlicher Altersgruppen. Es ist dann intuitiv klar, daß der hierdurch ausgelöste Disparitätseffekt um so größer wird, je steiler der individuelle Lohnverlauf in der Erwerbsphase und je heterogener die Altersstruktur. In der Tat enthält die vorliegende Form der Intergruppen-Komponente genau diese beiden Elemente:  $\mu_b$  und  $s$ .

Zu den Rentnern. Die schlichte Spezifikation in (16) erlaubt eine ebenso einfache Momentendarstellung. Für die Durchschnittsrente  $\mu_P$  und die Varianz der Renten  $\sigma_P^2$  findet man:

$$(21) \quad \mu_P = p \mu_A \mu_L;$$

$$(22) \quad \sigma_P^2 = p^2 \mu_A^2 \sigma_L^2.$$

Mit Hilfe der geschlossenen Relationen (19)-(22) lassen sich zu guter Letzt die Momente der Gesamtverteilung, (7) und (8), bestimmen. Für das verfügbare Durchschnittseinkommen in der aus Erwerbstätigen und Rentnern bestehenden Gesamtbevölkerung erhält man:

$$(23) \quad \mu = x \mu_Y \langle t, T, c; m; \mu_a, \mu_b \rangle + (1 - x) \mu_P \langle p; m; \mu_a, \mu_b, \mu_L \rangle.$$

Die über den Modellvariablen angegebenen Vorzeichen markieren die aus (19) und (21) abgeleiteten partiellen Effektrichtungen. Für die Streuung der verfügbaren Einkommen innerhalb der Gesamtpopulation ergibt sich:

$$(24) \quad \sigma^2 = x \overset{-}{\sigma}_Y^2 \langle t, c; m, s; \mu_b; \overset{+}{\sigma}_a^2, \overset{+}{\sigma}_b^2, \text{cov}(a, b) \rangle + (1-x) \overset{+}{\sigma}_P^2 \langle p; m; \mu_a, \mu_b; \overset{+}{\sigma}_L^2 \rangle \\ + x(1-x) [\overset{-}{\mu}_Y \langle t, T, c; m; \mu_a, \mu_b \rangle - \overset{+}{\mu}_P \langle p; m; \mu_a, \mu_b, \mu_L \rangle]^2.$$

Die schließlich aus (23) und (24) zusammengesetzte Zielgröße  $V^2$  bildet dann die analytische Grundlage der nachfolgenden Inzidenzuntersuchungen;

$$(25) \quad V^2 = V_{\text{intra}}^2 + V_{\text{inter}}^2; \\ V_{\text{intra}}^2 = x \frac{\mu_Y^2}{\mu^2} V_Y^2 + (1-x) \frac{\mu_P^2}{\mu^2} V_P^2, \\ V_{\text{inter}}^2 = \frac{x(1-x)}{\mu^2} (\mu_Y - \mu_P)^2.$$

#### IV.1.A Spezifische Inzidenz

Welche direkten Verteilungswirkungen gehen von einer Überalterung der Bevölkerung aus? Wie prägt der demographische Wandel die durch  $V^2$  gemessene Ungleichheit der Einkommen? Erste Einsichten vermittelt eine komparativ statische Analyse der Gleichungen (19)-(25).

Der obige Ansatz liefert drei demographische Kenngrößen:  $m$ ,  $s$  und  $x$ . Während  $m$  und  $s$  die Altersstruktur der Erwerbsbevölkerung charakterisieren, bezieht sich  $x$  auf die Alterskomposition der aus Erwerbstätigen und Rentnern bestehenden Gesamtbevölkerung.  $x$  ist eine unmittelbare Funktion des vieldiskutierten „Alterslastquotienten“ bzw. „Rentnerquotienten“  $J_P/J_Y$ ; vgl. (11). Eine Variation der „Erwerbsquote“  $x$  ist demnach äquivalent zu einer Variation des „Alterslastquotienten“  $J_P/J_Y$ . Da sich die Größe  $x$  auf übersichtlichere Weise in die Grundgleichungen (7) und (8) einfügt als eine auf  $J_P/J_Y$  ausgerichtete Darstellung, wird in der Folge stets auf die Erwerbsquote  $x$  (bzw. die Rentnerquote  $1-x$ ) Bezug genommen.

Eine auf (19)-(25) basierende komparativ statische Analyse erweist sich als schwieriger als vorab vermutet. Ohne zusätzliche Annahmen ist eine eindeutige Bestimmung der jeweiligen Vorzeichen nicht möglich. Die zunächst getroffenen Annahmen sind:  $J_Y > J_P$  (was gleichbedeutend ist mit  $x > \frac{1}{2}$ ),  $\mu_Y > \mu_P$  und  $\sigma_Y^2 > \sigma_P^2$ ; es wird also unterstellt, daß die Zahl der Erwerbstätigen die der Rentner übersteigt, daß das durchschnittliche Nettoarbeitseinkommen größer ist als die Durchschnittsrente und daß die Nettoarbeitseinkommen stärker streuen als die Renten.<sup>11</sup> Es bedarf keiner besonderen Betonung, daß diese Konstellation genau die heutigen Verhältnisse wiedergibt.<sup>12</sup>

<sup>11</sup> Beachte, daß  $\sigma_Y^2 > \sigma_P^2$  und  $\mu_Y > \mu_P$  kompatibel sind mit  $V_Y^2 < V_P^2$ , was in einer Reihe von Industrieländern (wie z. B. der Bundesrepublik Deutschland) tatsächlich beobachtet wurde.

Wertet man die nach einigen Umformungen aus (25) ableitbare Bedingung:

$$\frac{\partial V^2}{\partial x} \cong 0 \Leftrightarrow -(\mu_Y - \mu_P)[x(\sigma_Y^2 - \sigma_P^2) + \sigma_P^2] - (\mu_Y - \mu_P)^2 [x\mu_Y - (1-x)\mu_P] - \sigma_P^2 \left( \mu_Y - \frac{\sigma_Y^2}{\sigma_P^2} \mu_P \right) \cong 0$$

anhand der genannten Voraussetzungen aus, so gewinnt man das Ergebnis:

$$(26) \quad \frac{\partial V^2}{\partial x} < 0.$$

Eine *höhere* Rentnerquote ( $x \downarrow$ ) führt demnach zu einer *Vergrößerung* der relativen Einkommensstreueung.

Wie reagiert  $V^2$  auf Variationen der beiden anderen in das Modell eingebetteten demographischen Variablen,  $m$  und  $s$ ?

Der Ungleichheitseinfluß von  $s$  ist schnell abgehandelt. Wie man aus (23) und (24) ersieht, ist das Pro-Kopf-Einkommen  $\mu$  unabhängig von der Varianz des Erwerbsalters, während  $\sigma^2$  mit  $s$  steigt. Somit gilt:

$$(27) \quad \frac{\partial V^2}{\partial s} > 0;$$

je *heterogener* die Erwerbsaltersstruktur ( $s \uparrow$ ), desto *größer* die Einkommensungleichheit. Ein erwartetes Resultat.

Erheblich komplizierter ist dagegen die Ableitung des  $m$ -Effekts. Sämtliche Teilmomente werden von einer Änderung des Durchschnittsarbeitsalters berührt. Die bisher gemachten Annahmen reichen zur eindeutigen Vorzeichenbestimmung nicht aus:

$$\frac{\partial V^2}{\partial m} \cong 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \sigma^2 / \partial m}{\partial \mu^2 / \partial m} \cong \frac{\sigma^2}{\mu^2} (> 0),$$

worin:

---

<sup>12</sup> Zur Situation in der Bundesrepublik Deutschland vgl. u. a. Göseke und Bedau (1974, 1983); BMA (1982, 1987); Koss (1984); BMI/Bundesregierung (1984); Statistisches Bundesamt (1986b, 1987a, 1987b); VDR (1987). In der Sprache der amtlichen Statistik bezeichnet die Indexmenge  $\{j\}$  die erwerbstätigen Arbeiter und Angestellten bzw. die sozialversicherungspflichtig beschäftigten Arbeitnehmer,  $J_Y$  gibt die Zahl der Beitragszahler bzw. Pflichtversicherten an, und  $\mu_Y$  steht für das durchschnittliche versicherungspflichtige Nettoarbeitsentgelt.

Zur empirischen Konstellation in anderen Industrieländern siehe z. B. Taylor und Jodice (1983, Chapters 3,4,7).

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial m} = x \frac{\partial \sigma_Y^2}{\partial m} + (1-x) \frac{\partial \sigma_P^2}{\partial m} + 2x(1-x)(\mu_Y - \mu_P) \left( \frac{\partial \mu_Y}{\partial m} - \frac{\partial \mu_P}{\partial m} \right),$$

$$\frac{\partial \mu^2}{\partial m} = 2\mu \left[ x \frac{\partial \mu_Y}{\partial m} + (1-x) \frac{\partial \mu_P}{\partial m} \right].$$

Das Durchschnittseinkommen  $\mu$  nimmt mit  $m$  zu; vgl. (23). Welchen Gesamteffekt ein höheres Durchschnittsalter auf die Streuung  $\sigma^2$  hat, kann jedoch nicht ohne weiteres vorhergesagt werden. Mit  $\text{cov}(a, b) < 0$  bleibt das Vorzeichen von  $\partial \sigma_Y^2 / \partial m$  offen; vgl. (20). Dasselbe gilt für den  $m$ -Effekt auf die Intergruppen-Komponente der Gesamtvarianz; sowohl  $\partial \mu_Y / \partial m$  als auch  $\partial \mu_P / \partial m$  sind positiv. Einzig der partielle Effekt auf die Streuung der Renten ist eindeutig determiniert; siehe (22) bzw. (24). Das ist natürlich zu wenig, um etwas über die Gesamtwirkung sagen zu können.

Auch eine vollständige Differentiation des Variationskoeffizienten führt zu keinem Ergebnis; was im Falle der  $x$ -Ableitung noch gelang, scheidet hier. Zwar liegen alle Momente in geschlossener Form vor, so daß die interessierenden Ableitungen analytisch bestimmbar sind; doch gelingt es nach einem Einsetzen jener Ausdrücke in das obige Bedingungsgefüge nicht, durch entsprechende Umformungen und Vereinfachungen auswertbare Relationen herbeizuführen. Auf der alleinigen Grundlage der bisher getroffenen Annahmen ist eine Festlegung der Effektrichtung noch nicht möglich. Angesichts einer direkten empirischen Interpretierbarkeit aller im Modell auftretenden Größen steht man indes nicht auf verlorenem Posten: Die Gesamtwirkung läßt sich vielmehr dadurch ermitteln, daß man in die gewonnene Endrelation die tatsächlich beobachteten Variablenwerte einsetzt. Eine quantitative Auswertung an Hand des in Abschnitt IV.1.C erarbeiteten, empirisch untermauerten Standardparametersatzes [vgl. (36)] ergibt, daß  $\sigma^2$  mit  $m$  steigt, und daß dieser Effekt den  $\mu$ -Einfluß dominiert. Damit folgt:

$$(28) \quad \frac{\partial V^2}{\partial m} > 0.$$

Je höher das durchschnittliche Erwerbsalter ( $m \uparrow$ ), desto größer also die Ungleichheit in der Gesamtverteilung der verfügbaren Einkommen.<sup>13</sup>

Distributionseffekte der in (26)-(28) abgeleiteten Art werden nicht nur durch den demographischen Wandel an sich ausgelöst, also etwa durch Änderungen der Geburtenziffern und Sterberaten, sondern auch durch bestimmte *wirtschaftspolitische* Maßnahmen. Ein derzeit vieldiskutiertes Thema ist z. B. die Verkürzung der Lebensarbeitszeit; ein früheres Ausscheiden aus dem Erwerbsle-

<sup>13</sup> Empirische Bestätigungen der Prognosen (27) und (28) finden sich in *Danziger* und *Plotnick* (1977), *Danziger*, *Haveman* und *Smolensky* (1977), *Blinder* (1980) sowie in *Mookherjee* und *Shorrocks* (1982).



ben soll zu einer Entlastung des Arbeitsmarktes beitragen.<sup>14</sup> Dieses Konzept mag aus beschäftigungspolitischer Sicht seine Berechtigung haben. Doch wie immer können unbeabsichtigte Nebenwirkungen auftreten. Das hier entworfene Modell ist in der Lage, einen dieser Nebeneffekte etwas näher zu beleuchten: den Verteilungseffekt. Vier Modellvariablen bilden eine Brücke zwischen Beschäftigungspolitik und Einkommensverteilung:  $J_Y$ ,  $J_P$ ,  $m$  und  $s$ . Die Idee einer generellen Verkürzung der Erwerbsphase besteht darin, die frei werdenden Arbeitsplätze gleich wieder neu zu besetzen, um so die Zahl der Arbeitslosen zu senken. Im Sinne der Befürworter dieses arbeitsmarktpolitischen Ansatzes sei also von einer konstanten Zahl der Erwerbstätigen ausgegangen. Die drei übrigen Größen verändern sich indes. Ein prinzipiell früheres Ausscheiden aus dem Erwerbsleben erhöht die Zahl der Rentner [ $J_P \uparrow (\Rightarrow x \downarrow)$ ], verringert das durchschnittliche Arbeitsalter ( $m \downarrow$ ) und vermindert die Heterogenität der Erwerbsaltersstruktur ( $s \downarrow$ ). Jede dieser Änderungen beeinflusst die Einkommensungleichheit: Eine höhere Rentnerquote vergrößert  $V^2$  [vgl. (26)], kleinere  $m$ - und  $s$ -Werte haben die umgekehrte Wirkung [vgl. (27) und (28)]. Der Nettoeffekt hängt dann von der konkreten Parameterkonstellation in der betrachteten Ökonomie ab. Näheres dazu in Abschnitt IV.1.C.

Auch zu  $J_Y$  läßt sich im hiesigen Zusammenhang etwas sagen: Eine sich in einem *Rückgang* der Zahl der Erwerbstätigen niederschlagende höhere Arbeitslosenziffer induziert gemäß (26) einen *Anstieg* der relativen Einkommensstreuerung.

Im Kontext der Rentenfinanzierung wird übrigens das genaue Gegenteil der eben erörterten beschäftigungspolitischen Maßnahme diskutiert. Dort soll zur Minderung des Finanzierungsproblems das Rentenzugangsalter heraufgesetzt werden (vgl. auch Abschnitt IV.1.B), was einer Verlängerung der Erwerbsphase entspricht. Spiegelbildliche Distributionseffekte sind die Folge.

#### IV.1.B Budgetinzidenz

Die Finanzierung staatlicher Umverteilungssysteme, insbesondere die der staatlichen Alterssicherung, wirft seit geraumer Zeit in allen hochentwickelten Volkswirtschaften große Probleme auf. Der Grund: Die durch den demographischen Wandel ausgelösten Veränderungen der Altersstruktur haben das zahlenmäßige Verhältnis der Steuer- und Beitragszahler zu den Leistungsempfängern in ungünstiger Weise verschoben; die Bevölkerungsüberalterung hat den Anteil der Empfänger staatlicher Transfers überproportional anwachsen lassen. Dies kann nicht ohne Einfluß auf die finanzwirtschaftlichen Politikparameter bleiben. Letztere prägen jedoch maßgeblich die Verteilung der verfügbaren Einkommen. Damit wird klar, daß staatliche Finanzierungsrestriktionen bedeutende *indirekte* Demographie-Effekte implizieren, die überraschenderweise bisher keinen systematischen Eingang in theoretische Verteilungsstudien gefun-

<sup>14</sup> Vgl. z. B. *Schmähl* (1983); *Kühlewind* (1983).



den haben.<sup>15</sup> Zu welchen Fehlschlüssen eine Vernachlässigung jener Effekte im hiesigen Kontext führen kann, illustriert die folgende Analyse.

Wie in Abschnitt III bereits erläutert, werden die Budgetrestriktionen des Staatshaushalts im vorliegenden Modell durch ein Steuersystem und ein umlagefinanziertes Rentenversicherungssystem bestimmt. Vergegenwärtigt man sich noch einmal die individuellen Grundgleichungen (15) und (16), so findet man mit Hilfe von (12) und (13) unschwer die nachstehenden Bilanzgleichungen:

$$(29) \quad \sum_{n=0}^N \sum_{j=1}^{J_Y(n)} t(1-c)A_{nj} = \sum_{n=0}^N \sum_{j=1}^{J_Y(n)} T;$$

$$(30) \quad \sum_{n=0}^N \sum_{j=1}^{J_Y(n)} cA_{nj} = \sum_{i=1}^{J_P} P_i.$$

Eine Beachtung dieser Finanzierungsbeschränkungen bedeutet den Verlust zweier Freiheitsgrade, denn die Politikinstrumente sind dann auf beiden Seiten der Budgetgleichungen nicht mehr unabhängig voneinander variierbar. Ich gehe im folgenden davon aus, daß die Höhe des staatlichen Rentensatzes  $p$  sowie die Höhe des staatlich garantierten Mindesteinkommens  $T$  politisch vorgegebene Größen seien und der Beitragssatz  $c$  sowie der Steuersatz  $t$  als endogene Variablen resultieren:

$$(31) \quad c_{GG} = \frac{J_P}{J_Y} \frac{\mu_P}{\mu_A} = \frac{1-x}{x} p \mu_L = c_{GG} \langle \bar{x} \rangle,$$

$$(32) \quad t_{GG} = \frac{T}{(1-c_{GG})\mu_A} = \frac{T}{(\mu_a + \mu_b m) \left(1 - \frac{1-x}{x} p \mu_L\right)} = t_{GG} \langle \bar{m}, \bar{x} \rangle.$$

Im Budgetgleichgewicht werden die finanzwirtschaftlichen Größen  $c_{GG}$  und  $t_{GG}$  („GG“ markiert jeweils den Gleichgewichtssatz) zu direkten Funktionen der demographischen Variablen  $x$  und  $m$ . Ein Beispiel. Aufgrund des institutionellen Faktums der steuerlichen Abzugsfähigkeit des Rentenbeitrags hängt die Garantie des Mindesteinkommens  $T$  unmittelbar von der Rentenfinanzierung ab. Ein höherer Bevölkerungsanteil der Ruheständler [ $J_P \uparrow (\Rightarrow x \downarrow)$ ], etwa, impliziert gemäß (31) eine Anhebung des Beitragssatzes zur Rentenversicherung und damit eine Verringerung des zu versteuernden Einkommens eines jeden Erwerbstätigen. Zur Aufrechterhaltung des Steuerbudgetgleichgewichts muß folglich die Steuerrate erhöht werden, und das, obgleich sich weder an der

<sup>15</sup> Auch die vorliegenden *empirischen* Verteilungsuntersuchungen ignorieren den Tatbestand, daß finanzwirtschaftliche Größen angesichts staatlicher Budgetbeschränkungen nicht unabhängig sind von demographischen Variablen; vgl. etwa *Danziger* und *Plotnick* (1977, speziell p. 9).

Zielgröße  $T$  selbst noch an den Eigenschaften der besteuerten Erwerbsbevölkerung irgendetwas geändert hat. Diese trotz getrennter Bilanzierung und in Abwesenheit steuerfinanzierter Bundeszuschüsse existierende Kopplung der Besteuerung an die staatliche Alterssicherung (und mithin an den Rentnerquotienten) führt zu einer erheblichen Verkomplizierung des Zusammenspiels zwischen Einkommensverteilung und Bevölkerungsüberalterung.

Wie sieht jene Verkomplizierung genau aus? Welche Disparitätseffekte rufen Verschiebungen in der Alterskomposition angesichts zusätzlich induzierter fiskalischer Maßnahmen hervor?

Ersetzt man in (15)-(25) die Politikparameter  $c$  und  $t$  durch ihre endogenisierten Formen (31) und (32), so erhält man den gesuchten quadrierten Variationskoeffizienten  $V_{GG}^2$ :

$$V_{GG}^2 = V^2 \langle t_{GG} \langle m, x \rangle, c_{GG} \langle x \rangle; m, s, x \rangle.$$

Eine totale Differentiation nach  $x$  liefert somit:<sup>16</sup>

$$\frac{dV_{GG}^2}{dx} = \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial x}}_{<0} + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial t_{GG}} \frac{dt_{GG}}{dx}}_{>0} + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial c_{GG}} \frac{dc_{GG}}{dx}}_{<0}.$$

Der erste der drei Summanden gibt den in (26) ermittelten direkten Effekt an, während die beiden übrigen Summanden die neu hinzugetretenen indirekten Effekte reflektieren. Wendet man hierauf die Resultate aus (32) und (31) unter Beachtung von  $\partial V^2 / \partial t < 0$  und  $\partial V^2 / \partial c < 0$  an,<sup>17</sup> so wird unmittelbar klar,

<sup>16</sup> Der nachstehende Ausdruck ist als totale, statt korrekterweise als *partielle* totale Ableitung notiert. Dies geschieht aus Gründen der Einheitlichkeit sowie zur Vermeidung späterer Notationsprobleme; siehe Abschnitte IV.2.A und IV.2.B. Zur mathematischen Präzisierung vgl. *Chiang* (1984, p. 202) und *Hildebrand* (1976, pp. 342-346).

<sup>17</sup> Aus:

$$\frac{\partial V^2}{\partial t} \cong 0 \Leftrightarrow -\frac{xT}{\mu_Y - T} \sigma_Y^2 - (1-x) \left[ \frac{\mu_P}{\mu_Y - T} \sigma_Y^2 - \sigma_P^2 + \mu_P (\mu_Y - \mu_P) \right] \cong 0$$

erhält man unter den in Abschnitt IV.1.A formulierten Voraussetzungen:

$$\frac{\partial V^2}{\partial t} < 0.$$

Das gleiche Ergebnis folgt auch für den  $c$ -Effekt. Die Variablen  $t$  und  $c$  gehen auf völlig symmetrische Weise in die Endform (25) ein; die resultierenden Vorzeichenbedingungen sind identisch.

daß der Ungleichheitseffekt einer  $x$ -Variation im Budgetgleichgewicht umschlagen kann: Jene über die fiskalischen Instrumente induzierten indirekten Demographie-Effekte weisen eine zu (26) gegenteilige Richtung auf.<sup>18</sup>

Wertet man die nachstehende Bedingung mit Hilfe der Relationen (19)-(22), (31) und (32) an Hand des im nächsten Abschnitt erarbeiteten Standardparametersatzes (36) aus,

$$\frac{dV_{GG}^2}{dx} \cong 0 \Leftrightarrow$$

$$(1-t_{GG})(1-c_{GG}) \left[ 2 \frac{\mu_P}{\mu_A} - x(1-t_{GG})(1-c_{GG}) \right] \sigma_A^2 - (2-x)\sigma_P^2$$

$$+ (\mu_{Y,GG} - \mu_P)[(3-2x)\mu_P - x\mu_A] \cong 0,$$

so gewinnt man in der Tat das Ergebnis:

$$(33) \quad \frac{dV_{GG}^2}{dx} > 0,$$

d. h. eine sich in einer *höheren* Rentnerquote niederschlagende Überalterung der Bevölkerung führt angesichts einer Politik des ausgeglichenen Staatshaushalts zu einer *Verringerung* der Ungleichheit in der Gesamtverteilung der verfügbaren Einkünfte. Spezifische Inzidenz und Budgetinzidenz einer  $x$ -Änderung liefern damit *konträre* Resultate. Die Wiederherstellung des durch demographische Faktoren aus dem Lot gebrachten Budgetgleichgewichts hat nichtbeabsichtigte Verteilungseffekte zur Folge, die die Ungleichheitswirkung des demographischen Wandels in ein anderes Licht setzen können.

Auf analoge Weise lassen sich die Disparitätseffekte der beiden anderen demographischen Kenngrößen ableiten:

$$(34) \quad \frac{dV_{GG}^2}{dm} = \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial m}}_{>0} + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial t_{GG}}}_{<0} \underbrace{\frac{dt_{GG}}{dm}}_{<0} > 0,$$

und:

$$(35) \quad \frac{\partial V_{GG}^2}{\partial s} > 0.$$

Diese stimmen mit den partiellen Effekten in (28) und (27) überein.

<sup>18</sup> Zu näheren analytischen Details siehe v. Weizsäcker (1989).

Die gewonnenen Resultate (33)-(35) gestatten kein allgemeines Urteil mehr über den Verteilungseffekt einer Bevölkerungsüberalterung. Wurde auf der Grundlage der spezifischen Inzidenzanalyse noch eine unzweideutige Erhöhung der Ungleichheit prognostiziert (vgl. Abschnitt IV.1.A), so muß man im hiesigen Kontext stärker differenzieren. Während höhere  $m$ - und  $s$ -Werte nach wie vor einen Anstieg der relativen Disparität auslösen, bewirkt ein höherer Rentneranteil, ebenfalls ja Indiz einer Zunahme des Prozentsatzes älterer Jahrgangsguppen, eine Verminderung der Einkommensungleichheit. Die demographischen Verzerrungen gehen in *entgegengesetzte* Richtungen, und eine endgültige Einschätzung des durch empirische Querschnittsinformationen gezeichneten Ungleichheitsbildes hängt von der jeweiligen Parameterkonstellation in der betrachteten Ökonomie ab. In diesem Zusammenhang sei an die Ausführungen des Abschnitts II erinnert. Konkrete Aufschlüsse für die Bundesrepublik Deutschland gibt Abschnitt IV.1.C.

Wie in IV.1.A bereits erörtert (und in diesem Abschnitt bestätigt), werden demographische Verteilungseffekte nicht nur durch genuin demographische Faktoren verursacht, sondern auch durch bestimmte Aktivitäten des Staates. Aus beschäftigungspolitischen Gründen wird z. B. über eine Verkürzung der Lebensarbeitszeit nachgedacht; ein früheres Ausscheiden aus dem Erwerbsleben soll Arbeitsplätze frei werden lassen und so den angespannten Arbeitsmarkt entlasten. Den obigen Ergebnissen (33)-(35) zufolge *reduziert* eine solche Maßnahme die relative Streuung der Einkommen; im Gegensatz zur spezifischen Inzidenz weisen die durch  $x \downarrow$  (da  $J_p \uparrow$ ),  $m \downarrow$  und  $s \downarrow$  ausgelösten Distributionseffekte jetzt alle dasselbe Vorzeichen auf.

Interessant ist ferner die *Umkehr* der Ungleichheitswirkung einer sich in einem Rückgang der Zahl der Erwerbstätigen niederschlagenden höheren Arbeitslosigkeit:  $J_Y \downarrow$  ( $\Rightarrow x \downarrow$ ) *verkleinert* die relative Einkommensdisparität; die gesunkene Zahl der Erwerbstätigen induziert höhere Steuer- und Rentenbeitragsätze mit dem Endresultat eines geringeren  $V_{GG}^2$ -Wertes.

#### IV.1.C Quantitative Sensitivitätsanalyse

Einer der Hauptvorteile des hiesigen deskriptiven Ansatzes besteht in seiner *empirischen Interpretierbarkeit*. Alle Variablen des oben entwickelten theoretischen Modells besitzen (zumindest näherungsweise) empirische Entsprechungen. Dies ermöglicht eine *quantitative* Analyse der Verteilungseffekte des demographischen Wandels. Wie groß ist der Ungleichheitseinfluß einer Bevölkerungsüberalterung? Welche verteilungspolitische Bedeutung hat er also? Wie sensitiv reagiert der Gleichgewichtssteuersatz auf eine Erhöhung des Rentnerquotienten? Welches quantitative Gewicht hat folglich eine explizite Einbindung staatlicher Finanzierungsrestriktionen? Welcher der drei demographischen Indikatoren löst die größten Verzerrungen aus? Welcher ist demnach der verteilungspolitisch wichtigste?

Durch eine Beantwortung dieser und anderer Fragen eröffnet die nachfolgende Sensitivitätsanalyse Modellimplikationen, die aus den rein analytischen Abschnitten nicht zu ersehen sind. Die Ergebnisse verschaffen *quantitative ceteris-paribus*-Einblicke in demographisch-ökonomische Verteilungsinteraktionen, die auch durch empirische Studien nicht gewonnen werden könnten; ‚counterfactuals‘ entziehen sich ganz einfach dem Zugriff des Ökonometrikers. Genau darin liegt die Stärke des hiesigen Vorgehens. Jene Resultate sind obendrein nicht das Ergebnis numerischer Simulationen, sondern das Ergebnis quantitativer Auswertungen geschlossener analytischer Beziehungen. Simuliert wird ja typischerweise dann, wenn das entworfene Modell keine analytische Lösung mehr zuläßt. Zwar erlaubt die Methode der numerischen Simulation höchst komplizierte Ausgangsspezifikationen, doch birgt sie die Gefahr in sich, daß die am Ende erhaltenen Resultate undurchsichtig bleiben und nicht verstanden werden (das ‚black box‘-Problem). Je präziser die Kenntnis der untersuchten Struktur, je genauer das Wissen um die involvierten Faktorinterdependenzen, desto geringer die genannte Gefahr. Robustheit und Erkenntniswert der Simulationsergebnisse hängen entscheidend von jenem Trade-Off ab; einem Trade-Off, den es im vorliegenden Modellrahmen gar nicht gibt: Alle interessierenden Relationen liegen in geschlossener Form vor. Aber natürlich hat das hiesige Vorgehen auch einen Nachteil: Die auf der Eingangsseite verwendbaren Gleichungen sind abstrakter, realitätsferner als die numerischer Simulationsansätze.

Die Sensitivitätsresultate dieses Abschnitts wurden auf der Basis einer empirisch untermauerten Referenzspezifikation ermittelt, dem bereits erwähnten *Standardparametersatz*:

$$\begin{aligned}
 (36) \quad & t = 0,2, \quad T = 4, \quad c = 0,2, \quad p = 0,0125; \\
 & m = 20, \quad s = 12, \quad x = 0,7; \\
 & \mu_a = 20, \quad \mu_b = 0,8, \quad \sigma_a^2 = 50, \quad \sigma_b^2 = 0,5, \quad \text{cov}(a, b) = -1; \\
 & \mu_L = 40, \quad \sigma_L^2 = 400.
 \end{aligned}$$

In der ersten Zeile sind die Politikparameter aufgeführt, in der zweiten die Demographieparameter, in der dritten die Verteilungsmaßzahlen der Erwerbstätigen und in der vierten jene der Rentner.

Dazu einige Bemerkungen. Die aufgelisteten Größen stützen sich weitestgehend auf deutsche Daten.<sup>19</sup> Sie spiegeln in etwa die Situation im Jahre 1986 wider. Der konstante (durchschnittliche) Grenzsteuersatz  $t$  wurde unter Beachtung der in die Lohnsteuertabellen eingearbeiteten Vorsorgepauschale nach dem

<sup>19</sup> Die herangezogenen statistischen Quellen und ökonomischen Studien sind im einzelnen: BMA (1982, 1987); BMI/Bundesregierung (1984); Statistisches Bundesamt (1985, 1986a, 1986b, 1987a, 1987b); VDR (1987); Göseke und Bedau (1974, 1983); Hause (1980); Bourguignon und Morisson (1982); Baudelot (1983); Koss (1984); Müller (1985); Schmähl (1986a, 1986b).

Verhältnis errechnet, das in der volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung zwischen dem Lohnsteueraufkommen und der Brutto Lohn- und -gehaltssumme besteht. Insbesondere wurde also die Tatsache der steuerlichen Abzugsfähigkeit des Rentenbeitrags berücksichtigt. Letzterer ist 1986 in einer Höhe von 19,2 Prozent des Bruttoarbeitsentgelts erhoben worden, ein Wert, der auf 20% aufgerundet wurde.<sup>20</sup> Die Höhe des Sozialtransfers  $T$ , ein staatlich garantiertes Mindesteinkommen, wurde auf 4 Geldeinheiten festgesetzt. Diese Einheiten können beliebig gewählt werden; sie orientieren sich jedoch in etwa an „1000 DM“. Der staatlich kontrollierte Rentensatz  $p$  wurde mit Hilfe der Gleichung (21) indirekt aus den Daten zum durchschnittlichen Renteneinkommen sowie zum Pro-Kopf-Bruttoverdienst der Erwerbstätigen abgeleitet, wobei ein durchschnittlicher persönlicher Bemessungsfaktor (im Lichte der deutschen Rentenformel interpretiert als „Prozentsatz der persönlichen Bemessungsgrundlage mal Anzahl der Versicherungsjahre“) in Höhe von  $\mu_L = 40$  unterstellt wurde.<sup>21</sup> Die Statistiken zur Alterskomposition der Erwerbstätigen [genauer: zur Alterskomposition der „sozialversicherungspflichtig beschäftigten Arbeitnehmer“; (15) gelte ja für alle  $j$ ] ergaben ein durchschnittliches Arbeitsalter  $m$  in Höhe von knapp 20 Jahren sowie eine um den Wert 12 schwankende Standardabweichung  $s$ .<sup>22</sup> Dividiert man die Zahl der Rentenempfänger („Zahl der Altersruhegelder und Witwenrenten“) durch die der Beitragszahler („Zahl der Pflichtversicherten in der gesetzlichen Rentenversicherung“), dann resultiert ein Rentnerquotient („Rentenfallquotient“)  $J_P/J_Y$  von knapp unter 0,5, was zu einem gerundeten  $x$ -Wert von 0,7 führt [vgl. (11)]. Die in der dritten Zeile aufgelisteten Maßzahlen der Erwerbstätigen basieren auf einer Reihe von Arbeitseinkommensstatistiken zu den einzelnen Erwerbsaltersgruppen sowie auf empirischen Studien zur Kovarianzstruktur der Arbeitseinkünfte.<sup>23</sup> Sie wurden auf der Grundlage der Bestimmungsgleichungen von  $\mu_A$  und  $\sigma_A^2$  [vgl. (19) und (20)] unter expliziter Beachtung der vorliegenden  $m$ - und  $s$ -Werte ermittelt. Schließlich konnte die Varianz des persönlichen Bemessungsfaktors (in der vierten Zeile) indirekt den Daten zur Verteilung der Renteneinkommen entnommen werden, indem der oben gewonnene  $p$ -Wert sowie der beobachtete Wert des durchschnittlichen Bruttoarbeitsentgelts in die Relation (22) eingesetzt wurden.

---

<sup>20</sup> Es sei daran erinnert, daß der vorliegende Ansatz nicht zwischen Arbeitnehmer- und Arbeitgeberbeiträgen zur gesetzlichen Rentenversicherung unterscheidet. Beitragsbemessungsgrenzen finden ebenfalls keine Beachtung.

<sup>21</sup> Der Leistungssatz  $p$  liegt größenordnungsmäßig in der Nähe des sogenannten „Steigerungssatzes“ [vgl. z. B. *Andel* (1983, S. 261)], ist mit diesem aber nicht zu verwechseln.

<sup>22</sup> Beachte: Arbeitsalter  $\neq$  Lebensalter.

<sup>23</sup> Siehe die in Fußnote 19 angegebenen Referenzen. Die implizierten Ungleichheits- und Korrelationswerte sind:  $V_a = 0,35$ ,  $V_b = 0,88$  und  $\rho_{a,b} = -0,2$ . Die zugrundeliegenden Daten beziehen sich aus Konsistenzgründen nur auf Vollzeitbeschäftigte. Beachte überdies, daß  $\mu_b$  keine Wachstumsrate ist, sondern ein Maß für die absolute Zunahme des durchschnittlichen Bruttoarbeitsentgelts [vgl. (17)].

Das durch diesen Standardparametersatz erzeugte Ungleichheitsbild ist größenordnungsmäßig in der Tat kompatibel mit den empirischen Befunden zur personellen Einkommensverteilung; siehe Tabelle I.<sup>24</sup>

Tabelle I  
Ungleichheitsdekomposition

	Brutto		Netto		Netto-GG
$V_{brutto}^2$	0,378	$V^2$	0,251	$V_{GG}^2$	0,261
$V_{br., intra}^2$	0,306	$V_{intra}^2$	0,222	$V_{GG, intra}^2$	0,226
$V_{br., inter}^2$	0,072	$V_{inter}^2$	0,029	$V_{GG, inter}^2$	0,035
$V_A^2$	0,289	$V_Y^2$	0,210	$V_{Y, GG}^2$	0,213
$V_P^2$	0,250	$V_P^2$	0,250	$V_P^2$	0,250
$\mu_{brutto}$	30,600	$\mu$	24,328	$\mu_{GG}$	25,200
$\mu_A$	36,000	$\mu_Y$	27,040	$\mu_{Y, GG}$	28,286
$\mu_P$	18,000	$\mu_P$	18,000	$\mu_P$	18,000
		$t$	0,200	$t_{GG}$	0,141
		$c$	0,200	$c_{GG}$	0,214

Drei Verteilungssituationen sind dort unterschieden: eine ohne Staat („Brutto“), eine mit Staat aber ohne Budgetbeschränkung („Netto“) und eine mit Staat bei ausgeglichenem Haushalt („Netto-GG“). Die in der Brutto-Spalte ausgewiese-

<sup>24</sup> Diejenigen Leser, die größere Ungleichheitswerte erwartet haben, seien daran erinnert, daß sich die Indexmenge  $\{j\}$  [vgl. (15)], und folglich auch die herangezogenen Statistiken, auf die erwerbstätigen Arbeiter und Angestellten bzw. die sozialversicherungspflichtig beschäftigten Arbeitnehmer beziehen. Die hiesige Mikro-Ebene ist trotz grundsätzlich vorhandener Ausweitungsmöglichkeit auf diejenigen Bevölkerungsgruppen und Einkommensarten beschränkt, die im Rahmen eines umlagefinanzierten Rentenversicherungssystems eine direkte Rolle spielen. Das erlaubt eine inhaltlich konsistente Interpretierbarkeit des Modells. Ferner sei darauf hingewiesen, daß das im Theorieteil verwendete und daher auch in der Tabelle ausgewiesene illustrative Ungleichheitsmaß der quadrierte Variationskoeffizient,  $V^2$ , ist, und nicht der in empirischen Untersuchungen meist anzutreffende Variationskoeffizient,  $V$ . Eine Verwendung des letztgenannten führte zu entsprechend größeren Einträgen, z. B.:  $V_{brutto} = 0,615$ ,  $V = 0,5$  und  $V_{GG} = 0,511$ . Der Theorieteil nimmt u. a. deswegen auf den quadrierten Variationskoeffizienten Bezug, weil dieser (im Gegensatz zu  $V$ ) als Mitglied der *verallgemeinerten Entropie-Familie* additive Zerlegungseigenschaften besitzt [vgl. *Shorrocks* (1980)], die maßgebliche Bestandteile der Modellanalytik sind. Natürlich ließen sich im Rahmen einer numerischen Simulationsanalyse auf der Grundlage der individuellen Gleichungen (14) - (16) eine Reihe alternativer Ungleichheitsmaße errechnen; doch ginge dadurch die explizite Verbindung zum Theorieteil und damit das eigentliche Motiv des hiesigen Vorgehens (vgl. die Ausführungen in Abschnitt IV.1.C) verloren.

Zur Größenordnung der  $\mu$ -Werte sei angemerkt, daß die unterstellte Geldeinheit an „1000 DM“ angelehnt ist.

Noch ein letzter Hinweis: Die Modellwerte aus Tabelle I sind kompatibel mit der empirisch beobachteten Konstellation:  $\mu_Y > \mu_P$ ,  $\sigma_Y^2 (= V_Y^2 \mu_Y^2) > \sigma_P^2$ ,  $V_A^2 > V_P^2 > V_Y^2$  (dito im Budgetgleichgewicht).



nen Werte sind das Resultat einer an Hand von (36) durchgeführten quantitativen Auswertung der Gleichungen (19)-(25), wobei die Parameter  $t$ ,  $T$  und  $c$  gleich Null gesetzt wurden.<sup>25</sup> In (25) traten also an die Stelle der Nettogrößen  $\mu_Y$  und  $V_Y^2 (= \sigma_Y^2 / \mu_Y^2)$  jeweils die Bruttowerte  $\mu_A$  und  $V_A^2$ ; anders ausgedrückt:  $V_{brutto}^2 = V^2|_{t=T=c=0}$ , und entsprechend:  $\mu_{brutto} = \mu|_{t=T=c=0}$ . Die Zahlen der Netto-Spalte entstammen den Relationen (19)-(25), während die in der Netto-GG-Spalte präsentierten Werte auf (19)-(25) inklusive (31) und (32) beruhen.

In allen Varianten wird die im Vergleich zur Intragruppen-Komponente der Einkommensungleichheit relativ *geringe* Höhe der *Intergruppen*-Komponente deutlich. Diese Diskrepanz wird durch eine Anwesenheit des Staates noch verstärkt: Belief sich der Disparitätsanteil der Intergruppen-Komponente im Brutto-Falle noch auf 19%, so schwächt er sich unter dem Einfluß der öffentlichen Hand in den Netto-Fällen auf etwa 11-13% ab. Könnte man also jene Komponente aus verteilungspolitischer Sicht ignorieren? Dieser durch die absoluten Größen der Ungleichheitsdekomposition nahegelegte Schluß erweist sich als *vorschnell*: Die in den späteren Tabellen aufgeführten relativen Ungleichheitseffekte des demographischen Wandels werden maßgeblich durch ihre Wirkung auf die Intergruppen-Komponente der Einkommensvarianz geprägt; ein Tatbestand, auf den bereits die Ergebnisse des Theorieteils hinwiesen.

Ferner räumt jede der drei Spalten mit einer aus der öffentlichen Diskussion herausklingenden Vorstellung auf, wonach sich die Höhe der Gesamtungleichheit aus einem gewogenen Mittel der Gruppendisparitäten ergeben soll. Sowohl  $V_{brutto}^2$  als auch  $V^2$ , als auch  $V_{GG}^2$  übersteigen ein wie auch immer gebildetes gewogenes Mittel aus  $V_A^2$  und  $V_P^2$ , bzw.  $V_Y^2$  und  $V_P^2$ , bzw.  $V_{Y,GG}^2$  und  $V_P^2$ . Daß dies nicht eine bloße Folge der Intergruppen-Komponente ist, kann den Resultaten der Brutto-Spalte entnommen werden: Schon  $V_{br.,intra}^2$  liegt über einem gewogenen Durchschnitt der Gruppenergebnisse  $V_A^2$  und  $V_P^2$ .

Welchen quantitativen Einfluß übt nun eine Überalterung der Bevölkerung auf die beiden Zielgrößen des Modells,  $V^2$  und  $V_{GG}^2$ , aus? Kann eine numerische Analyse die in den vorangegangenen Abschnitten IV.1.A und IV.1.B offengebliebenen Fragen beantworten? Aufschlußreiche Informationen liefert dazu die Tabelle II. Diese läßt nicht nur das Ausmaß der durch einzelne Parameteränderungen bewirkten Zielgrößenvariationen erkennen, sondern verschafft darüber hinaus auch Einblicke in die Ungleichheitsfolgen einer gleichzeitigen (und gegebenenfalls entgegengerichteten) Änderung aller drei demographischen Indikatoren  $m$ ,  $s$  und  $x$ . Die in der Tabelle eingetragenen Werte der relativen Einkommensstreuung sind das Ergebnis einer auf der Grundlage des Standardparametersatzes (36) erfolgten Auswertung der in die Endformen  $V^2$  und  $V_{GG}^2$  eingehenden Gleichungen. Die beiden mit einem Stern versehenen Zahlen

<sup>25</sup> Aus Konsistenzgründen und um die Gruppe der Rentner nicht wegzudefinieren und damit die Hälfte des Modells abzuschneiden, wurde ein positives  $p$  beibehalten.



markieren die unmittelbar aus jenem Satz resultierenden Referenzwerte (vgl. auch Tabelle I), während die übrigen Einträge auf einer Reihe von  $m$ -,  $s$ - und  $x$ -Kombinationen basieren, deren jeweilige Variationsbreite sich in realistischen Prognosezonen bewegt.<sup>26</sup> Diese auf der konservativen Seite gehaltenen Intervalle implizieren gemäß Tabelle II *Ungleichheitsschwankungen von bis zu 40%*. Das verdeutlicht das quantitative Gewicht und somit die verteilungspolitische Relevanz der durch demographische Faktoren ausgelösten Verzerrungen.

*Tabelle II*  
**Demographie und Einkommensungleichheit**

Parameterwerte	$x = 0,5$		$x = 0,6$		$x = 0,7$	
	$V^2$	$V_{GG}^2$	$V^2$	$V_{GG}^2$	$V^2$	$V_{GG}^2$
$m = 18, s = 11$	0,259	0,203	0,248	0,222	0,235	0,243
$m = 18, s = 12$	0,270	0,210	0,261	0,233	0,249	0,257
$m = 18, s = 13$	0,283	0,217	0,275	0,245	0,264	0,273
$m = 20, s = 11$	0,261	0,206	0,251	0,226	0,239	0,248
$m = 20, s = 12$	0,271	0,212	0,262	0,236	0,251*	0,261*
$m = 20, s = 13$	0,284	0,219	0,276	0,248	0,265	0,275
$m = 22, s = 11$	0,263	0,210	0,254	0,231	0,243	0,253
$m = 22, s = 12$	0,273	0,215	0,265	0,240	0,254	0,265
$m = 22, s = 13$	0,285	0,222	0,277	0,251	0,267	0,279

Was die Einzeleffekte der demographischen Kenngrößen angeht, so bestätigt die Tabelle die in (26)-(28) und (33)-(35) ermittelten *ceteris-paribus*-Resultate, insbesondere also die im Budgetgleichgewicht sich umkehrende Disparitätswirkung einer höheren Rentnerquote ( $x \downarrow$ ): Ausgehend von den markierten Referenzwerten bedeutete ein Rückgang der Erwerbsquote  $x$  von derzeit 0,7 auf 0,5 einen Anstieg der durch  $V^2$  gemessenen Ungleichheit von 0,251 auf 0,271, während sich dieselbe Entwicklung bei einer expliziten Beachtung staatlicher Finanzierungsrestriktionen in einer Minderung der Einkommensdisparität von 0,261 auf 0,212 niederschlug. Dieser gegenläufige Effekt ist auch maßgeblich verantwortlich für das jeweilige Größenverhältnis der beiden Ungleichheitsindikatoren; ein Blick auf die für  $x = 0,6$  und  $x = 0,5$  errechneten Zahlenpaare klärt, daß die im Referenzfall bestehende Relation  $V^2 < V_{GG}^2$  keine Allgemeingültigkeit besitzt.

Wie in Abschnitt IV.1.B bereits betont, hängt die Budgetinzidenz des Überalterungsprozesses von der konkreten Parameterkonstellation in der

<sup>26</sup> Siehe etwa die im Bericht der Bundesregierung zur Bevölkerungsentwicklung in der Bundesrepublik Deutschland niedergelegten Vorausberechnungen [BMI/Bundesregierung (1984)] oder die des DIW [Koss (1984)]. Vgl. darüber hinaus auch Müller (1985).

betrachteten Ökonomie ab. In der Tat kann eine sich in einem höheren durchschnittlichen Erwerbsalter ( $m \uparrow$ ), einer höheren Altersstreuung ( $s \uparrow$ ) und einem höheren Rentnerquotienten ( $x \downarrow$ ) manifestierende Bevölkerungsüberalterung sowohl zu einem Rückgang als auch zu einer Erhöhung der Einkommensdisparität führen [man starte etwa mit dem  $V_{GG}^2$ -Wert rechts oben in der Tabelle (0,243) und wandere dann treppenweise nach links unten]; von der empirisch gestützten Referenzsituation ausgehend läßt sich den quantitativen Ergebnissen der Tabelle II zufolge indes eine *eindeutige* Vorhersage treffen: Die für  $m > 20$ ,  $s > 12$  und  $x < 0,7$  ermittelten  $V_{GG}^2$ -Werte liegen allesamt *unter* dem Ausgangswert von 0,261.

Dieser letzte Punkt wirft eine Frage auf, die schon zu Beginn des Abschnitts IV.1.C gestellt wurde und die ein Hauptmotiv für die hiesige quantitative Analyse ist: Wie bedeutend ist der Verteilungseinfluß eines höheren durchschnittlichen Arbeitsalters im Vergleich zu dem eines höheren Rentnerquotienten? Wie empfindlich reagiert die relative Einkommensstreuung auf die einzelnen Demographie-Parameter? Auf welchen der Indikatoren des demographischen Wandels muß der Verteilungspolitiker somit sein besonderes Augenmerk richten? Was impliziert in diesem Zusammenhang eine auf die Überalterung reagierende Finanzpolitik des ausgeglichenen Staatshaushalts? Diese Fragen lassen sich an Hand der Tabelle II nur unpräzise beantworten. Einen aussagekräftigeren Vergleich der Größenordnungen der einzelnen Demographie-Einflüsse erzielt man mit Hilfe von *Elastizitäten*, denn im Gegensatz zu den in (26)-(28) und (33)-(35) entwickelten reinen Ableitungen sind Elastizitäten unabhängig von den Maßeinheiten der jeweiligen Variablen. Auf der Basis des Standardparametersatzes (36) gewinnt man die folgenden *quantitativen ceteris-paribus-Sensitivitäten*:

$$(37) \quad \begin{aligned} \varepsilon_{V^2,m} &= \frac{\partial V^2}{\partial m} \frac{m}{V^2} = 0,110, & \varepsilon_{V^2,s} &= 0,633, & \varepsilon_{V^2,x} &= -0,334; \\ \varepsilon_{V_{GG}^2,m} &= 0,158, & \varepsilon_{V_{GG}^2,s} &= 0,631, & \varepsilon_{V_{GG}^2,x} &= 0,392. \end{aligned}$$

Ein Anstieg des durchschnittlichen Erwerbsalters um 1% induzierte demnach eine Erhöhung der durch  $V^2$  gemessenen Ungleichheit um 0,11%, eine einprozentige Zunahme der Standardabweichung des Erwerbsalters bewirkte eine Erhöhung um 0,633%, und ein Rückgang der Erwerbsquote um 1% [bzw. ein entsprechender Anstieg des Rentnerquotienten — vgl. (11)] löste einen Ungleichheitsanstieg von 0,334% aus. Welche quantitativen Konsequenzen ein zusätzlicher Einbezug der durch staatliche Budgetrestriktionen verursachten indirekten Demographie-Effekte hat, kann den Elastizitätswerten in der zweiten Zeile von (37) entnommen werden. Danach *vergrößert* sich die durch ein höheres  $m$  bewirkte Verzerrung um knapp 44%, der Disparitätseinfluß von  $x$  kehrt sich um und legt absolut etwa 17% zu, während der  $s$ -Einfluß so gut wie unverändert bleibt. Der qualitative Hintergrund dieser beträchtlichen Modifikationen ist in

Abschnitt IV.1.B erörtert worden; der quantitative Hintergrund geht u. a. aus den Elastizitäten der Gleichgewichtssätze  $t_{GG}$  und  $c_{GG}$  [vgl. (32) und (31)] hervor:

$$(38) \quad \begin{aligned} \varepsilon_{t_{GG},m} &= \frac{\partial t_{GG}}{\partial m} \frac{m}{t_{GG}} = -0,444, & \varepsilon_{t_{GG},s} &= 0, & \varepsilon_{t_{GG},x} &= -0,909; \\ \varepsilon_{c_{GG},m} &= 0, & \varepsilon_{c_{GG},s} &= 0, & \varepsilon_{c_{GG},x} &= -3,333. \end{aligned}$$

Mit den Ergebnissen (37) wird klar, daß der aus verteilungspolitischer Sicht wichtigste demographische Indikator neben der Erwerbsaltersvarianz  $s^2$  der *Rentnerquotient*  $J_p/J_y$  (bzw. die „Erwerbsquote“  $x$ ) ist. Dieser sollte *fester Bestandteil* einer jeden normativen Einschätzung des durch empirische Querschnittsinformationen gezeichneten Ungleichheitsbildes sein.

Zu guter Letzt sei der Frage nachgegangen, ob und wenn ja, wie sich jene Demographie-Elastizitäten mit den übrigen, nicht-demographischen Modellparametern ändern. Gegeben die in den vorangegangenen Abschnitten entworfene interdependente Struktur, ist in der Tat damit zu rechnen, daß die Verteilungseffekte einer Bevölkerungsüberalterung nicht unabhängig sind von ökonomischen Größen. Einen Einblick in die Ungleichheitsinteraktionen demographischer und ökonomischer Variablen gibt Tabelle III. Generell ist aus dieser Tabelle zu ersehen, daß die  $s$ -Sensitivitäten ziemlich stabil, die  $m$ -Sensitivitäten dagegen weniger robust sind. Die grundsätzliche Schlußfolgerung aus (37), daß nämlich der durchschnittliche Verzerrungseinfluß von  $m$  hinter dem von  $s$  und  $x$  zurücksteht und daß die Politik eines gleichgewichtigen Finanzhaushalts die Bedeutung der (absoluten)  $m$ - und  $x$ -Effekte noch verstärkt, wird freilich auch hier bestätigt.

Studiert man nun die in Übersicht III wiedergegebenen, in der Umgebung der Referenzspezifikation errechneten Resultate, so lassen sich jene Interaktionen qualitativ wie folgt zusammenfassen:

$$(39) \quad \begin{aligned} \varepsilon_{V^2,m} &= \varepsilon_{V^2,m} \langle t, T, c, p; \mu_a, \mu_b, \mu_L; \sigma_a^2, \sigma_b^2, \text{cov}(a, b), \sigma_L^2 \rangle, \\ \varepsilon_{V^2,s} &= \varepsilon_{V^2,s} \langle t, T, c, p; \mu_a, \mu_b, \mu_L; \sigma_a^2, \sigma_b^2, \text{cov}(a, b), \sigma_L^2 \rangle, \\ |\varepsilon_{V^2,x}| &= |\varepsilon_{V^2,x}| \langle t, T, c, p; \mu_a, \mu_b, \mu_L; \sigma_a^2, \sigma_b^2, \text{cov}(a, b), \sigma_L^2 \rangle; \\ \varepsilon_{V^2_{GG},m} &= \varepsilon_{V^2_{GG},m} \langle T, p; \mu_a, \mu_b, \mu_L; \sigma_a^2, \sigma_b^2, \text{cov}(a, b), \sigma_L^2 \rangle, \\ \varepsilon_{V^2_{GG},s} &= \varepsilon_{V^2_{GG},s} \langle T, p; \mu_a, \mu_b, \mu_L; \sigma_a^2, \sigma_b^2, \text{cov}(a, b), \sigma_L^2 \rangle, \\ \varepsilon_{V^2_{GG},x} &= \varepsilon_{V^2_{GG},x} \langle T, p; \mu_a, \mu_b, \mu_L; \sigma_a^2, \sigma_b^2, \text{cov}(a, b), \sigma_L^2 \rangle. \end{aligned}$$

*Tabelle III*  
**Ungleichheitsinteraktionen demographischer und ökonomischer Variablen**  
(ceteris-paribus-Sensitivitäten)

Parameterwerte	$\varepsilon_{V^2, m}$	$\varepsilon_{V^2, s}$	$\varepsilon_{V^2, x}$	$\varepsilon_{GG, m}^2$	$\varepsilon_{GG, s}^2$	$\varepsilon_{GG, x}^2$
$t = 0,1$	0,100	0,627	-0,427	0,158	0,631	0,392
$t = 0,2^*$	0,110	0,633	-0,334	0,158	0,631	0,392
$t = 0,3$	0,124	0,630	-0,257	0,158	0,631	0,392
$T = 3$	0,102	0,649	-0,253	0,131	0,645	0,372
$T = 4^*$	0,110	0,633	-0,334	0,158	0,631	0,392
$T = 5$	0,114	0,616	-0,415	0,185	0,616	0,411
$c = 0,1$	0,100	0,627	-0,427	0,158	0,631	0,392
$c = 0,2^*$	0,110	0,633	-0,334	0,158	0,631	0,392
$c = 0,3$	0,124	0,630	-0,257	0,158	0,631	0,392
$p = 0,012$	0,107	0,629	-0,377	0,155	0,625	0,314
$p = 0,0125^*$	0,110	0,633	-0,334	0,158	0,631	0,392
$p = 0,013$	0,113	0,636	-0,295	0,160	0,635	0,455
$\mu_a = 18$	0,082	0,649	-0,287	0,138	0,648	0,456
$\mu_a = 20^*$	0,110	0,633	-0,334	0,158	0,631	0,392
$\mu_a = 22$	0,134	0,617	-0,382	0,175	0,615	0,331
$\mu_b = 0,7$	0,200	0,589	-0,321	0,249	0,587	0,425
$\mu_b = 0,8^*$	0,110	0,633	-0,334	0,158	0,631	0,392
$\mu_b = 0,9$	0,026	0,678	-0,343	0,073	0,675	0,364
$\mu_L = 38$	0,106	0,618	-0,428	0,152	0,615	0,230
$\mu_L = 40^*$	0,110	0,633	-0,334	0,158	0,631	0,392
$\mu_L = 42$	0,113	0,647	-0,243	0,164	0,646	0,545
$\sigma_a^2 = 40$	0,127	0,645	-0,350	0,176	0,644	0,378
$\sigma_a^2 = 50^*$	0,110	0,633	-0,334	0,158	0,631	0,392
$\sigma_a^2 = 60$	0,093	0,621	-0,319	0,141	0,619	0,406
$\sigma_b^2 = 0,4$	0,042	0,645	-0,429	0,091	0,643	0,307
$\sigma_b^2 = 0,5^*$	0,110	0,633	-0,334	0,158	0,631	0,392
$\sigma_b^2 = 0,6$	0,164	0,623	-0,257	0,212	0,622	0,461
$\text{cov}(a, b) = -1,5$	0,106	0,658	-0,367	0,154	0,656	0,363
$\text{cov}(a, b) = -1^*$	0,110	0,633	-0,334	0,158	0,631	0,392
$\text{cov}(a, b) = -0,5$	0,114	0,609	-0,304	0,162	0,608	0,419
$\sigma_L^2 = 300$	0,111	0,660	-0,227	0,164	0,655	0,572
$\sigma_L^2 = 400^*$	0,110	0,633	-0,334	0,158	0,631	0,392
$\sigma_L^2 = 500$	0,109	0,608	-0,433	0,152	0,609	0,225

Die von einem steigenden durchschnittlichen Arbeitsalter ausgehende prozentuale Ungleichheitserhöhung fällt demnach um so größer aus, je höher der Steuersatz  $t$ , die lump-sum Transferzahlung  $T$ , der Rentenbeitragsatz  $c$ , der Rentenleistungssatz  $p$ , das durchschnittliche Anfangseinkommen  $\mu_a$ , der durchschnittliche persönliche Bemessungsfaktor  $\mu_L$ , die Varianz des mittleren Einkommenswachstums  $\sigma_b^2$  sowie die Kovarianz zwischen Starteinkommen und Einkommenswachstum  $\text{cov}(a, b)$ , und je geringer der durchschnittliche Einkommenszuwachs  $\mu_b$ , die Varianz des Anfangseinkommens  $\sigma_a^2$  sowie die Varianz der persönlichen Rentenbemessungsgrundlage  $\sigma_L^2$ . Das gilt (abgesehen von den  $t$ - und  $c$ -Effekten, die im Budgetgleichgewicht ja verlorengehen — siehe Abschnitt IV.1.B) für  $\varepsilon_{V^2, m}$  und  $\varepsilon_{V_{GG}^2, m}$  gleichermaßen. Alle übrigen in (39) aufgelisteten ökonomischen Einflüsse auf die Interaktion zwischen Altersstruktur und Einkommensdisparität können auf analoge Weise interpretiert werden.<sup>27</sup> Insgesamt erweist sich jenes Zusammenspiel als *komplex* und *uneinheitlich*. In Abwesenheit genereller Schlüsse ist der Verteilungspolitiker gezwungen, zu differenzieren. Eine Anhebung des staatlich garantierten Mindesteinkommens  $T$ , z. B., würde bis auf die  $s$ -Elastizitäten alle demographischen Verzerrungseinflüsse vergrößern, während etwa eine Heraufsetzung des Rentenleistungssatzes  $p$  zwar selbst die  $s$ -Sensitivitäten erhöht, gleichzeitig aber die spezifische Ungleichheitswirkung einer  $x$ -Variation reduziert:  $|\varepsilon_{V^2, x}|$  fällt mit  $p$ .

Abschließend sei betont, daß die in den Tabellen I–III präsentierten quantitativen Ergebnisse eine Genauigkeit widerspiegeln, die ein einfaches Modell der hiesigen Bauart natürlich nicht besitzt. Die ermittelten Größenordnungen sind daher eher als *Trendaussagen* denn als empirische Wahrheiten aufzufassen.

## IV.2 Anpassungsreaktionen, Altersstruktur und Einkommensverlauf

Vor dem Weiteren ist es nützlich, sich an Hand des Abschnitts II noch einmal einen Überblick zu verschaffen.

Das bisher entworfene Modell vermochte das komplexe Zusammenspiel zwischen Demographie und Verteilung in zweifacher Weise zu beleuchten: zum einen durch die Herstellung einer unmittelbaren Verbindung zwischen Alterskomposition und Einkommensverteilung, und zum anderen durch die Integration staatlicher Finanzierungsbeschränkungen. Ersteres gestattete eine Analyse direkter demographischer Ungleichheitseinflüsse (über die Kenngrößen  $m$ ,  $s$  und  $x$ ), letzteres eine zusätzliche Einbindung indirekter Demographie-Effekte [via  $t_{GG}(m, x)$  und  $c_{GG}(x)$ ]. Wie man sich an Hand der vorangegangenen Abschnitte überzeugen konnte, ist eine Bestimmung der aus diesen Mechanis-

<sup>27</sup> Beachte übrigens, daß sich die Interaktionsübersicht (39) auf die jeweilige Größenänderung der demographisch induzierten Verzerrungswirkung bezieht. Aus Konsistenzgründen wurde zu diesem Zweck im Falle der Elastizität  $\varepsilon_{V^2, x}$  eine stets negative Zahl, ihr jeweiliger Absolutwert herangezogen.

men resultierenden demographischen Verteilungswirkungen selbst im Rahmen eines äußerst stilisierten Ansatzes *kein* triviales Problem.

Tatsächlich ist alles aber noch viel komplizierter. Denn es gibt mindestens noch zwei weitere Aspekte, die im hiesigen Kontext von großer Relevanz sind. Einmal die Reaktionen der Wirtschaftssubjekte auf die Aktivitäten des Staates und ferner der Umstand, daß das individuelle Einkommensprofil nicht unabhängig ist von der Altersstruktur der Bevölkerung. Beides ist empirisch belegt, und beides wurde von den Verteilungstheoretikern bislang weitgehend ignoriert. Die nachfolgenden Abschnitte IV.2.A - IV.2.C werden klären, worin die Bedeutung jener zusätzlichen Faktoren besteht.

Will man ein einigermaßen realistisches Bild der Distributionseffekte finanzwirtschaftlicher Maßnahmen erhalten, so kommt man nicht umhin, das Verhalten der betroffenen Individuen in Rechnung zu stellen. Eine Reihe von empirischen Studien untermauern inzwischen die These, daß ein zu hohes Maß an staatlicher Umverteilung, und damit zu hohe Steuersätze, *negative* Auswirkungen auf das gesamtwirtschaftliche Arbeitsangebot haben. Umverteilungssysteme, wie sie etwa in Abschnitt IV.1 analysiert wurden, beeinflussen dann nicht mehr nur die Aufteilung, sondern auch die *Größe* des ökonomischen Kuchens, tangieren also bereits die *Bruttoeinkommen*. Die Mikro-Theorie ist bekanntlich nicht in der Lage, die Richtung der Faktorangebotsänderung eindeutig vorherzusagen: Die durch eine Steuersatzvariation ausgelöste Änderung der individuellen Arbeits- /Freizeit-Entscheidung wird konzeptionell in einen Substitutions- und einen Einkommenseffekt zerlegt, zwei Effekte mit entgegengesetzten Vorzeichen. Die Gesamtwirkung hängt dann davon ab, welcher von beiden der stärkere ist, und hier weisen jüngste empirische Resultate den Substitutionseffekt als den dominierenden aus.<sup>28</sup> Ähnliche „Disincentive“-Einflüsse treten übrigens auch bei der Humankapital-Akkumulation auf.<sup>29</sup> Und noch eine weitere Quelle negativer Anreizeffekte ist von der empirischen Literatur identifiziert worden: Danach führt ein höherer Leistungssatz in der Rentenversicherung zu einem Rückgang des durchschnittlichen Renteneintrittsalters; die Individuen beenden ihre aktive Erwerbsphase vergleichsweise früher.<sup>30</sup> Angesichts dieser Erkenntnisse ist es um so erstaunlicher, daß traditionelle Budgetinzidenz-Untersuchungen die Möglichkeit eines elastischen Faktorangebots gänzlich vernachlässigen; die sich etwa aus einer steuerinduzierten

<sup>28</sup> Siehe *Hausman* (1981; 1985). Zur Auseinandersetzung um die Größenordnung des von einer Steueranhebung ausgehenden negativen Anreizeffekts vgl. *Burtless* und *Haveman* (1987). Beachte übrigens, daß im Falle einer *kompensierten* Steuererhöhung, wie sie z.B. in Abschnitt IV.1.B analysiert wurde, der Substitutionseffekt noch klarer dominiert als vorher, da höhere Transfers die Wirkung des Einkommenseffekts mindern. Vgl. in diesem Zusammenhang auch *Gwartney* und *Stroup* (1983).

<sup>29</sup> Hinweise auf deutliche Verzerrungseffekte, die von einem Einfluß der Besteuerung auf die Humankapitalbildung ausgehen, liefern *Driffill* und *Rosen* (1983).

<sup>30</sup> Vgl. *Burtless* und *Moffitt* (1984), *Hausman* und *Wise* (1985) sowie *Burtless* (1986). Siehe darüber hinaus auch *Danziger*, *Haveman* und *Plotnick* (1981).



Verzerrung der Arbeits-/Freizeit-Wahl ergebende Zusatzlast („excess burden“) bleibt im klassischen „accounting“-Rahmen unberücksichtigt.<sup>31</sup> Wie tragisch die Annahme eines unelastischen Faktorangebots und damit ein Weglassen der durch finanzwirtschaftliche Staatsaktivitäten verursachten Mehrbelastung ist, hängt natürlich vom jeweiligen Untersuchungsziel ab. Interessiert man sich lediglich für die Frage, wie die Netto-Verteilung der Einkommen aussieht, dann ist jene Annahme sicher als weniger restriktiv einzustufen, als wenn man etwas darüber aussagen will, welche Rolle die öffentliche Hand bei der Umverteilung gespielt hat. Diese beiden Grundfragen der Inzidenzanalyse werden jedoch häufig nicht sauber voneinander getrennt, was zu Ergebnisverfälschungen und Fehlschlüssen führt.<sup>32</sup> Zwar ist in den letzten Jahren eine durchaus vielversprechende, neue Methode zur expliziten Integration von Disincentive-Effekten entwickelt worden, nämlich die der empirischen allgemeinen Gleichgewichtsanalyse, doch bringt auch dieses Verfahren eine Reihe von grundsätzlichen Problemen mit sich. In einer kritischen Bestandsaufnahme kommen Smolensky, Hoyt und Danziger (1987) zu dem Schluß: „More aggregative models more directly focused on the income distribution may displace both the traditional aggregate budget incidence studies and computable general equilibrium models.“ Der vorliegende Beitrag stellt einen kleinen Schritt in diese Richtung dar.

Zum zweiten, oben erwähnten Aspekt. Nicht nur läßt sich auf der Grundlage der individuellen Alters-Einkommens-Profile eine Brücke zwischen der Erwerbsaltersstruktur und der Einkommensverteilung schlagen (siehe Abschnitt IV.1), sondern jene Grundlage verkörpert ihrerseits einen Brückenschlag zwischen Demographie und Ökonomie: „The age-earnings profile of male workers is significantly influenced by the age composition of the work force“ [Freeman (1979, p. 289)]. Hauptursache dieses empirisch mehrfach belegten Zusammenhangs ist die nicht-perfekte Substituierbarkeit jüngerer und älterer Arbeitskräfte in der Produktion.<sup>33</sup> Ändert sich die Zahl der Älteren gegenüber der der Jüngeren, dann verschiebt sich im Zuge der Nachfrageanpassung auch das Verhältnis ihrer Einkommen. Vergewenwärtigt man sich noch einmal die zentrale Bedeutung des Einkommensverlaufs für die Aggregation und damit für den Übergang von der Mikro- zur Makro-Ebene (vgl. Abschnitt III), so wird klar, daß die Abhängigkeit des Alters-Einkommens-Profils von demographisch induzierten Bewegungen entlang einer relativen Faktornachfragekurve nicht ohne Einfluß auf die Ungleichheitswirkung einer Bevölkerungsüberalterung bleiben kann.

Die beschriebenen Phänomene werden nun wie folgt in das Modell integriert. Zunächst zu den individuellen Anpassungsreaktionen. Der von Hausman (1981; 1985) und anderen identifizierte negative Anreizeffekt einer Steueranhebung

<sup>31</sup> Vgl. z. B. *Musgrave, Case und Leonard* (1974).

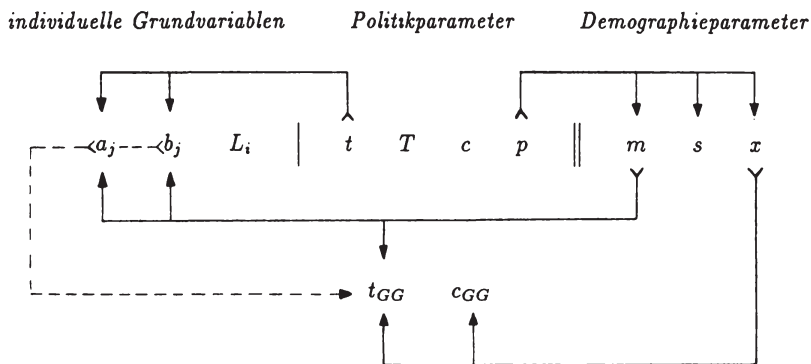
<sup>32</sup> Vgl. *Smolensky, Hoyt und Danziger* (1987).

<sup>33</sup> Siehe insbesondere *Freeman* (1979), aber auch *Stapleton und Young* (1984) sowie *Berger* (1985).

impliziert, daß die reduzierte Form  $A_{nj}$  aus (14) zu einer fallenden Funktion des Steuersatzes  $t$  gemacht werden muß. Ferner bedeutet der von Burtless (1984; 1986) und anderen isolierte Disincentive-Effekt, daß die Länge des individuellen Erwerbslebens an den Rentenleistungssatz zu koppeln ist;  $N_j$  sinkt mit steigendem  $p$ . Im hiesigen Kontext ist eine Verkürzung der durchschnittlichen Erwerbslebensspanne aber gleichbedeutend mit einem kleineren Durchschnittsarbeitsalter  $m$ , einer geringeren Altersstreuung  $s$  sowie einem höheren Rentnerquotienten  $J_p/J_Y$  ( $\Rightarrow x \downarrow$ ); der  $p$ -Effekt wird daher direkt auf jene Indikatoren bezogen. Neben diesen Anpassungsmechanismen soll auch der von Freeman (1979) und anderen belegte Demographie-Einfluß eingebunden werden. Danach besteht ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen Altersstruktur, Faktorentlohnung und Einkommensverlauf; übersetzt in die vorliegende Modellwelt besagen jene Resultate, daß das individuelle Anfangseinkommen  $a_j$  eine zunehmende, das individuelle Einkommenswachstum  $b_j$  dagegen eine abnehmende Funktion des durchschnittlichen Erwerbsalters  $m$  ist.<sup>34</sup>

Diese zusätzlich einzugliedernden Interaktionen ökonomischer und demographischer Variablen sind in der nachstehenden Übersicht noch einmal zusammengefaßt.

Übersicht 1



<sup>34</sup> Vgl. Freeman (1969, pp. 304-314): Die Richtungsangaben entsprechen den aus der Anpassung einer Geraden an die Schar der modifizierten individuellen Alters-Einkommens-Profile ermittelten Durchschnittseffekten. Erinnerung sei ferner an die implizit unterstellte Stationarität der Ökonomie – siehe Fußnote 8.

Auch formale Senioritätssysteme fallen übrigens in die Kategorien der Freemanschen Effekte. Automatische Höherstufungen nach dem Dienstalster wären danach durch eine Überalterung der Erwerbsbevölkerung gefährdet; eine zu große Zahl von Beförderungsanwärtern würde sich negativ auf die Durchschnittssteigung des Einkommenspfades auswirken.



Ausgehend von (14) ergibt sich damit für die als reduzierte Form eines entsprechenden strukturellen Optimierungsansatzes aufzufassende Gleichung des individuellen Alters-Einkommens-Profiles:

$$(40) \quad A_{nj} = a_j \langle t, m(p) \rangle + b_j \langle t, m(p) \rangle n, \quad n = 0, \dots, N_j; \quad a_j > 0, b_j > 0.$$

Setzt man dieses  $A_{nj}$  in (15) ein, so erhält man aus (17)-(20), unter Beachtung von  $m = m(p)$  und  $s = s(p)$ , die folgenden, modifizierten Ausdrücke für die Pro-Kopf-Größe und die Varianz der Nettoarbeitseinkommen:

$$(41) \quad \mu_Y = (1-t)(1-c) \mu_A + T, \quad \mu_A = \mu_a \langle t, m(p) \rangle + \mu_b \langle t, m(p) \rangle m(p);$$

$$(42) \quad \sigma_Y^2 = [(1-t)(1-c)]^2 \sigma_A^2, \\ \sigma_A^2 = \sigma_a^2 \langle t, m(p) \rangle + \{[m(p)]^2 + [s(p)]^2\} \sigma_b^2 \langle t, m(p) \rangle + 2m(p) \text{cov}_{a,b} \langle t, m(p) \rangle \\ + [s(p)]^2 [\mu_b \langle t, m(p) \rangle]^2.$$

Die Bestimmungsgleichung des individuellen Renteneinkommens  $P_i$  hat nach wie vor die Gestalt (16), jetzt freilich mit der differenzierteren  $\mu_A$ -Darstellung aus (41). Für die Momente der Renteneinkommen [vgl. (21) und (22)] folgt somit:

$$(43) \quad \mu_P = p \mu_A \mu_L,$$

$$(44) \quad \sigma_P^2 = p^2 \mu_A^2 \sigma_L^2;$$

worin:

$$\mu_A = \mu_a \langle t, m(p) \rangle + \mu_b \langle t, m(p) \rangle m(p).$$

Mit Hilfe von (41)-(44) gewinnt man aus (7) und (8) [bzw. (23) und (24)] die Momente für die aus Erwerbstätigen und Rentnern bestehende Gesamtbevölkerung, und daraus schließlich die modifizierte Endform des quadrierten Variationskoeffizienten  $V^2$ . Hier manifestiert sich ein letzter zusätzlicher Disincentive-Einfluß: der des Rentenleistungssatzes  $p$  auf die Anteilsgröße  $x$  [ $\Rightarrow x = x(p)$ ]:

$$(45) \quad \mu = x(p) \mu_Y + [1 - x(p)] \mu_P,$$

$$(46) \quad \sigma^2 = x(p) \sigma_Y^2 + [1 - x(p)] \sigma_P^2 + x(p) [1 - x(p)] (\mu_Y - \mu_P)^2;$$

$$(47) \quad V^2 = \sigma^2 / \mu^2 \\ = V^2 \langle t, T, c, p; m(p), s(p), x(p); \mu_a \langle t, m(p) \rangle, \mu_b \langle t, m(p) \rangle, \mu_L; \\ \sigma_a^2 \langle t, m(p) \rangle, \sigma_b^2 \langle t, m(p) \rangle, \text{cov}_{a,b} \langle t, m(p) \rangle, \sigma_L^2 \rangle.$$

### IV.2.A Spezifische Inzidenz

Wie beeinflussen obige Modellerweiterungen die spezifische Inzidenz des demographischen Wandels? Welche Veränderungen ergeben sich gegenüber den Resultaten aus Abschnitt IV.1.A? Welche Folgen haben individuelle Anpassungsreaktionen und demographisch bedingte Faktorpreisverschiebungen für die verteilungspolitische Bewertung einer Bevölkerungsüberalterung?

Bevor diesen Fragen durch eine komparativ statische Analyse der Zielgröße (47) nachgegangen wird, sei betont, daß es weder in diesem noch im nächsten Abschnitt IV.2.B in erster Linie darauf ankommt, die Richtung des jeweiligen Gesamteffekts der Indikatoren  $m$ ,  $s$  und  $x$  analytisch endgültig zu bestimmen. Vielmehr soll die *Struktur* der Ableitungen geklärt und damit jene demographisch-ökonomische Interdependenz transparent gemacht werden, die sich hinter den in Abschnitt IV.2.C ermittelten Effektrichtungen und Größenordnungen verbirgt.

Wieder sei mit dem Rentnerquotienten  $J_p/J_y$  bzw. mit der Erwerbsquote  $x$  [vgl. (11)] begonnen. Die Distributionswirkung dieser Variablen ist schnell abgehandelt. Da  $x$  keine über die bisherigen Parametereinflüsse hinausgehenden Effekte auslöst (vgl. Übersicht 1), behalten die  $x$ -Ergebnisse aus Abschnitt IV.1.A ihre Gültigkeit, und man hat:

$$(48) \quad \frac{\partial V^2}{\partial x} < 0.$$

Eine *höhere* Rentnerquote ( $x \downarrow$ ) bewirkt demnach auch hier eine *Vergrößerung* der relativen Einkommensstreuung.

Ebenfalls keine Probleme bereitet die Ableitung des Ungleichheitseinflusses einer höheren Erwerbsaltersvarianz. Wie man aus (41)-(44) ersieht, taucht  $s$  nur in (42) auf;  $\sigma_y^2$ , und somit auch  $\sigma^2$  und  $V^2$  nehmen (wie schon in Abschnitt IV.1.A) mit der Streuung des Arbeitsalters zu:

$$(49) \quad \frac{\partial V^2}{\partial s} > 0.$$

Erheblich schwieriger ist dagegen die Ermittlung der Disparitätswirkung eines höheren  $m$ . Übersicht 1 sowie das modifizierte Einkommensprofil (40) verdeutlichen die Ursachen der zusätzlichen Verkomplizierung. Die von Freeman (1979) isolierten Demographie-Effekte berühren sämtliche Momente der individuellen Grundvariablen  $a_j$  und  $b_j$  [vgl. (47)]. Fünf zusätzliche Differentiationsterme sind die Folge:<sup>35</sup>

<sup>35</sup> In diesem Zusammenhang sei an die Bemerkung zur Notation in Fußnote 16 erinnert.

$$\begin{aligned} \frac{dV^2}{dm} &= \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial m}}_{>0} + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial \mu_a}}_{<0} \underbrace{\frac{d\mu_a}{dm}}_{>0} + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial \mu_b}}_{<0} \underbrace{\frac{d\mu_b}{dm}}_{<0} \\ &\quad + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial \sigma_a^2}}_{>0} \underbrace{\frac{d\sigma_a^2}{dm}}_{>0} + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial \sigma_b^2}}_{>0} \underbrace{\frac{d\sigma_b^2}{dm}}_{<0} + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial \text{cov}_{a,b}}}_{>0} \underbrace{\frac{d\text{cov}_{a,b}}{dm}}_{<0}. \end{aligned}$$

Die angegebenen Ableitungsvorzeichen wurden im Vorgriff den quantitativen Resultaten des Abschnitts IV.2.C entnommen. Die an Hand obiger Zerlegung gewonnenen Teileffekte der totalen  $m$ -Differentiation unterstreichen die Vielschichtigkeit des Ungleichheitseinflusses eines gestiegenen durchschnittlichen Erwerbsalters: drei der sechs Hauptterme besitzen ein positives, drei ein negatives Vorzeichen. Die im übernächsten Abschnitt auf der Grundlage der empirisch untermauerten Parametersätze (36) und (69) erfolgende quantitative Auswertung ergibt schließlich einen positiven Gesamteffekt:

$$(50) \quad \frac{dV^2}{dm} > 0.$$

Auch im vorliegenden Falle *vergrößert* sich also die relative Einkommensstreuung, wenn das Durchschnittsarbeitsalter *steigt*.

Alle aus (26)-(28) gezogenen *qualitativen* Schlußfolgerungen gelten damit auch hier. Von welchem verteilungspolitischen Gewicht eventuelle *quantitative* Abweichungen gegenüber den bisherigen Größenordnungen (vgl. Abschnitt IV.1.C) sind, wird in Abschnitt IV.2.C erörtert werden.

#### IV.2.B Budgetinzidenz

Die in das Modell integrierten staatlichen Umverteilungssysteme implizieren nach wie vor Bilanzgleichungen der Gestalt (29) und (30), nur daß jetzt an die Stelle der dortigen  $A_{nj}$  und  $\mu_A$  [in  $P_i$  — vgl. (16)] die hiesigen  $A_{nj}$  aus (40) und  $\mu_A$  aus (41) treten, und daß  $J_Y$  und  $J_P$  (bzw.  $x$ ) zusätzlich vom Leistungssatz  $p$  abhängen. Der im Budgetgleichgewicht resultierende Beitragssatz zur Rentenversicherung lautet dann:

$$\begin{aligned} (51) \quad c_{GG} &= \frac{1 - x(p)}{x(p)} p \mu_L \\ &= c_{GG} \langle p; x(p); \mu_L \rangle. \end{aligned}$$

Dieser läßt sich analog zu seinem Vorgänger aus (31) interpretieren. Im Unterschied zu (31) wird der Gleichgewichtssatz (51) von einer Variation des Leistungsparameters  $p$  nun auf zweifache Weise tangiert: einmal direkt, wie bisher, und einmal indirekt über  $x$ . Letzteres spiegelt den Disincentive-Einfluß auf die Verrentungsentscheidung wider: Ein höheres  $p$  veranlaßt das Individuum, seine Erwerbsphase vergleichsweise früher zu beenden [vgl. Burtless (1984; 1986), u. a.]; steigende Rentnerzahlen (und damit ein fallendes  $x$ ) sind die Folge. Im Rahmen des vorliegenden, umlagefinanzierten Alterssicherungssystems muß mithin der Beitragssatz angehoben werden (*ceteris paribus*). Jener indirekte  $p$ -Effekt weist demnach dieselbe Richtung auf wie der direkte, so daß mit einer verstärkten Gesamtwirkung auf  $c_{GG}$  zu rechnen ist; eine Erwartung, die die quantitative Analyse des Abschnitts IV.2.C bestätigt.

Setzt man (40) in (29) ein, so ist man ohne eine nähere Spezifizierung des Steuersatz-Einflusses auf das Bruttoprofil  $A_{nj}\langle t \rangle$  nicht in der Lage, die Bilanzgleichung nach  $t$  aufzulösen; ein für die geschlossene Form von  $V_{GG}^2$  ja notwendiger Schritt. Wenn auch die empirischen Befunde keinerlei Anhaltspunkte liefern, wie die funktionale Beziehung zwischen  $A_{nj}$  und  $t$  genau auszusehen hat, so ist dennoch die nachstehende, illustrative Spezifikation nicht nur inhaltlich vertretbar, sondern auch empirisch stützbar:

$$(40a) \quad A_{nj} = (1 - \alpha t) [a_j \langle m(p) \rangle + b_j \langle m(p) \rangle n], \quad n = 0, \dots, N_j; \quad 0 < \alpha < 1, \quad a_j > 0, \quad b_j > 0.$$

Der negative Anreizeffekt einer Einkommensbesteuerung ist danach um so größer, je höher der Steuersatz  $t$  und je höher die individuelle Bruttogrundlage  $[a_j \langle m(p) \rangle + b_j \langle m(p) \rangle n]$ ; beides ist empirisch belegt.<sup>36</sup> Der Parameter  $\alpha$  dient hierin als Maß für die durch steuerinduzierte Substitutionseffekte ausgelöste, durchschnittliche Einkommensminderung.<sup>37</sup> Mit Hilfe dieser Konkretisierung kann jetzt der gesuchte Gleichgewichtssteuersatz  $t_{GG}$  explizit bestimmt werden:<sup>38</sup>

$$(52) \quad t_{GG} = \frac{1}{2\alpha} \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{4\alpha T}{[\mu_a \langle m(p) \rangle + \mu_b \langle m(p) \rangle] m(p)} \left( 1 - \frac{1-x(p)}{x(p)} p \mu_L \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right\}.$$

Auch in der modifizierten Modellversion führt die steuerliche Abzugsfähigkeit des Rentenbeitrags zu einer Kopplung der Besteuerung an Variablen, die in der

<sup>36</sup> Siehe Hausman (1985, pp. 241-243). Zur Veranschaulichung der Effektkomponenten ist (40a) lediglich auszumultiplizieren.

<sup>37</sup> Durchaus nahe liegt der Gedanke,  $\alpha$  zu individualisieren ( $\Rightarrow \alpha_j$ ), doch müßte dann das Ziel einer analytisch geschlossenen Modellösung aufgegeben werden. Dieser Preis ist zu hoch.  $\alpha$  ist als durchschnittlicher Reaktionswert der Bevölkerung zu betrachten.

<sup>38</sup> (52) ist eine von zwei Lösungen einer quadratischen Gleichung, die sich aus (29) nach dortigem Einsetzen von (40a) ergibt. Die andere Lösung scheidet aufgrund der Nebenbedingung  $0 < t_{GG} < 1$  aus.

Zielgruppe der Erwerbstätigen gar nicht vorkommen. Das zu (32) Gesagte gilt analog auch hier. Freilich sind sowohl die von einer Variation des Rentenleistungssatzes  $p$  als auch die von einem geänderten Durchschnittsalter  $m$  ausgehenden Wirkungen jetzt erheblich verwickelter:

$$(52a) \quad t_{GG} = t_{GG} \langle T, p; m(p), x(p); \alpha; \mu_a \langle m(p) \rangle, \mu_b \langle m(p) \rangle, \mu_L \rangle.$$

Der direkte  $p$ -Effekt sowie die indirekten Effekte über  $m(p)$ ,  $x(p)$  und  $\mu_a \langle m(p) \rangle$  sind alle positiv, der indirekte  $p$ -Einfluß über  $\mu_b \langle m(p) \rangle$  hingegen negativ. Offen bleibt ebenfalls die Gesamtwirkung des Demographie-Parameters  $m$ . Während ein gestiegenes durchschnittliches Erwerbsalter bisher eine Senkung des im Haushaltsgleichgewicht für die Garantie des Mindesteinkommens  $T$  erforderlichen Steuersatzes erlaubte, kann nun nicht mehr eindeutig vorhergesagt werden, wie sich das Pro-Kopf-Bruttoarbeitsentgelt (und mit diesem der Gleichgewichtswert von  $t_{GG}$ ) infolge einer  $m$ -Zunahme ändert. Den steuersatzmindernden Einflüssen  $m$  und  $\mu_a \langle m \rangle$  steht in  $\mu_b \langle m \rangle$  ein erhöhender gegenüber: Laut Freeman (1979) reduziert ein wachsender Prozentsatz älterer Erwerbstätiger ( $\Rightarrow m \uparrow$ ) das durchschnittliche Einkommenswachstum  $\mu_b$  und damit auch die Steuergrundlage  $\mu_A$ , so daß, ceteris paribus, zur Aufrechterhaltung des Steuerbudgetgleichgewichts die Steuerrate heraufgesetzt werden muß. Eine endgültige Ermittlung des Gesamteffekts ist nur im Rahmen einer quantitativen Analyse möglich ( $\Rightarrow$  Abschnitt IV.2.C). Das betrifft übrigens auch die  $t_{GG}$ -Wirkung des neu hinzugekommenen Disincentive-Parameters  $\alpha$ . Interessant ist, und dies sei an dieser Stelle noch erwähnt, daß die beiden eingebundenen Anpassungsmechanismen durch die staatlichen Finanzierungsrestriktionen miteinander verknüpft werden: Eine Variation des Rentensatzes  $p$  schlägt sich im Wege individueller Anpassungsreaktionen in geänderten  $m$ - und  $x$ -Werten nieder; das wiederum beeinflusst den Steuersatz  $t_{GG}$ , der seinerseits dann Verzerrungen etwa in den Arbeits-/Freizeit-Entscheidungen hervorruft [bereits die Bruttoprofile  $A_{nj}$  sind jetzt ja Funktionen jenes Einnahmestruments der öffentlichen Hand — vgl. (40), (40a)]. Wie sich diese indirekte, demographische Kopplung der Disincentive-Effekte sowie alle übrigen neu hinzugetretenen Interaktionen auf die Einkommensverteilung auswirken und welchen gewandelten (oder nicht gewandelten) Ungleichheitseinfluß dann eine Bevölkerungsüberalterung hat, ist Untersuchungsgegenstand der verbleibenden Abschnitte.

Ersetzt man den Rentenbeitragsatz  $c$  sowie die Steuerrate  $t$  durch ihre endogenisierten Werte aus (51) und (52) und integriert diese in die Struktur des entwickelten Verteilungsmodells, so erkennt man, daß die anstehenden Modifikationen nicht mehr nur die Mikro-Gleichung (15), sondern schon die Bruttogleichung (14) bzw. (40, 40a), sowie darüber hinaus auch die Rentengleichung (16) [mit  $\mu_A$  aus (41)] betreffen. Im Gegensatz zu Abschnitt IV.1.B werden hier also sämtliche Makro-Relationen von den finanzwirtschaftlichen Gleichgewichtssätzen berührt.

Im einzelnen erhält man die folgenden Ausdrücke für die in  $\mathbb{V}_G^2$  eingehenden Momente.

Das durchschnittliche Bruttoarbeitsentgelt hat die Gestalt [vgl. (41) in Verbindung mit (40a)]:

$$(53) \quad \begin{aligned} \mu_{A,GG} &= \mu_A \langle t_{GG} \rangle \\ &= (1 - \alpha t_{GG}) [\mu_a \langle m(p) \rangle + \mu_b \langle m(p) \rangle m(p)]. \end{aligned}$$

Für das durchschnittliche Nettoarbeitseinkommen in der Erwerbsbevölkerung ergibt sich damit:

$$(54) \quad \begin{aligned} \mu_{Y,GG} &= \mu_Y \langle t_{GG}, c_{GG} \rangle = (1 - t_{GG})(1 - c_{GG}) \mu_{A,GG} + T \\ &= (1 - c_{GG})(1 - \alpha t_{GG}) [\mu_a \langle m(p) \rangle + \mu_b \langle m(p) \rangle m(p)]. \end{aligned}$$

Die Varianz der Bruttoarbeitseinkommen lautet:

$$(55) \quad \begin{aligned} \sigma_{A,GG}^2 &= \sigma_A^2 \langle t_{GG} \rangle \\ &= (1 - \alpha t_{GG})^2 [\sigma_a^2 \langle m(p) \rangle + \{[m(p)]^2 + [s(p)]^2\} \sigma_b^2 \langle m(p) \rangle \\ &\quad + 2m(p) \text{cov}_{a,b} \langle m(p) \rangle + [s(p)]^2 [\mu_b \langle m(p) \rangle]^2]. \end{aligned}$$

Mit  $c_{GG}$  aus (51),  $t_{GG}$  aus (52) und obigem  $\sigma_{A,GG}^2$  kann dann aus:

$$(56) \quad \sigma_{Y,GG}^2 = \sigma_Y^2 \langle t_{GG}, c_{GG} \rangle = [(1 - t_{GG})(1 - c_{GG})]^2 \sigma_{A,GG}^2$$

ein geschlossener Ausdruck für die Streuung der Nettoerwerbseinkommen gewonnen werden, auf dessen explizite Angabe hier jedoch verzichtet wird.

Für die Momente der Renten folgt:

$$(57) \quad \begin{aligned} \mu_{P,GG} &= \mu_P \langle t_{GG} \rangle = p \mu_{A,GG} \mu_L \\ &= p \mu_L (1 - \alpha t_{GG}) [\mu_a \langle m(p) \rangle + \mu_b \langle m(p) \rangle m(p)]; \end{aligned}$$

$$(58) \quad \begin{aligned} \sigma_{P,GG}^2 &= \sigma_P^2 \langle t_{GG} \rangle = p^2 \mu_{A,GG}^2 \sigma_L^2 \\ &= p^2 \sigma_L^2 \{ (1 - \alpha t_{GG}) [\mu_a \langle m(p) \rangle + \mu_b \langle m(p) \rangle m(p)] \}^2. \end{aligned}$$

Beachte, daß das Anpassungsverhalten der Erwerbstätigen unmittelbare Konsequenzen für die Verteilung der Renteneinkommen hat;  $P_i$  ist im Zuge der „Rentendynamisierung“ an die Höhe des durchschnittlichen Bruttoarbeitseinkommens gekoppelt, welches seinerseits zu einer Funktion staatlicher Aktionsgrößen geworden ist [siehe noch einmal (16), (43), (44) und (52)].

Mit Hilfe von (53)-(58) lassen sich nun die gesuchten Momente der Gesamtverteilung und daraus schließlich der quadrierte Variationskoeffizient  $\mathbb{V}_G^2$  bestimmen. Für das verfügbare Pro-Kopf-Einkommen in der aus Erwerbstätigen und Rentnern bestehenden Gesamtpopulation findet man:

$$(59) \quad \begin{aligned} \mu_{GG} &= \mu \langle t_{GG}, c_{GG} \rangle = x(p) \mu_{Y, GG} + [1 - x(p)] \mu_{P, GG} \\ &= x(p)(1 - \alpha t_{GG}) [\mu_a \langle m(p) \rangle + \mu_b \langle m(p) \rangle m(p)]. \end{aligned}$$

Für die Varianz der verfügbaren Einkommen in der Gesamtbevölkerung erhält man:

$$(60) \quad \begin{aligned} \sigma_{GG}^2 &= \sigma^2 \langle t_{GG}, c_{GG} \rangle \\ &= x(p) \sigma_{Y, GG}^2 + [1 - x(p)] \sigma_{P, GG}^2 + x(p)[1 - x(p)](\mu_{Y, GG} - \mu_{P, GG})^2, \end{aligned}$$

was hier nicht weiter aufgelöst werden soll; eine geschlossene analytische Form gewinnt man durch entsprechendes Einsetzen von (51)-(58).

Zu guter Letzt ergibt sich aus (59) und (60) die Zielgröße  $V_{GG}^2$ :

$$(61) \quad \begin{aligned} V_{GG}^2 &= \sigma_{GG}^2 / \mu_{GG}^2 \\ &= V^2 \langle t_{GG}, T, c_{GG}, p; m(p), s(p), x(p); \alpha; \mu_a \langle m(p) \rangle, \mu_b \langle m(p) \rangle, \mu_L; \\ &\quad \sigma_a^2 \langle m(p) \rangle, \sigma_b^2 \langle m(p) \rangle, \text{cov}_{a,b} \langle m(p) \rangle, \sigma_L^2 \rangle. \end{aligned}$$

Zurück zur Ausgangsfrage. Wie schlägt sich der demographische Wandel in der Verteilung nieder? Welche indirekten Disparitätseffekte rufen staatliche Finanzierungsbeschränkungen angesichts individueller Anpassungsreaktionen hervor? Was implizieren demographisch bedingte Faktorpreisverschiebungen im Kontext einer auf die Überalterung reagierenden Politik des ausgeglichenen Budgets? Wie also wirken sich Variationen der demographischen Indikatoren  $m$ ,  $s$  und  $x$  auf die entwickelte Endform  $V_{GG}^2$  aus? Strukturelle Einblicke in die Vielfalt der Interdependenzen geben die anschließenden partiellen und totalen Ableitungen. Doch ist es dem letzten Abschnitt IV.2.C vorbehalten, durch eine quantitative Auswertung der in geschlossener Form zur Verfügung stehenden Modellgleichungen ein endgültiges Urteil über die Effektrichtungen und Größenordnungen zu sprechen.

Die aus den Bilanzgleichungen der betrachteten Umverteilungssysteme resultierende Kopplung der Steuer- und Rentenbeitragssätze an die Altersstruktur der Bevölkerung hat in Abschnitt IV.1.B dazu geführt, daß die Budgetinzidenz einer  $x$ -Änderung ein zur spezifischen Inzidenz gegenteiliges Ergebnis lieferte; die im Haushaltsgleichgewicht entstandenen indirekten Demographie-Effekte ließen den Verteilungseffekt eines höheren Rentnerquotienten umschlagen. Gilt das auch hier? Nimmt im Zuge der Bevölkerungsüberalterung der Anteil der Rentner zu ( $\Rightarrow x \downarrow$ ), dann steigt der Gleichgewichtssatz  $c_{GG}$ ; siehe (51). Aufgrund der Abzugsfähigkeit des Rentenbeitrags verringert sich dadurch das zu versteuernde Einkommen eines jeden Erwerbstätigen. Das aber bedeutet, daß die zur Finanzierung des unveränderten lump-sum Transfers  $T$  und damit zur Aufrechterhaltung des Steuerbudgetgleichgewichts notwendige Steuerrate heraufgesetzt werden muß. In der Tat nimmt  $t_{GG}$  mit fallendem  $x$  zu; vgl. (52), (52a). Das war auch bisher so. Die Folgen eines höheren Steuersatzes reichen



jetzt jedoch weiter als in Abschnitt IV.1.B: Disincentive-Effekte treten auf. Diese negativen Anreizwirkungen der Steueranhebung schlagen sich in einer Minderung des durchschnittlichen Bruttoarbeitseinkommens nieder. Mit anderen Worten: Das Pro-Kopf-*Brutto*einkommen der Erwerbstätigen wird zu einer Funktion des *Rentnerquotienten* [siehe (53), (52) und (11)]. Das verkompliziert die Lage erheblich, da nun auch die Momente  $\mu_{P,GG}$  und  $\sigma_{P,GG}^2$  von  $x$  abhängen [Stichwort: „Rentendynamisierung“; vgl. (57) und (58) in Verbindung mit (52)]. Für die Momente der Gesamtverteilung hat das folgende Konsequenzen:

$$(62) \quad \frac{\partial \mu_{GG}}{\partial x} = \mu_{Y,GG} - \mu_{P,GG} + x(p) \underbrace{\frac{\partial \mu_{Y,GG}}{\partial x}}_{>0} + [1 - x(p)] \underbrace{\frac{\partial \mu_{P,GG}}{\partial x}}_{>0};$$

$$(63) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{GG}^2}{\partial x} &= \sigma_{Y,GG}^2 - \sigma_{P,GG}^2 + [1 - 2x(p)](\mu_{Y,GG} - \mu_{P,GG})^2 \\ &+ x(p) \underbrace{\frac{\partial \sigma_{Y,GG}^2}{\partial x}}_{>0} + [1 - x(p)] \underbrace{\frac{\partial \sigma_{P,GG}^2}{\partial x}}_{>0} \\ &+ 2x(p)[1 - x(p)](\mu_{Y,GG} - \mu_{P,GG}) \underbrace{\left( \underbrace{\frac{\partial \mu_{Y,GG}}{\partial x}}_{>0} - \underbrace{\frac{\partial \mu_{P,GG}}{\partial x}}_{>0} \right)}_{>0}. \end{aligned}$$

Das verfügbare Durchschnittseinkommen in der aus Erwerbstätigen und Rentnern bestehenden Gesamtpopulation sinkt mit fallendem  $x$ ; die neu hinzugekommenen Effekte weisen ein positives Vorzeichen auf.<sup>39</sup> Wie schon in Abschnitt IV.1.B, so ist auch im vorliegenden Falle das Varianz-Resultat sehr aufschlußreich hinsichtlich einer möglichen Änderung des Gesamteffekts. Sämtliche Zusatzterme in (63) sind positiv. Die Wirkung auf die Differenz der Pro-Kopf-Einkommen (letzte große Klammer) scheint dadurch offenzubleiben; doch kann an Hand der reduzierten Formen in (54) und (57) ein positiver Gesamteffekt nachgewiesen werden. Alles dies läßt darauf schließen, daß die Streuung der verfügbaren Einkommen *abnehmen* wird, wenn der Rentnerquotient steigt. Man vergegenwärtige sich noch einmal die  $x$ -Analyse in den Abschnitten IV.1.A und IV.1.B.

Tatsächlich erfolgt auch hier eine *Umkehr* der Wirkungsrichtung. Wenn sie auch nicht zur Gänze auf denselben Mechanismen und Größenordnungen beruht, so stimmt die Struktur der totalen Differentiation doch formal mit der aus Abschnitt IV.1.B überein:

<sup>39</sup> Dies ist in Verbindung mit (52) auch direkt aus der zweiten Zeile von (59) zu ersehen.

$$\frac{dV_{GG}^2}{dx} = \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial x}}_{<0} + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial t_{GG}} \frac{dt_{GG}}{dx}}_{>0} + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial c_{GG}} \frac{dc_{GG}}{dx}}_{<0}.$$

Der erste der drei Summanden gibt den direkten  $x$ -Effekt aus (48) an, während die beiden übrigen Summanden die neu hinzugetretenen indirekten Effekte widerspiegeln. Letztere besitzen, wie man sieht, ein zu (48) gegenteiliges Vorzeichen. Genau das führt den Richtungswechsel herbei, wie man einer entsprechenden Anleihe aus Abschnitt IV.2.C entnehmen kann:

$$(64) \quad \frac{dV_{GG}^2}{dx} > 0.$$

Individuelle Anpassungsreaktionen haben qualitativ folglich keinen Einfluß auf das in (33) ermittelte Resultat: Ein *höherer* Rentnerquotient bewirkt im Lichte einer Politik des ausgeglichenen Staatshaushalts nach wie vor eine *Verringerung* der Ungleichheit in der Gesamtverteilung der verfügbaren Einkünfte. Welche *quantitativen* Änderungen sich hier jedoch ergeben, von welcher Bedeutung also Disincentive-Effekte für eine verteilungspolitische Bewertung des demographischen Wandels sind, wird sich in Abschnitt IV.2.C zeigen.

Wie steht es nun mit den Verteilungseffekten der beiden anderen demographischen Kenngrößen,  $m$  und  $s$ ?

Vor einer Präsentation des  $m$ -Effekts ist es hilfreich, noch einmal einen Blick auf Übersicht 1 zu werfen. Ein höheres Durchschnittsarbeitsalter berührt mithin nicht nur den Gleichgewichtssteuersatz  $t_{GG}$ , sondern beeinflusst über eine Verschiebung der Faktorpreise auch die individuellen Grundvariablen  $a_j$  und  $b_j$  (und damit sämtliche Momente jener Größen). Das löst eine Reihe von indirekten Effekten aus; darunter auch solche, die wieder auf  $t_{GG}$  zurückwirken. Unter Beachtung jener Interaktionen gewinnt man [vgl. (61) und (52a)]:

$$\begin{aligned} \frac{dV_{GG}^2}{dm} &= \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial m}}_{>0} + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial \mu_a} \frac{d\mu_a}{dm}}_{<0} + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial \mu_b} \frac{d\mu_b}{dm}}_{>0} \\ &+ \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial \sigma_a^2} \frac{d\sigma_a^2}{dm}}_{>0} + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial \sigma_b^2} \frac{d\sigma_b^2}{dm}}_{<0} + \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial \text{cov}_{a,b}} \frac{d\text{cov}_{a,b}}{dm}}_{<0} \\ &+ \underbrace{\frac{\partial V^2}{\partial t_{GG}}}_{<0} \left( \underbrace{\frac{\partial t_{GG}}{\partial m}}_{<0} + \underbrace{\frac{\partial t_{GG}}{\partial \mu_a} \frac{d\mu_a}{dm}}_{<0} + \underbrace{\frac{\partial t_{GG}}{\partial \mu_b} \frac{d\mu_b}{dm}}_{>0} \right). \end{aligned}$$

Man vergleiche diese Ableitung mit  $dV_{GG}^2/dm$  in Abschnitt IV.1.B. Die Einbettung demographisch induzierter Faktorpreisänderungen hat das totale Differential geradezu explodieren lassen. Die quantitative Analyse des Schlußabschnitts IV.2.C weist den Gesamteffekt als *positiv* aus:

$$(65) \quad \frac{dV_{GG}^2}{dm} > 0.$$

Wie schon in allen vorausgegangenen Abschnitten, so bereitet auch hier die Bestimmung des  $s$ -Effekts die mit Abstand geringsten Probleme, da diese Größe lediglich in  $\sigma_{Y,GG}^2$  erscheint. Man findet unschwer, daß:

$$(66) \quad \frac{\partial V_{GG}^2}{\partial s} > 0;$$

je *heterogener* die Erwerbsaltersstruktur ( $s \uparrow$ ), desto *größer* die Einkommensungleichheit.

Die Vorzeichen in (64)-(66) stimmen mit denen in (33)-(35) überein, so daß die dortigen qualitativen Ausführungen auf die hiesige Situation übertragen werden können. Welche quantitativen Konsequenzen die Modellmodifikationen haben, ob also demographisch bedingte Faktorpreisverschiebungen und Disincentive-Reaktionen von verteilungspolitischem Gewicht sind, kann dem nun folgenden, letzten Abschnitt entnommen werden.

#### IV.2.C Quantitative Sensitivitätsanalyse

Will man die Größenordnung der demographischen Ungleichheitseffekte auch für den Fall der modifizierten Modellversion, also unter expliziter Berücksichtigung individueller Anpassungsreaktionen und demographisch verursachter Faktorpreisverschiebungen, ermitteln, dann müssen zunächst zwei Dinge geschehen. Zum einen sind die neu hinzugekommenen Relationen funktional zu spezifizieren, und zum anderen müssen empirisch untermauerte Referenzwerte für die dort eingehenden Parameter gefunden werden. Getreu der in Abschnitt IV.1.C dargelegten Konzeption wird auch hier die jeweils einfachste funktionale Form gewählt, die mit den verfügbaren empirischen Befunden kompatibel ist.<sup>40</sup> Die der nachfolgenden quantitativen Analyse zugrunde liegenden Spezifikationen der individuellen Grundvariablen und Demographieparameter lauten [vgl. noch einmal Übersicht 1, sowie (40) bzw. (40a)]:

---

<sup>40</sup> Im Rahmen einer numerischen Simulationsanalyse, die auf der Grundlage der in Abschnitt IV.2 entwickelten Struktur ja ohne weiteres möglich ist, wären hier einer Verkomplizierung natürlich keine Grenzen gesetzt.

$$\begin{aligned}
 a_j \langle t, m(p) \rangle &= (1 - \alpha t) a_j \langle m(p) \rangle = (1 - \alpha t) [1 + \kappa m(p)] a_j, \\
 b_j \langle t, m(p) \rangle &= (1 - \alpha t) b_j \langle m(p) \rangle = (1 - \alpha t) [1 - \kappa m(p)] b_j, \\
 0 &< \alpha < 1, 0 < t < 1, 0 < \kappa < \frac{1}{m(p)}, a_j > 0, b_j > 0; \\
 m(p) &= (1 - \beta p) m, \\
 s(p) &= (1 - \beta p) s, \\
 x(p) &= (1 - \beta p) x, \\
 0 &< \beta < \frac{1}{p}, 0 < p < 1.
 \end{aligned}
 \tag{67}$$

Die relativ bestgestützten Werte der neuen Parameter  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\kappa$  sind:

$$\alpha = 0,3, \quad \beta = 3, \quad \kappa = 0,002.
 \tag{69}$$

Diese bilden zusammen mit (36) den erweiterten Standardparametersatz für die anschließende Sensitivitätsuntersuchung. Der in (40a) bereits eingeführte Disincentive-Parameter  $\alpha$  kontrolliert die Höhe der durchschnittlichen Einkommensminderung, die sich als Folge steuerinduzierter Substitutionseffekte ergibt. Der in (69) angegebene Wert wurde aus den in Hausman (1985) sowie in Burtless und Haveman (1987) präsentierten Ergebnissen abgeleitet. Die negative Anreizwirkung eines höheren Rentenleistungssatzes schlägt sich, wie zu Beginn des Abschnitts IV.2 erläutert, in einem Anstieg der Rentnerquote ( $\Rightarrow x \downarrow$ ) sowie einer Verringerung der Erwerbsaltersgrößen  $m$  und  $s$  nieder. Der Parameter  $\beta$  [vgl. (68)] dient als Maß für den durchschnittlichen, prozentualen  $p$ -Einfluß auf  $m$ ,  $s$  und  $x$ . Sein Wert basiert auf den empirischen Resultaten von Burtless und Moffitt (1984) sowie Hausman und Wise (1985) [und auf  $p$  aus (36)]. Der Parameter  $\kappa$  schließlich, der das Ausmaß der demographischen Faktorpreiseffekte steuert, ist ebenfalls als Merkmal der betrachteten Erwerbsbevölkerung, also als Durchschnittswert aufzufassen. Sein Referenzwert gründet sich auf die Resultate von Freeman (1979).<sup>41</sup>

Setzt man (67) und (68) in die entsprechenden Gleichungen des oben entwickelten Modells ein und wertet die einzelnen Bausteine an Hand der Parametersätze (36) und (69) aus, dann erhält man das Dekompositionsbild der Tabelle IV.

<sup>41</sup> In diesem Zusammenhang sei an Fußnote 34 erinnert.

Tabelle IV  
Ungleichheitsdekomposition

	Brutto		Netto		Netto-GG	
	$V_{brutto}^2$	0,356	$V^2$	0,234	$V_{GG}^2$	0,235
	$V_{br., intra}^2$	0,278	$V_{intra}^2$	0,202	$V_{GG, intra}^2$	0,203
	$V_{br., inter}^2$	0,078	$V_{inter}^2$	0,032	$V_{GG, inter}^2$	0,032
	$V_A^2$	0,259	$V_Y^2$	0,184	$V_{Y, GG}^2$	0,185
	$V_P^2$	0,250	$V_P^2$	0,250	$V_{P, GG}^2$	0,250
	$\mu_{brutto}$	27,987	$\mu$	22,571	$\mu_{GG}$	22,851
	$\mu_A$	33,442	$\mu_Y$	25,403	$\mu_{Y, GG}$	25,705
	$\mu_P$	16,721	$\mu_P$	16,721	$\mu_{P, GG}$	16,958
	$t$	0,200	$t$	0,200	$t_{GG}$	0,156
			$c$	0,200	$c_{GG}$	0,242

Die in der „Brutto“-Spalte ausgewiesenen Zahlen beruhen auf  $\mu_A$  und  $\sigma_A^2$  aus (41) und (42), sowie auf  $\mu_P$  und  $\sigma_P^2$  aus (43) und (44). Diese Relationen bestimmen dann auch  $\mu_{brutto}$  und  $V_{brutto}^2$ . Beachte, daß angesichts einer Reihe von Disincentive-Effekten nun bereits die individuellen *Bruttoeinkommen* Funktionen staatlicher Politikparameter sind. In der Tat unterscheiden sich die hier errechneten Werte zum Teil recht deutlich von denen der ersten Spalte der Tabelle I. Die durch den quadrierten Variationskoeffizienten gemessene Gesamtungleichheit,  $V_{brutto}^2$ , verzeichnet einen Rückgang von 6%, das Pro-Kopf-Einkommen  $\mu_{brutto}$  eine Minderung von 8,5%. Die relative Streuung der Bruttoarbeitseinkommen,  $V_A^2$ , sinkt gar um 10%; überstieg  $V_A^2$  die Disparität der Renten in Tabelle I noch um 15,6%, so schrumpft dieser Abstand im Lichte individueller Anpassungsreaktionen und demographischer Faktorpreisverschiebungen auf 3,6%. Ähnliche Modifikationen ergeben sich für die Nettoverteilungen. Die Werte der „Netto“-Spalte entstammen den Gleichungen (41)-(47), die der „Netto-GG“-Spalte den Relationen (51)-(61). Im Budgetgleichgewicht verringert sich die Gesamtungleichheit gegenüber der in Tabelle I um 10%; der  $V_{Y, GG}^2$ -Wert liegt sogar um 13% unter dem der Tabelle I.<sup>42</sup> Hier spielen neben den Bruttoeffekten die erhöhten Abgabensätze eine wichtige Rolle. Um die finanziellen Gleichgewichte sowohl im Renten- als auch im Steuerhaushalt aufrechtzuerhalten, müssen beide Sätze angehoben werden:  $c_{GG}$  aufgrund des jetzt höheren Bevölkerungsanteils der Rentner, und  $t_{GG}$  wegen des Rückgangs von  $x$  und  $m$  sowie aufgrund der durch Substitutionseffekte verkleinerten Steuerbasis (an der Zielgröße  $T$  hat sich ja nichts geändert). Diese Korrekturen tangieren auch das verfügbare Durchschnittseinkommen  $\mu_{GG}$ : sein Wert geht gegenüber dem in Tabelle I um 9,3% zurück.

<sup>42</sup> Der  $V_P^2$ -Wert ist in allen Spalten der Tabellen I und IV übrigens deswegen stets derselbe, weil  $V_P^2 = V_L^2$  von keinem der eingebundenen Politikparameter abhängt.

Diese Vergleiche deuten auf einen klassischen Konflikt hin: auf den zwischen Gleichheit und Effizienz. Den obigen Ergebnissen zufolge lösen *Disincentive-Reaktionen positive Umverteilungseffekte* aus. Gleichzeitig *mindern* sie jedoch das gesamtgesellschaftliche Pro-Kopf-Einkommen. Die auf der Grundlage empirisch gestützter Parameterwerte ermittelten Größenordnungen lassen dabei auf ein nicht unerhebliches verteilungspolitisches Gewicht jener Effekte schließen.

In welchem Ausmaß prägen die neu hinzugetretenen Interaktionen die Inzidenz des demographischen Wandels? Wie schlägt sich eine Überalterung der Bevölkerung in  $V^2$  und  $V_{GG}^2$  aus (47) und (61) nieder? Einige Einblicke gibt Tabelle V.<sup>43</sup>

*Tabelle V*  
**Demographie und Einkommensungleichheit**

Parameterwerte	$x = 0,5$		$x = 0,6$		$x = 0,7$	
	$V^2$	$V_{GG}^2$	$V^2$	$V_{GG}^2$	$V^2$	$V_{GG}^2$
$m = 18, s = 11$	0,247	0,197	0,235	0,200	0,221	0,220
$m = 18, s = 12$	0,256	0,201	0,246	0,209	0,233	0,232
$m = 18, s = 13$	0,265	0,206	0,256	0,218	0,245	0,244
$m = 20, s = 11$	0,248	0,199	0,236	0,203	0,223	0,224
$m = 20, s = 12$	0,257	0,203	0,247	0,211	0,234*	0,235*
$m = 20, s = 13$	0,266	0,208	0,257	0,220	0,246	0,246
$m = 22, s = 11$	0,249	0,202	0,239	0,207	0,226	0,228
$m = 22, s = 12$	0,258	0,206	0,248	0,214	0,236	0,238
$m = 22, s = 13$	0,267	0,210	0,258	0,222	0,247	0,248

Das absolute Niveau der Einkommensungleichheit ist gegenüber dem der ursprünglichen Modellfassung (vgl. Tabelle II) gesunken. Nach wie vor sind indes die potentiellen Disparitätsschwankungen und damit die demographisch bedingten Verzerrungseinflüsse auf das Querschnittsbild der Verteilung beträchtlich: Eine Variation der Indikatoren  $m$ ,  $s$  und  $x$  innerhalb realistischer Prognosegrenzen<sup>44</sup> impliziert gemäß Tabelle V Ungleichheitsschwankungen von *bis zu 35%*. Gleichwohl ist diese Zahl fünf Prozentpunkte kleiner als die bisherige. Individuelles Anpassungsverhalten und Faktorpreiseffekte *verringern* die Bandbreite der von Überalterungsprozessen insgesamt ausgehenden Verteilungswirkungen. Ob diese Reduktion alle demographischen Indikatoren gleichermaßen betrifft, oder ob es zwischen dem durchschnittlichen Erwerbsalter, der Altersvarianz und dem Rentnerquotienten quantitative Unterschiede gibt,

<sup>43</sup> Man vergegenwärtige sich noch einmal (67) und (68). Die  $m$ -,  $s$ - und  $x$ -Werte in der Tabelle V sind die in (68) eingehenden, exogenen Variablenwerte [und nicht Werte der Funktionen  $m(p)$ ,  $s(p)$  und  $x(p)$ ].

<sup>44</sup> Vgl. Fußnote 26.

die von verteilungspolitischer Bedeutung sind, werden die unten präsentierten Elastizitäten zeigen.

Tabelle V spiegelt die Inzidenzresultate (48)-(50) und (64)-(66) wider. Eine Zunahme des relativen Bevölkerungsanteils an älteren Jahrganggruppen [also ein Anstieg der Rentnerquote ( $x \downarrow$ ) sowie höhere  $m$ - und  $s$ -Werte] vergrößert die durch  $V^2$  gemessene Disparität der verfügbaren Einkommen. Aus heutiger Sicht ist der Tabelle V zufolge eine demographisch induzierte  $V^2$ -Erhöhung um 14% zu erwarten;  $V^2$  wird von heute 0,234 [der mit einem Stern markierte, auf den Standardparametersätzen (36) und (69) basierende Wert] auf 0,267 am oberen Prognoserand ( $m = 22$ ,  $s = 13$  und  $x = 0,5$ ) steigen. Auch für den Fall einer Finanzpolitik des ausgeglichenen Budgets weisen die  $m$ - und  $s$ -Verzerrungen in Richtung Ungleichheitszunahme; siehe (65) und (66). Der Einfluß eines höheren Rentnerquotienten kehrt sich jedoch um [vgl. (48) und (64)], so daß die Gesamtwirkung des demographischen Wandels an Hand der Ergebnisse (64)-(66) allein noch nicht ermittelt werden kann. Von der empirisch gestützten Referenzsituation ausgehend vermag Tabelle V indes eine eindeutige Antwort zu geben:  $V_{GG}^2$  wird um 10% fallen (von heute 0,235 auf 0,210); die durch  $x \downarrow$  ausgelösten indirekten  $c_{GG} \uparrow$ - und  $t_{GG} \uparrow$ -Effekte geben den Ausschlag (zur Größenordnung siehe die unten angeführten  $c_{GG}$ - und  $t_{GG}$ -Elastizitäten). Die demographisch bedingte Abnahme der relativen Einkommensstreueung betrug in Tabelle II übrigens noch 15%. Alles dies ist eine deutliche *Warnung* an den Verteilungspolitiker, keine voreiligen Schlüsse aus empirischen Querschnittsinformationen zu ziehen. Die Distributionswirkung einer Bevölkerungsüberalterung ist vielschichtig; insbesondere ist sie nicht unabhängig von finanzwirtschaftlichen Staatsaktivitäten, individuellen Disincentive-Reaktionen und Faktorpreiseffekten. Die beteiligten Größenordnungen signalisieren Verzerrungen von nicht unbeachtlichem Gewicht.

Wie sensitiv reagiert die Einkommensungleichheit auf die einzelnen Demographie-Parameter? Auf welchen der Indikatoren muß somit besonders geachtet werden? Wie unterscheiden sich die hier gewonnenen Resultate von denen des Abschnitts IV.1.C? Welche quantitative Bedeutung haben also individuelle Anpassungsmechanismen? Eine Beantwortung dieser Fragen und damit eine weitere Urteilsdifferenzierung gestatten die nachfolgenden ceteris-paribus-Elastizitäten:

$$(70) \quad \begin{aligned} \varepsilon_{V^2, m} &= 0,062, & \varepsilon_{V^2, s} &= 0,575, & \varepsilon_{V^2, x} &= -0,392; \\ \varepsilon_{V_{GG}^2, m} &= 0,125, & \varepsilon_{V_{GG}^2, s} &= 0,576, & \varepsilon_{V_{GG}^2, x} &= 0,488. \end{aligned}$$

Vergleicht man die obere Zeile mit der unteren, dann erhält man einen Einblick in die Größenordnung der durch staatliche Budgetbeschränkungen, Disincentive-Reaktionen und Faktorpreisverschiebungen bewirkten indirekten Demographie-Effekte. Danach verdoppelt sich der von einem höheren durchschnittlichen Erwerbssalter ausgehende Verzerrungseinfluß, der Effekt der Altersvarianz bleibt praktisch konstant, während die Disparitätswirkung eines höheren



Rentnerquotienten die Richtung wechselt und absolut etwa 25% zulegt. Diese Modifikationen sind erheblich *größer* als die ohnehin schon beträchtlichen Ausschläge in (37). Maßgeblich verantwortlich für diese Steigerungen sind die im Budgetgleichgewicht neu hinzutretenden Substitutionseffekte sowie deren demographische Kopplung an die finanzwirtschaftlichen Aktionsgrößen  $c_{GG}$  und  $t_{GG}$  (siehe Abschnitt IV.2.B). Hier wird das *Ausmaß* und damit die Bedeutung der *indirekten* Demographie-Effekte für eine verteilungspolitische Bewertung der Bevölkerungsüberalterung sichtbar.

Aufschlußreich ist ferner eine direkte Gegenüberstellung der Elastizitäten in (37) und (70). Der prozentuale  $V^2$ -Einfluß des Durchschnittsarbeitsalters,  $\varepsilon_{V^2, m}$ , vermindert sich um 44% (von 0,110 auf bloße 0,062), der der Altersstreuung geht um 9% zurück und der der Erwerbsquote steigt (absolut) um 17%. Im Haushaltsgleichgewicht beträgt die Abnahme des  $m$ -Effekts 21%, die des  $s$ -Effekts abermals 9%;  $\varepsilon_{c_{GG}, x}$  hingegen wächst, und zwar um etwa 25%. Diese Ergebnisse unterstreichen einen wichtigen Punkt: Auch wenn sich die *Effektrichtungen* der Indikatoren  $m$ ,  $s$  und  $x$  im Lichte individueller Anpassungsreaktionen und demographischer Faktorpreiseinflüsse nicht ändern [die Vorzeichenresultate in (26)-(28) und (33)-(35) stimmen mit denen in (48)-(50) und (64)-(66) ja jeweils überein], so ergeben sich doch bedeutsame *quantitative* Modifikationen.

Festzuhalten ist auch, daß die aus den Ergebnissen des Abschnitts IV.1.C abgeleitete Empfehlung, bei einer Interpretation von Querschnittsdaten zur personellen Einkommensverteilung ein besonderes Augenmerk auf den Rentnerquotienten  $J_p/J_y$  (bzw. die Erwerbsquote  $x$ ) zu richten, durch die Resultate in (70) *bekräftigt* wird. Interessant sind in diesem Zusammenhang die hiesigen Werte der  $t_{GG}$ - und  $c_{GG}$ -Elastizitäten. Während der  $m$ -Einfluß auf den Gleichgewichtssteuersatz praktisch unverändert bleibt [vgl. (38)], nimmt der  $x$ -Einfluß auf  $t_{GG}$  (absolut) um 13% zu und der auf  $c_{GG}$  (absolut) um 8% ab:<sup>45</sup>

$$(71) \quad \begin{aligned} \varepsilon_{t_{GG}, m} &= -0,443, & \varepsilon_{t_{GG}, s} &= 0, & \varepsilon_{t_{GG}, x} &= -1,030; \\ \varepsilon_{c_{GG}, m} &= 0, & \varepsilon_{c_{GG}, s} &= 0, & \varepsilon_{c_{GG}, x} &= -3,065. \end{aligned}$$

Schließlich sei noch ein kurzer Blick auf das Zusammenspiel zwischen Demographie und Ökonomie geworfen: Wie reagieren die demographischen Ungleichheitssensitivitäten auf Änderungen der in das Modell eingebundenen ökonomischen Variablen? Siehe dazu Tabelle VI.<sup>46</sup>

<sup>45</sup> Der Vollständigkeit halber seien auch die in Abschnitt IV.2.B noch offengebliebenen  $t_{GG}$ -Effekte angegeben [vgl. (52a)]. Die betreffenden, auf der Grundlage der Standardparametersätze (36) und (69) an Hand von (52) errechneten Elastizitäten lauten:  $\varepsilon_{t_{GG}, p} = 0,393$  (= Gesamteffekt von  $p$ ) und  $\varepsilon_{t_{GG}, a} = 0,051$ ; in der Umgebung der Referenzspezifikation führen also ein höherer Rentenleistungssatz und eine erhöhte, disincentivebedingte Bruttoeinkommensminderung zu einem Anstieg des Gleichgewichtssteuersatzes.

<sup>46</sup> Neuerlich sei an (67) und (68) erinnert. Insbesondere beziehen sich also die  $a_j$ - und  $b_j$ -Momente aus der Tabelle VI auf die in (67) eingehenden, exogenen individuellen Grundvariablen  $a_j$  und  $b_j$ , und nicht auf die Funktionen  $a_j\langle t, m(p) \rangle$  und  $b_j\langle t, m(p) \rangle$ .

Tabelle VI

**Ungleichheitsinteraktionen demographischer und ökonomischer Variablen**  
(ceteris-paribus-Sensitivitäten)

Parameterwerte	$\varepsilon_{V^2, m}$	$\varepsilon_{V^2, s}$	$\varepsilon_{V^2, x}$	$\varepsilon_{V^2_{GG}, m}$	$\varepsilon_{V^2_{GG}, s}$	$\varepsilon_{V^2_{GG}, x}$
$t = 0,1$	0,053	0,573	-0,462	0,125	0,576	0,488
$t = 0,2^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$t = 0,3$	0,077	0,569	-0,340	0,125	0,576	0,488
$T = 3$	0,057	0,593	-0,309	0,095	0,594	0,461
$T = 4^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$T = 5$	0,064	0,556	-0,474	0,158	0,557	0,516
$c = 0,1$	0,053	0,570	-0,472	0,125	0,576	0,488
$c = 0,2^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$c = 0,3$	0,076	0,572	-0,329	0,125	0,576	0,488
$p = 0,012$	0,059	0,572	-0,431	0,122	0,573	0,420
$p = 0,0125^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$p = 0,013$	0,065	0,577	-0,357	0,128	0,577	0,533
$\alpha = 0,2$	0,062	0,577	-0,385	0,121	0,577	0,482
$\alpha = 0,3^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$\alpha = 0,4$	0,062	0,574	-0,399	0,129	0,575	0,495
$\beta = 2$	0,063	0,586	-0,394	0,123	0,587	0,448
$\beta = 3^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$\beta = 4$	0,061	0,565	-0,389	0,127	0,566	0,526
$\kappa = 0,0015$	0,073	0,581	-0,381	0,137	0,582	0,499
$\kappa = 0,002^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$\kappa = 0,0025$	0,051	0,569	-0,402	0,113	0,570	0,477
$\mu_a = 18$	0,038	0,593	-0,343	0,112	0,594	0,563
$\mu_a = 20^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$\mu_a = 22$	0,082	0,557	-0,441	0,136	0,558	0,417
$\mu_b = 0,7$	0,140	0,534	-0,382	0,204	0,535	0,522
$\mu_b = 0,8^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$\mu_b = 0,9$	0,001	0,617	-0,399	0,050	0,618	0,460
$\mu_L = 38$	0,059	0,560	-0,481	0,119	0,560	0,328
$\mu_L = 40^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$\mu_L = 42$	0,065	0,590	-0,305	0,131	0,591	0,633
$\sigma_a^2 = 40$	0,078	0,588	-0,411	0,141	0,589	0,469
$\sigma_a^2 = 50^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$\sigma_a^2 = 60$	0,046	0,563	-0,373	0,109	0,564	0,506
$\sigma_b^2 = 0,4$	0,005	0,580	-0,484	0,063	0,581	0,398
$\sigma_b^2 = 0,5^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$\sigma_b^2 = 0,6$	0,113	0,571	-0,316	0,176	0,572	0,562
$\text{cov}(a, b) = -1,5$	0,054	0,599	-0,428	0,117	0,600	0,453
$\text{cov}(a, b) = -1^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$\text{cov}(a, b) = -0,5$	0,069	0,553	-0,359	0,132	0,554	0,520
$\sigma_L^2 = 300$	0,060	0,604	-0,282	0,131	0,605	0,717
$\sigma_L^2 = 400^*$	0,062	0,575	-0,392	0,125	0,576	0,488
$\sigma_L^2 = 500$	0,064	0,549	-0,492	0,119	0,550	0,280

Zunächst ist anzumerken, daß die grundsätzlichen Schlußfolgerungen aus (70) bestätigt werden; sie erweisen sich somit als robust gegenüber Parametervariationen in der Umgebung der Referenzspezifikation. Das gilt auch für den Niveauevergleich mit (37) bzw. mit Tabelle III.

Die in Tabelle VI ermittelten ökonomischen Einflüsse auf die Interaktion zwischen Altersstruktur und Einkommensdisparität stimmen qualitativ, bis auf den  $\sigma_L^2$ -Effekt auf  $\varepsilon_{V^2, m}$ , mit den Ergebnissen in (39) überein. Die dortigen Ausführungen behalten damit in der erweiterten Modellfassung ihre Gültigkeit. Die festgestellte Uneinheitlichkeit überträgt sich ebenfalls auf die neuen Größen  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\kappa$ ; man sehe:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{V^2, m} &= \varepsilon_{V^2, m} \langle t, T, c, p; \alpha, \beta, \kappa; \mu_a, \mu_b, \mu_L; \sigma_a^2, \sigma_b^2, \text{cov}(a, b), \sigma_L^2 \rangle, \\
 \varepsilon_{V^2, s} &= \varepsilon_{V^2, s} \langle t, T, c, p; \alpha, \beta, \kappa; \mu_a, \mu_b, \mu_L; \sigma_a^2, \sigma_b^2, \text{cov}(a, b), \sigma_L^2 \rangle, \\
 |\varepsilon_{V^2, x}| &= |\varepsilon_{V^2, x}| \langle t, T, c, p; \alpha, \beta, \kappa; \mu_a, \mu_b, \mu_L; \sigma_a^2, \sigma_b^2, \text{cov}(a, b), \sigma_L^2 \rangle; \\
 \varepsilon_{V_{GG}^2, m} &= \varepsilon_{V_{GG}^2, m} \langle T, p; \alpha, \beta, \kappa; \mu_a, \mu_b, \mu_L; \sigma_a^2, \sigma_b^2, \text{cov}(a, b), \sigma_L^2 \rangle, \\
 \varepsilon_{V_{GG}^2, s} &= \varepsilon_{V_{GG}^2, s} \langle T, p; \alpha, \beta, \kappa; \mu_a, \mu_b, \mu_L; \sigma_a^2, \sigma_b^2, \text{cov}(a, b), \sigma_L^2 \rangle, \\
 \varepsilon_{V_{GG}^2, x} &= \varepsilon_{V_{GG}^2, x} \langle T, p; \alpha, \beta, \kappa; \mu_a, \mu_b, \mu_L; \sigma_a^2, \sigma_b^2, \text{cov}(a, b), \sigma_L^2 \rangle.
 \end{aligned}
 \tag{72}$$

Um nur ein Beispiel zu geben: Je *größer* die steuerinduzierten Substitutionseffekte ( $\alpha \uparrow$ ), desto *geringer* die *s*-Sensitivitäten, desto *ausgeprägter* jedoch die von einem höheren Durchschnittsarbeitsalter und einem gestiegenen Rentnerquotienten ausgehenden Verteilungswirkungen.

Schlußendlich auch hier der Hinweis: Die in den Tabellen IV–VI ausgewiesenen quantitativen Resultate sind als *Trendaussagen*, nicht aber als empirische Wahrheiten aufzufassen.

## Literaturverzeichnis

- Abraham, K. G. und J. L. Medoff (1983): Length of Service and the Operation of Internal Labor Markets, NBER Working Paper No. 1085.
- Andel, N. (1983): Finanzwissenschaft; Tübingen: J. C. B. Mohr (Paul Siebeck).
- Atkinson, A. B. und J. E. Stiglitz (1980): Lectures on Public Economics; London: McGraw-Hill.
- Baudelot, C. (1983): The Individual Evolution of Earnings in France: 1970–1975; in: Atkinson, A. B. und F. A. Cowell, eds.: Panel Data on Incomes; London; Ch. 3.

- Becker, G. S.* (1975): *Human Capital*, second edition; Chicago: University of Chicago Press.
- Ben-Porath, Y.* (1967): The Production of Human Capital and the Life Cycle of Earnings; *Journal of Political Economy*, 75, 352-365.
- Berger, M. C.* (1985): The Effect of Cohort Size on Earnings Growth: A Reexamination of the Evidence; *Journal of Political Economy*, 93, 561-573.
- Blinder, A. S.* (1980): The Level and Distribution of Economic Well-Being; in: M. Feldstein, ed.: *The American Economy in Transition*; Chicago: University of Chicago Press; Ch. 6.
- BMA (1982): *Die Einkommens- und Vermögensverteilung in der Bundesrepublik Deutschland*; Bonn.
- (1987): *Arbeits- und Sozialstatistik: Hauptergebnisse 1987*; Bonn.
- BMI/Bundesregierung (1984): *Bericht über die Bevölkerungsentwicklung in der Bundesrepublik Deutschland*, 2. Teil; Bundestagsdrucksache, 10/863.
- Bourguignon, F.* und *C. Morrisson* (1982): *Earnings Mobility Over the Life-Cycle*; Document No. 54, Ecole Normale Supérieure, CNRS, Paris.
- Burtless, G.* (1986): Social Security, Unanticipated Benefit Increases, and the Timing of Retirement; *Review of Economic Studies*, 53, 781-805.
- und *R. Havemann* (1987): Taxes, Transfers, and Labor Supply: The Evolving Views of U. S. Economists; in: *The Relevance of Public Finance for Policy-Making*; Proceedings of the 41st Congress of the International Institute of Public Finance, Madrid 1985; Detroit, MI: Wayne State University Press; 127-144.
- und *R. A. Moffitt* (1984): The Effect of Social Security Benefits on the Labor Supply of the Aged; in: *Aaron, H. J.* und *G. Burtless*, eds.: *Retirement and Economic Behavior*; Washington, D. C.: The Brookings Institution; 135-171.
- Chiang, A. C.* (1984): *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, third edition; London: McGraw-Hill.
- Conlisk, J.* (1975): *A Model of the Size Distribution of Income and Wealth*; unpublished manuscript.
- (1977): An Exploratory Model of the Size Distribution of Income; *Economic Inquiry*, 15, 345-366.
- Creedy, J.* (1982): Some Analytics of Income Tax/Transfer Systems; *Journal of Economic Studies*, 9, 30-39.
- (1985): *Dynamics of Income Distribution*; Oxford: Basil Blackwell.
- und *P. E. Hart* (1979): Age and the Distribution of Earnings; *Economic Journal*, 89, 280-293.
- Danziger, S., R. Haveman* und *R. Plotnick* (1981): How Income Transfer Programs Affect Work, Savings, and the Income Distribution: A Critical Review; *Journal of Economic Literature*, 19, 975-1028.
- — und *E. Smolensky* (1977): The Measurement and Trend of Inequality: Comment; *American Economic Review*, 67, 505-512.

- und R. *Plotnick* (1977): Demographic Change, Government Transfers, and Income Distribution; *Monthly Labor Review*, 100, 7-11.
- Driffill*, E. J. und H. S. *Rosen* (1983): Taxation and Excess Burden: A Life Cycle Perspective; *International Economic Review*, 24, 671-683.
- Freeman*, R. B. (1979): The Effect of Demographic Factors on Age-Earnings Profiles; *Journal of Human Resources*, 14, 289-318.
- Göseke*, G. und K.-D. *Bedau* (1974): Verteilung und Schichtung der Einkommen der privaten Haushalte in der Bundesrepublik Deutschland 1950-1975; DIW — Beiträge zur Strukturforchung, Heft 31; Berlin: Duncker und Humblot.
- (1983): Einkommenschichtung der privaten Haushalte in der Bundesrepublik Deutschland 1981; DIW — Wochenbericht, 30/83, 367-381.
- Gwartney*, J. und R. *Stroup* (1983): Labor Supply and Tax Rates: A Correction of the Record; *American Economic Review*, 73, 446-451.
- Harris*, M. und B. *Holmström* (1982): A Theory of Wage Dynamics; *Review of Economic Studies*, 49, 315-333.
- Hause*, J. C. (1980): The Fine Structure of Earnings and the On-The-Job Training Hypothesis; *Econometrica*, 48, 1013-1029.
- Hausman*, J. A. (1981): Labor Supply; in: Aaron, H. J. und J. A. Pechman, eds.: *How Taxes Affect Economic Behavior*; Washington, D.C.: The Brookings Institution; 27-72.
- (1985): Taxes and Labor Supply; in: Auerbach, A. J. und M. Feldstein, eds.: *Handbook of Public Economics*, Volume 1; Amsterdam: North-Holland, Ch. 4.
- und D. A. *Wise* (1985): Social Security, Health Status, and Retirement; in: *Wise, D. A., ed.: Pensions, Labor, and Individual Choice*; Chicago: University of Chicago Press; Ch. 6.
- Hildebrand*, F. B. (1976): *Advanced Calculus for Applications*, second edition; Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Keyfitz*, N. (1977): *Introduction to the Mathematics of Population*; Reading, MA: Addison-Wesley.
- Klevmarcken*, N. A. (1982): On the Stability of Age-Earnings Profiles; *Scandinavian Journal of Economics*, 84, 531-554.
- Koss*, B. (1984): Längerfristige Perspektiven der Bevölkerungsentwicklung in der Bundesrepublik Deutschland; DIW — Wochenbericht, 24/84, 277-286.
- Kühlewind*, G. (1983): Bekämpfung der Arbeitslosigkeit durch Verkürzung der Lebensarbeitszeit?; *Wirtschaftsdienst*, 63, 562-567.
- Lillard*, L. A. (1977): Inequality: Earnings vs. Human Wealth; *American Economic Review*, 67, 42-53.
- Mincer*, J. (1974): *Schooling, Experience, and Earnings*; NBER; New York: Columbia University Press.
- Mookherjee*, D. und A. F. *Shorrocks* (1982): A Decomposition Analysis of the Trend in UK Income Inequality; *Economic Journal*, 92, 886-902.

- Müller, H.-W. (1985): Zur demographischen Komponente als Indikator für die Finanzentwicklung der Rentenversicherung; Deutsche Rentenversicherung, 12/85, 725-744.
- Musgrave, R. A., K. E. Case und H. B. Leonard (1974): The Distribution of Fiscal Burdens and Benefits; Public Finance Quarterly, 2, 259-311.
- Paglin, M. (1975): The Measurement and Trend of Inequality: A Basic Revision; American Economic Review, 65, 598-609.
- Riley, J. G. (1976): Information, Screening and Human Capital; American Economic Review, Papers and Proceedings, 66, 254-260.
- (1979): Testing the Educational Screening Hypothesis; Journal of Political Economy, 87, S227-S252.
- Scheil, X. B. (1983): Besteuerung von Alterseinkünften: Verteilungswirkungen der steuerlichen Behandlung im internationalen Vergleich; München: Florentz.
- Schmähl, W. (1983): Bekämpfung der Arbeitslosigkeit durch Verkürzung der Lebensarbeitszeit?; Wirtschaftsdienst, 63, 337-341.
- (1986a): Lohnentwicklung im Lebensablauf; Allgemeines Statistisches Archiv, 70, 180-203.
- (1986b): Bevölkerungsentwicklung und soziale Sicherung; in: Felderer, B., ed.: Beiträge zur Bevölkerungsökonomie; Schriften des Vereins für Socialpolitik, N.F. Band 153; Berlin: Duncker und Humblot; 169-238.
- und D. Göbel (1983): Lebenseinkommensverläufe aus Längsschnittdaten der Rentenversicherungsträger; in: Schmähl, W., ed.: Ansätze der Lebenseinkommensanalyse; Tübingen: J. C. B. Mohr (Paul Siebeck); 126-172.
- Shorrocks, A. F. (1980): The Class of Additively Decomposable Inequality Measures; Econometrica, 48, 613-625.
- Smolensky, E., W. Hoyt und S. Danziger (1987): A Critical Survey of Efforts to Measure Budget Incidence; in: The Relevance of Public Finance for Policy-Making; Proceedings of the 41st Congress of the International Institute of Public Finance, Madrid 1985; Detroit, MI: Wayne State University Press; 165-178.
- Stapleton, D. C. und D. J. Young (1984): The Effects of Demographic Change on the Distribution of Wages, 1967-1990; Journal of Human Resources, 19, 175-201.
- Statistisches Bundesamt (1985): Lange Reihen 1950 bis 1984; Volkswirtschaftliche Gesamtrechnungen, Fachserie 18, Reihe S. 7; Stuttgart: Kohlhammer.
- (1986a): Lange Reihen zur Wirtschaftsentwicklung 1986; Stuttgart: Kohlhammer.
- (1986b): Sozialversicherungspflichtig beschäftigte Arbeitnehmer; Bevölkerung und Erwerbstätigkeit, Fachserie 1, Reihe 4. 2; Stuttgart: Kohlhammer.
- (1987a): Statistisches Jahrbuch 1987; Stuttgart: Kohlhammer.
- (1987b): Konten und Standardtabellen 1986; Volkswirtschaftliche Gesamtrechnungen, Fachserie 18, Reihe 1; Stuttgart: Kohlhammer.
- Taylor, C. L. und D. A. Jodice, eds. (1983): World Handbook of Political and Social Indicators, third edition, Volume 1; New Haven: Yale University Press.
- Thurow, L. C. (1975): Generating Inequality; New York: Basic Books.

VDR (1987): Rentenversicherung in Zahlen 1987; Frankfurt.

*Waldman, M.* (1984): Worker Allocation, Hierarchies and the Wage Distribution; *Review of Economic Studies*, 51, 95-109.

*Weizsäcker, R. K. von* (1986): Theorie der Verteilung der Arbeitseinkommen; Tübingen: J. C. B. Mohr (Paul Siebeck).

— (1988): Age Structure and Income Distribution Policy; *Journal of Population Economics*, 1, 33-55.

— (1989): Demographischer Wandel und staatliche Einkommenssicherung: Eine Inzidenzanalyse; *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 206, 181-207.



# Der Einfluß der Bevölkerungsentwicklung auf die personelle Verteilung von Einkommen und Vermögen

Von *Karlheinz Pohmer*, Saarbrücken

## I. Altersverteilung und Einkommensverteilung

Auf dem Gebiet der Theorie der personellen Verteilung gewinnen Ansätze an Aufmerksamkeit, welche bei der Erklärung der ungleichen Verteilung von Einkommen und Vermögen, wie sie sich im Querschnitt präsentiert, an zwei empirischen Tatbeständen ansetzen<sup>1</sup>:

- Einkommen und Vermögen schwanken mit dem Alter der Wirtschaftssubjekte beträchtlich. Sie steigen in der ersten Lebenshälfte an, erreichen ein Maximum und fallen meist jenseits der Lebensmitte wieder ab.
- Die einzelnen Altersgruppen in einer Volkswirtschaft sind unterschiedlich besetzt, in aller Regel jüngere stärker als ältere.

Nur für den Fall horizontaler Einkommens- und Vermögensprofile — das heißt, konstanter Einkommen und Vermögen während des Lebens der Wirtschaftssubjekte — wäre die personelle Verteilung im Querschnitt unabhängig vom Altersaufbau der Bevölkerung. Sobald aber nichthorizontale Profile zugelassen werden — und empirische Untersuchungen zeigen, daß sie die Regel sind<sup>2</sup> —, wird die beobachtbare Verteilung im Querschnitt sowohl von der Altersstruktur als auch vom Verlauf der Profile determiniert.

Ein einfaches Beispiel kann dies erläutern. Angenommen, die Wirtschaftssubjekte unterschieden sich lediglich in ihrem Alter  $t$  und seien in allen anderen relevanten Charakteristika gleich. Sie durchliefen dann während ihres Lebens identische Einkommensprofile, beschrieben durch die Funktion

$$(1) \quad y = y(t).$$

---

<sup>1</sup> Siehe dazu *Blinder* (1974), *Holzmann* (1984), *Pohmer* (1985), von *Weizsäcker* (1986).

<sup>2</sup> Siehe dazu beispielsweise *Schmähl* (1981), Seite 271, *Clement*, *Tessaring* und *Weißhuhn* (1980), Seite 200, *Ruggles* und *Ruggles* (1977), Seite 125 ff. sowie Statistisches Bundesamt (1981), Seite 20.

Die Altersverteilung der Bevölkerung werde durch die Häufigkeitsfunktion

$$(2) \quad h = h(t)$$

wiedergegeben; wird unterstellt, das Einkommen sei eine streng monoton steigende Funktion des Alters, so läßt sich zu (1) die Umkehrfunktion

$$(3) \quad t = y^{-1}(y)$$

bilden. In (2) eingesetzt, erhält man sofort die Häufigkeitsverteilung der Einkommen in dieser Volkswirtschaft

$$(4) \quad h = h[y^{-1}(y)] = f(y).$$

Altersverteilung und Alterseinkommensprofil determinieren auf diese Weise die Einkommensverteilung im Querschnitt<sup>3</sup>. Dies wird noch deutlicher, wenn man ein lineares Einkommensprofil unterstellt:

$$(5) \quad y = a + bt.$$

Die Streuung der Periodeneinkommen

$$(6) \quad \sigma_y^2 = E(y - \bar{y})$$

errechnet sich in diesem einfachen Beispiel als<sup>4</sup>

$$(7) \quad \sigma_y^2 = E[(a + bt) - (a + b\bar{t})]^2 = E[b(t - \bar{t})]^2 = b^2 E[t - \bar{t}]^2 = b^2 \sigma_t^2.$$

Die Periodeneinkommen streuen um so stärker,

- je steiler der Anstieg des Alterseinkommensprofils,  $b$ , und
  - je größer die Streuung der Alter der Wirtschaftssubjekte,  $\sigma_t^2$ ,
- ist<sup>5</sup>.

Die Konsequenzen dieses Zusammenhangs sind klar. Die Verteilung von Einkommen und Vermögen im Querschnitt ist *ceteris paribus* eine Funktion des

<sup>3</sup> Eine gelungene grafische Illustration findet sich dazu in *Ramser* (1987), Seite 52 sowie in *Beach, Card und Flatters* (1981), Seite 84ff. Siehe dazu auch *Schmähl* (1981), Seite 225ff.

<sup>4</sup> Die Ableitung folgt im wesentlichen von *Weizsäcker* (1987 b), Seite 5f.

<sup>5</sup> Offensichtlich muß selbst für den Fall, daß alle Wirtschaftssubjekte bis auf ihr Alter gleich wären und identische Einkommenprofile durchliefen, mit einer beträchtlichen Ungleichverteilung der Einkommen gerechnet werden: Entsprechende Studien sagen aus, daß auch dann die Hälfte bis zwei Drittel der Einkommenskonzentration nicht verschwinden würden. Zur Messung dieses Altersverteilungs-Effekts siehe *Blinder* (1985), Seite 137 ff., *Pohmer* (1985), Seite 158 ff.

Altersaufbaus der Bevölkerung: Mit demographischen Änderungen gehen unweigerlich Änderungen der Einkommens- und Vermögensverteilung im Querschnitt einher.

Dieser Zusammenhang zwischen Altersverteilung und Verteilung von Einkommen und Vermögen ist lange Zeit völlig unbeachtet geblieben. Erst in der jüngeren Vergangenheit haben ihn einige Arbeiten thematisiert.

Blümle (1972) nimmt in seinem Modell, das die Verteilung von Vermögen und Vermögenseinkommen erklärt, an, in jeder Periode trete ein neuer Geburtsjahrgang zur Bevölkerung hinzu, dessen Angehörige mit einem einheitlichen Anfangsvermögen ausgestattet werden. Das Vermögen trägt Zinsen, von denen ein konstanter Teil gespart wird. Vermögen und Vermögenseinkommen wachsen dann mit dem Alter des Wirtschaftssubjekts geometrisch. Gleichzeitig nimmt Blümle an, in jeder Periode scheidet ein konstanter Anteil der Wirtschaftssubjekte durch Tod aus: Die Besetzung der einzelnen Altersgruppen fällt daher mit dem Alter geometrisch. Das zwangsläufige Ergebnis dieses Modells ist eine Paretoverteilung von Vermögen und Vermögenseinkommen. Wächst die Zahl der Wirtschaftssubjekte, die neu in die Bevölkerung eintreten, mit einer bestimmten Rate, so wird die Ungleichverteilung determiniert durch (i) die Sparquote und den Zinssatz — beides zusammen bestimmt das Altersvermögensprofil — wie auch durch (ii) die Sterberate und die Wachstumsrate der Bevölkerung — beides zusammen bestimmt den Altersaufbau der Bevölkerung. Blümles Modell zeigt, daß die Verteilung von Vermögen und Vermögenseinkommen um so gleichmäßiger ausfällt, je höher Sterberate und Wachstumsrate sind.

Weizsäcker (1986, 1987 b) hat untersucht, wie die Verteilung von Arbeitseinkommen von der Bevölkerungsentwicklung abhängt. Er leitet für einkommensmaximierende Wirtschaftssubjekte aus einem life-cycle-Modell monoton ansteigende, konkave Einkommensprofile her. Weizsäcker läßt zu, daß sich die Wirtschaftssubjekte in ihrer Grundausstattung mit Humanvermögen und ihren Fähigkeiten, Humanvermögen zu erwerben, unterscheiden, und unterlegt diese Modellbevölkerung mit einer Altersstruktur. Er kommt zu dem Ergebnis, daß die Ungleichverteilung mit rückläufiger Geburtenzuwachsrate und/oder sinkender Sterberate zunimmt. Wie Blümles Modell für Vermögenseinkommen sagt Weizäckers Modell für Arbeitseinkommen voraus, daß *ceteris paribus* in Bevölkerungen mit höherem Anteil älterer Wirtschaftssubjekte im Querschnitt eine höhere Ungleichverteilung zu beobachten ist<sup>6</sup>.

Um den Einfluß der Altersverteilung auf die Einkommens- und Vermögensverteilung zu isolieren, muß untersucht werden, welche Verteilung sich *ceteris paribus* bei einem anderen Altersaufbau der Bevölkerung ergäbe. Dazu ist wichtig zu wissen, wie Einkommen und Vermögen mit dem Alter der Wirtschaftssubjekte variieren; es muß also bekannt sein, welches Einkommen oder

<sup>6</sup> Siehe von Weizsäcker (1986), Seite 171.

Vermögen heute ein 20-, 30-, 40- oder 50jähriges Wirtschaftssubjekt besitzt. Dann kann zu jeder beliebigen Altersverteilung die personelle Verteilung berechnet werden.

Die notwendigen Informationen über Einkommen und Vermögen sind aus Querschnittsuntersuchungen zu gewinnen. In aller Regel erhält man konkave Profile, geprägt von einem steilen Anstieg bei den jungen und einem deutlichen Rückgang bei den älteren Wirtschaftssubjekten. Offensichtlich wird dies, wenn man an die Gruppe der Rentner mit ihren gegenüber der Erwerbsphase deutlich niedrigeren Alterseinkünften denkt. Dieser empirische Befund gilt für Vermögen gleichermaßen<sup>7</sup>.

Das Modell von Blümle generiert ein geometrisch ansteigendes Vermögensprofil, das von Weizsäcker ein konkaves, ebenfalls monoton steigendes Einkommensprofil. Beide Modelle bilden damit eher Längsschnitts- denn Querschnittsprofile nach. Es bleibt die Frage, ob dies nicht Auswirkungen auf die Resultate haben muß, wenn man vermuten kann, daß der Zusammenhang zwischen Bevölkerungsentwicklung und Einkommensverteilung in sensibler Weise von der Form der unterstellten Profile abhängt.

In der Tat deutet eine Untersuchung, die Cowell (1973) mit solchen konkaven Arbeitseinkommensprofilen für die Niederlande und Norwegen durchgeführt hat, darauf hin, daß sich die Aussage über den Zusammenhang zwischen Bevölkerungswachstum und Einkommensverteilung umkehren kann. Cowell kommt in seiner numerischen Simulation zu dem Ergebnis: "When there is a secular increase in the birthrate, other things being held constant — i.e. no change in the income distribution by age groups — we would expect to see an increase in income inequality . . ."<sup>8</sup>

Weiter ist anzumerken, daß die Arbeiten von Blümle, Weizsäcker und Cowell die Frage beantworten, mit welcher Verteilung zu rechnen ist, wenn sich die Wachstumsrate der Bevölkerung ändert und der gesamte Altersaufbau, jeder einzelne Altersjahrgang also, von ihr geprägt wird. Dies ist eine wichtige Frage, wengleich Zweifel erlaubt sind, ob der neue steady-state überhaupt erreicht wird, bevor sich das generative Verhalten der Bevölkerung erneut ändert; schließlich müßte der neue Wachstumspfad ungestört viele, viele Jahre lang beschritten werden, bis sich wieder eine stabile Bevölkerung einstellt. Wahrscheinlicher ist, daß der Altersaufbau einer Bevölkerung Jahresringe aufweist, die durch sehr unterschiedliches generatives Verhalten geprägt wurden.

Offen bleibt die Frage, wie sich die Verteilung während des demographischen Übergangs ändert — auf dem Weg von einer stabilen Bevölkerung zur anderen. Auf diesen bisher ausgeblendeten Anpassungsprozeß wird im folgenden der Blick gerichtet. Dies ist vor dem Hintergrund der demographischen Entwicklung in der Bundesrepublik Deutschland, die vor knapp zwei Jahrzehnten mit

<sup>7</sup> Siehe *Pohmer* (1985), Seite 101, 149.

<sup>8</sup> Siehe *Cowell* (1973), Seite 16.

dem „Pillenknick“ begonnen hat und nun auch verteilungsstatistisch relevant werden wird, von Interesse. Es ist der Versuch, auch quantitativ abzuschätzen, welche Wirkungen *ceteris paribus* von diesem Geburtenrückgang auf die Verteilung von Periodeneinkommen und Vermögen erwartet werden müssen.

Die Untersuchung benützt ein mikroökonomisches Modell, das erlaubt, realistische Einkommens- und Vermögensverläufe aus dem intertemporalen Kalkül nutzenmaximierender Wirtschaftssubjekte abzuleiten (Abschnitt I). Dieses Modell muß numerisch gelöst werden, um die Einkommens- und Vermögensprofile, die es generiert, präsentieren zu können (Abschnitt II). Für eine stationäre Modellbevölkerung mit dem gegenwärtigen Altersaufbau der Bundesrepublik Deutschland läßt sich dann die personelle Einkommens- und Vermögensverteilung simulieren (Abschnitt III). Anschließend wird angenommen, die Zahl der Geburten erhöhe sich dauerhaft. Während der Phase des demographischen Umbruchs wird, Periode für Periode, die Einkommens- und Vermögensverteilung berechnet, um zu sehen, wie eine zunehmende Bevölkerungszahl die personelle Verteilung beeinflußt (Abschnitt IV). Ausgehend von der neuen stationären Bevölkerung, die sich am Ende des demographischen Übergangsprozesses einstellt, wird angenommen, die Geburtenzahlen fielen wieder auf den ursprünglichen Stand zurück. Dann zeigen die Simulationen, wie die personelle Verteilung von Einkommen und Vermögen auf eine abnehmende Bevölkerungszahl reagiert (Abschnitt V). Den Schluß bildet eine kritische Diskussion der gewonnenen Ergebnisse (Abschnitt VI).

## **II. Einkommen und Vermögen als Resultat intertemporaler Wahlhandlungen**

Einkommen kann nur beziehen, wer Vermögen besitzt und bereit ist, es auf dem Faktormarkt zu den herrschenden Faktorpreisen anzubieten. Wie hoch das Vermögen eines Wirtschaftssubjekts ist, hängt von der Erstausrüstung und seinen Akkumulationsanstrengungen in der Vergangenheit ab. So ist für den Bestand an Humanvermögen entscheidend, wieviel seiner verfügbaren Zeit das Wirtschaftssubjekt während des bisherigen Lebens für Ausbildung — und nicht für Freizeit oder Erwerbstätigkeit — genutzt hat, denn sich auszubilden heißt, Humanvermögen zu akkumulieren. In ähnlicher Weise hängt die Höhe des Geldvermögens davon ab, wie das Wirtschaftssubjekt in der Vergangenheit sein Einkommen auf Konsum und Ersparnis verteilt hat. Ein rationales Wirtschaftssubjekt wird diese intertemporalen Entscheidungen über die Verwendung von Zeit und Einkommen nutzenmaximierend treffen.

### **1. Modell des intertemporalen Faktorangebots**

Das folgende mikroökonomische Modell erlaubt, die intertemporale Faktorakkumulation und das intertemporale Faktorangebot — und damit Vermögens-

und Einkommensprofile — als Resultat rationalen Verhaltens abzuleiten. Dazu wird ein Wirtschaftssubjekt betrachtet, das von  $t = 0$  bis  $t = T$  existiert<sup>9</sup>. Es sieht sich einem vollkommenen Arbeits-, Kapital- und Gütermarkt gegenüber, besitzt perfekte Voraussicht und handelt nutzenmaximierend. Nutzen stiften ihm Konsumgüter,  $c(t)$ , Freizeit,  $f(t)$ , Humanvermögen,  $H(t)$ , und Geldvermögen, das den Erben hinterlassen wird,  $K(T)$ . Die dazugehörigen Nutzenfunktionen,  $U[c(t), f(t), H(t)]$  und  $Z[K(T)]$ , verlaufen streng konkav. Künftige Nutzenströme werden mit der Zeitpräferenzrate  $\rho$  diskontiert. Es sei angenommen, dieses rationale Wirtschaftssubjekt maximiere den Barwert seines Lebensnutzens,  $N$ :

$$(8) \quad N = \int_0^T U[c(t), f(t), H(t)] e^{-\rho t} dt + Z[K(T)].$$

Dazu muß es für jede Periode seines Lebens die folgenden Entscheidungen nutzenoptimal treffen:

- (i) Wie soll die verfügbare Zeit auf Freizeit,  $f(t)$ , und Arbeitszeit,  $l(t)$ , aufgeteilt werden?
- (ii) welchen Teil  $s(t)$  seiner Arbeitszeit soll es zur Aus- und Weiterbildung nutzen? Damit wird bestimmt, wieviel seines potentiellen Einkommens das Wirtschaftssubjekt heute zugunsten eines höheren Humanvermögens, also zugunsten eines künftig höheren Einkommens opfert.
- (iii) Wie soll das realisierte Einkommen auf Konsum,  $c(t)$ , und Ersparnis,  $\dot{K}(t)$ , verwendet werden? Dies bestimmt die Akkumulation des Geldvermögens.

Das Wirtschaftssubjekt muß bei diesen intertemporalen Allokationsentscheidungen eine Reihe von Nebenbedingungen beachten:

Das Zeitbudget in jeder Periode ist begrenzt, hier auf 1 normiert.

$$(9) \quad l(t) + f(t) = 1 \quad 0 \leq l(t) < 1$$

Gleichzeitig wird unterstellt, daß das Wirtschaftssubjekt zwar ohne Arbeit, nicht aber ohne Freizeit existieren kann.

$s(t)$ , der Anteil der Arbeitszeit, der genutzt wird, Humanvermögen zu erwerben, kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen; bei  $s(t) = 1$  hat das Wirtschaftssubjekt einen Arbeitsplatz gewählt, auf dem alle Arbeitszeit dazu

---

<sup>9</sup> Das im folgenden beschriebene Modell ist ausführlich vorgestellt und begründet in Pohmer (1985); Seite 61 ff. Es lehnt sich an Blinder und Weiss (1974), (1976) und Heckman (1976a), (1976b) an. Für weitere Modelle des intertemporalen Faktorangebots siehe Ryder, Stafford und Stephan (1976), Ghez und Becker (1975), Franz und König (1984). Zur Erklärung der personellen Verteilung von Arbeitseinkommen benutzt von Weizsäcker (1986) einen ähnlichen Ansatz; er unterstellt jedoch kein nutzenmaximierendes, sondern ein einkommensmaximierendes Wirtschaftssubjekt.

dient, Humanvermögen zu produzieren — es besucht eine Schule. Umgekehrt beschreibt  $s(t) = 0$  einen Arbeitsplatz ohne jede Weiterbildungsmöglichkeit. Bei  $0 < s(t) < 1$  hat sich das Wirtschaftssubjekt für einen Arbeitsplatz mit on-the-job-training entschieden. Ein vollkommener Arbeitsmarkt stellt sicher, daß es ein Kontinuum solcher on-the-job-trainings-Plätze gibt:  $s(t)$  kann also stetig variieren:

$$(10) \quad 0 \leq s(t) \leq 1$$

Die Entscheidung für eine bestimmte Ausbildungsaktivität  $s(t)$  impliziert die Selektion eines ganz bestimmten Arbeitsplatzes.

Zu Beginn seiner Existenz verfügt das Wirtschaftssubjekt über eine Erstausrüstung an Humanvermögen in Höhe von  $H_0$ .

$$(11) \quad H(0) = H_0$$

Ausbildung erhöht diesen Anfangsbestand gemäß Produktionsfunktion  $F[H(t), l(t), s(t)]$ , die als konkav unterstellt wird. Berücksichtigt man eine Abschreibungsrate  $\delta$ , so verändert sich das Humanvermögen während des Lebens des Wirtschaftssubjekts wie folgt:

$$(12) \quad \dot{H}(t) = F[H(t), l(t), s(t)] - \delta H(t).$$

Wird Humanvermögen auf dem Arbeitsmarkt mit der Rate  $r$  verzinst, so beträgt das potentielle Arbeitseinkommen des Wirtschaftssubjekts  $rH(t)l(t)$ . Entscheidet sich das Wirtschaftssubjekt für Ausbildung, dann verzichtet es ganz oder teilweise auf heutiges Einkommen zugunsten eines höheren künftigen Einkommens. Die Transformationskurve für Ausbildung und Einkommen,  $g[s(t)]$ , gibt an, welcher Teil des potentiellen Einkommens bei einer Ausbildungsentscheidung von  $s(t)$  realisiert werden kann. Für diese Transformationskurve gilt:

$$(13) \quad g(0) = 1 \quad g(1) = 0 \quad g_s < 0$$

Wer einen Arbeitsplatz ohne jede Weiterbildungsmöglichkeit innehat [ $s(t) = 0$ ], realisiert sein potentielles Einkommen. Wer sich für on-the-job-training entscheidet, reduziert sein tatsächliches Einkommen um so mehr, je mehr Fortbildung er wählt. Wer eine Schule besucht [ $s(t) = 1$ ], verzichtet zur Gänze auf sein potentielles Einkommen.

Das tatsächlich realisierte Einkommen des Wirtschaftssubjekts berechnet sich mit Hilfe der Transformationsfunktion  $g[s(t)]$  damit als:

$$(14) \quad y(t) = rH(t) g[s(t)] l(t) = E(H, s, l).$$



Dabei läßt sich  $rH(t)g[s(t)]$  als realisierter Lohnsatz interpretieren, im Gegensatz zum potentiellen Lohnsatz  $rH(t)$ .

Bezeichnet  $i$  den Zinssatz, zu dem das Wirtschaftssubjekt auf dem Kapitalmarkt Geldvermögen jeder gewünschten Höhe leihen oder verleihen kann, so gilt für die Änderung des Geldvermögens:

$$(15) \quad \dot{K}(t) = iK(t) + y(t) - c(t).$$

Wie beim Humanvermögen wird unterstellt, das Wirtschaftssubjekt verfüge zu Beginn seines Lebens über eine Erstausrüstung; sie beträgt beim Geldvermögen  $K_0$ .

$$(16) \quad K(0) = K_0$$

Das rationale Wirtschaftssubjekt sucht jenes Lebensprogramm  $[c(t), l(t), s(t)]$ , das alle Restriktionen erfüllt und den Lebensnutzen maximiert.

## 2. Die Optimalbedingungen

Um dieses intertemporale Entscheidungsproblem zu lösen, wird die Hamilton-Funktion  $\mathcal{H}$  gebildet<sup>10</sup>:

$$(17) \quad \mathcal{H} = \{U(c, f, H) + \lambda [F(H, s, l) - \delta H] + \mu [iK + E(H, s, l) - c]\} e^{-\alpha t}.$$

$c(t)$ ,  $l(t)$  und  $s(t)$  stellen die Kontrollvariablen dar,  $H(t)$  und  $K(t)$  die Zustandsvariablen und  $\lambda(t)e^{-\alpha t}$  und  $\mu(t)e^{-\alpha t}$  die adjungierten Variablen, die den diskontierten Grenznutzen von Humanvermögen und Geldvermögen angeben.

Für ein Maximum von  $\mathcal{H}$  müssen als notwendige Bedingungen erfüllt sein:

$$\begin{array}{lll} (18a) & U_f = \lambda F_l + \mu E_l & 0 < f < 1 \\ (18b) & U_f \geq \lambda F_l + \mu E_l & f = 1 \\ (19a) & \lambda F_s \geq \mu E_s & s = 1 \\ (19b) & \lambda F_s = \mu E_s & 0 < s < 1 \\ (19c) & \lambda F_s \leq \mu E_s & s = 0 \\ (20) & U_c = \mu & \end{array}$$

Für Zustandsvariable und adjungierte Variable gilt:

$$(21) \quad \dot{H} = F(H, s, l) - \delta H$$

$$(22) \quad \dot{K} = iK + E(H, s, l) - c$$

<sup>10</sup> Für eine Einführung in die Kontrolltheorie siehe *Pontrjagin* u. a. (1964), *Dorfman* (1969) oder *Takayama* (1974).

$$(23) \quad -\dot{\lambda} + \rho\lambda = U_H + \lambda(F_H - \delta) + \mu E_H$$

$$(24) \quad -\dot{\mu} + \rho\mu = \mu i$$

Sie müssen folgende Anfangs- und Endbedingungen erfüllen:

$$(25) \quad H(0) = H_0$$

$$(26) \quad K(0) = K_0$$

$$(27) \quad \lambda(T) = 0$$

$$(28) \quad \mu(T)e^{-eT} = Z_{K(T)}$$

(18)-(20) enthalten Optimalbedingungen, die in jeder Periode erfüllt sein müssen und aus dem statischen Modell bekannt sind. Verfügbare Zeit ist so auf Arbeit und Freizeit aufzuteilen, daß der Grenznutzen der Freizeit gleich dem Grenznutzen der Arbeitszeit ist (18 a); das Wirtschaftssubjekt wird nur Freizeit wählen, wenn der Grenznutzen der Freizeit größer oder gleich dem Grenznutzen der Arbeitszeit ist (18 b). Die Aufteilung der Arbeitszeit auf Ausbildung und Erwerbstätigkeit hat so zu erfolgen, daß der Grenznutzen der Ausbildung gleich dem Grenznutzen der Erwerbstätigkeit ist (19 a); übersteigt der Grenznutzen der Ausbildung den der Erwerbstätigkeit, so wird auf Erwerbstätigkeit ganz verzichtet und eine Vollzeitausbildung gewählt (19 b); übersteigt hingegen der Grenznutzen der Erwerbstätigkeit den der Ausbildung, so wird auf Ausbildung verzichtet (19 c). Der optimale Konsum ist so festzulegen, daß der Grenznutzen des Konsums gleich dem Grenznutzen des Geldvermögens — dem Grenznutzen der Ersparnis — ist (20), am Lebensende zusätzlich gleich dem Grenznutzen des Vermögens für die Erben (28).

Die Grenznutzen von Humanvermögen (23) und Geldvermögen (24) müssen im Optimum in dem Ausmaß sinken, in dem Humanvermögen und Geldvermögen zur Maximierung des Lebensnutzens beitragen. Am Ende des Lebens des Wirtschaftssubjekts besitzt Humanvermögen keinen positiven Grenznutzen mehr, weil es nicht vererbbar ist (27) — im Gegensatz zu Geldvermögen, dessen Grenznutzen dann dem Grenznutzen des Vermögens für die Erben entspricht (28).

(21) und (22) schließlich beschreiben, wie sich aufgrund des optimalen Programms  $[c(t), l(t), s(t)]$  Humanvermögen und Geldvermögen während des Lebens des Wirtschaftssubjekts entwickeln.

### 3. Der optimale Lebensverlauf

Das Modell kann nicht mehr analytisch, sondern muß numerisch gelöst werden. Dazu sind Nutzenfunktionen, Transformationskurve und Parameter

des Modells möglichst realistisch zu spezifizieren<sup>11</sup>. Die Berechnungen ergeben folgenden nutzenoptimalen Lebensverlauf:

Das repräsentative Wirtschaftssubjekt beginnt sein Leben mit einer längeren Zeit der Schulausbildung [Phase I:  $s(t) = 1, l(t) > 0$ ]. Ausbildung ist im Vergleich zur Erwerbstätigkeit sehr lohnend, denn das income foregone ist klein und die pay-off-Zeit von Investitionen in Humanvermögen noch lang. Zeit, genutzt zum Erwerb von Humanvermögen und damit von künftig höherem Einkommen, stiftet größeren Grenznutzen als Zeit, genutzt zum Erwerb von gegenwärtigem Einkommen. Das Wirtschaftssubjekt wählt daher eine Vollzeitausbildung. In dieser Zeit finanziert es seinen Konsum durch Rückgriff auf das geerbte Geldvermögen; ist es aufgebraucht, verschuldet sich das Wirtschaftssubjekt auf dem Kapitalmarkt. Höheres Humanvermögen, das als Input in die Produktionsfunktion eingeht, bedeutet aber höhere marginale Opportunitätskosten der Freizeit. Das Wirtschaftssubjekt leistet sich folgerichtig weniger Freizeit und dehnt die Arbeitszeit aus.

Mit den Jahren der Ausbildung sinkt die Attraktivität von Investitionen in Humanvermögen, denn das entgangene Einkommen steigt und der Amortisationszeitraum verkürzt sich. Im Alter von 17,92 Jahren endet die Schulausbildung.

Das Wirtschaftssubjekt verläßt die Schule und wählt einen Arbeitsplatz mit on-the-job-training [Phase II:  $0 < s(t) < 1, l(t) > 0$ ]. Der Grenznutzen der Ausbildung sinkt in den Folgejahren weiter, während der Grenznutzen der Erwerbstätigkeit wegen des höheren Lohnsatzes steigt, den das Wirtschaftssubjekt jetzt mit seinem größeren Humanvermögen verdienen kann. Es lohnt immer weniger on-the-job-training. Die Fortbildungsbereitschaft des Wirtschaftssubjekts nimmt kontinuierlich ab. Schließlich reicht sie nicht mehr aus, die Abschreibungsrate zu decken, so daß das Humanvermögen des Wirtschaftssubjekts wieder sinkt. Im Alter von 54,46 Jahren stellt das Wirtschaftssubjekt alle Fortbildungsanstrengungen ein.

Der Grenznutzen der Arbeitszeit, die Summe aus den Grenznutzen der Ausbildung und der Erwerbstätigkeit, nimmt zu Beginn von Phase II mit dem Humanvermögen noch zu. Doch wenn mit fortschreitendem Alter der sinkende Grenznutzen der Ausbildung den Erwerb von Humanvermögen bremst, flacht sich auch der Anstieg des Grenznutzens der Erwerbstätigkeit ab. Der Grenznutzen der Arbeitszeit stagniert und sinkt mit dem Bestand an Humanvermögen schließlich auch. Ab diesem Zeitpunkt nehmen die marginalen Opportunitätskosten der Freizeit wieder ab und das Wirtschaftssubjekt beginnt, seine Arbeitszeit einzuschränken.

---

<sup>11</sup> Für Einzelheiten bei der Spezifikation von Funktionen und Parameter des Modells siehe *Pohmer* (1985), Seite 72 ff. Die Werte für die meisten Parameter konnten aus empirischen Untersuchungen gewonnen werden.

Nach dem on-the-job-training wechselt das Wirtschaftssubjekt auf einen Arbeitsplatz ohne Fortbildungsmöglichkeiten [Phase III:  $s(t) = 0, l(t) > 0$ ]. Das Humanvermögen verringert sich weiter, mit ihm der Lohnsatz und die marginalen Opportunitätskosten der Freizeit. Die restlichen Jahre der Berufstätigkeit sind geprägt von weiter sinkender Arbeitszeit. Das Wirtschaftssubjekt gibt den Arbeitsplatz schließlich im Alter von 64,68 Jahren auf und tritt in den Ruhestand [Phase IV:  $l(t) = 0$ ]. Im Alter von 75 Jahren endet das Leben des Wirtschaftssubjekts.

Der Konsum  $c(t)$  des Wirtschaftssubjekts steigt während des gesamten Lebens monoton an. Dies ist Reflex eines life-cycle-Modells, in dem der Zinssatz größer als die Zeitpräferenzrate angenommen wurde: Ausgehend von einem konstanten Konsumpfad kann der Lebensnutzen gesteigert werden, wenn heute auf Konsum verzichtet, gespart und erst morgen konsumiert wird.

### Freizeit, Arbeitszeit und Ausbildung

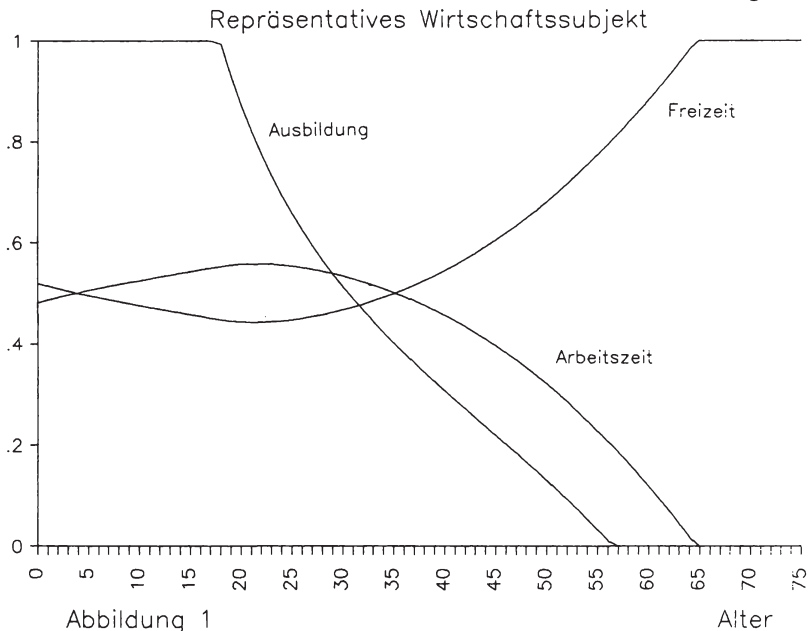


Abbildung 1 zeigt die optimale intertemporale Allokation der verfügbaren Zeit auf Freizeit, Arbeitszeit und Ausbildung. Sie bestimmt die Akkumulation von Humanvermögen während des ganzen Lebens des Wirtschaftssubjekts (Abbildung 2) und das Arbeitseinkommensprofil (Abbildung 3). Berücksichtigt man das Zinseinkommen, erhält man das Profil des Gesamteinkommens des Wirtschaftssubjekts. Abbildung 4 zeigt die optimale Allokation des Einkom-

mens auf Konsum und Ersparnis. Die Ersparnis schließlich bestimmt den intertemporalen Verlauf des Geldvermögens des Wirtschaftssubjekts (Abbildung 5). Das mikroökonomische Modell generiert für das hier betrachtete repräsentative Wirtschaftssubjekt einen vernünftigen Lebenslauf und realistische Einkommens- und Vermögensprofile. Es eignet sich daher zur Simulation der personellen Verteilung.

### III. Der Aufbau der Modellbevölkerung

Das Modell des intertemporalen Faktorangebots rationaler Wirtschaftssubjekte wird nun benutzt, um die Verteilung von Einkommen und Vermögen für eine stationäre Bevölkerung zu simulieren.

#### 1. Die Charakteristika der Wirtschaftssubjekte

Viele Studien führen die Ungleichverteilung von Einkommen und Vermögen hauptsächlich auf drei Ursachen zurück<sup>12</sup>: auf unterschiedliche Startchancen, Fähigkeiten und Präferenzen der Wirtschaftssubjekte. Die Modellbevölkerung wird daher aus Wirtschaftssubjekten generiert, die sich in

- ihrer Erstausrüstung mit Geldvermögen,
- ihrer Präferenz für Freizeit und
- ihrer Fähigkeit, Humanvermögen zu erwerben,

unterscheiden.

Erstausrüstung mit Geldvermögen bezeichnet in diesem Modell die Summe aller Vermögenstransfers, die ein Kind von seinen Eltern empfängt. Dazu gehören neben den tatsächlich hinterlassenen Vermögen auch die sogenannten „inter-vivos gifts“. Empirische Untersuchungen darüber, wie die Erstausrüstung mit Geldvermögen verteilt ist, fehlen; es wird daher unterstellt, die Anfangsvermögen seien lognormalverteilt

$$(29) \quad K_0 \sim \mathcal{L}(\mu_A, \sigma_A, \Theta_A)$$

mit dem Erwartungswert  $\mu_A = 2,5$ , der Standardabweichung  $\sigma_A = 1,5$  und dem Lageparameter  $\Theta_A = 30$ . Mit Hilfe eines Zufallsgenerators wurde für jedes Wirtschaftssubjekt entsprechend der spezifizierten Lognormalverteilung ein Anfangsvermögen bestimmt. Allerdings wurden nur drei Realisationen zugelassen<sup>13</sup>.

<sup>12</sup> Für einen ausführlichen Überblick über Theorien der personellen Verteilung siehe *Sahota* (1978), *Lydall* (1976), *Blümle* (1975), *Taubman* (1975), *Blinder* (1974) oder *Mincer* (1970).

<sup>13</sup> Um den Rechenaufwand in Grenzen zu halten, wurde bei der Modellierung von Fähigkeiten und Präferenzen genauso verfahren: Die Modellbevölkerung besteht daher aus  $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$  verschiedenen Typen von Wirtschaftssubjekten, für die das intertemporale Optimierungsproblem zu lösen ist.

Arbeits-, Zins- und Gesamteinkommen  
Repräsentatives Wirtschaftssubjekt

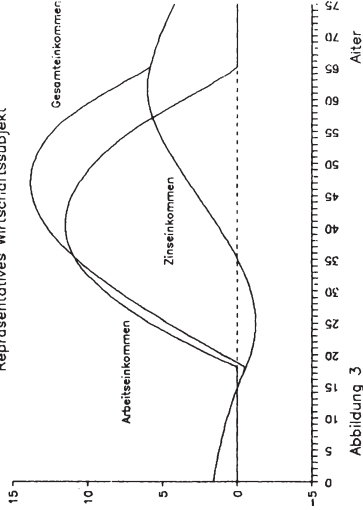


Abbildung 3

Geldvermögen  
Repräsentatives Wirtschaftssubjekt

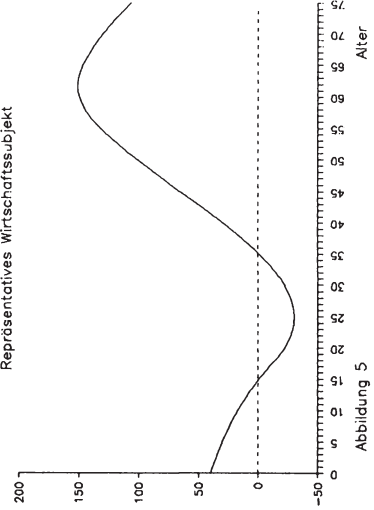


Abbildung 5

Humanvermögen  
Repräsentatives Wirtschaftssubjekt

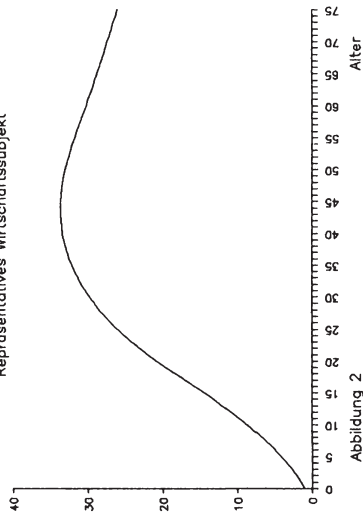


Abbildung 2

Gesamteinkommen, Konsum und Ersparnis  
Repräsentatives Wirtschaftssubjekt

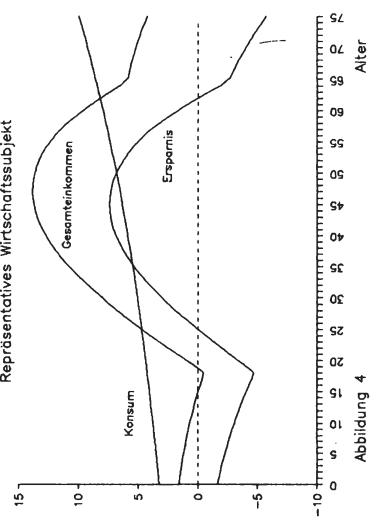


Abbildung 4

(30)

$$K_0 = (40, 50, 100)$$

Die gezogene Zufallszahl wurde in jene Realisation umgewandelt, der sie am nächsten kam. Im Durchschnitt erhielten die Wirtschaftssubjekte der Modellbevölkerung eine Erstaussstattung mit Geldvermögen in Höhe von 56,5; sie entsprach in etwa dem Startkapital des repräsentativen Wirtschaftssubjekts, das in Abschnitt II vorgestellt worden ist. Die Verteilung der Anfangsvermögen lieferte einen Gini-Koeffizienten von 0,19 und präsentierte sich erheblich gleichmäßiger als die Verteilung von Einkommen und Vermögen in der Realität; zum einen sollte die Schiefe der personellen Einkommens- und Vermögensverteilung nicht über eine entsprechend große Ungleichverteilung der Anfangsvermögen „erklärt“ werden; zum anderen ist zu vermuten, daß zwischen dem Lebenseinkommen der Eltern und den Transfers an die Nachfahren ein enger Zusammenhang besteht — Lebenseinkommen aber sind, so deutet eine Reihe von Studien an, erheblich gleichmäßiger verteilt als Periodeneinkommen.

Wie die Berechnungen zeigten, führt eine höhere Erstaussstattung mit Geldvermögen dazu, daß das Wirtschaftssubjekt während des ganzen Lebens mehr Freizeit nachfragt und früher in Ruhestand geht. Es leistet sich eine längere Schulausbildung und mehr on-the-job-training. Wegen der reduzierten Arbeitszeit bleibt sein Humanvermögen dennoch kleiner. Das reichere Wirtschaftssubjekt konsumiert während seines ganzen Lebens mehr und hinterläßt den Erben auch ein höheres Vermögen. Das Zinseinkommen ist zeitlebens größer, das Arbeitseinkommen kleiner, ebenso das Gesamteinkommen ab der Lebensmitte. Die Abbildungen 6 und 7 zeigen, welche Konsequenzen dies für das Einkommens- und Vermögensprofil des Wirtschaftssubjekts hat.

Es war keine Untersuchung greifbar, die erlaubt hätte, die Verteilung der Freizeitpräferenzen  $\xi$  der Empirie nachzubilden. Daher wurde angenommen,  $\xi$  sei normalverteilt

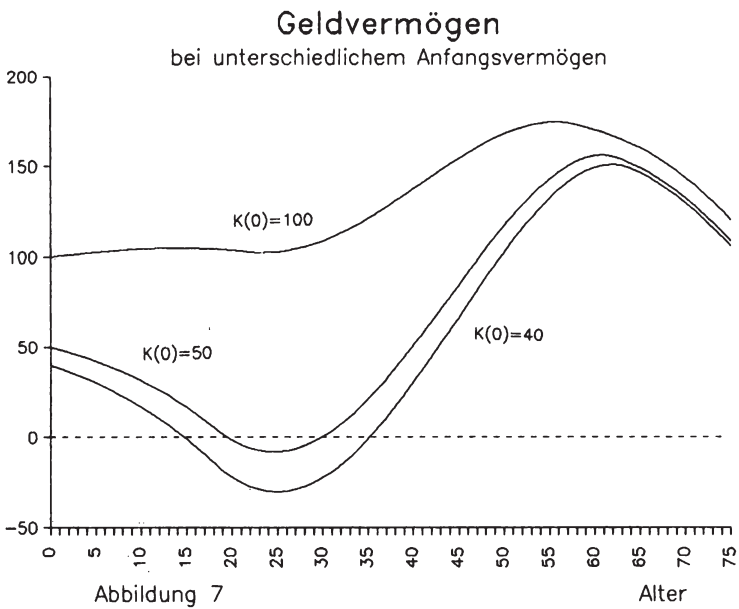
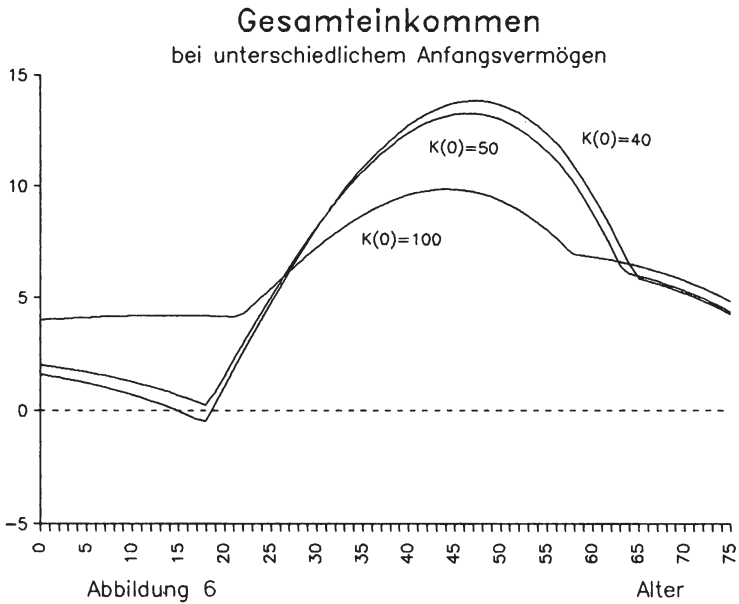
$$(31) \quad \xi \sim N(\mu_\xi, \sigma_\xi)$$

mit dem Erwartungswert  $\mu_\xi = 0,4$  — dies entspricht dem  $\xi$ -Wert des repräsentativen Wirtschaftssubjekts — und einer Standardabweichung  $\sigma_\xi = 0,1$ ; auch bei  $\xi$  wurden die gezogenen Zufallszahlen auf drei Realisationsmöglichkeiten beschränkt:

$$(32) \quad \xi = (0,2, 0,4, 0,6) .$$

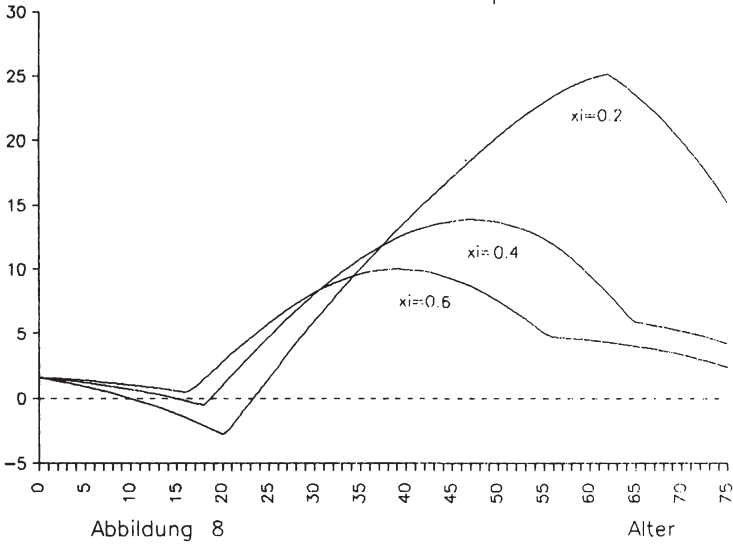
Ein Wirtschaftssubjekt mit höherer Freizeitpräferenz nutzt weniger Zeit für Arbeit und Ausbildung in Schule und Beruf; es erwirbt geringeres Humanvermögen und gibt sich mit einem geringeren Konsum zufrieden. Nur in der ersten Lebenshälfte verfügt es über ein höheres Geldvermögen; dann macht sich die geringere Sparfähigkeit bemerkbar, die ein geringeres Arbeitseinkommen nach sich zieht. Den Erben wird schließlich ein kleineres Geldvermögen hinterlassen.



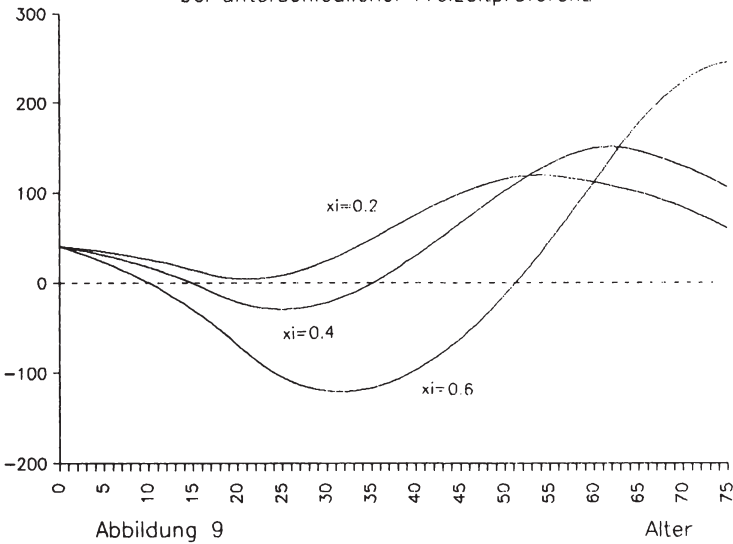


Wie die Abbildungen 8 und 9 zeigen, drückt sich die höhere Freizeitpräferenz schließlich auch in einem deutlichen Einkommens- und Vermögensverzicht aus.

### Gesamteinkommen bei unterschiedlicher Freizeitpräferenz



### Geldvermögen bei unterschiedlicher Freizeitpräferenz



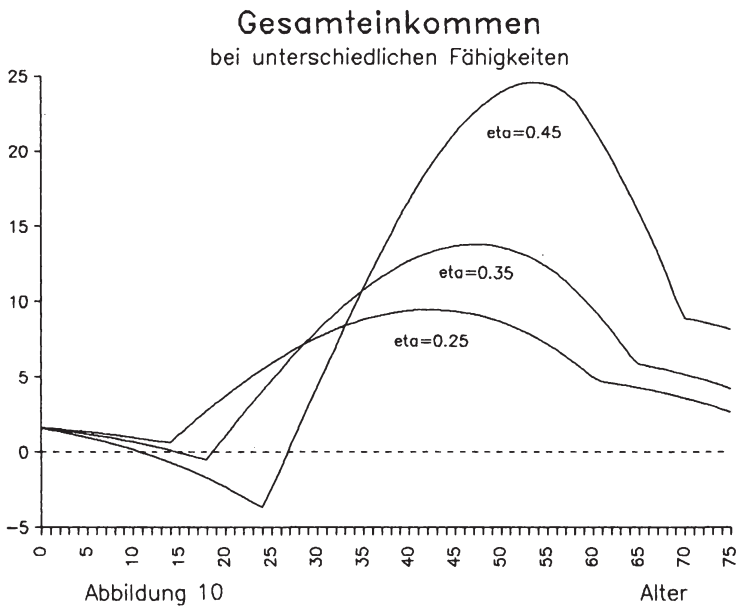
Schließlich sollten sich die Wirtschaftssubjekte der Modellwelt in ihren angeborenen Fähigkeiten  $\varepsilon$  unterscheiden. Es wurde angenommen, auch  $\varepsilon$  sei normalverteilt

(33)  $\varepsilon \sim N(\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon)$ .

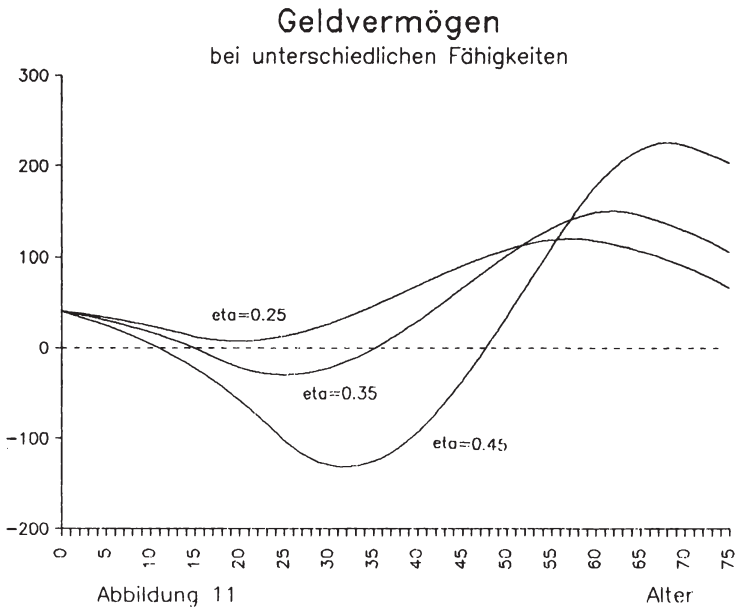
mit dem Erwartungswert  $\mu_\varepsilon = 0,25$  und der Standardabweichung  $\sigma_\varepsilon = 0,1$  — im Schnitt verfügten die Wirtschaftssubjekte der Modellwelt damit über die gleichen Fähigkeiten wie das repräsentative Wirtschaftssubjekt<sup>14</sup>. Der Wahl der Standardabweichung läßt sich lediglich zugutehalten, daß sie zu einer realistischen Verteilung der Bildungsabschlüsse führt. Auch  $\varepsilon$  konnte nur drei verschiedene Werte annehmen:

(34)  $\varepsilon = (0,25, 0,35, 0,45)$ .

Das begabtere Wirtschaftssubjekt geht länger zur Schule. Es ist geschickter beim Erwerb von Humanvermögen und kann sich mehr Freizeit leisten. Später wählt es mehr on-the-job-training, dehnt wegen seines höheren Humanvermögens während der Erwerbstätigkeit die Arbeitszeit aus und tritt den Ruhestand später an. Bis weit über die Lebensmitte hinaus besitzt es höhere Schulden, die aus der längeren Ausbildung und dem höheren Konsum resultieren; sie werden schließlich mit dem höheren Arbeitseinkommen beglichen. Die Abbildungen 10 und 11 zeigen den Einfluß der Fähigkeiten auf Einkommens- und Vermögensprofil.



<sup>14</sup> Der Fähigkeitsindex  $\varepsilon$  kommt in seiner Bedeutung dem Intelligenzquotienten nahe. Aus diesem Grund scheint es vernünftig, eine Normalverteilung zu unterstellen.



Zu beachten ist die Unterstellung, Erstausrüstung, Präferenzen und Fähigkeiten seien stochastisch unabhängig voneinander. Dies ist nur eine von vielen denkbaren Hypothesen über mögliche Korrelationen. Sie erfolgte, weil gesicherte Kenntnisse darüber fehlen, wie diese Charakteristika tatsächlich verteilt sind. Nachträglich zeigte sich, daß diese Annahme wenig problematisch war, weil Simulationen mit unterschiedlichen paarweisen Korrelationen überraschenderweise keine nennenswert unterschiedlichen Resultate lieferten.

## 2. Die Altersstruktur der Modellbevölkerung

Um den Altersaufbau dieser Modellbevölkerung aus 27 verschiedenen Typen von Wirtschaftssubjekten zu modellieren, wurde die Sterbetafel 1983/85 für die Bundesrepublik Deutschland benutzt<sup>15</sup>. Dort sind für Lebensalter bis 90 Jahre die Wahrscheinlichkeiten angegeben, daß 1000 Personen des Alters  $t$  auch das Alter  $t+1$  erreichen. Dieses Höchstalter entspricht dem „Modellalter“ von 75 Jahren; ein Modelljahr ist damit  $90/75 = 6/5$  „empirische Jahre“ lang. Die Überlebenswahrscheinlichkeiten der Sterbetafel müssen daher entsprechend umgerechnet werden, um eine Modellbevölkerung mit dem Altersaufbau der Bundesrepublik Deutschland generieren zu können. Hat die jüngste, verteilungstatistisch relevante Altersklasse, die 20jährigen Wirtschaftssubjekte, eine

<sup>15</sup> Statistisches Bundesamt (1986), Seite 438ff. Es wurden hier die Überlebenswahrscheinlichkeiten für Männer verwendet.

Stärke von 500, so umfaßt die auf diese Weise erzeugte Modellbevölkerung insgesamt 21 313 Personen im Alter von 20 bis 75 Jahren

### 3. Die Bildung von Haushalten

Um die Verteilung auch auf Haushalte simulieren zu können, wurde die Modellbevölkerung zu Ein- und Zwei-Personen-Haushalten zusammengefaßt. Wiederum bestimmte die Einfachheit das Vorgehen: Für jede Person wurde eine gleichverteilte Zufallszahl gezogen; war sie kleiner als der entsprechend empirisch bekannte Wert, so blieb die Person ledig; war sie größer, wurde aus der Gruppe der Ledigen ein Partner gesucht, dessen Alter, Präferenzen, Erstausrüstung und Fähigkeiten der betreffenden Person am nächsten kamen. Es wurden somit Personen ähnlichen Alters, ähnlicher Präferenzen, ähnlicher Erstausrüstung und ähnlicher Fähigkeiten zu einem Haushalt zusammengefaßt. Schließlich bestimmte der Zufallsgenerator, ob der gefundene Partner erwerbstätig blieb.

## IV. Die Verteilung von Einkommen und Vermögen bei einer stationären Bevölkerung

Die personelle Verteilung von Einkommen und Vermögen ist aus der Sicht dieser life-cycle-Ansätze das statistische Standbild eines dynamischen Prozesses: Wirtschaftssubjekte wandern im Zeitablauf ihre Einkommens- und Vermögensprofile entlang; neue Wirtschaftssubjekte kommen hinzu, alte scheiden aus. Für eine stationäre Bevölkerung, bei der sich in jeder Periode Geburten- und Sterbefälle die Waage halten, und gegebene Einkommens- und Vermögensprofile ergibt sich eine stationäre Einkommens- und Vermögensverteilung. Zwar befinden sich zu verschiedenen Beobachtungszeitpunkten die Wirtschaftssubjekte auf verschiedenen Punkten ihrer Vermögens- und Einkommensbahnen, doch hat dies keinen Einfluß auf die personelle Verteilung, denn die Altersgruppe der heute  $t$ -jährigen ersetzt eine Periode später die  $t + 1$ -jährigen Wirtschaftssubjekte und wird selbst wiederum vollständig ersetzt durch die heute  $t - 1$ -jährigen; der älteste Jahrgang scheidet aus, für den jüngsten kommt ein neuer nach.

Das Simulationsmodell erzeugt für eine stationäre Bevölkerung eine linkssteile Einkommensverteilung auf Haushalte. Sie entspricht bis ins Detail der Einkommensverteilung in der Bundesrepublik Deutschland<sup>16</sup>. Wie Übersicht 1 zeigt, stimmen sogar die Randdezile der simulierten Verteilung mit denen der empirischen Verteilung überein.

---

<sup>16</sup> Experimente zeigen, daß diese Ergebnisse wenig von jenen Modellparametern beeinflußt werden, deren Wert oder Verteilung nicht nach empirischen Unterlagen modelliert werden konnte.

## Übersicht 1:

Die Verteilung von Einkommen auf Haushalte in Modell und Realität<sup>17, 18</sup>

	Dezile									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Modell	2,2	3,9	5,1	6,3	7,5	8,7	10,2	12,8	16,1	27,2
BRD 1981	3,0	4,1	5,3	6,5	7,6	8,7	10,2	12,4	14,8	27,1
BRD 1978	2,6	3,8	5,0	6,3	7,6	8,9	10,5	12,5	15,6	27,1
BRD 1975	2,8	3,7	4,8	6,2	7,5	8,9	10,6	12,6	15,7	27,2
BRD 1973	2,6	3,8	4,9	6,1	7,3	8,7	10,4	12,6	16,0	27,5
OECD-Länder	2,0	3,8	5,2	6,6	7,9	9,3	10,7	12,6	15,5	26,3

Es ist daher nicht verwunderlich, daß der Gini-Koeffizient von 0,370 für die simulierte Verteilung in der Nähe der Gini-Koeffizienten liegt, die für die Bundesrepublik Deutschland errechnet werden: 0,349 (für 1981), 0,364 (1978), 0,366 (1975) und 0,370 (1973)<sup>19</sup>. Die Einkommensverteilung auf Personen ist, wie in der Realität, etwas gleichmäßiger als die Verteilung auf Haushalte; der Gini-Koeffizient beträgt hier 0,319.

Überraschenderweise präsentiert das Simulationsmodell bei der Vermögensverteilung genauso gute Ergebnisse, wie aus Übersicht 2 hervorgeht. Während die Vermögensverteilung auf Haushalte im Jahre 1973 einen Gini-Koeffizienten von 0,748 aufwies<sup>20</sup>, liefert die Simulation den Wert 0,740. Bemerkenswert ist ferner, daß auch die Werte für die Verteilung auf Personen übereinstimmen: das Modell sagt einen Gini-Koeffizienten von 0,699 voraus, während der tatsächliche Wert bei 0,690 liegt.

## Übersicht 2:

## Die Verteilung von Vermögen in Modell und Realität

	Personen	Haushalte
Modell	0,740	0,699
BRD 1973	0,748	0,690

<sup>17</sup> Die hier und im folgenden angegebenen Ergebnisse der Simulationen weichen zuweilen minimal von den entsprechenden Ergebnissen in *Pohmer* (1985), Seite 131 ff. ab. Während dort mit einer Bevölkerungsgröße von 10 000 gerechnet wurde, beziehen sich die Ergebnisse hier auf eine Modellbevölkerung von 21 313 Personen.

<sup>18</sup> Die empirischen Daten stammen aus DIW (1982), Seite 94, 124 und 170 sowie aus *Sawyer* (1976), Seite 14 oder wurden nach Angaben in DIW (1983), Seite 373 berechnet. Sie beziehen sich auf Nettoeinkommen der Haushalte.

<sup>19</sup> Die empirischen Daten stammen aus DIW (1982), Seite 94, 124 und 170 sowie aus *Sawyer* (1976), Seite 14 oder wurden nach Angaben in DIW (1983), Seite 373 berechnet. Sie beziehen sich auf Nettoeinkommen der Haushalte.

<sup>20</sup> Siehe *Mierheim* und *Wicke* (1978), Seite 59.

Weitere Berechnungen ergeben, daß beim verfügbaren Einkommen 16,1 Prozent der Konzentration auf unterschiedliche Präferenzen, 19,0 Prozent auf unterschiedliche Fähigkeiten und nur 1,7 Prozent auf unterschiedliche Anfangsvermögen zurückgeführt werden können. Fast zwei Drittel der Einkommenskonzentration, 63,1 Prozent, würden auch dann nicht verschwinden, wenn alle Wirtschaftssubjekte die gleichen Präferenzen, Fähigkeiten und Anfangsvermögen hätten — also die gleichen Einkommensprofile durchliefen. Dem Zusammenwirken von Altersverteilung und Alterseinkommensprofilen kommt offensichtlich beim Verständnis der personellen Verteilung von Periodeneinkommen eine Schlüsselstellung zu. Ähnlich ist es beim Geldvermögen. Dort erklärt die Altersverteilung einen noch höheren Teil der Konzentration: 98,5 Prozent.

Diese Untersuchungen lassen erwarten, daß sich — bei gegebenen Einkommens- und Vermögensprofilen — die personelle Verteilung von Einkommen und Vermögen ändert, falls sich das generative Verhalten in der Bevölkerung und damit der Altersaufbau einer Volkswirtschaft wandelt.

### **V. Die Verteilung von Einkommen und Vermögen bei steigender Bevölkerungszahl**

Ausgangspunkt ist die stationäre Bevölkerung des letzten Abschnitts. Verdoppelt sich nun ab einem bestimmten Zeitpunkt  $t$  die Zahl der Geburten, so bleibt der verteilungsstatistisch relevante Teil des Altersaufbaus der Modellbevölkerung davon lange Zeit unberührt: Es verdoppelt sich in  $t + 1$  die Zahl der einjährigen Wirtschaftssubjekte, in  $t + 2$  auch die Zahl der zweijährigen usw. Es dauert schließlich 20 Perioden, bis die demographische Welle den jüngsten Jahrgang erreicht, der in die Verteilungsstatistik eingeht. Dann umfaßt die Modellbevölkerung 1 000 statt bisher 500 Wirtschaftssubjekte im Alter von 20 Jahren. Erst ab diesem Zeitpunkt kann sich die Bevölkerungsentwicklung auf die Verteilung von Einkommen und Vermögen auf Personen und Haushalte niederschlagen. Dann aber ändert sich die Einkommens- und Vermögensverteilung mit dem Altersaufbau der Bevölkerung von Periode zu Periode. Es dauert schließlich 75 Perioden, bis die demographische Welle auch den ältesten Jahrgang, die 75jährigen Wirtschaftssubjekte, erreicht hat. Jede Altersgruppe ist dann doppelt so stark besetzt wie zum Zeitpunkt  $t$  — die Modellbevölkerung hat sich dupliziert und wieder einen stationären Zustand erreicht. Die Einkommens- und Vermögensverteilung ist ebenfalls wieder stationär — und identisch mit der Verteilung zum Ausgangszeitpunkt.

Die Entwicklung der Einkommens- und Vermögenskonzentration während des demographischen Anpassungsprozesses läßt sich besser verstehen, wenn zunächst ein Maß betrachtet wird, das erlaubt, die Konzentration der Einkommens- und Vermögensverteilung für die gesamte Volkswirtschaft aus der Konzentration in den einzelnen Altersklassen und der Altersverteilung zu errechnen. Ein solches Maß ist beispielsweise die Streuung. Mit Hilfe des aus der



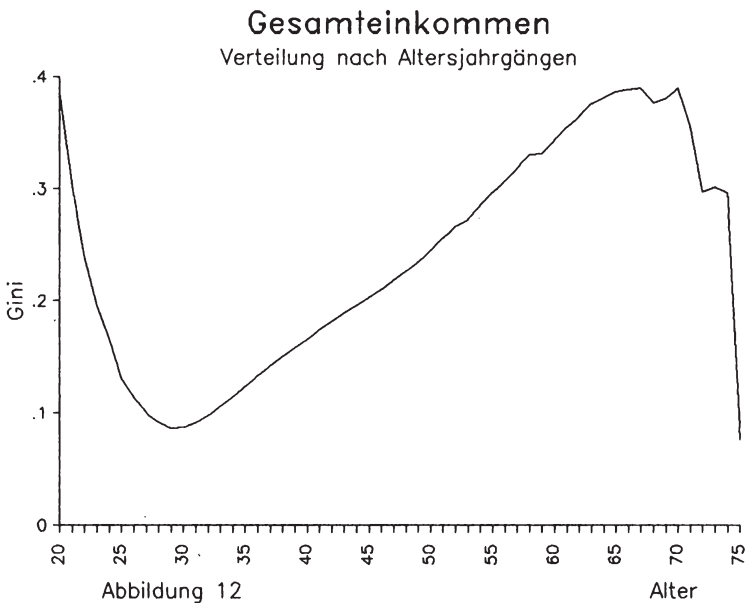
Varianzanalyse bekannten Varianz-Zerlegungssatzes kann man leicht zeigen, daß gilt:<sup>21</sup>

$$(35) \quad \sigma_y^2 = \sum_i h(t) \sigma_{y_t}^2 + \sum_i h(t) (\bar{y}_i - \bar{y})^2.$$

Dabei bezeichnet  $\sigma_{y_t}^2$  die Varianz der Einkommen und  $\bar{y}_i$  das Durchschnittseinkommen in der Altersklasse der  $t$ -jährigen Wirtschaftssubjekte;  $\bar{y}$  steht für das Durchschnittseinkommen aller Wirtschaftssubjekte und  $h(t)$  gibt die Altersverteilung in der Volkswirtschaft an.

Die Einkommensstreuung in der Volkswirtschaft ist daher ceteris paribus um so größer;

- je größer die Einkommensstreuung in den einzelnen Altersklassen ist und
- je größer die Abweichung der Durchschnittseinkommen der einzelnen Altersklassen vom Durchschnittseinkommen in dieser Volkswirtschaft ist.



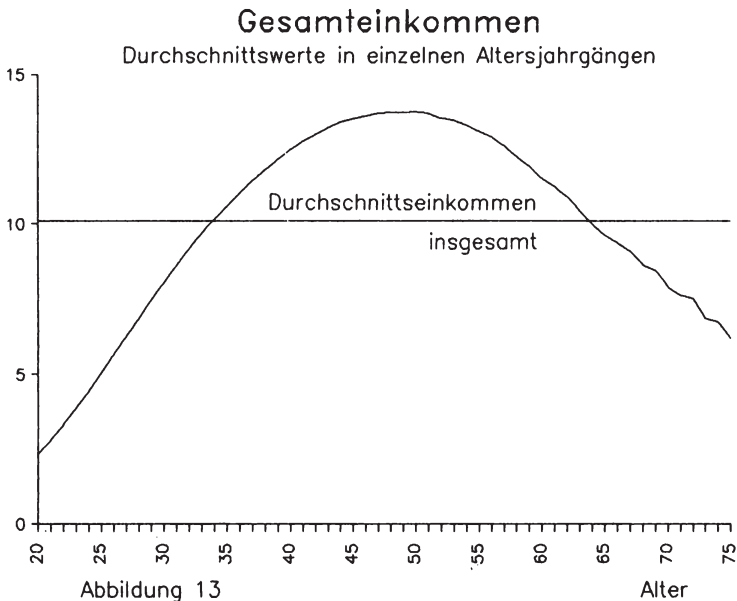
Wie Abbildung 12 zeigt, weist die Einkommensstreuung über die Altersklassen hinweg einen etwa u-förmigen Verlauf auf. Dies ist auch in der Realität so<sup>22</sup>: die Einkommensdisparität in den jüngeren und höheren Altersklassen übertrifft die

<sup>21</sup> Siehe dazu von Weizsäcker (1987b), Seite 6 oder von Weizsäcker (1986), Seite 154, Fisz (1970), Seite 610f., Shorrocks (1980).

<sup>22</sup> Siehe Pohmer (1985), Seite 149, und die dort angegebenen Untersuchungen.

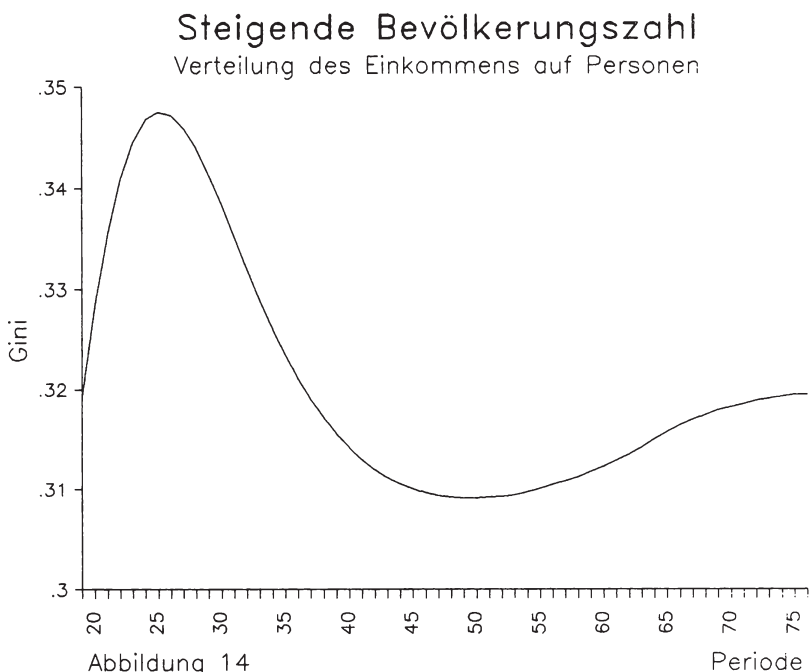
Disparität in der gesamten Bevölkerung; die mittleren Jahrgänge hingegen weisen eine deutlich geringere Ungleichverteilung der Einkommen auf. Dies hängt damit zusammen, daß unter den jüngeren Wirtschaftssubjekten viele sind, die kein oder nur geringes Einkommen beziehen, weil sie sich noch in Ausbildung oder am Beginn ihrer Berufslaufbahn befinden. Wenn sie in die mittleren Altersklassen kommen, holen sie mit ihren Einkommen jene ein, die eine kürzere Ausbildung gewählt und in den vergangenen Jahren mehr verdient haben. Nach diesem „take over“ zahlt sich die längere Ausbildung in deutlich höheren Einkommen aus — die Einkommensstreuung steigt wieder. Lediglich in den Ruhestandsjahren ist ein erneuter deutlicher Abfall der Konzentration zu verzeichnen, was nicht verwundert, da die Alterseinkommen mit den Lebenseinkommen und nicht mit den Periodeneinkommen variieren.

Abbildung 13 zeigt, wie sich das Durchschnittseinkommen über die Altersklassen hinweg verändert. Es verwundert nicht, daß die jüngeren und älteren Jahrgänge im Schnitt ein Einkommen unter dem Durchschnittseinkommen der gesamten Volkswirtschaft beziehen, die mittleren Jahrgänge hingegen ein überdurchschnittliches Einkommen.

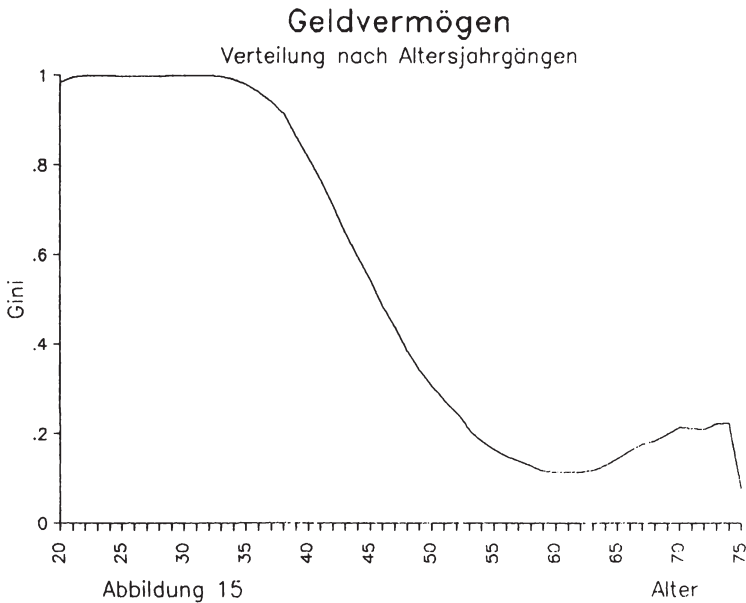


Daraus lassen sich zwei Folgerungen ziehen: Wenn der Anteil der jungen Wirtschaftssubjekte — hohe Einkommensstreuung, geringes Durchschnittseinkommen — zunimmt, ist ein Anstieg der Einkommenskonzentration zu erwarten. Tatsächlich zeigt Abbildung 14, daß die Einkommenskonzentration in

den ersten Jahren, nachdem die Bevölkerungsexpansion die 20jährigen Wirtschaftssubjekte erreicht hat, rasch ansteigt. Das Volkseinkommen wächst in dieser Phase kaum und fließt überwiegend den ursprünglichen Wirtschaftssubjekten zu, die mit steigender Bevölkerung einen kleineren Teil der Gesamtbevölkerung stellen. Der Anteil der reicheren Bevölkerungsschichten am Gesamteinkommen steigt also, während der Anteil der ärmeren sinkt.



Der Anstieg der Einkommenskonzentration wird schon nach wenigen Perioden gebrochen, wenn die Wirtschaftssubjekte an der Spitze der demographischen Welle in eine Altersphase kommen, die geprägt ist von einem raschen Anstieg der Einkommen. Es verstärkt sich also die Besetzung der Altersklassen mit geringer Einkommensvarianz und einem Durchschnittseinkommen, das nur wenig vom Durchschnittseinkommen aller abweicht. Wie erwartet fällt die Einkommenskonzentration in den Folgejahren stark ab, sogar unter den Ausgangswert. Gegen Ende des demographischen Übergangs verstärkt sich schließlich die Besetzung der hohen Altersjahrgänge. Dort ist die Einkommensstreuung hoch und sind die Durchschnittseinkommen weit unter dem Durchschnittseinkommen aller. Die Einkommenskonzentration beginnt daher zu steigen, bis sie am Ende des Anpassungsprozesses, wenn die Bevölkerung wieder einen stationären Zustand erreicht hat, ihren Ausgangswert einnimmt.



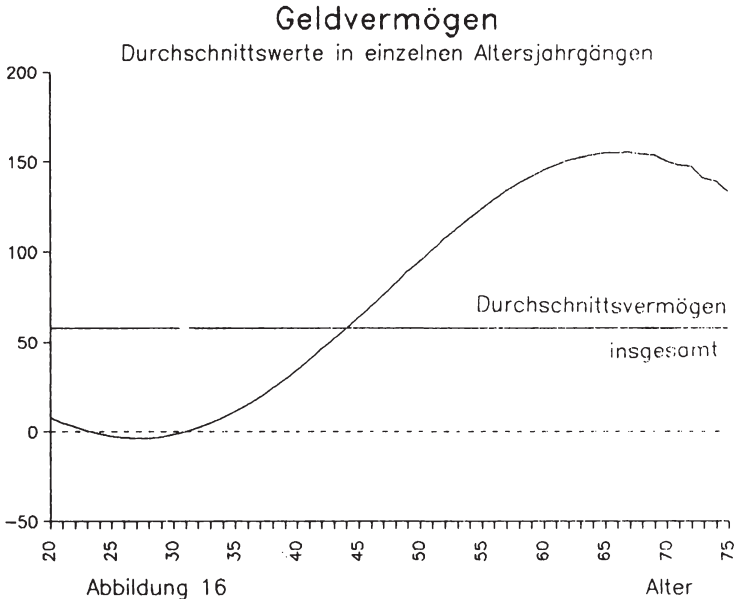
Betrachtet man in Abbildung 15 die Vermögenskonzentration über die Altersjahrgänge hinweg, so ist der kontinuierliche Rückgang auffällig. Sie ist zunächst in den jungen Altersklassen am höchsten. Der Grund hierfür liegt darin, daß nur wenige Wirtschaftssubjekte ein positives Geldvermögen besitzen, die meisten hingegen ein negatives, weil ihre Erstausrüstung nicht ausreicht hat, die Ausbildung ohne Kreditaufnahme zu finanzieren. Erst nach Eintritt ins Berufsleben und auch erst, nachdem die Arbeitseinkommen eine ausreichende Höhe erreicht haben, kann der Schuldenabbau beginnen und danach der Aufbau einer Altersversorgung. In dieser Zeit sinkt die Vermögenskonzentration ständig. Sie sinkt schließlich auch in den höchsten Altersklassen, weil sich reichere Wirtschaftssubjekte während des Ruhestandes höhere Konsumausgaben leisten und ihre Vermögen überproportional abbauen.

Dieser Befund scheint empirischen Untersuchungen zu widersprechen. Sie weisen auch für die Vermögenskonzentration über die Altersklassen hinweg einen u-förmigen Verlauf aus. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, daß in diesen Untersuchungen das sogenannte Versorgungsvermögen nicht enthalten ist, wohl aber hier im Modell. Es ist bekannt, daß die Vermögenskonzentration erheblich sinkt, wenn das Versorgungsvermögen in die Untersuchung einbezogen wird<sup>23</sup>. Unterstellt man, daß Versorgungsvermögen und Vermögen, die in der Statistik ausgewiesen sind, Substitute darstellen, dann ist — Versorgungs-

<sup>23</sup> Siehe *Hober und Mierheim* (1981).

vermögen berücksichtigt — in den älteren Jahrgängen tatsächlich mit einem Rückgang der Konzentration zu rechnen.

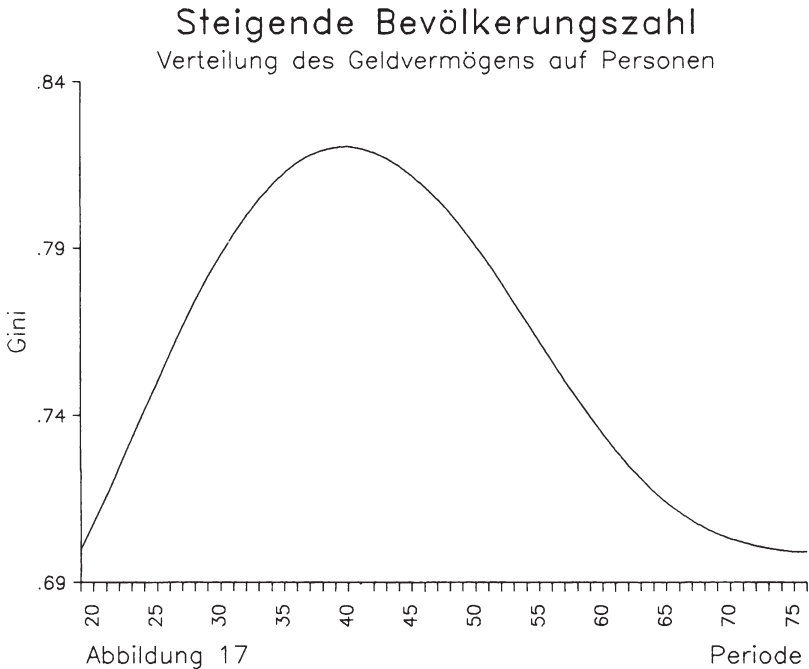
Mit empirischen Ergebnissen hingegen stimmt überein, daß das Altersvermögensprofil konkav verläuft, mit einem Maximum vor dem Rentenalter<sup>24</sup>. Gleichzeitig zeigt Abbildung 16, daß das Vermögen auch bei älteren Jahrgängen nicht mehr unter das Durchschnittsvermögen fällt.



Aus diesen Beobachtungen läßt sich folgern, daß bei wachsender Bevölkerung sehr lange Zeit mit einem Anstieg der Vermögenskonzentration zu rechnen ist; denn es dauert sehr lange, bis sich die Altersjahrgänge mit unterdurchschnittlicher Vermögenskonzentration und durchschnittlichem Vermögen verstärken. Wie aus Abbildung 17 hervorgeht, müssen mehr als 40 Jahre seit Beginn der Bevölkerungsexpansion vergangen sein, bevor die Vermögenskonzentration ihr Maximum erreicht. Dann aber erfaßt die demographische Welle die Altersklassen mit geringer Vermögensvarianz und die Vermögenskonzentration in der gesamten Volkswirtschaft beginnt zu sinken, bis sie am Ende des Anpassungsprozesses ihren Ausgangswert wieder erreicht.

Wird die Verteilung auf Haushalte, statt auf Personen, berechnet, so ergibt sich die gleiche Entwicklung der Einkommens- und Vermögenskonzentration während des Anpassungsprozesses<sup>25</sup>.

<sup>24</sup> Siehe *Pohmer* (1985), Seite 101, und die dort angegebenen Untersuchungen.

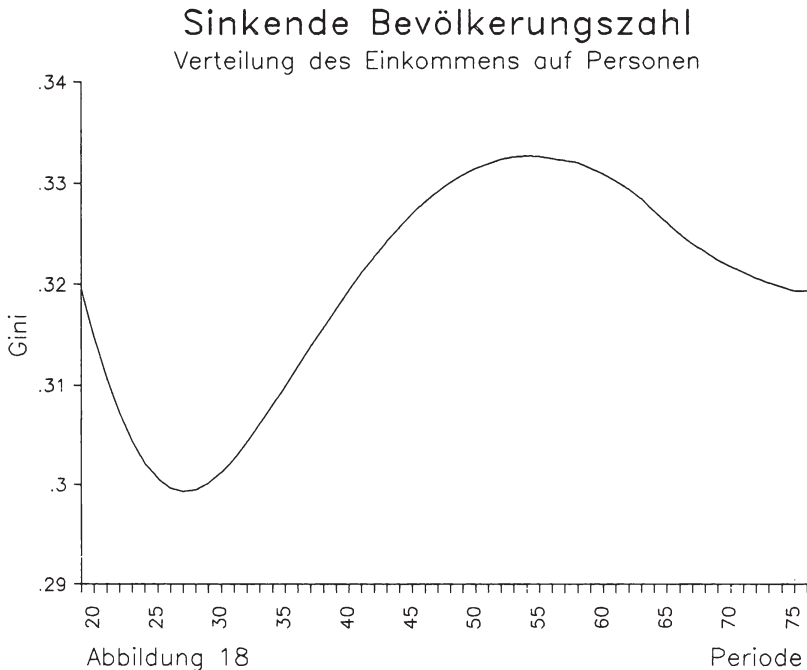


## VI. Die Verteilung von Einkommen und Vermögen bei sinkender Bevölkerungszahl

Um die Auswirkungen eines Bevölkerungsrückganges auf die personelle Verteilung von Einkommen und Vermögen studieren zu können, wird angenommen, die Zahl der Geburten halbiere sich wieder und falle dauerhaft auf das ursprüngliche Niveau zurück. Wiederum bleibt der Teil des Altersaufbaus der Modellbevölkerung, der sich verteilungsstatistisch niederschlägt, lange Zeit davon unberührt. Zunächst halbiert sich die Besetzung der jüngsten Altersgruppe, eine Periode später auch die Zahl der zweijährigen Wirtschaftssubjekte usw. Erneut dauert es 20 Perioden, bis der Bevölkerungsrückgang sich auch in jenen Altersklassen zeigt, die in die Verteilungsstatistik eingehen. Dann gehören zur Modellbevölkerung nicht mehr 1000, sondern nur noch 500 Wirtschaftssubjekte im Alter von 20 Jahren. Aber ab diesem Zeitpunkt schlägt sich der weitere Prozeß des Bevölkerungsrückgangs auch in einer Änderung der Verteilung von Einkommen und Vermögen auf Personen und Haushalte nieder. Es dauert wiederum 75 Perioden, bis die demographische Entwicklung die ältesten, die 75jährigen Wirtschaftssubjekte, erreicht hat. Jede Altersklasse ist dann nur noch

<sup>25</sup> Die Gini-Koeffizienten lagen lediglich, wie zu erwarten war, etwas über den Gini-Koeffizienten, die sich für die Verteilung auf Personen errechneten.

halb so stark besetzt wie vor dem Geburtenrückgang — die Modellbevölkerung hat sich halbiert und wieder einen stationären Zustand erreicht; sie ist dann identisch mit der Modellbevölkerung von vor zwei Generationen. Die Verteilung von Einkommen und Vermögen ist ebenfalls wieder stationär und identisch mit der Verteilung in den anderen stationären Bevölkerungen.



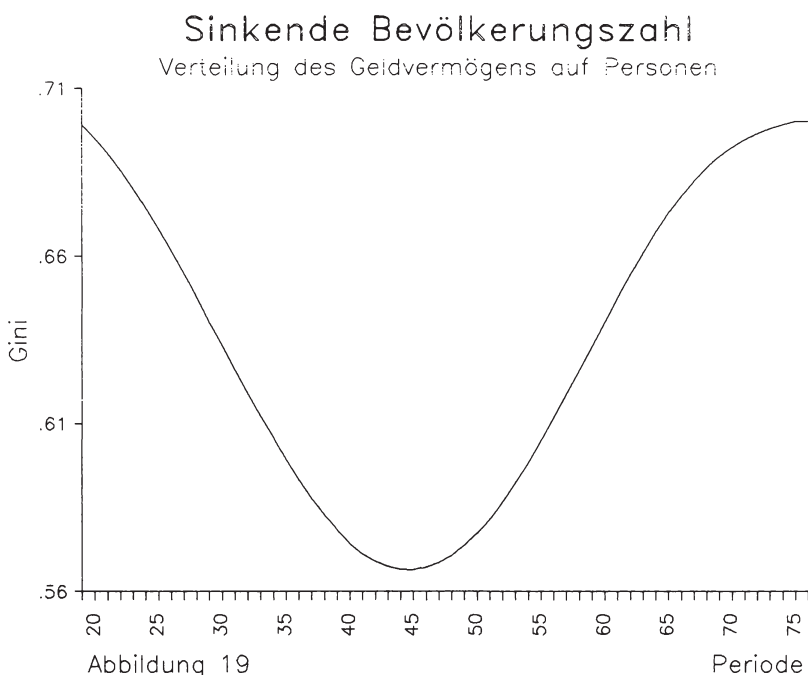
Wie Abbildung 18 zeigt, sinkt die Einkommenskonzentration in den ersten Jahren, nachdem sich der Bevölkerungsrückgang in der Verteilungsstatistik bemerkbar zu machen beginnt. Dies ist nicht verwunderlich, weil sich zuerst die Besetzung der Altersklassen mit jungen Wirtschaftssubjekten verringert, die niedriges Durchschnittseinkommen, aber eine hohe Einkommensstreuung aufweisen.

Nach wenigen Perioden jedoch erfaßt der Geburtenrückgang auch die Altersklassen, deren Einkommen etwa dem durchschnittlichen Einkommen in der Volkswirtschaft entspricht und im übrigen weit unterdurchschnittliche Streuung aufweist. Die Folge ist ein Anstieg der Einkommenskonzentration. Er geht sogar über seinen Startwert hinaus, weil in dieser Phase die Altersklassen mit nivellierendem Effekt auf die Gesamtverteilung überproportional abgebaut werden. Erst in der Endphase des Anpassungsprozesses, wenn wiederum Wirtschaftssubjekte mit unterdurchschnittlichen und stark streuendem Ein-



kommen vom Geburtenrückgang betroffen sind, sinkt die Einkommenskonzentration wieder und erreicht nach 75 Perioden ihren ursprünglichen, stationären Wert.

Beim Geldvermögen schlägt sich der Geburten- und Bevölkerungsrückgang zunächst ebenfalls in einem Rückgang der Wirtschaftssubjekte mit kleinem oder gar negativem, jedenfalls stark streuendem Vermögen nieder. Die Vermögenskonzentration sinkt deutlich, wie Abbildung 19 zeigt. Es dauert wiederum relativ lange — länger als beim Einkommen —, bis auch Altersjahrgänge mit durchschnittlichem und unterdurchschnittlich streuendem Vermögen davon betroffen sind. In diesem Zeitpunkt stoppt der Rückgang der Vermögenskonzentration. Bis zum Ende des demographischen Anpassungsprozesses verringert sich die Besetzung von Altersklassen mit weit unterdurchschnittlicher Ungleichverteilung der Vermögen. Wie erwartet steigt die Vermögenskonzentration stetig an, bis sie ihren Ausgangswert wieder erreicht.



Auch im Falle einer sinkenden Bevölkerungszahl weist die Entwicklung der Einkommenskonzentration einen zweigipfeligen Verlauf auf, mit einem Minimum unter und einem Maximum über dem Ausgangswert. Der Verlauf der Vermögenskonzentration hingegen kennt nur einen Extremwert.

Wie weitere Simulationen zeigten, ändert sich an der Entwicklung der Einkommens- und Vermögensverteilung nichts, wenn sie, statt für Personen, für Haushalte berechnet wird.

## VII. Kritische Wertung der Ergebnisse

Es war Ziel der Studie, den Einfluß der Bevölkerungsentwicklung auf die personelle Verteilung von Einkommen und Vermögen zu untersuchen und zu quantifizieren. Dazu wurde unterstellt, das generative Verhalten der Bevölkerung ändere sich abrupt und extrem: im einen Fall verdoppelte sich die Zahl der Geburten von einem Jahr aufs andere, im anderen halbierte sie sich. In der Realität sind solche einschneidenden Veränderungen der Geburtenhäufigkeit nicht in diesen kurzen Zeiträumen zu beobachten. So hat es in der Bundesrepublik beinahe zehn Jahre gedauert, bis die Geburtenzahl von knapp 1,1 Millionen Mitte der 60er Jahre auf unter 0,6 Millionen gesunken ist<sup>26</sup>. Bei den präsentierten Simulationen ist einfach unterstellt worden, dieser Rückgang der Geburten sei innerhalb einer Periode geschehen.

Wie erwartet änderte sich die personelle Verteilung von Einkommen und Vermögen mit dem Altersaufbau der Modellbevölkerung. Der Effekt ist in einer Größenordnung ausgefallen, die relevant ist und nicht vernachlässigt werden kann. Die Ergebnisse warnen davor, Rückgänge der Einkommens- und Vermögenskonzentration stets auch als gleichmäßigere Verteilung von Wohlstand zu deuten. Sie können, müssen aber nicht bedeuten, daß benachteiligte Wirtschaftssubjekte besser gestellt sind als vorher. Möglicherweise hat sich die relative Position der Wirtschaftssubjekte — die Verteilung der Lebenseinkommen — nicht geändert, sondern nur der Altersaufbau der Bevölkerung. Dies ist ein weiterer Grund, warum die Verteilung von Wohlstand besser nicht an der Verteilung der Periodeneinkommen abgelesen werden sollte.

Die Simulationen haben ferner gezeigt, daß während des demographischen Umbruchs die personelle Verteilung von Einkommen und Vermögen in einer komplizierteren Weise verändert wird als beim konstanten Geburtenwachstum im steady-state. Während dort mit einem kontinuierlichen Anstieg oder Rückgang der Konzentration zu rechnen ist, zeigt sich hier, daß die Konzentrationsänderung ihr Vorzeichen nicht nur einmal (Vermögen), sondern gar zweimal (Einkommen) wechseln kann.

Überraschend war, daß die Einkommensverteilung weniger als die Vermögensverteilung auf die demographischen Veränderungen reagiert hat. Wie Übersicht 3 zeigt, entfernte sich der Gini-Koeffizient hier nur um rund 10 Prozent von seinem stationären Wert, der bei 0,3194 lag: bei wachsender Bevölkerung erreichte er einen Maximalwert von 0,3475 und ein Minimum von 0,3090; im Falle des Geburtenrückgangs pendelte er zwischen 0,2992 und

---

<sup>26</sup> Siehe dazu Statistisches Bundesamt (1985), Seite 93.

0,3326. Die Einkommensverteilung auf Haushalte zeigte, außer dem bekannten Niveau-Unterschied, keinerlei Besonderheiten.

Nimmt man an, daß die Alterseinkommensprofile in verschiedenen Ländern und zu verschiedenen Zeiten etwa gleich verlaufen und weiß man, daß die personelle Einkommensverteilung nicht spektakulär auf Änderungen im Altersaufbau der Bevölkerung reagiert, dann überrascht in der Tat nicht, daß Statistiken zur Einkommensverteilung in verschiedenen Ländern und zu verschiedenen Zeiten immer wieder das gleiche Bild bieten. Bedenkt man, daß Geburtenhäufigkeit und Sterbeordnung letztlich den Bevölkerungsaufbau determinieren, so erscheint Paretos Vermutung, hier sei ein „Naturgesetz“ am Werke, gar nicht mehr so abwegig.

*Übersicht 3:*

**Minimale, maximale und stationäre Werte der Einkommens-Vermögenskonzentration bei Bevölkerungswachstum und -rückgang.**

<i>Einkommensverteilung</i>		
	Personen	Haushalte
$G_{stat}$	0,3194	0,3694
Bevölkerungswachstum		
$G_{min}$	0,3090	0,3918
$G_{max}$	0,3475	0,3622
Bevölkerungsrückgang		
$G_{min}$	0,2992	0,3533
$G_{max}$	0,3326	0,3803
<i>Vermögensverteilung</i>		
$G_{stat}$	0,7001	0,7403
Bevölkerungswachstum		
$G_{max}$	0,8206	0,8480
Bevölkerungsrückgang		
$G_{min}$	0,5664	0,6168

Sensibler auf Änderungen des Altersaufbaus hat die Vermögensverteilung reagiert. In der wachsenden Bevölkerung erreichte der Gini-Koeffizient ein Maximum bei 0,8206, das rund 18 Prozent über dem stationären Wert von 0,7001 lag; für die schrumpfende Bevölkerung wurde ein Rückgang um 20 Prozent auf 0,5664 festgestellt. Dies erklärt sich damit, daß Vermögen während des Lebens der Wirtschaftssubjekte größeren Variationen ausgesetzt sind als Einkommen. Die Verteilung auf Haushalte lieferte ähnliche prozentuale Ausschläge nach oben und unten.

Was können die hier gewonnenen Ergebnisse über die Entwicklung der personellen Einkommens- und Vermögensverteilung in der Bundesrepublik Deutschland aussagen? Der Bevölkerungsrückgang, der in diesen Jahren auch die Altersklassen der Erwerbstätigen erreicht, wird, für sich genommen,

- vermutlich auf kurze Frist zu einer gleichmäßigeren Einkommensverteilung führen. Auf mittlere Sicht ist hingegen mit einem Anstieg der Konzentration zu rechnen. Die Änderung der Einkommensverteilung wird nicht sehr spektakulär ausfallen.
- vermutlich über einen längeren Zeitraum zu einer gleichmäßigeren Verteilung der Vermögen führen. Die Änderung der Vermögensverteilung wird deutlicher ausfallen als die Änderung der Einkommensverteilung.

Es darf nicht vergessen werden, daß die präsentierten Ergebnisse unter restriktiven Vereinfachungen gewonnen wurden. So ist die Verteilung für den langen Zeitraum eines Menschenlebens unter der Annahme *ceteris paribus* simuliert worden. Selbstverständlich laufen in der Realität solch langfristige demographische Prozesse nicht unter sonst gleichen Bedingungen ab. Sie werden von anderen ökonomischen Größen beeinflusst und beeinflussen sie ihrerseits<sup>27</sup>. So bleibt eine gravierende Änderung der Bevölkerungsentwicklung nicht ohne Wirkung auf Angebot und Nachfrage auf dem Arbeitsmarkt und Kapitalmarkt. Welche Folgen dies für Löhne und Lohnstruktur, Zinsen und Zinsstruktur haben kann, ist hier nicht erörtert und berücksichtigt worden. Statt dessen war Konstanz der Faktorpreise für Humanvermögen und Geldvermögen unterstellt worden. Veränderungen der Faktorpreise haben selbstverständlich ihrerseits distributive Konsequenzen. Sie vermögen die Veränderungen der Einkommens- und Vermögensverteilung zu verstärken oder zu konterkarieren. Ferner hat eine wachsende oder schrumpfende Bevölkerung Auswirkungen auf Gütermarkt und Güterpreise<sup>28</sup>, auf technischen Fortschritt und Wachstum<sup>29</sup> und dies wiederum schlägt auf die personelle Verteilung durch.

Schließlich ist zu bedenken, daß nicht nur die Bevölkerungsentwicklung die personelle Verteilung von Einkommen und Vermögen beeinflusst. Es kann nicht ausgeschlossen werden, daß die personelle Verteilung ihrerseits auch die Geburtenzahl und damit die Bevölkerungsentwicklung beeinflusst<sup>30</sup>. Auch diese Rückwirkungen wurden nicht zugelassen oder untersucht.

---

<sup>27</sup> Für einen Überblick über demo-ökonomische Ansätze siehe *Felderer* (1983), Seite 4 ff.

<sup>28</sup> Siehe beispielsweise *Schmitt-Rink* (1985).

<sup>29</sup> Ausführlich dazu *Felderer* (1983), Seite 102 ff.

<sup>30</sup> Für die klassischen Ökonomen wie David *Ricardo*, Adam *Smith* oder Thomas Robert *Malthus* war dies eine selbstverständliche Rückwirkung. Siehe dazu auch *Pschenny* (1981).

### Literaturverzeichnis

- Beach, C. M., D. E. Card* und *F. Flatters* (1981): *Distribution of Income and Wealth in Ontario: Theory and Evidence*, Toronto.
- Becker, G. S.* (1975): *Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education*, 2nd ed., New York: National Bureau of Economic Research.
- Blinder, A. S.* (1974): *Toward an Economic Theory of Income Distribution*, Cambridge (Mass.): MIT Press.
- und *Y. Weiss* (1974): *Human Capital and Labor Supply: A Synthesis*. Working Paper 55, Industrial Relations Section, Princeton University.
- — (1976): *Human Capital and Labor Supply: A Synthesis*, in: *Journal of Political Economy*, 84, 449-472.
- Blümle, G.* (1972): *Vermögensverteilung, personelle Einkommensverteilung und Wirtschaftswachstum*, in: *Kyklos* 25, 457-479.
- (1975): *Theorie der Einkommensverteilung*, Berlin—Heidelberg—New York: Springer-Verlag.
- Clement, W., M. Tessaring* und *G. Weißhuhn* (1980): *Zur Entwicklung der qualifikations-spezifischen Einkommensrelationen in der Bundesrepublik Deutschland*, in: *Mitteilungen aus der Arbeitsmarkt- und Berufsforschung* 2/1980, 184-212.
- Cowell, F. A.* (1973): *Age Structure and the Size Distribution of Incomes*, Cambridge, mimeo.
- DIW (1983): *Einkommenschichtung der privaten Haushalte in der Bundesrepublik Deutschland 1981. Das Einkommen sozialer Gruppen vor und nach der Umverteilung*, in: *Wochenbericht des DIW* 30/83.
- (1982): *Methodische Aspekte und empirische Ergebnisse einer makroökonomisch orientierten Verteilungsrechnung*. Schriften zum Bericht der Transfer-Enquête-Kommission „Das Transfersystem in der Bundesrepublik Deutschland“, Tabellenband, Stuttgart—Berlin—Köln—Mainz: Kohlhammer.
- Dorfman, R.* (1969): *An Economic Interpretation of Optimal Control Theory*, in: *American Economic Review* 59, 817-831.
- Driffill, E. J.* (1977): *Essays in Human Capital Accumulation and Labor Supply*, Ph. D. thesis, Princeton University.
- (1979): *The Individual's Supply of Skill and Hours of Work, and Demand for Training*, in: *Recherches Economiques de Louvain* 45, 241-279.
- (1980): *Life-Cycles with Terminal Retirement*, in: *International Economic Review* 21, 45-62.
- Felderer, B.* (1983): *Wirtschaftliche Entwicklung bei schrumpfender Bevölkerung*, Berlin—Heidelberg—New York—Tokio: Springer-Verlag.
- Fisz, M.* (1970): *Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik*, Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften.
- Franz, W.* und *H. König* (1984): „Habit Persistence“ und intertemporale Allokation des Arbeitsangebots, Referat, gehalten beim Symposium „Intertemporale Allokation“ des Sonderforschungsbereichs 5 am 20./21. Februar 1984 an der Universität Mannheim.

- Ghez, G. und G. Becker* (1974): *The Allocation of Time and Goods over the Life Cycle*, New York.
- Heckman, J.* (1976a): A Life-Cycle Model of Earnings, Learning, and Consumption, in: *Journal of Political Economy* 84, Supplement 11-44.
- (1976b): Estimates of a Human Capital Production Function Embedded in a Life-Cycle Model of Labor Supply, in: N. Terleckyi (ed.), *Household Production and Consumption. Studies in Income and Wealth*, Vol. 40, New York, 227-264.
- Hober, R.-J. und H. Mierheim* (1981): Die Bedeutung des Versorgungsvermögens für die personelle Vermögensverteilung der privaten Haushalte in der Bundesrepublik Deutschland 1973, in: *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, Bd. 196/5, 385-419.
- Holzmann, R.* (1984): *Lebenseinkommen und Verteilungsanalyse*, Berlin—Heidelberg—New York—Tokyo: Springer-Verlag.
- Lydall, H. F.* (1976): Theories of the Distribution of Earnings, in: A. B. Atkinson (ed.), *The Personal Distribution of Incomes*, London: Allen & Unwin, 15-46.
- Mierheim, H. und H. Wicke* (1978): *Die personelle Vermögensverteilung in der Bundesrepublik Deutschland*, Tübingen: Mohr.
- Mincer, J.* (1970): The Distribution of Labor Incomes: A Survey, in: *Journal of Economic Literature* 8, 1-26.
- (1958): Investment in Human Capital and Personal Income Distribution, in: *Journal of Political Economy* 66, 281-302.
- Oniki, H.* (1973): Comparative Dynamics (Sensitivity Analysis) in Optimal Control Theory, in: *Journal of Economic Theory* 6, 265-283.
- Pohmer, K.* (1985): *Mikroökonomische Theorie der personellen Einkommens- und Vermögensverteilung*, Berlin—Heidelberg—New York—Tokyo: Springer-Verlag.
- Pontrjagin, L. S., u. a.* (1964): *Mathematische Theorie optimaler Prozesse*, München—Wien.
- Pschenny, W.* (1981): *Bevölkerungsentwicklung und Einkommensverteilung in wechselseitiger Verknüpfung*, Boppard am Rhein: Boldt.
- Ramser, H. J.* (1987): *Verteilungstheorie*, Berlin—Heidelberg—New York: Springer-Verlag.
- Ryder, H. E., F. P. Stafford und P. E. Stephan* (1976): Labor, Leisure and Training over the Life Cycle, in: *International Economic Review* 17, 651-674.
- Ruggles, N. D. und R. Ruggles* (1977): The Anatomy of Earnings Behavior, in: F. T. Juster (ed.), *The Distribution of Economic Well-Being*, Cambridge (Mass.).
- Sahota, G. S.* (1978): Theories of Personal Income Distribution: A Survey, in: *Journal of Economic Literature* 16, 1-55.
- Sawyer, M.* (1976): Income Distribution in OECD-Countries, in: *Occasional Studies, OECD Economic Outlook*.

- Schmähl, W.* (1981): Lebenseinkommens- und Längsschnittanalysen. Methodische und empirische Fragen sowie ihre verteilungs- und sozialpolitische Bedeutung, in: P. Herder-Dorneich (Hrsg.), *Dynamische Theorie der Sozialpolitik*, Schriften des Vereins für Socialpolitik, N. F., Band 123, 225-330.
- Schmitt-Rink, G.* (1985): Der Einfluß demographischer Veränderungen auf Güter- und Arbeitsmarktgleichgewicht. Eine kurzfristige Analyse, in: Bundesinstitut für Bevölkerungsforschung (Hrsg.), *Materialien zur Bevölkerungswissenschaft*, Heft 41, Wiesbaden, 145-157.
- Shorrocks, A. F.* (1980): The Class of Additively Decomposable Inequality Measures, in: *Econometrica*, 48, 613-625.
- Statistisches Bundesamt (1986): *Wirtschaft und Statistik* 11/1986, 438-439.
- (1985): *Bevölkerung gestern, heute und morgen*, Mainz: Kohlhammer.
- (1981): *Fachserie 15, Einkommens- und Verbrauchsstichprobe 1978, Heft 2: Vermögensbestände und Schulden privater Haushalte*, Stuttgart—Mainz: Kohlhammer.
- Takayama, A.* (1974): *Mathematical Economics*, Hindsdale: Dryden Press.
- Taubman, P. J.* (1975): *Sources of Inequality in Earnings: Personal skills, random events, preferences towards risk and other occupational characteristics*, Amsterdam: North-Holland, 1-20.
- Weizsäcker, R. K. von* (1986): *Theorie der Verteilung der Arbeitseinkommen*, Tübingen: Mohr.
- (1987 a): *Age Structure and Income Distribution Policy*, Diskussionspapier Nr. A-118, Bonn: Universität Bonn, Institut für Wirtschaftswissenschaften, Sonderforschungsbereich 303.
- (1987 b): *Umverteilungsbesteuerung, Rentenfinanzierung und demographischer Wandel: Eine Inzidenzanalyse*. Diskussionspapier Nr. A-145, Bonn: Universität Bonn, Institut für Wirtschaftswissenschaften, Sonderforschungsbereich 303.





# Social Security, Demographic Change, and the Reversibility of Majority Decisions

By *Friedrich Breyer, Hagen\**,  
and *J.-Matthias Graf von der Schulenburg, Berlin\*\**

## 1. Introduction

In many countries there exist mandatory social security systems based on a pay-as-you-go financing scheme. Unlike in funded pension plans, the benefits paid out to pensioners in any given year are not drawn from reserves piled up during their working lives but are taken directly from the contributions on the currently active members (see, e.g., Aaron 1982, p. 7). Besides the problem of dynamical efficiency first addressed by Aaron (1966), there exists an intergenerational equity aspect because both in the phase of its introduction (or expansion) and in periods of demographical change social security implies transfers of *lifetime* income among generational cohorts.

This redistributive character of mandatory pension funds gave rise to the question of the viability of these systems in democratic societies. Browning (1975) was the first to analyse a model of a direct democracy with majority voting on the level of pension benefits (and contributions), and he found that as a result of the penetrating median-voter dominance these systems had a tendency to overexpand relative to the efficient size. The latter is determined by intertemporal consumption preference of a young person just entering the work force, who takes the full (discounted) costs and benefits of a pension plan into account. The older a worker already is, the shorter is the time span during which he will have to share in the additional tax burden if the benefit level is raised, whereas already retired persons can only gain by a benefit increase. Therefore, the median voter, quite generally someone in the second half of his working life, will favor a higher than efficient benefit level.

Recently, Breyer and Schulenburg (1987a) have presented an entirely different view of the public choice of intergenerational transfer systems. Considering the fact that there exist important voluntary transfers between the old and the young within families, the authors propose to treat the family rather

---

\* Fachbereich Wirtschaftswissenschaft, Fernuniversität Hagen, Postfach 940, D-5800 Hagen.

\*\* Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Universität Hannover, Wunstorfer Str. 14, D-3000 Hannover 91.

than the individual as the relevant financial and decision-making unit. If all present and discounted future costs and benefits of all members of the family are taken together, families that grow faster than the population at large will become net payors and can thus be expected to reject such a system. As a result, majority voting will jeopardize the survival of social security systems especially if population growth is negative and/or children are highly unevenly distributed.<sup>1</sup>

Like in Browning's paper, the analysis was based upon two simplifying assumptions that it should be desirable to drop. First, the voting decision was taken to be irreversible, but it is implausible that the present voters should have a choice that is not available to future generations as well (Sjoblom 1985, p. 230). Secondly, the rate of population growth was assumed as constant over time, which implies a steady-state development of the population. This latter assumption, which is shared by most of the literature on social security voting, precluded the application of the model to situations of demographic change as observed in most Western European countries over the last decade, in which fertility rates fell sharply. Even if social security is viable under majority voting in societies with balanced population, transition periods with a strong imbalance in the age composition might put it under irresistible pressure.

In this paper both shortcomings shall be corrected. The reasoning unfolds as follows. In Section 2 we shall briefly restate the basic elements of the voting model. Section 3 is devoted to a discussion of various conceivable types of reversibility of voting decisions with respect to social security systems and of different variants of "demographic change". In Section 4 the voting hypothesis will be discussed, and in Section 5 the results of a simulation analysis of the model shall be presented. It will be shown how the extent of change of fertility and the family structure affect whether and, if so, in which phase of the demographic development a once-established mandatory pension fund will be abolished. Section 6, finally, contains some concluding remarks.

## 2. The Basic Model

The basic version of our model of intergenerational transfers was developed in Breyer and Schulenburg (1987a, 1987b). The following assumptions will be used here as well. Each person lives three periods of equal length, as a child, as a worker and as a pensioner. In every period  $s$ , therefore, the society consists of three different generations aged  $\tau = 1, 2$  and  $3$ , respectively. For sake of simplicity we ignore the fact that two persons are needed for reproduction and assume that in any given period  $s$  each worker ("adult") can have 2, 1 or zero children with nonnegative probabilities  $p_s, q_s$  and  $1 - p_s - q_s$ , respectively. In contrast to the earlier model, we assume here that the fertility parameters may

---

<sup>1</sup> For a similar result with respect to intergenerational transfers through social health insurance see Breyer and Schulenburg (1987b).

change over time while they are ex ante the same for all members of a given generation.

For the society as a whole, the reproduction rate in period  $s$ ,  $\alpha_s$ , will be defined as the ratio of children born in  $s$  to workers living in  $s$  and thus by

$$(1) \quad \alpha_s = 2p_s + q_s .$$

Somewhat imprecisely, we shall call  $g_s$  with

$$(2) \quad g_s = \alpha_s - 1$$

the “population growth rate” in period  $s$  although strictly speaking  $g_s$  does not have to correspond to the growth in the number of persons living in  $s$  as compared to  $s-1$  unless  $\alpha$  has remained constant for at least two standard periods.

To describe the family structure of the society in any given period  $s$ , we define a “family” as a group consisting of one pensioner and all his descendants living in  $s$ . The assumptions imply that in  $s$  nine different family types exist. Table 1 shows the age composition of the respective types and their relative frequencies.

*Table 1*  
**Family Types and Their Relative Frequencies in Period  $s$**

Family Type $j$	Pensioners $R_{js}$	Adults $A_{js}$	Children $C_{js}$	Relative Frequency $\Pi_{js}$
1	1	2	4	$p_{s-1} \cdot p_s^2$
2	1	2	3	$2p_{s-1} \cdot p_s \cdot q_s$
3	1	2	2	$p_{s-1} \cdot (q_s^2 + 2p_s \cdot (1 - p_s - q_s))$
4	1	2	1	$2p_{s-1} \cdot q_s \cdot (1 - p_s - q_s)$
5	1	2	0	$p_{s-1} \cdot (1 - p_s - q_s)^2$
6	1	1	2	$q_{s-1} \cdot p_s$
7	1	1	1	$q_{s-1} \cdot q_s$
8	1	1	0	$q_{s-1} \cdot (1 - p_s - q_s)$
9	1	0	0	$1 - p_{s-1} - q_{s-1}$

The financing scheme of social security is characterized by three basic features, the benefit schedule, the contribution schedule and a balance condition. Both individual benefits,  $b(\tau)_s$ , and individual contributions,  $k(\tau)_s$ , are assumed to depend only on age, while other factors such as income are completely ignored. As usual in pension funds, only pensioners receive benefits and only (employed) adults pay contributions so that

$$(3) \quad b(1)_s = b(2)_s = k(1)_s = k(3)_s = 0 \quad \text{for any } s,$$

while the remaining parameters are tied together by the balance condition for a pay-as-you-go system

$$(4) \quad b(3)_s \cdot \sum_{j=1}^9 \Pi_{j_s} R_{j_s} = k(2)_s \cdot \sum_{j=1}^9 \Pi_{j_s} A_{j_s}.$$

By the assumptions on the reproduction rates made above, the relative number of adults living in  $s$ ,  $\sum_j (\Pi_{j_s} A_{j_s})$ , is just  $\alpha_{s-1}$  times the relative number of pensioners,  $\sum_j (\Pi_{j_s} R_{j_s})$ . Hence (4) reduces to

$$(5) \quad b(3)_s = \alpha_{s-1} \cdot k(2)_s,$$

so that the higher the reproduction rate has been one period earlier, the lower is ceteris paribus the contribution rate required to finance a given level of pension payments under the pay-as-you-go system.

### 3. The Dynamic Voting Process

#### 3.1. The Reversibility of the Voting Decision

If a public decision process is analyzed using a model of direct democracy, it is important for the task of weighing the costs and benefits of the various alternatives for the individual voters to know for how long the voting outcome is binding before a revision occurs. If the subject matter concerns the institution, abolition or modification of a mandatory social security system, we can in principle distinguish three possibilities with respect to the reversibility of the voting outcome:

- a) Irreversibility: Throughout most of the literature (including Browning 1975 and Breyer and Schulenburg 1987 a) it is assumed that the pension system chosen at the beginning of the period in question,  $t$ , will remain in effect indefinitely or at least a lifetime into the future. This assumption, although hard to justify in a democracy with periodic elections, has the advantage that future costs and benefits implied by the present decision can be easily taken into account.
- b) Total periodic reversibility: At the opposite extreme it can be assumed that the same choice is offered to the electorate at the beginning of every period and that the decision taken in  $t$  does not restrict the options available in  $t + 1$ . Thus the situation corresponds to a static redistribution game. In the traditional approach, which considers the interests of each age group as homogeneous, the median voter outcome would be a refusal of mandatory social security as long as less than half of the electorate are pensioners and no one has altruistic feelings (as in Verbon 1986).<sup>2</sup>

<sup>2</sup> For a slightly more complex modelling of the situation, which allows the voters to choose "reaction functions" rather than simply benefit levels, see *Sjoblom* (1985, pp. 233).

c) **Asymmetric Reversibility:** Like in many other areas, e.g. in the well-known Hells Canyon problem (Fisher et al. 1972), one of the choices that the voters face in period  $t$  (“use as a national park”) may be reversible in  $t + 1$  whereas the other (“use for a hydroelectric facility”) is not. This kind of restriction is especially plausible if the choice under consideration is of a discrete type. In the social security context this would refer to the decision on the institution or abolition of mandatory pension systems as such rather than to the choice of benefit levels. In particular, two alternative types of irreversibility are conceivable:

- c1) **No abolition:** In the initial situation, there exists no social security system, but once established it has to remain indefinitely. This rule could be justified with the constitutional rights to appropriate retirement benefits which a person acquires by contributing to a mandatory pension plan.
- c2) **No reestablishment:** Initially there is a social security system, but a decision to abolish it is considered as irreversible due to the high fixed costs of setting up the required organizational apparatus.

Although the constitutional rights characterizing the c1) case are clearly important to some extent (see, e.g. Steden 1981), we shall nevertheless focus our following analysis on the c2) situation simply because of the applicability to countries such as the United States or West Germany where mandatory social security systems do exist.

In Breyer and Schulenburg (1987a) it was shown that with irreversible democratic decision-making (case a)) the survival of mandatory pension plans depends, inter alia, upon the demographics of the society. There, however, only steady-state developments of the population were considered. The new case c2) setup will enable us to deal with non-steady-state situations and, in particular, to address the following questions:

1. Given that the predicted future demographic composition will rule out the long-run survival of social security under majority voting, under what circumstances will present voters anticipate the abolition, in other words, what is the *timing* of the abolition in a series of voting rounds?
2. Even if the future demographic composition will be favorable to the existence of social security, is the system nevertheless jeopardized during a transition period, when the population shifts from one steady state to another?

Before addressing these questions it will be useful to sketch briefly what types of demographic change will be considered in the following analysis.

### 3.2 Types of Demographic Change

For some decades after the second world war, birth rates in the western industrialized countries were just about sufficient to replace deaths and keep population sizes constant.<sup>3</sup> During this period pay-as-you-go financed social security systems were created or expanded in many countries. Then in the 1970s birth rates fell more or less sharply until they reached levels far below replacement rates, where they are remaining now. Moreover, it is hard to predict whether this decline in fertility rates is a temporary or a permanent phenomenon, i.e. even if the present imbalance in the composition of the population is eventually corrected and a new steady state is attained, it is hard to know whether this will be a situation of constant (at a lower size than today) or steadily declining population.

To capture this kind of development in our model of three overlapping generations, we shall assume that in the initial period  $t - 1$ , there is an equal number  $N$  of persons in each age group. Thus the fertility parameters responsible for period  $t - 1$  must fulfil the condition

$$(6) \quad 2p_s + q_s = 1 \quad (s = t - 2, t - 1).$$

One period later, both parameters drop to

$$(7) \quad p_t = \beta \cdot p_{t-1} \quad (\beta < 1)$$

$$(8) \quad q_t = \beta \cdot q_{t-1}$$

respectively so that now only  $\beta \cdot N$  children are born. In the next period,  $t + 1$ , either these parameters remain at their below-replacement levels (model A) or they return to their original values, which just guarantee zero population growth (model B). Table 2 gives the numbers of persons in each age group living in periods  $t - 1$  to  $t + 2$ , for both models.

Table 2  
Two models of demographic change

period	Model A (permanent change of fertility)			Model B (temporary change of fertility)		
	pensioners	adults	children	pensioners	adults	children
$t - 1$	$N$	$N$	$N$	$N$	$N$	$N$
$t$	$N$	$N$	$\beta N$	$N$	$N$	$\beta N$
$t + 1$	$N$	$\beta N$	$\beta^2 N$	$N$	$\beta N$	$\beta N$
$t + 2$	$\beta N$	$\beta^2 N$	$\beta^3 N$	$\beta N$	$\beta N$	$\beta N$

<sup>3</sup> In some instances, they even allowed a positive population growth rate.



In model A, the composition of the population corresponds to a steady-state development in all periods except  $t$ . However, the steady state from  $t + 1$  onwards is one of negative growth. In model B the imbalance among the age groups remains until period  $t + 1$ , but in  $t + 2$  a new stationary state is attained. To avoid unpleasant duplication of arguments, the following analysis will be confined to model A, the case of permanent change of fertility.

#### 4. The Voting Hypothesis

We shall now examine the outcome of the voting process by employing a very simple public choice model. In this model adults ( $\tau = 2$ ) and pensioners ( $\tau = 3$ ) are entitled to vote. In every period there is a referendum on the question whether the existing social pension system shall be continued or abolished (and probably replaced by privately organized measures such as private life insurance to provide for an income during retirement).

The members of a family of type  $j$  will vote for an abolition of social security in period  $s$  if the total discounted value of current and future costs implied by social security for all members of family  $j$  exceeds the discounted value of the corresponding benefits by a factor  $x$ . Future costs and benefits from a period  $u$  onwards are ignored if the voting round in period  $u$  can be expected to lead to the abolition of the social pension system then. Thus the condition for a negative vote of family  $j$  on the maintenance of social insurance in period  $s$  becomes

$$(9) \quad \sum_{z=s}^{u-1} (1 + \delta)^{-z+s} [K_{jz} - (1 + x)B_{jz}] > 0.$$

In (9)  $\delta$  denotes the rate of time discount,  $K_{jz}$  total contributions and  $B_{jz}$  total pension receipts of a family of type  $j$  in period  $z$ .

The parameter  $x$  expresses the assumption that the net losses from being insured in the mandatory social security system have to exceed some threshold to induce voters to vote actively for a reform or abolition of the system. In the computer simulations described below we shall set  $x$  equal to zero, but there are plausible arguments for the hypothesis that  $x$  is positive. For instance it is costly to buy appropriate insurance coverage in the private market, due to the premium loading calculated by private insurance companies. In addition, individuals are not sensitive enough to notice very small differences between expected benefits and losses and show risk-averse behavior towards new and unknown options.

If (9) is fulfilled for families who comprise more than 50 per cent of the electorate, social security will be abolished and can not be re-established in the foreseeable future.

### 5. The Outcome of the Voting Process

Since according to (9) each generation has to take the results of *future* decisions into account when determining its own optimal voting behavior, we start the analysis of the successive voting process by considering period  $t + 1$ , the beginning of the new (and permanent) steady state in the structure of population. Given that social security has survived up to that period, the steady state property implies that the decision taken then will not be reversed later on. So we can apply the results of Breyer and Schulenburg (1987a), where a once-and-for-all decision situation was assumed.

Table 3 restates these results, which were derived via computer simulations:  $p_{t+1}$  ( $= p_t$ ) is the parameter describing the distribution of children and  $g_{t+1}$  is the population growth rate. Both variables are at their new steady state values *after* the reduction in fertility. The numbers in the cells are the shares of votes for the abolition of the mandatory public pension system under the assumption of neutral time preference ( $\delta = 0$ ). Figures in bold print denote a majority for the abolition of social security.

*Table 3*  
**Percentage of voters for the abolition of social security in period  $t + 1$**   
**with neutral time preference**

$p_{t+1}$	.00	.05	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45	.50
$g_{t+1}$											
-.50	.33	.34	.36	.39	.44	.50					
-.45	.39	.39	.40	.42	.46	<b>.51</b>					
-.40	.45	.44	.44	.45	.48	<b>.51</b>	<b>.56</b>				
-.35	<b>.51</b>	.49	.48	.49	.50	<b>.53</b>	<b>.57</b>				
-.30	<b>.58</b>	<b>.54</b>	<b>.51</b>	.47	.44	.41	.39	.36			
-.25	<b>.64</b>	<b>.60</b>	<b>.56</b>	<b>.53</b>	.49	.46	.44	.41			
-.20	<b>.71</b>	<b>.66</b>	<b>.62</b>	<b>.58</b>	<b>.55</b>	<b>.52</b>	.49	.46	.43		
-.15	<b>.78</b>	<b>.73</b>	<b>.68</b>	<b>.64</b>	<b>.60</b>	<b>.57</b>	<b>.54</b>	<b>.51</b>	.48		
-.10	<b>.85</b>	<b>.79</b>	<b>.74</b>	<b>.70</b>	<b>.66</b>	<b>.62</b>	<b>.59</b>	<b>.56</b>	<b>.53</b>	.50	
-.05	<b>.93</b>	<b>.86</b>	<b>.80</b>	<b>.76</b>	<b>.71</b>	<b>.67</b>	<b>.64</b>	<b>.61</b>	<b>.58</b>	<b>.55</b>	
0	.00	.11	.21	.28	.34	.38	.42	.46	.49	<b>.52</b>	<b>.56</b>

We now turn to the referendum in period  $t$ : Here the crucial parameters determining the characteristics of social old-age insurance and the composition of the electorate are  $p_{t-1}$ , the indicator for the distribution of descendants in the old steady state, and  $\beta$ , the rate of change in fertility. Moreover, individually rational behavior of voters in period  $t$  will depend upon the anticipated results of the referendum in  $t + 1$ : If social security is about to be abolished one period later, only *present* costs and benefits from the system ought to be considered.

In order to transfer the results from Table 3 with respect to voting in period  $t + 1$  into a  $(p_{t-1}, \beta)$ -diagram we note that owing to (1), (2), (6) and (7) the parameters are interdependent through the equalities

$$(10) \quad p_{t-1} = \frac{1}{\beta} \cdot p_{t+1} \cdot$$

$$(11) \quad g_{t+1} = \alpha_{t+1} - 1 = \beta \cdot \alpha_t - 1 = \beta - 1 \Rightarrow \beta = g_{t+1} + 1 \cdot$$

In Figure 1, the regions of parameter combinations for which according to Table 3 social security *cannot* survive beyond period  $t$  are shaded. The pattern of these regions is not straightforward: If the decline in fertility is very small ( $.85 \leq \beta < 1$ ), a majority for the abolition of social security is certain except for extremely unequal distribution of children, in the medium range ( $.7 < \beta < .85$ ) such a majority still requires that  $p_{t-1}$  is *below* some critical level, whereas with rapidly declining reproduction rates ( $.55 \leq \beta \leq .65$ ) it occurs only with *high* levels of  $p_{t-1}$ .

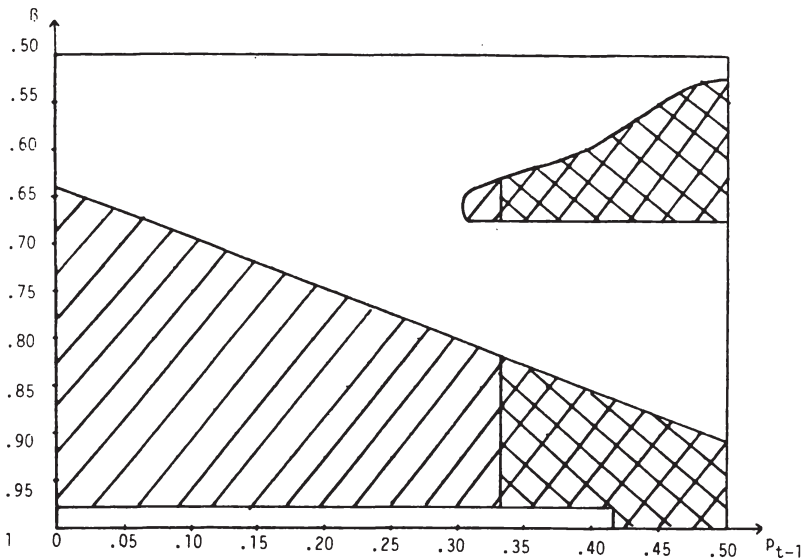


Figure 1

1. In all those cases in which social security is expected to be abolished in period  $t + 1$  even if it is continued in  $t$ , the condition for a negative decision of a family of type  $j$  in  $t$ , (9) reduces to

$$(12) \quad K_{jt} > (1 + x) \cdot B_{jt}$$

or, by using (3), (5),  $x = 0$  and  $\alpha_t = 1$ :

$$(13) \quad A_{jt} > R_{jt}.$$

It is easy to see that voters of family types 1 to 5 will cast their votes against this limited continuation of social old-age insurance, and their combined share of votes can be calculated as

$$(14) \quad \gamma_t = \frac{3p_{t-1}}{3p_{t-1} + 2q_{t-1} + 1 - p_{t-1} - q_{t-1}} = \frac{3p_{t-1}}{2p_{t-1} + q_{t-1} + 1}.$$

In the case of  $\alpha_{t-1} = 1$  this reduces to

$$(15) \quad \gamma_t = 3/2 \cdot p_{t-1} > 1/2 \Leftrightarrow p_{t-1} > 1/3.$$

Thus, if descendants are very unevenly distributed, the abolition of social security is advanced one period or generation because the resulting static redistribution process harms a majority of voters under these circumstances (see the cross-hatched region in Figure 1).

2. If, on the other hand, the future steady does support the social security system, present voters (in period  $t$ ) will apply decision rule (9) unchanged. The results of the voting round in  $t$  under these conditions are given in Table 4.

*Table 4*  
**Percentage of voters for the abolition of social security in period  $t$**   
**with neutral time preference**

$p_{t-1}$	.00	.05	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45	.50
$\beta$											
.50	.50	.48	.47	.45	.43	.42	.40	.38	.37	.35	.33
.55	<b>.55</b>	<b>.53</b>	<b>.51</b>	.49	.47	.45	.43	.42	.40		
.60	<b>.60</b>	<b>.57</b>	<b>.55</b>	<b>.53</b>	<b>.51</b>	.49	.47	.45			
.65		<b>.62</b>	<b>.59</b>	<b>.57</b>	<b>.54</b>	<b>.52</b>	.50				
.70				<b>.61</b>	<b>.58</b>	<b>.55</b>	<b>.53</b>	<b>.51</b>	.48	.46	.43
.75							<b>.56</b>	<b>.53</b>	<b>.51</b>	.48	.46
.80								<b>.56</b>	<b>.53</b>	<b>.51</b>	.48
.85										<b>.53</b>	<b>.51</b>
.90											<b>.52</b>
.95											
1.00	.00	.11	.21	.28	.34	.38	.42	.46	.49		

Given the extent of decline in fertility, i.e. given  $\beta$ , the percentage share of negative votes is seen to be decreasing with an increase in  $p_{t-1}$ , i.e. with a growing concentration of descendants. The boldfaced numbers in Table 4

denote the most problematic situations: Although the social security system could survive in the long run due to the population structure in the future steady state, it is “killed” during the transition process from the old to the new steady state and can not, according to the assumptions of the model, be re-established later. In the region of the decline in fertility which is representative for the recent German experience (i.e. around  $\beta = .65$ ) this occurs with small to moderate values of the distribution parameter  $p$ .

## 6. Conclusions

If democratic decision-making on the maintenance or abolition of an existing pay-as-you-go financed pension system can be described as a repeated (direct) voting situation with asymmetric reversibility of the voting outcome, periods of demographic change have a crucial influence on the survival of the system. In this paper we considered the transition from a stationary population to a steady state with negative growth rate. If, moreover, voters in a referendum decide according to the interests of their family as a whole, a variety of voting outcomes may result, depending upon the extent of the decline in fertility and the family structure, including some outcomes which are not immediately obvious.

In contrast to the traditional views on social security, e.g., even if future generations are expected to abolish the system, the present generation may nevertheless maintain it temporarily, because the static redistribution involved in it benefits enough families to constitute a majority of voters. On the other hand, the system may be abolished during the demographic transition process even though it would gain majority acceptance in the new steady state if only it survived up to that period. Thus the results demonstrate the fragility of this intergenerational transfer system in periods of demographic change.

Of course, care must be taken in the application of these results to the prediction or interpretation of real-world developments because they were derived under a set of restrictive assumptions. In particular, a direct democracy was considered, and it was supposed that voters correctly anticipate not only the future demographic evolution but also the outcomes of future voting rounds. Finally, voters were assumed to have neutral time preference.

With all these qualifications the model seems to suggest that the family structure, i.e. the distribution of children across families, plays an important role for the acceptance of mandatory social security, especially in periods of demographic change. Therefore recent proposals to make social security taxes (or benefits, respectively) dependent upon the number of one's children (see, e.g. Dinkel 1981, Richter and Weimann 1987) and thus reduce the extent of implicit redistribution from families with many to those with few children appear to be a reasonable way to increase the survival chances of social security in a democracy.

## References

- Aaron, H. J.* (1966): The Social Insurance Paradox, *Canadian Journal of Economics and Political Science* 33, 371-374.
- (1982), *Economic Effects of Social Security*, Washington.
- Breyer, F.* and *J.-M. Graf v. d. Schulenburg* (1987a): Voting on Social Security: The Family as Decision-Making Unit, *Kyklos* 40, 529-547.
- — (1987b): Family Structure and Intergenerational Transfers in Social Health Insurance: A Public Choice Model, in: R. Pethig and U. Schlieper (Eds.), *Efficiency, Institutions, and Economic Policy*, Berlin—Heidelberg 1987, 63-80.
- Browning, E. K.* (1975): Why the Social Insurance Budget is too large in a Democracy, *Economic Inquiry* 13, 373-388.
- Dinkel, R.* (1981): Kinder- und Alterslastenausgleich bei abnehmender Bevölkerung. Ein Diskussionsbeitrag, *Finanzarchiv N. F.* 39, 134-147.
- Fisher, A. C., J. V. Krutilla* and *C. J. Cicchetti* (1972): The Economics of Environmental Preservation: A Theoretical and Empirical Analysis, *American Economic Review* 62, 605-619.
- Richter, W. F.* and *J. Weimann* (1987): Kinderjahre: Ein Vorschlag zur Rentenreform, *Wirtschaftsdienst* 67, Mai, 260-262.
- Sjoblom, K.* (1985): Voting for Social Security, *Public Choice* 45, 225-240.
- Steden, W.* (1981): Die Finanzierung der gesetzlichen Rentenversicherung in der Bundesrepublik — vermögenstheoretische Implikationen, *Finanzarchiv N. F.* 39, 408-461.
- Verbon, H. A. A.* (1986): Altruism, Political Power and Public Pensions, *Kyklos* 39, 343-358.

# Accidental Bequests, Social Security, and the Distribution of Wealth

By *Gerhard Schwödiauer*, Bielefeld, and *Alois Wenig*, Hagen

## 1. Introduction

Empirical studies demonstrate the significance of bequests for the explanation of aggregate wealth accumulation. There are, basically, two theoretical possibilities to account for the role of bequests in the framework of the established life-cycle model of saving. One is to postulate a bequest motive, either by introducing the individual's end-of-life wealth as an argument into the intertemporal utility function or by regarding the children's utility functions as arguments of the respective parents' utility functions.<sup>1</sup> The other possibility is to drop the assumption that the representative individual's life time is of a given, certain length. If an individual dies with positive probability before the end of his or her hypothetical maximum life span bequests will occur even if there is no "bequest motive", because the individual's saving plan makes provisions for the potential rest of life. This is the model of "involuntary" or "accidental bequests".<sup>2</sup> A recent empirical test<sup>3</sup> seems to show that the accidental-bequest hypothesis may be better suited to explain available data on saving behavior than the bequest-motive hypothesis.

In this paper we abstract from any bequest motive and study the consequences of accidental bequests for the intra-cohort distribution of wealth in the context of an overlapping-generations model. In the earlier literature on personal income and wealth distribution<sup>4</sup> neither mortality nor the effects of overlapping age-cohorts play any role. There is only one study<sup>5</sup> in this intellectual tradition

---

<sup>1</sup> *Barro* [1974], see also e.g., *Abel* [1987].

<sup>2</sup> *Yaari* [1965] was the first to analyze the effects of life-time uncertainty on individual saving behavior. He and most of the subsequent literature on life-time uncertainty, however, did study neither the impact of these accidental bequests on the heirs' behavior nor the intergenerational consequences ensuing therefrom.

<sup>3</sup> Using American panel data, *Hurd* [1987] specifies a model of consumption and bequests with two types of consumers—those with a bequest motive and those without a bequest motive—and demonstrates that the data do not support the bequest-motive hypothesis.

<sup>4</sup> See, e.g., *Champernowne* [1953].

<sup>5</sup> *Wold-Whittle* [1957]. They claim that their model "explains" the Pareto-distribution of wealth.



in which individuals die with constant and equal probabilities at any point of time, their wealth being split among  $n$  offspring in case of death. But also this model does neither offer a microeconomic analysis of saving behavior (wealth is just assumed to grow at a constant rate as long as the individual is alive) nor does it possess an intergenerational structure (the offspring appear only in case an individual dies). The overlapping-generations literature on the other hand, confined itself for a long time to models with certain life time. Only recently overlapping-generations models with uncertain life-time and accidental bequests have begun to be studied.<sup>6</sup> A central problem in these studies is the question of existence of private annuity markets and the welfare effects of compulsory social security. It is argued that there would be no accidental bequests if perfect private annuity markets existed, since individuals without a bequest motive could increase their life-time utility by buying contingent claims instead of accumulating unconditional assets. Accidental bequests are therefore explained by the non-existence or incompleteness of private annuity markets for which adverse-selection problems are blamed. In reality, however, there are still other reasons why people prefer to provide for their old-age also by other means than annuities: Mistrust in the annuity business may play a role; another reason may be the demand for the services of rather durable and highly specific consumption goods for which complete rental markets are missing; still another reason may be that the possession of bequeathable wealth enhances the power of old people over their offspring (which is not a bequest motive proper).<sup>7</sup>

All these reasons for the occurrence of accidental bequests are of course difficult to model. Thus, in this paper we just assume that all life-cycle savings, in so far as they are not absorbed by compulsory social security, are held in the form of uncontingent claims to real capital. In contrast to the work by Eckstein—Eichenbaum—Peled [1985] and Abel [1985] we concentrate on the impact of social security on the distribution of wealth and consumption using a three-period overlapping-generations model with a constant probability of death at the end of the second period.

Furthermore, we allow for positive net-rates of return on capital and positive population growth rates but, in contrast to Abel [1985], we do not assume technically fixed marginal productivities of capital and labor. Instead we work with a standard neo-classical production function. As far as the financing of social security is concerned we deal both with a fully-funded and a pay-as-you-go system. In section 2 we introduce the model limiting our analysis to steady-state equilibria. In section 3 we calculate the steady-state distributions of wealth and consumption. The degree of inequality in distribution is measured by the coefficient of variation. In section 4 we investigate partial-equilibrium and general-equilibrium comparative-static effects of changes in the level of social

---

<sup>6</sup> Abel [1985], Eckstein—Eichenbaum—Peled [1985].

<sup>7</sup> Bernheim—Shleifer—Summers [1986] deal with this aspect as a “strategic bequest motive”.

security benefits and in other variables on the inequality in the distribution of wealth and consumption. In particular, we show that in a stable steady-state equilibrium, for the existence of which sufficient conditions are given, an increase in old-age security benefits increases the inequality in the distribution of bequeathable wealth.

## 2. The Model

We study an economy of overlapping-generations of many identical individuals who live either for two or three periods. Each individual is endowed with one unit of labor per period during the first two periods of life. Labor is (inelastically) supplied at a market-given competitive real wage  $w_t$ . At the end of their first period of life individuals have  $G \geq 1$  children each. At the end of the second period, individuals die with probability  $p$ ,  $0 < p < 1$ . Individuals do not work during the third period of their lives. Individuals start their economic lives with zero wealth and do not have a bequest motive; they plan to spend their lifetime income by the end of their third period of life. Bequests are purely accidental: If individuals die prematurely at the end of the second life period their wealth accumulated up to that point of time is divided equally among their offspring. There is no private market for annuities, all individuals savings are invested in real capital used in the production sector of the economy.

The production sector consists of a large number of firms producing a single consumption-cum-investment commodity using a homogeneous type of non-depreciating capital and labor according to a neoclassical production function  $Y_{t+1} = F(K_t, L_t)$ , where  $K_t$  and  $L_t$  denote aggregate amounts of capital and employment, respectively, at time  $t$ ,  $Y_{t+1}$  is aggregate net output available at  $t + 1$ , and the per-capita production function

$$(1) \quad f(K_t/L_t) = F(K_t/L_t, 1)$$

has the usual properties  $f' > 0$ ,  $f'' < 0$ ,  $\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty$ ,  $\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$ . The production sector hires labor at a competitive real wage  $w_t$  and rents the real capital stock provided by the population of overlapping-generations of individual worker-capitalists (and, possibly, by the social-security system) at a competitive real rental rate  $r_t$ . We limit our analysis to studying full-employment steady-state equilibria. If we denote by  $N_t$  the number of individuals born (and starting their economic lives) at time  $t$ , which we sometimes also call the beginning of period  $t$ , total working-age population in period  $t$  is given by  $N_{t-1} + N_t$ , and full employment is described by

$$(2) \quad L_t = N_{t-1} + N_t.$$

A steady-state equilibrium is characterized by a constant capital-labor ratio

$$(3) \quad K_t/L_t = k,$$

which satisfies the first-order condition for profit-maximizing production

$$(4) \quad r_t = r = f'(k)$$

implying that the steady-state real wage fulfills

$$(5) \quad w_t = w = f(k) - kf'(k).$$

We define the steady-state real gross rate of interest  $R$  as

$$(6) \quad R = 1 + r$$

and interpret the inverse of (4)

$$(7) \quad k = k(R) \text{ with } k' = 1/f'' < 0$$

as the steady-state stock demand for capital per unit of labor. For a given real interest factor  $R$  the steady-state real wage is, according to (5) and (7), given by

$$(8) \quad w = w(R) \text{ with } w' = -k < 0.$$

If we denote by  $s(R)$  the steady-state stock supply of real capital per unit of labor, a steady-state equilibrium must satisfy

$$(9) \quad k(R) = s(R).$$

$s(R)$  depends on individual and government behavior.

The only role of government in the model economy is to maintain an old-age social-security system paying to each individual surviving to the third period of life a real old-age pension of  $a$ . The social-security system is financed by a constant real social-security tax  $b$  per period and capita imposed on the working-age population. We consider as alternatives a balanced-budget pay-as-you-go system and an actuarially fair fully-funded system.

For the pay-as-you-go system the budgetary balance condition is

$$(10) \quad b(N_t + N_{t-1}) = (1-p)a N_{t-2};$$

since  $N_t = G N_{t-1} = G^2 N_{t-2}$ , the steady-state lump-sum social security contribution  $b$  necessary to finance a per-capita old-age pension  $a$  is given by

$$(11) \quad b = \frac{(1-p)a}{G(1+G)}.$$

Note that because of the large number of individuals there is no uncertainty for the social-security system:  $(1 - p)$  is here interpreted as the proportion of generation- $(t - 2)$  individuals surviving to period  $t$ .

In case of a fully-funded system the social-security contributions are invested at the real gross rate of interest  $R$  so that for each individual the actuarial-fairness condition

$$(12) \quad R(Rb + b) = (1 - p)a,$$

which amounts to a zero-profit condition in the aggregate, is fulfilled. This yields the relationship

$$(13) \quad b = \frac{(1 - p)a}{R(1 + R)}$$

between social-security contribution and annuity payment for the fully-funded system.

Each individual born at  $t$  is characterized by a lifetime v. Neumann-Morgenstern utility function

$$(14) \quad U(\{c(t, t + \tau)\}) = \sum_{\tau=1}^3 \beta^{\tau-1} u(c(t, t + \tau)),$$

where  $c(t, t + \tau)$  denotes the individual's consumption in its  $\tau$ -th period of life. We assume a time discount factor  $0 < \beta < 1$  and, in order to obtain linear decision rules, a constant-relative-risk-aversion period-utility function

$$(15) \quad u(c) = \begin{cases} \frac{c^{1-\alpha}}{1-\alpha} & \text{for } \alpha > 0, \alpha \neq 1 \\ \ln c & \text{for } \alpha = 1, \end{cases}$$

with positive relative risk aversion measured by the parameter  $\alpha$ . Furthermore, we assume that at  $t$  the generation- $t$  individuals know  $w, r, a, b$ , and the potential inheritance  $y^i$  (which, in general, is different for different individuals of the same generation, as shown below in more detail) received if the respective parent individual dies "prematurely" at point of time  $t + 1$ . The individuals' subjective probability for early parental death is  $\pi'$ ; the individuals' subjective probability for dying themselves at the end of the second period of life (in which case the utility payoff is assumed to be an arbitrary number not depending on the consumption program chosen) is  $\pi > 0$ . The individuals choose (closed-loop) consumption programs maximizing expected utility

$$(16) \quad E_t[U(\{c(t, t + \tau)\})],$$

where  $E_t$  denotes the expectation conditional on the information available at time  $t$ , under the wealth constraints

$$\begin{aligned}
 (17a) \quad & V(t, t+1) = RV(t, t) + w - b - c(t, t+1), \\
 & V(t, t+2) = R[V(t, t+1) + \tilde{y}_{t+1}^i] + w - b - c(t, t+2), \\
 & V(t, t+3) = RV(t, t+2) + a - c(t, t+3), \\
 (17b) \quad & V(t, t) = V(t, t+3) = 0,
 \end{aligned}$$

where  $V(t, t + \tau)$ ,  $\tau = 0, \dots, 3$ , is the real capital stock owned by a generation- $t$  individual, and  $\tilde{y}_{t+1}^i$  is a subjective random variable realized at  $t + 1$  such that  $\tilde{y}_{t+1}^i = y^j > 0$  with subjective probability  $\pi'$  and  $\tilde{y}_{t+1}^i = 0$  with subjective probability  $1 - \pi'$ . Obviously, in a steady state, i.e. for time-invariant  $w$ ,  $R = 1 + r$ ,  $a$ ,  $b$ , and  $y^j$ , optimal consumption levels and capital stocks carried over from one period to the next are independent of the generation index  $t$  and may be written as  $c(t, t + \tau) = c_\tau$ , and  $V(t, t + \tau) = V_\tau$ ,  $\tau = 1, 2, 3$ .

Let us denote by  $\bar{c}_\tau$  the average steady-state consumption level of individuals in their  $\tau$ -th period of life, and by  $\bar{V}_\tau$  their average steady-state capital stock at the end of their  $\tau$ -th period of life. Then,

$$(18a) \quad K_t^p = N_{t-1} \bar{V}_1 + N_{t-2} \bar{V}_2$$

is the privately held aggregate capital stock at  $t$ . In case of a fully-funded social security system,

$$(18b) \quad K_t^s = N_{t-1} b + N_{t-2} (b + Rb) > 0 \text{ for } b > 0$$

is the part of the total real capital stock at  $t$  that is held by the social security system; for the pay-as-you-go system  $K_t^s \equiv 0$ . The steady-state stock supply of real capital per unit of labor,  $s(R)$  in (9) is then defined by

$$(19) \quad s(R) := \frac{K_t^p + K_t^s}{N_{t-1} + N_t} = \begin{cases} \frac{G \bar{V}_1 + \bar{V}_2}{G(1+G)} & \text{for } K_t^s \equiv 0, \\ \frac{G(\bar{V}_1 + b) + \bar{V}_2 + b(1+R)}{G(1+G)} & \text{for } K_t^s > 0. \end{cases}$$

Aggregate steady-state consumption in period  $t$  (i.e., at point of time  $t + 1$ ) is

$$(20) \quad C(t+1) = N_t \bar{c}_1 + N_{t-1} \bar{c}_2 + (1-p) N_{t-2} \bar{c}_3;$$

aggregate steady investment in period  $t$  sustaining a constant capital-labor ratio is

$$(21) \quad \Delta K_t := K_{t+1} - K_t = (G-1) K_t.$$

From (17a) and (17b) we see that, since the average per-capita accidental bequest is  $pN_{t-2}\bar{V}_2/N_{t-1}$ ,

$$\begin{aligned} \bar{c}_1 &= w - b - \bar{V}_1 \\ \bar{c}_2 &= w + (1+r) \left( \bar{V}_1 + \frac{pN_{t-2}\bar{V}_2}{N_{t-1}} \right) - b - \bar{V}_2, \\ \bar{c}_3 &= a + (1+r)\bar{V}_2, \end{aligned}$$

so that

$$(21) \quad C(t+1) = (N_{t-1} + N_t)w + rK_t^p + K_t^p - K_{t+1}^p + [(1-p)aN_{t-2} - b(N_{t-1} + N_t)].$$

Now it is easy to show that the steady-state goods-market equilibrium condition,

$$(22) \quad C(t+1) + \Delta K_t = Y_{t+1} \text{ for all } t,$$

is equivalent to

$$K_t^p + K_t^s = K_t \text{ for all } t,$$

which is equivalent to (9),  $s(R) = k(r)$ : For the pay-as-you-go system we have  $K_t^s \equiv 0$  and (10), thus

$$\begin{aligned} C(t+1) + \Delta K_t &= (N_{t-1} + N_t)w + rK_t^p - \Delta K_t^p + \Delta K_t, \\ &= (N_{t-1} + N_t)w + rK_t, \\ &= (N_{t-1} + N_t)(w + rk) = (N_{t-1} + N_t)f(k) = Y_{t+1}. \end{aligned}$$

In case of the fully-funded system,

$$K_{t+1}^s - K_t^s = b(N_{t-1} + N_t) + rK_t^s - (1-p)aN_{t-2},$$

so that

$$\begin{aligned} C(t+1) + \Delta K_t &= (N_{t-1} + N_t)w + r(K_t^p + K_t^s) - \Delta K_t^p - \Delta K_t^s + \Delta K_t, \\ &= (N_{t-1} + N_t)w + rK_t = Y_{t+1}. \end{aligned}$$

This demonstrates that the fundamental income accounting relationships hold (due to Waldras' Law) and (9) is the only independent steady-state equilibrium condition.

### 3. Individual Saving Behavior and the Distribution of Wealth and Consumption in the Case $\pi' = 0$

In the following we study the special case that the individuals at the beginning of their economic lives expect their parents to live for three periods so that they maximize (16) for  $\pi' = 0$ . This amounts to maximizing

$$(23) \quad u(c_1) + \beta u(c_2) + (1 - \pi) \beta^2 u(c_3), \quad 0 < \beta, \pi < 1,$$

subject to an anticipated lifetime budget constraint

$$(24) \quad R^2(w - b - c_1) + R(w - b - c_2) + a - c_3 = 0.$$

For a desired first-period consumption  $c_1^* > 0$ , but not necessarily  $< w - b$ , the individual's real first-period savings (and real wealth at the end of the first period) are given by

$$(25) \quad V_1^* = w - b - c_1^*.$$

If an interior solution  $(c_1^*, c_2^*, c_3^*)$  exists, as we assume, the first-order conditions are

$$\frac{u'(c_1^*)}{u'(c_2^*)} = \beta R, \quad \frac{u'(c_2^*)}{u'(c_3^*)} = (1 - \pi) \beta R.$$

For the particular utility function (15) the above given necessary conditions together with (24) yield

$$(26) \quad c_1^* = \zeta [(w - b) + R^{-1}(w - b) + R^{-2}a],$$

where

$$0 < \zeta = \{1 + R^{-1}(\beta R)^{1/\alpha} + R^{-2}[(1 - \pi)\beta R]^{1/\alpha}(\beta R)^{1/\alpha}\}^{-1} < 1,$$

and

$$(27) \quad V_1^* = (1 - \zeta)(w - b) - \zeta[R^{-1}(w - b) + R^{-2}a].$$

At the beginning of their second period the individuals receive positive bequests with probability  $0 < p < 1$ . After having observed their inheritance,  $y^i \geq 0$ , the individuals reoptimize for the remaining (possibly two) periods by maximizing

$$u(c_2) + (1 - \pi) \beta u(c_3),$$

subject to



$$(28) \quad c_2 + R^{-1}c_3 = R(V_1^* + y^i) + (w - b) + R^{-1}a.$$

An interior solution for  $u(\bullet)$  according to (15) is given by

$$(29) \quad \bar{c}_2(y^i) = \eta[R(V_1^* + y^i) + (w - b) + R^{-1}a] = c_2^* + \eta R y^i, \quad y^i \geq 0,$$

where

$$0 < \eta = \{1 + R^{-1} [(1 - \pi)\beta R]^{1/\alpha}\}^{-1} < 1,$$

and a real, accidentally bequeathable, wealth  $\tilde{V}_2(y^i)$  at the end of the second period of life,

$$(30) \quad \tilde{V}_2(y^i) = (1 - \eta) [R(V_1^* + y^i) + (w - b)] - \eta R^{-1}a,$$

or, respectively,

$$(30') \quad \tilde{V}_2(y^i) = V_2^* + (1 - \eta)R y^i,$$

where

$$V_2^* = (1 - \eta)(1 - \zeta) [(1 + R)(w - b)] - [\eta + (1 - \eta)\zeta] R^{-1}a.$$

We assume  $R^{-1}a$  to be small enough for  $V_2^* > 0$ .

In order to derive the steady-state distribution of bequeathable wealth  $\tilde{V}_2$  we start with an arbitrary second-period wealth  $\tilde{V}_2^0 = x$  of an individual of an initial generation  $O$ ; the second-period wealth of one of its children,  $\tilde{V}_2^1$ , is

$$\tilde{V}_2^1 = \begin{cases} V_2^* & \text{with probability } 1 - p, \\ V_2^* + qx & \text{with probability } p, \end{cases}$$

where

$$(31) \quad q = (1 - \eta)RG^{-1} = \frac{RG^{-1}[(1 - \pi)\beta R]^{1/\alpha}}{R + [(1 - \pi)\beta R]^{1/\alpha}} > 0;$$

we assume

$$q < 1.$$

For the second-period wealth of an  $n$ -th-generation descendant we obtain the probability distribution

$$\begin{aligned}
 & V_2^* && \text{with prob. } 1-p, \\
 & V_2^* + q V_2^* && \text{with prob. } p(1-p), \\
 \\
 \tilde{V}_2^n = & \\
 & \cdot \\
 & V_2^* + q V_2^* + \dots + q^{n-1} V_2^* && \text{with prob. } p^{n-1}(1-p), \\
 & V_2^* + q V_2^* + \dots + q^{n-1} V_2^* + q^n x && \text{with prob. } p^n.
 \end{aligned}$$

We denote by

$$(32) \quad V_2(j) = V_2^* \sum_{m=0}^j q^m$$

the second-period wealth of an individual with a sequence of  $j$  ancestors each of whom, beginning with the parent individual, dies at the end of the second period (thus unwillingly leaving a bequest to his offspring), while the  $(j + 1)$ -st ancestor died at the end of his third period of life. If in the above argument we follow the line of  $n$  descendants of the initial generation-0 individual for  $n \rightarrow \infty$  we obtain a probability distribution with

$$(33) \quad P(\{\tilde{V}_2 = V_2(j)\}) = p^j(1-p), \quad j = 0, 1, 2, \dots,$$

and bounded countable support with lower bound  $V_2^*$  and upper bound

$$V_2(\infty) = \lim_{j \rightarrow \infty} V_2(j) = V_2^*/(1-q).$$

Let us denote by

$$\Phi(v) := P(\{\tilde{V}_2 \leq v\})$$

the (theoretical) distribution function of second-period wealth corresponding to (33). A concrete society with  $N$  age-2 individuals at  $t = 0$  may be regarded as a sample obtained from  $N$  independent drawings from this distribution; we define its empirical distribution function by

$$H_N^o(v) := \frac{\# \{i | \tilde{V}_{2,i}^o \leq v\}}{N},$$

where  $\tilde{V}_{2,i}^o = x_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , is the second-period (bequeathable) wealth of the  $i$ -th member of the sample. If in  $t = 1, \dots, n, \dots$  we sample again and again from among the descendants of the individuals in the original sample such that each member  $j(i)$  in the repeated samples of size  $N$  has a different ancestor  $i$  in the original sample we get empirical distributions

$$H_N^n(v) := \frac{\# \{j(i) | \tilde{V}_{2,j(i)}^n \leq v\}}{N},$$

where  $\tilde{V}_{2,j(i)}^n$  is the second-period wealth of an  $n$ -th-generation offspring of  $i$ , taking on one of the possible values given in the above formula for  $\tilde{V}_2^n$  with  $x = x_i$ . By invoking Glivenko's Theorem<sup>8</sup> one can show that the probability of  $H_N^n$  converging uniformly in  $v$  towards  $\Phi$  with  $n \rightarrow \infty$  and  $N \rightarrow \infty$  is 1. *In this sense, we are justified to interpret the probability  $p^j(1-p)$  in (33) as the steady-state proportion of individuals with wealth*

$$V_2^* \sum_{m=0}^j q_m$$

in the age-2 cohort of the population.<sup>9</sup>

It is not difficult to calculate the expected value

$$(34) \quad E[\tilde{V}_2] = \sum_{j=0}^{\infty} p^j (1-p) \left[ V_2^* \sum_{m=0}^j q_m \right]$$

of the random variable  $\tilde{V}_2$  with distribution (33); we obtain

$$(35) \quad E[\tilde{V}_2] = \frac{V_2^*}{1-pq},$$

which may be interpreted as the average steady-state real capital stock  $\tilde{V}_2$  supplied by individuals at the end of their second period of life, while the average real capital stock held by one period old individuals is given by  $V_1^*$ :

$$(36) \quad \bar{V}_1 = V_1^*, \quad \bar{V}_2 = E[\tilde{V}_2].$$

Analogously, we compute the variance

$$(37) \quad Var[\tilde{V}_2] = \sum_{j=0}^{\infty} p^j (1-p) \left[ V_2^* \sum_{m=0}^j q_m - E[\tilde{V}_2] \right]^2$$

as

$$(38) \quad Var[\tilde{V}_2] = \left( \frac{q V_2^*}{1-pq} \right)^2 \frac{p(1-p)}{1-pq^2}.$$

<sup>8</sup> See, e.g., *Fisz* [1980], ch. 10.

<sup>9</sup> See also *Abel* [1985], *Eckstein—Eichenbaum—Peled* [1985], who take this interpretation for granted. We owe the reference to Glivenko's Theorem to M. Straub.

A rough measure of the degree of inequality in the distribution of wealth  $\tilde{V}_2$  is the range  $\rho$  of the distribution, i.e. the ratio between the upper and lower bound of the support

$$\rho[\tilde{V}_2] = \frac{1}{1-q}.$$

We use as a measure of inequality the coefficient of variation  $v$  with

$$(39) \quad v[\tilde{V}_2] = \frac{(Var[\tilde{V}_2])^{1/2}}{E[\tilde{V}_2]} = q \left[ \frac{p(1-p)}{1-pq^2} \right]^{1/2}.$$

By the same methods we calculate the distributions of  $\tilde{c}_2$  and  $\tilde{c}_3$ , the consumption of second-period workers and retired workers (who survive to the third period), respectively. From (29) we infer that

$$(40a) \quad P(\{\tilde{c}_2 = c_2^*\}) = 1 - p,$$

with

$$c_2^* = \eta[RV_1^* + (w - b) + R^{-1}a],$$

and

$$(40b) \quad P(\{\tilde{c}_2 = c_2^* + \eta RG^{-1}V_2^* \sum_{m=0}^{i-1} q^m\}) = p^i(1-p), \quad i = 1, 2, \dots,$$

is the probability distribution of  $\tilde{c}_2$ , from which we find the expected value or average consumption of an age-two-cohort individual to be

$$(41) \quad \bar{c}_2 = E[\tilde{c}_2] = c_2^* + p\eta RG^{-1}E[\tilde{V}_2];$$

for the variance of  $\tilde{c}_2$  we obtain by some simple calculations

$$(42) \quad Var[\tilde{c}_2] = \left( \frac{\eta RG^{-1}V_2^*}{1-pq} \right)^2 \frac{p(1-p)}{1-pq^2} = \left( \frac{\eta}{1-\eta} \right)^2 Var[\tilde{V}_2].$$

Thus, the coefficient of variation of  $\tilde{c}_2$  is

$$(43) \quad v[\tilde{c}_2] = \frac{\eta}{1-\eta} \cdot \frac{(Var[\tilde{V}_2])^{1/2}}{c_2^* + p\eta RG^{-1}E[\tilde{V}_2]} \\ = \frac{1}{1-\eta} \cdot \left[ \frac{c_2^*}{\eta E[\tilde{V}_2]} + pRG^{-1} \right]^{-1} v[\tilde{V}_2].$$

Since according to the budget constraint,

$$c_3 = R V_2 + a,$$

the expected value of  $\tilde{c}_3$ , i.e. the average consumption of age-three cohort individuals is

$$(44) \quad \tilde{c}_3 = E[\tilde{c}_3] = a + RE[\tilde{V}_2],$$

the variance is

$$(45) \quad Var[\tilde{c}_3] = R^2 Var[\tilde{V}_2],$$

and for the coefficient of variation of  $\tilde{c}_3$  we get

$$(46) \quad v[\tilde{c}_3] = R \frac{(Var[\tilde{V}_2])^{1/2}}{a + RE[\tilde{V}_2]} \\ = \left[ \frac{a}{RE[\tilde{V}_2]} + 1 \right]^{-1} v[\tilde{V}_2].$$

#### 4. Comparative Static Properties of Steady-State Distributions of Wealth and Consumption

First, we study some partial-equilibrium effects of variations in the steady-state level of old-age pensions  $a$ , the real rate of interest  $R$ , the rate of population growth  $G$ , and the mortality rate  $p$ , treating  $R$  (and the steady-state real wage  $w$ ) as exogenously given parameters.<sup>10</sup>

##### Proposition 1

For a fully-funded social security system an increase in social security benefits  $a$  (for given wealth  $R$  and  $w$ ) reduces the levels of per-capita average private real wealth  $\tilde{V}_1$  and  $\tilde{V}_2$ , and increases the average consumption of young workers,  $\tilde{c}_1 = c_1^*$ . The average consumption levels of second-period workers,  $\tilde{c}_2$ , and of old-age pensioners  $\tilde{c}_3$ , are lowered by a rise in  $a$  if  $R > (1 - \zeta)G$ .

---

<sup>10</sup> This is equivalent to a general equilibrium analysis if and only if, as in *Abel* [1985], a production function  $F(K, L) = \bar{R} K_t + \bar{w} L_t$  with technologically fixed parameters  $\bar{R}$  and  $\bar{w}$  is assumed, which peculiar technology implies perfect substitutability between capital and labor.

10 Schriften d. Vereins f. Sozialpolitik 187

*Proof:*

Insertion of (13) into (27) yields, taking into account (36),

$$\bar{V}_1 = w[1 - \zeta(1 + R^{-1})] - \frac{(1-p)a}{R(1+R)} - \zeta \frac{pa}{R^2},$$

from which we see that  $\partial \bar{V}_1 / \partial a < 0$ . Using again (13) in (35) and (30'), respectively, we obtain

$$\bar{V}_2 = \frac{1}{1-pq} \left\{ (1-\eta) \left[ R\bar{V}_1 + w - \frac{(1-p)a}{R(1+R)} \right] - \eta R^{-1}a \right\},$$

from which it follows that  $\partial \bar{V}_2 / \partial a < 0$ . Since

$$\begin{aligned} \bar{c}_1 = c_1^* &= \zeta w(1 + R^{-1}) + \zeta \frac{pa}{R^2}, \\ \partial \bar{c}_1 / \partial a &> 0. \end{aligned}$$

From (44) we get, using the above formulas for  $\bar{V}_2$  and  $\bar{V}_1$ ,

$$\bar{c}_3 = \frac{(1-\eta)(1-\zeta)}{1-pq} R(1+R)w + a + \frac{R}{1-pq} \left[ (1-\eta)(1-\zeta) \frac{pa}{R} - \frac{a}{R} \right],$$

so that

$$\partial \bar{c}_3 / \partial a < 0 \Leftrightarrow 1 < \frac{R}{1-pq} \left[ \frac{1}{R} - (1-\eta)(1-\zeta) \frac{p}{R} \right],$$

which, remembering that  $q = (1-\eta)RG^{-1}$ , holds if and only if

$$(1-\zeta) - RG^{-1} < 0.$$

For  $c_2^*$  we obtain

$$c_2^* = \eta(1-\zeta) \left[ w(1+R) + \frac{pa}{R} \right],$$

and

$$\partial c_2^* / \partial a = \eta(1-\zeta) \frac{p}{R} > 0.$$

Thus

$$\begin{aligned} \partial E[\tilde{c}_2]/\partial a < 0 &\Leftrightarrow \frac{\partial c_2^*}{\partial a} + p\eta R G^{-1} \frac{\partial E[\tilde{V}_2]}{\partial a} < 0 \\ &\Leftrightarrow \eta(1-\zeta)\frac{p}{R} < p\eta G^{-1} \frac{R}{1-pq} \left[ \frac{1}{R} - (1-\eta)(1-\zeta)\frac{p}{R} \right] \end{aligned}$$

which follows from the above criterion for  $\partial \tilde{c}_3/\partial a < 0$  if  $(1-\zeta)/R < G^{-1}$ .

Q.E.D.

We observe that the condition  $R > (1-\zeta)G$  which is sufficient for an increase in  $a$  to lower  $\tilde{c}_2$  and  $\tilde{c}_3$  is not very restrictive since, because of  $f'(k) > 0$ ,  $R > 1$  for an equilibrium.

*Corollary 1*

In case of the pay-as-you-go system an increase in  $a$  reduces  $\tilde{V}_1$  and  $\tilde{V}_2$  if

$$R[1 - (\beta R)^{1/\alpha} \eta^{-1}] < \frac{G(1+G)}{1-p}.$$

An increase in  $a$  raises  $\tilde{c}_1$  if and only if  $(1-p)R(1+R) < G(1+G)$ .

*Proof:*

From substituting (11) for  $b$  in (26) we get

$$\tilde{c}_1 = c_1^* = \zeta w(1+R^{-1}) + \zeta \left[ \frac{a}{R^2} - \frac{(1-p)a}{RG(1+G)} - \frac{(1-p)a}{G(1+G)} \right],$$

so that

$$\partial \tilde{c}_1/\partial a > 0 \Leftrightarrow R^{-2} > \frac{(1-p)}{G(1+G)}(1+R^{-1}).$$

For  $\tilde{V}_1$  we get, using (11),

$$\tilde{V}_1 = w - \zeta(1+R^{-1}) - \zeta R^{-2}a \left[ 1 + \frac{1-\zeta}{\zeta} \frac{(1-p)R^2}{G(1+G)} - \frac{(1-p)R}{G(1+G)} \right],$$

from which we see that

$$\begin{aligned} \partial V_1/\partial a < 0 &\Leftrightarrow 1 > \frac{(1-p)R}{G(1+G)} - \frac{1-\zeta}{\zeta} \frac{(1-p)R^2}{G(1+G)} \\ &\Leftrightarrow \frac{G(1+G)}{1-p} > R \left[ 1 - \frac{1-\zeta}{\zeta} R \right], \end{aligned}$$

and

$$\frac{1-\zeta}{\zeta}R = (\beta R)^{1/\alpha} \{1 + R^{-1}[(1-\eta)\beta R]^{1/\alpha}\} = (\beta R)^{1/\alpha} \eta^{-1}.$$

From the respective expression for  $\tilde{V}_2$  it follows that  $\partial \tilde{V}_2 / \partial a < 0$ .

Q.E.D.

Again, we note that the condition sufficient for an increase in  $a$  to reduce  $\tilde{V}_1$  and  $\tilde{V}_2$  is not restrictive. In fact, for  $\beta$  sufficiently close to 1 so that  $\beta R \geq 1$ , it is always fulfilled since  $\eta^{-1} < 1$ .

From (38) it is obvious that a decrease in  $V_2$  also reduces  $\text{Var}[\tilde{V}_2]$  and, accordingly,  $\text{Var}[\tilde{c}_2]$  and  $\text{Var}[\tilde{c}_3]$ . To conclude from this observation that an increase in old-age pension payments a reduce the inequality in the intracohort distributions of wealth and consumption<sup>11</sup> seems a bit premature. If we are interested in effects on the extent of inequality the coefficient of variation, which is normalized with respect to levels, seems to provide a somewhat more adequate indicator. Using this standard we find that for given  $R$  and  $w$  an increase in the steady-state level  $a$  of old-age pensions does in fact reduce inequality in the intracohort distributions of consumption (of older workers and retirees) but does not affect the degree of inequality in the distribution of bequeathable wealth:

*Proposition 2*

For given  $R$  the coefficient of variation of  $\tilde{V}_2$  is not changed by changes in  $a$ .

The coefficients of variation of  $\tilde{c}_2$  and  $\tilde{c}_3$  fall with an increase in  $a$  in case of a fully-funded system.

In case of a pay-as-you-go system a sufficient condition for  $v[\tilde{c}_3]$  to fall with increasing  $a$  is  $(1-p)R[1 - (\beta R)^{1/\alpha} \eta^{-1}] < G(1+G)$ . For  $v[\tilde{c}_2]$  to decline with increasing  $a$   $(1-p)R(1+R) < G(1+G)$  is sufficient.

*Proof:*

That  $v[\tilde{V}_2]$  is not affected is obvious from (39). From (43) we see that  $v[\tilde{c}_2]$  decreases with rising  $c_2^*$  and falling  $E[\tilde{V}_2]$ . It is easy to see that  $\partial c_2^* / \partial a > 0 \Leftrightarrow \partial \tilde{c}_1 / \partial a > 0 \Leftrightarrow (1-p)R(1+R) < G(1+G)$ , which obviously is also sufficient, according to corollary 1, for  $\partial E[\tilde{V}_2] / \partial a < 0$ .

From (46) we note that  $v[\tilde{c}_3]$  falls with rising  $a$  and falling  $E[\tilde{V}_2]$ ; in corollary 1 it has been shown that  $\partial E[\tilde{V}_2] / \partial a < 0$  follows from  $(1-p)R[1 - (\beta R)^{1/\alpha} \eta^{-1}] < G(1+G)$ .

Q.E.D.

---

<sup>11</sup> As is argued for fixed  $R$  and  $w$  by *Abel* [1985], p. 784.



*Proposition 3*

An increase in  $R$  increases the inequality in the distribution of bequeathable wealth as measured by  $v[\tilde{V}_2]$ .

*Proof:*

It is obvious that

$$\partial v[\tilde{V}_2] / \partial q > 0.$$

It remains to show that  $\partial q / \partial R > 0$ . We calculate the first derivative of

$$q = (1 - \eta)RG^{-1} = G^{-1} \frac{[(1 - \eta)\beta]^{1/\alpha} R^{(1 + \alpha)/\alpha}}{R + [(1 - \pi)\beta R]^{1/\alpha}}$$

and find  $dq/dR > 0$ .

Q.E.D.

*Corollary 2*

For given  $R$  an increase in  $G$  reduces the inequality in the distribution of bequeathable wealth as measured by  $v[\tilde{V}_2]$ .

*Proof:*

Follows from the argument in the proof of proposition 3 and  $\partial q / \partial G < 0$ .

Q.E.D.

We note that for the fully-funded social security system an increase in  $G$  by lowering  $E[\tilde{V}_2]$  and having no impact on  $c_2^*$  reduces also  $v[\tilde{c}_2]$  and  $v[\tilde{c}_3]$ . For the pay-as-you-go system the effect is less clear since both  $V_2^*$  and  $1 - pq$  increase with increasing  $G$ .

We may also ask about the impact of a variation in the mortality rate  $p$  on the distribution of wealth. If we treat  $\pi$  as independent of  $p$  (so that  $\pi$ , and therefore  $q$  are independent of  $p$ ) it is obvious from (39), the formula for  $v[\tilde{V}_2]$ , that there is a unique mortality rate  $\bar{p}$ ,  $0 < \bar{p} < 1$ , for which  $v[\tilde{V}_2]$  is maximal and that  $v[\tilde{V}_2] \rightarrow 0$  for  $p \rightarrow 0$  and  $p \rightarrow 1$ . If we assume  $\pi = p$ , which seems reasonable for a steady-state analysis, then we observe that, for given  $R$ ,  $p \rightarrow 1$  implies  $\eta \rightarrow 0$ , while for  $p \rightarrow 0$   $\eta$  approaches its smallest and  $q$  its largest value. The qualitative result that for small  $p$  a reduction of  $p$ , and for large  $p$  an increase of  $p$  reduces the inequality in the distribution of bequeathable wealth is not changed.

After having analyzed these partial-equilibrium effects we drop the assumption of fixed  $R$  and  $w$  and study the steady-state general equilibrium given by (9).

The first question we have to ask, before we proceed towards a comparative static analysis, is whether an equilibrium, i.e. an  $R^*$  satisfying (9), exists, and whether it is stable in the sense that at  $R^*$  the stock-supply function  $s(R)$  cuts the stock-demand function  $k(R)$  from below, i.e.

$$(47) \quad s'(R^*) > k'(R^*) .$$

We note that if an equilibrium exists at all there must be one that is stable. This follows from

$$s(1) < +\infty \text{ and } \lim_{R \downarrow 1} k(R) = +\infty ,$$

so that  $s(R)$  cuts  $k(R)$  from below at least once if both curves cut each other at all. If all individuals die at the end of their third period of life with certainty,  $p = 0$ , it is difficult to give a plausible general condition sufficient for the existence of a steady-state equilibrium. In this case, it follows from (19) and (36) that

$$s(R) = \frac{1}{G(1+G)} [G V_1^* + V_2^*]$$

in case of the pay-as-you-go system, and

$$s(R) = \frac{1}{G(1+G)} \left\{ G \left[ V_1^* + \frac{(1-p)a}{R(1+R)} \right] + \left[ V_2^* + \frac{1-p}{R} a \right] \right\}$$

in case of the fully-funded system, where  $V_1^*$  and  $V_2^*$  are obtained by using (11) and (13), respectively, for  $b$ . From our assumption on the technology and the behavior of the production sector we have  $\lim_{R \rightarrow \infty} k(R) = 0$ , but, since

$\lim_{R \rightarrow \infty} w(R) = 0$ , also  $V_1^*(R, w)$  and  $V_2^*(R, w)$  stay close to 0 for  $R \rightarrow \infty$ , so that  $s(R)$  approaches 0 with  $R \rightarrow \infty$ . Thus, it is not clear whether  $s(R)$  cuts  $k(R)$  at any  $R$ .<sup>12</sup> In case of our model with  $p > 0$  we are in a somewhat more comfortable position:

*Lemma 1*

For  $\alpha \leq 1$  there exists a stable steady-state equilibrium.

*Proof:*

The functions  $s(\cdot)$  are given by

$$s(R) = \frac{1}{G(1+G)} [G \bar{V}_1 + \bar{V}_2],$$

---

<sup>12</sup> As Gale [1983], pp. 101 f., argues in context of a model with  $p = 0$ , in this case there cannot be done much more than just assuming the existence of a steady-state equilibrium.

and

$$s(R) = \frac{1}{G(1+G)} \left\{ G \left[ \bar{V}_1 + \frac{(1-p)a}{R(1+R)} \right] + \left[ V_2 + \frac{(1-p)a}{R} \right] \right\},$$

respectively, with

$$\bar{V}_1 = V_1^* \text{ and } \bar{V}_2 = \frac{1}{1-pq} V_2^*,$$

where  $q = (1-\eta)RG^{-1}$ .

For  $\alpha = 1$ , the case of a logarithmic utility function  $u(\cdot)$ , we see from (29) that  $\eta$  is independent of  $R$ . Thus, for  $R \rightarrow G/p(1-\eta)$  we get  $(1-pq)^{-1} \rightarrow +\infty$ . Since for  $R = G/p(1-\eta)$  both  $V_1^*$  and  $V_2^*$ , and  $(1-p)a/R(1+R)$ ,  $(1-p)a/R$  take on finite values, and  $V_2^* > 0$  by assumption,

$$\lim_{R \rightarrow G/p(1-\eta)} s(R) = +\infty,$$

and  $s(R)$  cuts  $k(R)$  from below at some finite  $R^*$ .

From

$$\frac{\partial \eta}{\partial R} = -\eta^2 \frac{1-\alpha}{\alpha} [(1-\pi)\beta]^{1/\alpha} R^{(1-2\alpha)/\alpha}$$

we see that  $\partial \eta / \partial R < 0$  for  $\alpha < 1$  implying that

$$\lim_{R \rightarrow \bar{R}} s(R) = +\infty$$

for some  $\bar{R} < \infty$ , so that again  $s(R)$  cuts  $k(R)$  from below at some finite  $R^*$ .

Q.E.D.

Now we are prepared to state

*Proposition 4*

In a stable steady-state equilibrium an increase in old-age pension payments  $a$  increases the inequality in the distribution of bequeathable wealth as measured by  $v[\bar{V}_2]$  if the social security system is fully funded. In case of a pay-as-you-go system an increase in  $a$  raises  $v[\bar{V}_2]$  if the condition given in corollary 1,  $R[1 - (\beta R)^{1/\alpha} \eta^{-1}] < G(1+G)/(1-p)$ , is satisfied (which, as we have seen, is always the case for  $\beta R \geq 1$ ).

*Proof:*

For the case of the fully-funded system,  $s(R)$  can be written as

$$s(R, a) = \frac{1}{G(1+G)} \left\{ G(w - c_1^*) + \frac{1}{1-pq} [R(w - c_1^*) + (w - c_2^*)] - \left( \frac{1}{1-pq} - 1 \right) \frac{(1-p)a}{R} \right\};$$

in the course of proving proposition 1 we have shown that  $\partial c_1^*/\partial a > 0$  and  $\partial c_2^*/\partial a > 0$ ; since  $(1 - pq)^{-1} > 1$  this implies  $\partial s/\partial a > 0$ . For the case of the pay-as-you-go system, we have shown in corollary 1 that, under the given condition,  $\partial \bar{V}_1/\partial a < 0$  and  $\partial \bar{V}_2/\partial a < 0$  so that  $\partial s/\partial a < 0$ . Furthermore, we have shown in proposition 2 that, for given  $R$ ,  $\partial v[\bar{V}_2]/\partial R > 0$  so that

$$\frac{dv[\bar{V}_2]}{da} = \frac{\partial v[\bar{V}_2]}{\partial R} \cdot \frac{dR}{da} > 0$$

whenever  $dR/da > 0$ .

Totally differentiating the equilibrium condition

$$s(r, a) = k(R)$$

yields

$$\frac{dR}{da} = \frac{\partial s}{\partial a} \left( k' - \frac{\partial s}{\partial R} \right) > 0,$$

since  $k' - \partial s/\partial R > 0$  according to (47), and  $\partial s/\partial a < 0$  as shown above.

Q.E.D.

In corollary 2 we have shown that for given  $R$  an increase in the steady-state rate of population growth reduces the coefficient of variation of  $V_2$ . This result has to be qualified if we drop the assumption of fixed  $R$  and  $w$ . It is easy to see that for a fully-funded system we have

$$\frac{\partial s}{\partial G} < 0,$$

so that at a stable steady-state equilibrium

$$\frac{dR}{dG} > 0;$$

this at least weakens the inequality-reducing effect of an increase in  $G$ . For a pay-as-you-go system it is less clear whether  $\partial s/\partial G < 0$  or  $\partial s/\partial G > 0$ ; this depends on the size of  $a$  relative to  $w$  — if  $a$  is relatively small then  $\partial s/\partial G < 0$ , otherwise

the inequality-reducing effect of an increase in  $G$  is even enhanced by the general-equilibrium response of a variable  $R$ .

It is also difficult to obtain an unambiguous result in the general-equilibrium setting for the effect of a change in  $p$  on  $v[\tilde{V}_2]$ . Above, we have argued that the partial-equilibrium effect  $\partial v[\tilde{V}_2]/\partial p > 0$  for  $p$  sufficiently close to 0. The general-equilibrium effect  $dv[\tilde{V}_2]/dp$  is given by

$$\frac{dv[\tilde{V}_2]}{dp} = \frac{\partial[\tilde{V}_2]}{\partial p} + \frac{\partial v[\tilde{V}_2]}{\partial R} \cdot \frac{dR}{dp},$$

which would be positive for  $p$  close to 0 if  $dR/dp < 0$  since  $\partial v[\tilde{V}_2]/\partial R > 0$ . For  $dR/dp < 0$  in a “stable” equilibrium we would obviously need  $\partial s/\partial p > 0$ , a simple sufficient condition for which an economic reason is difficult to find (in particular, if we set  $\pi = p$ ).

## 5. Concluding Remarks

Working with a three-period overlapping-generations model instead of a two-period one (as Abel [1985] and others) has enabled us to arrive at the conclusion that an increase in old-age pensions increases the consumption of younger workers but may decrease the average consumption of older workers (who already had the chance to inherit some wealth) and even of retirees. We have, however, not yet fully exploited the analytical potential of the three-period model since we made the rather ad-hoc assumption that the “accidental heirs” are completely surprised by a positive inheritance. This assumption saved the simplicity of the geometric steady-state distribution which also obtains in the two-period model in which an individual can inherit any wealth only at the beginning of his economic life. In a fully-fledged three-period model, a rational individual when planning his first-period consumption and savings takes into account the possibility (with probability  $\pi$ ) of a positive inheritance and solves the corresponding stochastic dynamic programming problem. As a result, the savings of the individual become negatively dependent upon the size of the potential inheritance. This destroys the property that the second-period, bequeathable wealth of an individual who did not inherit anything is independent of the bequeathable wealth of his parent. So far we have not been able to derive the steady-state distribution of  $\tilde{V}_2$  for this, admittedly more general and more interesting, model. We leave this as an open problem for further research.

## References

- Abel, A. B. (1985): Precautionary Saving and Accidental Bequests, *American Economic Review* 75, 777-791.

- (1987): Operative Gift and Bequest Motives, *American Economic Review* 77, 1037-1047.
- Barro, R.* (1974): Are Governments Bonds Net Wealth?, *Journal of Political Economy* 82, 1095-1117.
- Bernheim, B. D., A. Shleifer and L. H. Summers* (1985): The Strategic Bequest Motive, *Journal of Political Economy* 93, 1045-1076.
- Champernowne, D. G.* (1953): A Model of Income Distribution, *Economic Journal* 63, 318-351.
- Eckstein, Z., M. S. Eichenbaum and D. Peled* (1985): The Distribution of Wealth and Welfare in the Presence of Incomplete Annuity Markets, *Quarterly Journal of Economics* 100, 789-806.
- Fisz, M.* (1980): *Wahrscheinlichkeitsrechnung und Mathematische Statistik*, Berlin.
- Gale, D.* (1983): *Money: In Disequilibrium*, Cambridge—New York.
- Hurd, M. D.* (1987): Savings of the Elderly and Desired Bequests, *American Economic Review* 77, 298-312.
- Modigliani, F.* (1987): The Economics of Public Deficits, A. Razin and E. Sadka, eds., *Economic Policy in Theory and Practice*, London, 3-44.
- Wold, H. O. A. and P. Whittle* (1957): A Model Explaining the Pareto Distribution of Wealth, *Econometrica* 25, 591-595.
- Yaari, M. E.* (1965): Uncertain Lifetime, Life Insurance, and the Theory of the Consumer, *Review of Economic Studies* 32, 137-150.